Colección: La Investigación Educativa en México 1992-2002

Volumen 7: Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos (Tomo I)

Coordinador: Ángel Daniel López y Mota

559 páginas. ISBN: 968-7542-28-4.

© 2003 por Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C.

www.comie.org.mx

SABERES CIENTÍFICOS, HUMANÍSTICOS Y TECNOLÓGICOS: PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

TOMO I:

EL CAMPO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 1993-2001

EDUCACIÓN EN CIENCIAS NATURALES

coordinador: Ángel D. López y Mota

La Investigación Educativa en México
1992-2002

Coordinación general:

CONSEJO MEXICANO DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA, AC

Mtra. Margarita Zorrilla
Presidenta

Dr. Armando Alcántara
Secretario

Dr. Mario Rueda
Coordinador general de los estados de conocimiento

Agradecemos el apoyo de:

Dirección General de Investigación Educativa, de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal-SEP

Centro de Estudios sobre la Universidad-UNAM

M. en C. Lorenzo Gómez-Morfín Fuentes
Subsecretario en Educación Básica y Normal

Dr. Axel Didriksson Takayanagui
Director

Prof. Rodolfo Ramírez Raymundo
Director General de Investigación Educativa

Mtra Ma. de Lourdes Velázquez Albo
Secretaria Académica

PROGRAMA DE FOMENTO
A LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA
CONVOCATORIA 2002

Primera edición, 2003

Edición: GRUPO IDEOGRAMA EDITORES
Diseño de portada: MORA DIEZ BÍSCARO

© 2003 Consejo Mexicano de Investigación Educativa
San Lorenzo de Almagro núm. 116
Colonia Arboledas del Sur, CP 14376, México, DF

ISBN: 968-7542-28-4

Impreso en México

PRESENTACIÓN DE LA COLECCIÓN

LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA EN MÉXICO (1992-2002)

La colección de libros **La investigación educativa en México (1992-2002)** es el resultado de una de las actividades centrales impulsadas por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) para fortalecer el desarrollo de la investigación educativa en el país.[1] En el mes de mayo del año 2000 se dieron los pasos iniciales para conformar un equipo de trabajo que coordinara el proceso de elaboración de los estados de conocimiento correspondientes a la década de los noventa.

Como antecedente a esta actividad, en 1996, se editó una colección de nueve libros bajo el título de **La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa** que revisó la producción de la comunidad de investigadores educativos del país de 1982 a 1992. En esa ocasión, como un derivado de la participación de más de doscientos académicos en la elaboración de los estados de conocimiento a lo largo de varios años, se fundó el COMIE que a la fecha ha diversificado sus iniciativas para fortalecer la investigación sobre educación en el país; destacan entre otras muchas

[1] Un agradecimiento especial para la doctora Guillermina Waldegg, presidenta del COMIE durante los primeros dos años de la realización de este proyecto, por su participación en la conformación de las comisiones que iniciaron los trabajos, en su apoyo para la selección de coordinadores de área y la obtención de condiciones económicas para hacer posible esta tarea. A la maestra Margarita Zorrilla presidenta actual que hizo posible la continuidad y término de las actividades previstas.

actividades la organización del Congreso Nacional de Investigación Educativa cada dos años y la *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, iniciada en 1996 y que a la fecha sigue publicándose puntualmente.

El COMIE retomó la idea de continuar constituyendo la memoria del quehacer científico sobre educación en el país, por lo que se dio a la tarea de revisar la producción en la década pasada. La actividad se formalizó al conformar un equipo de investigadores dispuesto a invitar a otros colegas y constituir equipos de trabajo voluntario para cubrir, en principio, los mismos temas desarrollados para la década de los ochenta. La combinación de iniciativas personales y una discusión amplia colegiada delimitó la configuración de once áreas con sus respectivos temas al interior. Durante distintas etapas del proceso se contabilizó la participación de 433 académicos, 146 miembros del COMIE y 287 de otras instituciones.

Para la elaboración de los estados de conocimiento del periodo que abarca esta colección, se reconoció como finalidad de la actividad el desarrollo y fortalecimiento de la investigación educativa (IE), considerándose de manera simultánea otros propósitos:

- Producir conocimiento sistemático, analítico, crítico y propositivo sobre la producción de la IE.
- Desarrollar redes de académicos de distintas instituciones.
- Ampliar y fortalecer las relaciones de colaboración entre académicos de distintas instituciones.
- Facilitar la incorporación de nuevos académicos a la actividad profesional como investigadores sobre educación.
- Contribuir a la formación de estudiantes en el campo de la investigación educativa.
- Ampliar la difusión del conocimiento derivado de la investigación educativa a distintos públicos.
- Contribuir a la consolidación del COMIE, como comunidad académica especializada en la IE.

En cuanto a la definición formal se optó por considerar al estado de conocimiento como el análisis sistemático y la valoración del conocimiento y de la producción generadas en torno a un campo de investigación durante un periodo determinado. Esto permitiría identificar los objetos bajo estudio y sus referentes conceptuales, las principales perspectivas teóricas-metodológicas, tendencias y temas abordados, el tipo de producción generada, los problemas de investigación y ausencias, así como su impacto y condiciones de producción.

El conjunto de trabajos estuvo dirigido a través de un comité académico, compuesto por un coordinador general, los responsables de las once áreas de conocimiento y un representante del comité directivo y del consejo consultivo del COMIE. Los coordinadores de las áreas se designaron a partir de autopropuestas y de invitaciones formuladas a miembros del COMIE desde la coordinación general y el comité directivo, en todos los casos los nombramientos fueron avalados por el comité académico.

La actividad del comité académico se inició formalmente con el diseño de algunos criterios de orientación general:

a) Organización

- El trabajo estará organizado a partir de un grupo de investigadores cuya producción se inscribe dentro de un campo temático específico.
- El grupo de trabajo estará coordinado por un miembro del COMIE y debe incluir investigadores de, por lo menos, dos instituciones educativas del país.
- Para colaborar en un campo temático, el investigador debe tener producción en ese campo.
- Cada campo temático formará parte de un área temática coordinada por un miembro del COMIE.
- Los grupos de trabajo deben convocar ampliamente y dar cabida a investigadores de distintas instituciones (idealmente con cobertura nacional), independientemente de su tendencia teórica o metodológica.

b) Contenido

- La actividad está dirigida principalmente a investigadores, aunque el proceso debe incluir a estudiantes y auxiliares de investigación.
- No se trata solamente de una recopilación; sino de un análisis con categorías y marcos de referencia, requiere de un aparato conceptual y emplea la crítica.
- Enfatiza líneas de continuidad y cambios en el campo, así como los conocimientos sobre los procesos educativos que aporta la investigación.
- Incluye problemas y perspectivas abiertas, así como agendas en marcha.
- Cada grupo deberá discutir y explicitar los criterios sobre los tipos de investigación y conocimientos que se incluirán en la revisión.

- Se deberá cubrir el panorama de la producción nacional y según lo acuerden en cada equipo de trabajo se ubicará en el contexto regional e internacional.
- En cada equipo se deberá definir la pertinencia de desarrollar las condiciones de producción del conocimiento en cada tema, sin excluir la posibilidad de hacerlo en un estudio que considere al conjunto.
- Se procurará la promoción de trabajos que den cuenta del conjunto de la investigación educativa y ensayos sobre cruces entre campos.

El comité académico funcionó como cuerpo colegiado para tomar las decisiones y establecer las directrices generales en la coordinación del proceso de elaboración de los estados de conocimiento; así mismo procuró la coordinación entre las áreas y buscó el equilibrio entre las instituciones y las personas que participaron en ellas. Se empleó una página electrónica del COMIE como eje de la coordinación, la comunicación y el seguimiento del proceso. Se extendió una invitación amplia a todos los miembros del COMIE para participar en la elaboración de los estados de conocimiento y para el envío de las referencias bibliográficas de su propia producción.

Se diseñó un formato de registro para todos los trabajos con la finalidad de contar con una base de datos común, la especificidad de cada una de las áreas mostró, desde los primeros intentos, la dificultad de emplear un solo formato. Al mismo tiempo la idea de contar al final con una base de datos que incluyera toda la información analizada no fue posible de concluir debido a problemas técnicos y de comunicación con los encargados de diseñar la base electrónica.

Los lineamientos generales se difundieron a través de la página electrónica y se fueron completando durante el proceso con los lineamientos específicos de cada área, con la finalidad de que las demás pudieran beneficiarse de las experiencias particulares. En cuanto al funcionamiento de los grupos, cada uno definió su forma de trabajo y lo plasmó en planes de acción y reportes parciales que se dieron a conocer en la página electrónica, con la intención de enriquecer el trabajo colectivo a través del intercambio.

El comité directivo del COMIE dio a conocer públicamente, a través de carteles y publicidad en medios impresos, el proyecto de elaboración de estados de conocimiento, para facilitar a los investigadores el acceso a la información por parte de los cuerpos directivos de las instituciones y, a su vez, extender la invitación para que el público en general enviara materiales para cada uno de los temas a desarrollar.

Durante la realización del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa (en el año 2001) se presentaron los avances de los trabajos

correspondientes a las áreas, a cargo de cada uno de los responsables; con las presentaciones se confirmó la diversidad de estilos de organización, formas de trabajo y variedad de productos esperados como resultantes del complejo proceso seguido a lo largo del primer año de colaboración.

El comité académico acordó como procedimiento que cada una de las áreas y sus respectivos temas propusieran los nombres de dos o tres lectores externos (personas especialistas en el tema que no hubieran participado en la elaboración de los documentos), para que de manera conjunta con los responsables de cada tema pudieran intercambiar puntos de vista para lograr la versión final de los libros. Las propuestas de dictaminadores fueron analizadas y aprobadas por el comité académico. Asimismo se aceptó la posibilidad de que los lectores, si así lo consideraran en cada área, pudieran participar como comentaristas, elaborando un documento breve que se incluiría en la versión final de los estados de conocimiento.[2]

Balance preliminar

Una apreciación inicial sobre el proceso de elaboración de los estados de conocimiento se trató de captar con las respuestas de los coordinadores de las áreas a un cuestionario[3] que solicitaba su opinión sobre el cumplimiento de los propósitos con los que se inició la actividad. Las respuestas se agruparon según los propósitos previstos:

1) Producir conocimiento sistemático, analítico, crítico y propositivo sobre la producción de la investigación educativa

En relación con la producción de la investigación educativa, siete de los once coordinadores afirmaron que el área de conocimiento y sus campos temáticos sí cumplieron con el objetivo de producir conocimiento sistemático, analítico, crítico y propositivo; mientras que tres coordinadores expresaron que dicho objetivo se alcanzó parcialmente debido a que no se ha efectuado un análisis profundo del desarrollo de cada campo temático, así

[2] La culminación de la actividad colectiva recibió un fuerte impulso con la firma del convenio suscrito entre la SEP y la UNAM, con la participación decidida del doctor Ángel Díaz-Barriga director en su momento del CESU.

[3] Un agradecimiento especial a las maestras Leticia Elizalde Lora y Alma Delia Torquemada González por su participación en el diseño del cuestionario y en el análisis de la información obtenida.

como a la complejidad que representó la producción de escritos sistemáticos, críticos y, sobre todo, propositivos. Únicamente una persona no respondió a esta pregunta.

2) Desarrollar redes de académicos de distintas instituciones

Respecto de la conformación de grupos de trabajo, 7 coordinadores comentaron sobre la existencia de un equipo de investigadores reducido que inicialmente trabajó de manera constante. Estos grupos de trabajo se habían consolidado debido al desarrollo previo de investigaciones conjuntas. El tiempo que reportan haber trabajado juntos oscila entre los 3 y los 15 años.

Así, los académicos participantes provienen de diversas instituciones de nivel superior: facultades y centros de la UNAM, DIE-CINVESTAV, ICAI, CIESAS, COLMEX, UPN; universidades de los estados de Aguascalientes, Sinaloa, Morelos, Puebla, Guadalajara, Baja California, Estado de México, Veracruz; Archivo Histórico de Colima; ISCEEM; Escuela Normal para Maestros de Toluca núm. 2; SEP, SEIT y SEJ.

En estas siete áreas temáticas, las redes académicas existentes desarrollaron diversas actividades, tales como:

- *Seminarios:* Sesiones periódicas de trabajo en donde se discutieron las directrices y enfoques de los campos temáticos, se analizaron documentos y la redacción final de los trabajos.
- *Reuniones de discusión:* Encuentros académicos para tomar acuerdos sobre el objeto de conocimiento de cada campo e intercambiar información sobre la toma de decisiones de cada grupo de trabajo.
- *Selección e intercambio de material:* Una tarea común consistió en recopilar material bibliográfico a través de índices de revistas de educación y bases de datos, así como rescatar las producciones científicas de todo el país.
- *Proyectos colectivos:* Desarrollar investigaciones y/o proyectos de manera conjunta.
- *Foros académicos:* Organización de encuentros de interés común a escala nacional o internacional.
- *Seguimiento de actividades:* Procesos de revisión y corrección de los estados de conocimiento a partir de las problemáticas detectadas.
- *Conformación de comunidades de trabajo:* Integración de redes y grupos colegiados, promoviendo la incorporación de nuevos investigadores y estudiantes, a la vez que se articularon actividades de interés.

Otras actividades realizadas en menor medida fueron:

- *Publicaciones:* producción para revistas de obras colectivas.
- *Productos:* entrega de informes sobre la integración de los estados de conocimiento, resúmenes analíticos y elaboración de diccionarios.
- *Directorio:* un conjunto de directorios en constante actualización.
- *Formación académica:* redes informales de formación académica especializada y programas de posgrado.
- *Definición de líneas de investigación:* Identificación y construcción de líneas de investigación constitutivas de cada campo.

Dada la existencia reducida de estos grupos de trabajo, nueve coordinadores comentaron que se "impulsó el crecimiento de esta red académica" a través del involucramiento de nuevos participantes. Esto se desarrolló principalmente a través de dos medios. Primero, mediante una convocatoria abierta propuesta por el COMIE que brindó la oportunidad de establecer contacto con investigadores de todo el país. El segundo medio fue la decisión de cada área y/o campo temático, conformando proyectos temáticos de los participantes. Otras maneras que permitieron la integración de equipos de trabajo fueron los congresos y seminarios colectivos.

Cabe señalar que de 5 a 90 académicos colaboraron en los distintos grupos para elaborar los estados de conocimiento, procedentes de diferentes instancias de la UNAM, así como de otras universidades de la república, como: ICEEM, Escuela Nacional de Maestros, CENEVAL, SEP, CIIDET, DIE-CINVESTAV, ISCEEM, CIESAS, COLMEX, Colegio Mexiquense, Toluca, Cuernavaca, Universidad de las Américas, de Puebla, Morelos, Yucatán, Hidalgo, Guadalajara, Querétaro, Veracruz, Sonora, Aguascalientes, Guerrero, Chapingo, Zacatecas, Nuevo León y Michoacán, entre otras. Participaron además becarios, ayudantes de investigación y prestadores de servicio social.

En lo que se refiere a las "funciones desempeñadas por los equipos de trabajo", se reportaron:

- *Productos:* Redacción, análisis, interpretación, integración y presentación de los documentos de cada campo temático.
- *Discusión:* Reuniones periódicas para trabajar y analizar los ejes temáticos de los estados de conocimiento.
- *Recopilación del material:* Búsqueda y clasificación de información sobre las temáticas de interés.

- *Bases de datos:* Sistematización de bases bibliográficas y documentales, con el apoyo de asistentes y ayudantes de investigación.

3) Ampliar y fortalecer las relaciones de colaboración entre académicos de distintas instituciones

Por otra parte, en todas las áreas temáticas se señaló como principales "mecanismos de comunicación" el correo electrónico y las reuniones periódicas, algunas de ellas seminarios de trabajo, lo que en su conjunto permitió el intercambio de información y retroalimentación en términos teóricos y metodológicos al interior de los campos. En menor medida se señalaron el uso de bases de datos y eventos académicos como medios de comunicación. Cabe destacar que tres de las once áreas temáticas utilizaron una página electrónica para facilitar la comunicación entre los participantes.

En cuanto a las acciones de colaboración entre los miembros del grupo, en seis áreas temáticas los coordinadores manifestaron que se dio a través de la organización y desarrollo del trabajo; así se delimitaron tareas, criterios de revisión e integración de los materiales. De igual forma, se tomaron acuerdos sobre la presentación formal de los documentos. Otra acción de colaboración consistió en el intercambio de material bibliográfico entre los campos. Es importante señalar que tres coordinadores reconocieron la importancia de la comunicación electrónica como medio de colaboración.

Asimismo, cinco coordinadores comentaron que "las relaciones de colaboración se han mantenido" gracias al trabajo conjunto, permanente y al apoyo mutuo de los equipos, así como al ambiente de armonía y cordialidad entre sus integrantes. Algunas áreas expresaron que la comunicación electrónica y el intercambio de material bibliográfico también permitieron mantener las relaciones de colaboración entre los campos.

Por otra parte, en nueve áreas temáticas se reconocieron diversas "dificultades":

- *Diferencias personales:* Desacuerdos sobre posturas, perspectivas, formas de trabajo o enfoques para el desarrollo de los estados de conocimiento.
- *Elaboración y presentación de escritos:* Se detectaron dificultades en la redacción de escritos, en la definición de núcleos temáticos, así como una limitada producción y heterogeneidad de productos. Retrasos en la entrega de versiones finales.
- *Ausencia de coordinadores y/o expertos:* En algunas áreas se reincorporaron tardíamente expertos en el campo y en otras se expresó la opinión de poco involucramiento de sus coordinadores.

- *Limitaciones institucionales:* Por la ubicación de los participantes en sus instituciones de procedencia, algunos tuvieron que dejar actividades para asistir a las reuniones de trabajo.
- *Inexperiencia de integrantes:* Dada la incorporación de nuevos integrantes que desconocían la dinámica de trabajo en investigación, se tuvo que brindar apoyo y asesoría constante.
- *Financiamiento:* Apoyo económico insuficiente por parte de las instituciones para que los participantes de diversas partes de la república se trasladaran a la ciudad de México.
- *Manejo de bases de datos:* Carencia de una formación conceptual para el análisis y capacitación en cómputo de bases de datos.

Ante las dificultades encontradas, los coordinadores manifestaron el empleo de algunas estrategias:

- *Conciliación en los conflictos:* Se propició el diálogo abierto, la confrontación y negociación entre los miembros en conflicto, llegando a acuerdos mutuos promoviendo, al mismo tiempo, el trabajo en equipo.
- *Apoyo y asesoría:* Orientación del trabajo al interior de los campos, reasignando tareas, apoyando a los nuevos integrantes en la dinámica de trabajo y manteniendo la interlocución entre los campos que configuran cada área temática. Se apoyó en la coordinación de otros campos.
- *Revisiones y ajustes al trabajo:* Se efectuaron análisis exhaustivos de los estados de conocimiento revisando y corrigiendo los diversos documentos. Asimismo, se reorganizaron algunos ejes temáticos para una mejor integración de los documentos.
- *Apoyo de expertos:* Se invitó a especialistas con el propósito de orientar el trabajo en algunos campos temáticos.
- *Apoyo financiero:* Únicamente un coordinador expresó la obtención de ayuda económica para desarrollar reuniones de trabajo.

Cabe destacar que solamente en dos áreas temáticas no se reportaron dificultades durante la elaboración de los estados de conocimiento.

Además nueve coordinadores afirmaron que continuarán trabajando en equipo una vez que concluyan los estados de conocimiento desarrollando diversas actividades como:

- *Proyectos:* Investigaciones colectivas sobre temáticas derivadas de los estados de conocimiento y de interés para el grupo de trabajo.

- *Eventos académicos:* La organización conjunta de diversos eventos, tales como foros y congresos.
- *Redes académicas:* Conformar vínculos de comunicación para identificar académicos que realicen investigación en las temáticas del grupo de trabajo y generar el intercambio de información.

En menor medida se señalaron además la integración de nuevos estados de conocimiento, publicaciones de los productos efectuados, elaboración y entrega de bases de datos a instituciones académicas, así como la operación de programas de posgrado.

Es importante señalar que mientras cuatro coordinadores no especifican el tiempo en el que desarrollarán el trabajo posterior a la culminación de los estados de conocimiento; cuatro de ellos señalaron que la duración del trabajo colectivo estará en función del desarrollo de las temáticas de interés, o bien, de la realización de eventos académicos previamente organizados. Solamente en un área temática se especificó una fecha concreta.

Únicamente dos coordinadores puntualizaron que no continuarán trabajando colectivamente después de haber concluido los estados de conocimiento, debido a que no existen intereses comunes sobre temáticas de investigación y dada la incompatibilidad de los integrantes para desarrollar actividades en equipo.

4) Facilitar la incorporación de nuevos académicos a la actividad profesional como investigadores sobre educación

Respecto a la incorporación de nuevos académicos al campo de la investigación, la mayoría de los coordinadores comentan que sí se realizó dicha incorporación y sólo uno enfatiza que no, debido a que es muy reciente el trabajo de investigación en el área y el tipo de trabajos como ensayos suelen escribirse por personas con fuerte presencia en el sector educativo.

Por lo que se refiere a si el estado de conocimiento facilitará la incorporación de nuevos académicos para la investigación sobre el tema, siete coordinadores expresan que sí, ya que tenían como propósito hacer crecer la comunidad. Entre las estrategias para realizar la incorporación se consideraron:

- Integrar a jóvenes investigadores como coordinadores de subcampo, coautores o asistentes.
- Otorgar tareas diferenciales.
- Difundir los productos realizados.
- Formación de equipos de trabajo base y regionales.

Asimismo, se plantea que las temáticas en sí generan la incorporación, ya que están relacionadas con la vida laboral y personal de los participantes interesados en la investigación.

En este aspecto dos coordinadores señalan que no se realizará la incorporación, ya que los estados de conocimiento no son espacios para la formación propiamente dicha de investigadores y, por lo tanto, es la existencia de grupos o líneas de investigación en las instituciones la que propicia esta incorporación. Un coordinador plantea la posibilidad de incorporación, pero no amplió sus comentarios al respecto.

5) Contribuir a la formación de estudiantes en el campo de la investigación educativa

En cuanto a la participación de estudiantes**,** ésta se presentó en nueve áreas. De esta manera colaboraron en tres de ellas estudiantes de licenciatura; en dos de maestría y doctorado y en cuatro de ambos niveles. Las funciones desempeñadas consistieron, entre otras, en recopilar y analizar el material bibliográfico; elaborar bases de datos; elaborar ensayos; realizar síntesis; elaborar categorías analíticas y coordinar subcampos.

Las habilidades que desde la perspectiva de los coordinadores se promovieron en los estudiantes fueron el análisis, la expresión escrita, la lectura crítica, la localización de material especializado, el trabajo en equipo y la investigación. Sobre las actitudes promovidas, se plantearon el respeto y la comunicación.

Para cuatro áreas se determina que no se considera la permanencia de los estudiantes después de la elaboración de los estados de conocimiento, ya que las instituciones no tienen lugar y presupuesto destinado para nuevos investigadores. Por el contrario, los que sí consideran su permanencia especifican que ésta se destinará a la culminación de trabajos de tesis.

En dos áreas no se propició la participación de estudiantes por considerar que la elaboración del estado de conocimiento exige competencias académicas y un nivel de análisis que rebasa, en mucho, la recopilación de material y llenado de fichas bibliográficas y documentales.

6) Ampliar la difusión del conocimiento derivado de la investigación educativa a distintos públicos

La difusión de los productos no fue realizada por siete áreas, bajo el argumento de que sería conveniente hacerlo hasta tener los productos terminados y dictaminados por los lectores correspondientes. Las 4 áreas que sí difundieron sus trabajos siguieron como estrategias la presentación en con-

gresos y conferencias nacionales e internacionales, así como la elaboración de artículos para revistas.

7) Contribuir a la consolidación del COMIE como comunidad académica especializada en la investigación educativa

Para diez de los coordinadores, las actividades realizadas sí contribuyeron a la consolidación del COMIE como organización**,** especificando que el trabajo académico es la mejor forma de unir a los integrantes de una organización, por lo que si se fortalece la comunidad de investigadores, se fortalece el COMIE, que desempeña un papel fundamental en la investigación a nivel nacional. Al respecto en un área de conocimiento se percibe que se trabaja para realizar investigaciones específicas, pero no necesariamente para consolidar a la organización que promueve la actividad.

En siete áreas sí se incorporaron participantes no agremiados al COMIE, oscilando los números entre 4 y 18 personas. En dos áreas los participantes están en el proceso de ingreso, en otra se desconoce si se realizará dicha incorporación y, en una más, no se considera debido a que los criterios de selección son muy cerrados. En este sentido, se propone solicitar una relación de los participantes en la elaboración de los estados de conocimiento, para que sea considerada como un antecedente importante para ingresar al COMIE.

La función del comité académico en la organización y orientación en la toma de decisiones, es percibida por ocho áreas como favorable, enfatizando:

- El funcionamiento colegiado y conciliador, realizándose los trabajos en un ambiente de armonía, diversidad y tolerancia.
- Buena organización.
- Elaboración de orientaciones centrales para la integración de los documentos.

Para dos áreas la función del comité académico fue innecesaria, siendo más conveniente tener un procedimiento escrito con los controles necesarios para la actividad (lectores, revisores, mecanismos de consolidación, etcétera). Asimismo, se considera que el papel del comité académico no fue tan decisivo; en el mismo sentido se señala que fue poco favorable intentar elaborar una base de datos compartida con toda la información capturada.

Algunos comentarios adicionales giraron en torno a:

- *El contexto.* Los estímulos a la productividad han producido presiones en los académicos, a diferencia de la situación en la que se elaboraron los estados de conocimiento de la década de los noventa.
- *Coordinador del comité académico.* Su papel ha sido fundamental para la conclusión de los trabajos, aunque se recomienda actuar con mayor autoridad.
- *Grupos de trabajo.* El crecimiento de los equipos, por un lado, amplió el estado de conocimiento y, por otro, obstaculizó su organización. Sería recomendable no trabajar con convocatorias abiertas, por lo cual sería conveniente reconocer grupos de trabajo integrados institucionalmente.
- *Campos temáticos.* Considerar la permanencia del tema de formación de investigadores.
- *Apoyo del* COMIE. Este Consejo debería emplear parte de sus ingresos en apoyar la actividad de elaboración de los estados de conocimiento bajo la modalidad de proyectos de investigación.

Finalmente, como podrá apreciarse por los comentarios vertidos, la visión general de los coordinadores plantea el logro de los propósitos iniciales, sin dejar de reconocer señalamientos críticos respecto de algunos rubros. La actividad desplegada no deja de representar un acontecimiento notable al involucrar por cerca de tres años a más de cuatrocientas personas interesadas en constituir la memoria del quehacer profesional sobre la investigación educativa en México; este esfuerzo promovido por el COMIE por segunda ocasión, reafirma su vocación de servicio hacia la comunidad educativa y consolida el puente de acceso a la investigación de los nuevos actores. Quizás lo más extraordinario es que la tarea, a pesar de los obstáculos de todo tipo, ha sido concluida. Sin duda otro momento para el balance de lo ocurrido lo constituirá la lectura analítica de los libros producidos, en la que los lectores tendrán la última palabra.

Mario Rueda

ÍNDICE

Prólogo 23
Ángel D. López y Mota

PARTE I

EL CAMPO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA,
1993-2001

Introducción 39
Alicia Ávila y Eduardo Mancera

Acciones e ideas preliminares 43
Alicia Ávila y Eduardo Mancera

Estrategia de trabajo 43
Organización y análisis de la información recopilada 46
Referencias 48

1. Investigaciones sobre educación preescolar y primaria 49
Alicia Ávila, David Block y Alicia Carvajal

Introducción 49
La investigación centrada en los alumnos 55
Investigaciones sobre conocimientos, concepciones, opiniones y formación de maestros 69

Investigaciones sobre el saber ... 84
Investigaciones que realizan exclusivamente un análisis del saber ... 86
Investigaciones sobre materiales de desarrollo curricular y otros recursos de apoyo a la enseñanza ... 88
La investigación de las prácticas de enseñanza ... 100
Investigaciones en la línea de enseñanza experimental ... 108
La investigación en torno a la educación de adultos ... 125
Balance y perspectivas ... 130
Bibliografía ... 132
Anexo estadístico ... 151

2. Investigación educativa en matemáticas. Nivel básico: secundaria ... 171
Daniel Eudave Muñoz

Presentación ... 171
Principales líneas y orientaciones ... 173
Elementos del sistema didáctico ... 174
Estudios centrados preponderantemente en el alumno ... 177
Estudios de carácter evaluativo ... 184
Estudios centrados en los recursos de enseñanza ... 188
Otras líneas ... 192
Consideraciones finales ... 201
Bibliografía ... 204
Anexo estadístico ... 213

3. Investigaciones sobre el nivel medio superior ... 221
Luis Manuel Aguayo Rendón ... 221

Introducción ... 221
Cálculo ... 226
Álgebra ... 236
Razonamiento matemático, concepciones y actitudes ... 241
Geometría ... 245
Probabilidad y estadística ... 250
Balance y perspectivas ... 253
Bibliografía ... 255
Anexo estadístico ... 263

4. Investigación educativa en matemáticas del nivel superior 275
Patricia Camarena G.

Introducción 275
Investigación centrada en los alumnos 280
Investigación centrada en los maestros 289
Investigación centrada en el saber 292
Investigación centrada en los recursos para la enseñanza 302
Investigación centrada en la enseñanza 308
Balance y perspectiva 313
Bibliografía 314
Anexo estadístico 327

5. Balance y perspectivas 339
Alicia Ávila

Análisis cuantitativo 339
Poblaciones y aproximaciones metodológicas 342
Diversidad de aproximaciones y aportes de la investigación 344
Actividad de investigación y delimitación del campo de la educación matemática 348
Los actores 350
Instituciones, grupos y comunicación 351
Reflexión final 352

PARTE II
EDUCACIÓN EN CIENCIAS NATURALES

Introducción 357
Ángel D. López y Mota

Naturaleza de la actividad 358
Objeto de estudio del campo 359
Ámbitos de búsqueda 363
Estructura de cada sección dentro del reporte 366
Captura y desarrollo de la revisión 367
Referencias 368

1. Currículo como estructura y proceso 369

Introducción 369
Ángel D. López y Mota

1a. El currículo como estructura: una visión retrospectiva 371
Ana Isabel León Trueba

Los movimientos de reforma curricular en la educación en ciencias naturales 372

Los propósitos para la enseñanza de las ciencias naturales en el siglo xx 376

La investigación curricular en el campo 384

Algunas conclusiones 391

Referencias 393

1b. El currículo como proceso 397
Ángel D. López y Mota

Ámbito internacional 397

Ámbito nacional 424

Aportaciones y desafíos 439

Referencias 444

2. Concepciones, cambio conceptual, modelos de representación e historia y filosofía en la enseñanza de la ciencia 457
Leticia Gallegos Cázares y Fernando Flores Camacho

Introducción 457

La perspectiva internacional 458

La perspectiva nacional 474

Breve síntesis 498

Conclusiones 499

Referencias 501

3. Ambientes, evaluación del aprendizaje y equidad 509

3a. Ambientes de aprendizaje 509
Diana Patricia Rodríguez Pineda

Ambiente educativo 511

Distinción entre ambiente escolar y ambiente de clase 512

Perspectivas futuras de las investigaciones sobre los ambientes educativos 517

Conclusiones 518
Referencias 518

3b. Evaluación del aprendizaje 522
Silvia Valdés Aragón
Introducción 522
La terminología 522
Ámbito internacional 524
La evaluación a nivel nacional en México 532
A manera de consideraciones finales 533
Referencias 537

3C. Equidad 542
Jesús Manuel Cruz Cisneros
Referencias 547

Consideraciones finales 549
Ángel D. López y Mota
A manera de compendio 549
A manera de balance 551
A manera de orientaciones 557
A manera de expectativa 558

PRÓLOGO

Este texto tiene como propósito: *1)* introducir los referentes fundamentales del estudio realizado en el ejercicio 1982-1992; *2)* describir las características de los elementos que conforman las estructuras y contenidos de los informes realizados en cada campo del conocimiento; *3)* realizar un análisis del desarrollo del área a partir de los resultados obtenidos en el ejercicio correspondiente al periodo 1992-2002 que permita resaltar: *a)* una serie de consideraciones respecto al área de conocimiento que nos ocupa y *b)* los propósitos, condiciones e impacto que ofrece realizar un estudio del estado de conocimiento o efectuar otro sobre el estado de la investigación; y *4)* formular los elementos prospectivos que permitan visualizar el tránsito del área a un mayor estado de consolidación.

REFERENTES DE ESTUDIO UTILIZADOS EN EL EJERCICIO DE 1982 A 1992

La inclusión, aquí, de los referentes utilizados por Waldegg (1995)[1] en el prólogo, abarca únicamente aquellos considerados necesarios para la elaboración del análisis que en este texto se presenta más adelante. Así, Waldegg establece y describe una serie de elementos —definición del área, premisas, objetivos, metodología y fuentes del estudio— que permiten al lector la comprensión del ejercicio de revisión analítica realizado en dicha

[1] Consultar: Waldegg, G. (coord.) (1995). *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*, col. La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa, vol. 1, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano, pp. 11-19.

década; los cuales se han mantenido, a grandes rasgos, en el ejercicio del periodo 1992-2002. De esta manera, se destacan dos:

Definición del área

Empieza por ofrecer una delimitación del objeto de estudio del área *Procesos de enseñanza y aprendizaje*, que puntualiza al establecer que consiste en "la enseñanza y aprendizaje de contenidos científicos y humanísticos". Tales procesos de enseñanza y aprendizaje incluyen contenidos como: "las matemáticas, las ciencias naturales y la tecnología, las ciencias histórico-sociales, la oralidad, la lectoescritura y las lenguas extranjeras, la salud, el ambiente y la educación física, deportiva y de recreación". Esta circunscripción del objeto a estudiar, como ahí se sugiere, evita las opiniones de autoridad de los científicos en asuntos educativos, como la imposición de una "didáctica sin contenidos" e introduce la noción de "didáctica" —sin nombrar los productos de la revisión como "didácticas específicas", lo que deja la puerta abierta para pensar en una "didáctica general" de quién sabe qué naturaleza—. Además, en la sección que describe el "desarrollo del área", afirma que: "quizás la diferencia más importante que atestigua el desarrollo desigual de los campos, es la que se refiere a la definición del objeto de estudio".

Premisas

En lo que respecta a éstas, destaca la siguiente: "el estado de conocimiento no es un fin en sí mismo, sino que adquiere sentido en la medida que apoya el desarrollo de la investigación".

Estado del área en el periodo 1992-2002

Aquí se presenta la descripción de distintos rubros que se encuentran en los documentos finales de los campos en que el área se ha dividido para la revisión de esta década que nos ocupa. El desglose de tales rubros, de acuerdo con las características que presenta cada campo temático, sirve para el posterior análisis que se llevará a cabo en la siguiente sección:

Delimitación del área

La denominación oficial utilizada para referirse al área, quedó como *Didácticas específicas y nuevos medios y tecnologías*; sin embargo, está claro en el grupo

de trabajo desde un principio que, más que ceñirse a una definición formal y previamente adoptada de "didáctica de …", el método de trabajo consistiría en dejar libertad para que cada grupo alcanzara la identidad necesaria para con el objeto de estudio que aglutinó los esfuerzos de cada campo de investigación. Así, empezaron los trabajos de las siguientes "didácticas específicas": arte, ciencias histórico-sociales, ciencias naturales, lenguas, matemáticas y medios y nuevas tecnologías.[2] Por diversas razones se quedaron en el camino los esfuerzos realizados en arte y lenguas, los cuales pueden en un momento posterior a la publicación de los presentes resultados presentar un documento que muestre su recolección de información, análisis y resultados; lo cual sería de enorme enriquecimiento para el área. Más tarde, ya muy avanzados los trabajos, apareció un grupo con la intención de desarrollar el campo de educación para la salud, recreación y deporte, el cual posiblemente también presente sus resultados en un futuro cercano.

Definición de estado de conocimiento

El grupo de trabajo compuesto por los distintos campos[3] del conocimiento aglutinados en un área —que a continuación se especifica— partió de una definición consensuada entre los miembros del comité académico[4] responsable de "los estados de conocimiento" acerca de lo que es un estado de conocimiento: "el análisis sistemático y la valoración del conocimiento y de la producción generada en torno a un campo de investigación durante un periodo determinado". En este sentido, el grupo de "Educación matemática" reconoce que mantiene "posiciones entremezcladas" entre lo que es un "estado de conocimiento" y un "estado de la investigación". En lo que respecta a "Educación en ciencias naturales", se plantea la distinción entre dichos estados y opta por realizar el primero de ellos. Los otros dos campos —"Tecnologías de información y comunicación" y "Didáctica de las ciencias histórico-sociales"—, no se plantean tal disyuntiva, pero de hecho mantienen una mezcla de ellos. En esencia, el "estado de conocimiento" enfatiza el análisis sistemático y la valoración de los productos de

---

[2] Cambió a "Tecnologías de la información y la comunicación".

[3] Aquí se utilizan los nombres adoptados por cada campo de investigación del área: "Educación matemática", "Educación en ciencias naturales", "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" y "Tecnologías de información y comunicación".

[4] Compuesto por todos los coordinadores de área y el coordinador general de los estados de conocimiento.

investigación. En cambio, el "estado de la investigación" al que se le abre la puerta, consiste en dar cuenta de la distribución de los grupos que la realizan, las condiciones de trabajo de la misma, la formación de investigadores, la existencia de programas de posgrado, entre otros aspectos.

Definición de los campos de estudio

La manera en que cada campo se definió a sí mismo es muy variada: "Educación matemática", por ejemplo, lo refiere como "transmisión y apropiación del conocimiento" y no considera que la educación matemática se agote en la relación didáctica entre saberes, maestros y alumnos. Sin embargo, es capaz de reconocer una serie de temáticas de investigación que los aglutinan —como se verá más adelante—, ya que no han alcanzado un consenso para definir formalmente el campo. En el caso de "Didáctica de las ciencias histórico-sociales", el campo se define como la "enseñanza y aprendizaje de las ciencias histórico-sociales que forman parte de los currícula de distintos niveles educativos". Por lo que respecta a "Educación en ciencias naturales" se aporta una tentativa de definición —todavía no consensuada a plenitud— que incorpora los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir de una visión constructivista del conocimiento y que incorpora igualmente al currículo, la formación de docentes, la gestión escolar, la tecnología educativa y la evaluación de los aprendizajes —en la medida en que se relacionen con las ciencias naturales—. Por último, "Tecnologías de información y comunicación" aportan elementos teóricos sobre comunicación y aprendizaje, abordan los tipos —formal, no-formal e informal— y formatos —presencial, abierta, a distancia, virtual— de la educación, así como las características actuales de una cultura tecnológica, pero todavía no arriban a una definición más acabada.

Criterios de recopilación

Los criterios para recopilar la información también presentan características diferenciadas entre los grupos encargados de cada campo de investigación dentro del área:

- "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" refiere como productos de investigación aquellos que contribuyen de manera original al conocimiento, presentan referentes teóricos pertinentes e incluyen el análisis de información, revisión de la literatura especializada y refieren bibliografía actualizada. Sin embargo, su revisión también considera la

de productos de "reflexión", los cuales no incluyen trabajo de campo, sino únicamente referentes teóricos y análisis. Pero también comprenden lo que llaman "propuestas pedagógicas", las cuales incorporan referentes teóricos, análisis, sistematización de resultados y revisión bibliográfica; pero no se les considera productos de investigación.

- "Educación en ciencias naturales" tiene en cuenta aquellos trabajos que son productos de investigación, es decir, que plantean un problema, describen una metodología, ofrecen datos y los analizan desde claros referentes teóricos.
- "Educación matemática" revisa los trabajos de investigación que contienen marco conceptual, metodología, datos y análisis; aunque también analiza estudios de carácter especulativo.
- "Tecnologías de información y comunicación" considera como objeto de revisión la "producción de conocimiento en instituciones educativas y de investigación".

Fuentes de indagación

En el rubro de cuáles fuentes de indagación resultan idóneas para cada campo, a fin de reportar trabajos de investigación, existen marcadas diferencias:

- "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" no explicita sus fuentes de información, pero en la bibliografía se encuentran memorias de congresos, tesis de licenciatura, maestría y doctorado, artículos en revistas de investigación y de divulgación, así como libros y capítulos de libros.
- "Educación en ciencias naturales" recurre a revistas arbitradas —nacionales e internacionales-, libros, capítulos de libros y tesis de doctorado —aunque, eventualmente, también de licenciatura y maestría— y se sirve de *handbooks* que refieren la problemática internacional de investigación en el campo.
- "Educación matemática" refiere tesis de maestría y doctorado, libros completos y capítulos de libros, artículos y ponencias, aunque eventualmente incluye ensayos; quedando fuera los materiales didácticos y las reflexiones.
- "Tecnologías de información y comunicación" se acerca a libros, capítulos de libro, artículos, ensayos, reportes internos de investigación, reportes de investigación en revistas de difusión, tesis de maestría y

doctorado, así como ponencias publicadas en memorias de diversos formatos.

Universo revisado

La envergadura de la característica "nacional" para este estudio, también presenta diferentes realizaciones:

- "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" enfrenta el reto nacional recurriendo a la consulta directa de productos de investigación y bases de datos y, además, se sirve en alguna medida de estados del arte anglosajones y de materiales que reflejan las propensiones latinoamericanas.
- "Educación en ciencias naturales" efectúa su revisión de la producción nacional mediante revistas arbitradas nacionales y extranjeras así como de estados del arte anglosajones.
- "Educación matemática" pretende una cobertura nacional por medio de consulta directa de los materiales, sólo limitada por restricciones humanas e institucionales.
- "Tecnologías de información y comunicación" propone su revisión nacional basada en productos de investigación provenientes de congresos y *simposia*, aunque también realiza una revisión regional de los estados del noroeste del país y ofrece una mirada local de la ciudad de México y zona metropolitana, así como otra externa por medio de un recuento de tendencias latinoamericanas en el campo.

Organización del reporte

La organización del los materiales recopilados para su análisis y posterior presentación son distribuidos atendiendo a diferentes criterios:

- "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" organiza su reporte con base en niveles educativos y productos o no de investigación: de investigación, reflexión y propuestas pedagógicas.
- "Educación en ciencias naturales" lo hace con respecto a temáticas de investigación, con independencia de los niveles educativos.
- "Educación matemática" la centra en niveles educativos, si bien se vale también del llamado "triángulo didáctico" que sirve para aglutinar estudios acerca de saberes, alumnos y profesores.

- "Tecnologías de información y comunicación" se inclina por un criterio geográfico —regional, local— y por uno fundado en tipos de eventos: congresos y *simposia*.

Temáticas de investigación

Las temáticas de investigación que se pueden detectar en una revisión de los documentos de cada campo, también es variada:

- "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" destaca el análisis de los contenidos curriculares, la planificación de la enseñanza, las funciones y los significados de las ceremonias públicas, la construcción del conocimiento en clase, la comprensión de las nociones histórico-sociales, el apoyo a la enseñanza, los métodos y estrategias de enseñanza, la comprensión de textos, los procesos de pensamiento, la educación cívica, el aprendizaje, los modelos educativos y la formación docente.
- "Educación en ciencias naturales" agrupa los trabajos revisados en el currículo como estructura y como proceso, las concepciones alternativas y el cambio conceptual de los sujetos, los modelos de representación, en la heurística de la historia y filosofía de la ciencia en los procesos de la enseñanza y el aprendizaje, los ambientes de aprendizaje y la evaluación del mismo, así como en asuntos de equidad.
- "Educación matemática" registra temas de investigación que se relacionan con: los saberes matemáticos en un momento de la historia, los actos de cognición de los alumnos, las distintas facetas del pensamiento del profesor, los aspectos más importantes de la cotidianeidad en el aula y las condiciones exitosas de aprendizaje mediante el uso de ciertos recursos y estrategias; hacia el final del reporte, efectúan una reformulación de ellos.
- "Tecnologías de información y comunicación" identifica el desarrollo de redes de comunicación e informáticas, la evaluación de impactos sociales y culturales en las innovaciones tecnológicas, los procesos de enseñanza y aprendizaje y los ensayos de elaboración teórica y metodológica (pedagógicos, socioculturales y políticos).

La diversidad se manifiesta en diferentes elementos del reporte final de cada uno de los campos de investigación, lo cual merece una mirada analítica que nos permita visualizar, con mayor claridad, el panorama del área.

Panorama del área

En estudios como el presente, parece prudente partir —como lo hace Waldegg para la década anterior— de alguna definición del área —ya mencionada al inicio de este prólogo—, así como de la explicitación de los principales supuestos utilizados para realizar el trabajo de revisión y de los objetivos, metodología y fuentes de información empleados. Este ejercicio no pretende realizar un análisis puntual de cada uno de los rubros desglosados en la sección anterior, sino tomarlos como referentes y a partir de asuntos que involucran a varios de ellos:

Circunscripción del área

Es un hecho a considerar que el análisis realizado en la década 1982-1992 se cobijó en la denominación "procesos de enseñanza y aprendizaje" y que en el ejercicio actual se trabajó bajo el rubro de "didácticas específicas". Sin embargo, tales títulos no debieran tomarse como definiciones rígidas y permanentes, por dos razones principales: una, que las designaciones de "procesos de enseñanza y aprendizaje" y "didácticas específicas" presentan algunos problemas de delimitación y, otra, que tales designaciones tienen que analizarse en relación con el desarrollo de cada campo de investigación, el cual incluye la definición de su objeto de estudio.

Los "procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos" no ponen ninguna restricción formal al tipo de población en cuestión (básicamente, niños, adolescentes y jóvenes, por un lado y, docentes, por el otro).

Sin embargo, si se toman en cuenta las perspectivas realizadas por Waldegg para el campo en la década pasada, no se hace explícito el hecho de que los estudios de aula, de seguimiento de propuestas innovadoras o sobre desarrollos curriculares, se puedan realizar en poblaciones de docentes potenciales o en ejercicio —entonces se abordaría la formación y actualización de profesores—.

De manera similar, las "didácticas específicas" parecen orientarse, aunque no de manera explícita, a las estrategias de enseñanza dirigidas a poblaciones de alumnos que no pretenden convertirse en docentes. Sin embargo, la formación de profesores está en las temáticas de "Educación matemática" y en las de "Educación en ciencias naturales" de la presente década, si bien en esta última es observada como una deficiencia a remediar. La integración de esta temática tiene sentido en la medida en que se trate de la formación específica para la docencia en alguna disciplina científica, humanística o

tecnológica[5]. Esto permitiría relacionar la práctica docente con la formación en la docencia en aspectos específicos.

Otro aspecto que los conceptos —o la interpretación que de ellos se ha realizado de "los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos" y de "didácticas específicas"— no han propiciado, es el de estudios centrados en la cognición —de profesores y alumnos— de conceptos provenientes de las ciencias o las humanidades. Pareciera, a juzgar por las recomendaciones realizadas por Waldegg hacia las temáticas de investigación, que el acento está en los aspectos cognitivos enmarcados en las interacciones realizadas dentro del aula, pero no en estudios cognitivos de individuos y grupos fuera de ella, como por ejemplo los de las preconcepciones, ideas previas o concepciones alternativas de las que se habla en "Educación en ciencias naturales", en "Educación matemática" y de la que podría encontrarse en la "Didáctica de las ciencias histórico-sociales". La cognición es un aspecto fundamental para pensar en una docencia centrada en el alumno, a partir de tomar en cuenta, como punto de partida, la manera de pensar que el alumno o el profesor presentan antes de incorporarse a cualquier curso o programa.

También resulta importante señalar que, tomando en cuenta la organización de los reportes para esta década que nos ocupa, una categoría fundamental de organización en dos de los campos es la de "niveles educativos" y no la de "temáticas de investigación". Ello puede deberse a la orientación que parece haber tenido el campo en las dos décadas referidas hacia el proceso de enseñanza ya señalado.

Asimismo, pudiera existir una influencia implícita hacia el sistema educativo dividido en grados escolares, aunque de todos modos inclinado hacia la docencia —más preocupado por qué se enseña, qué se debe enseñar y qué problemas se presentan— de acuerdo con los distintos grados. No pareciera que tal inclinación estuviera orientada hacia el abordaje de qué puede aprender el estudiante según sus formas de pensar y conceptualizar los fenómenos y conceptos, provenientes de las disciplinas científicas, humanísticas o tecnológicas y que son construidos con elementos escolares y ajenos a ellos.

El panorama, por tanto, pareciera haber estado centrado en los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados dentro de un aula, pero requiere de un balance al incorporar los aspectos cognitivos ya señalados. Por otra parte, debieran también incluirse en las temáticas del área, por lo

[5] Se incluye el campo de la tecnología por las disciplinas de la informática y la comunicación.

tanto de los campos, la formación y actualización de profesores en un campo específico: científico, humanístico y tecnológico. Todo esto, por supuesto, también depende de la forma en que los distintos campos de conocimiento van evolucionando respecto de sus objetos de estudio: donde "educación matemática" o "educación en ciencias" parecieran más adelantados que "Tecnologías de información y comunicación" y "Didáctica de las ciencias histórico-sociales".

Caracterización del tipo de estudio

Ya se ha presentado anteriormente uno de los supuestos explicitados por Waldegg: "el estado de conocimiento no es un fin en sí mismo, sino que adquiere sentido en la medida que apoya el desarrollo de la investigación". Expresado de tal manera, puede o tal vez ya lo ha hecho, abrir la puerta a la interpretación de que la elaboración de los estados de conocimiento puede incluir aspectos tales como la "difusión e impacto" de los productos de investigación, las "condiciones de la investigación" o "la formación de investigadores"; aspectos relacionados con el desarrollo de la investigación más que con un estado de conocimiento, ya que éste tiene más que ver con las temáticas estudiadas, las formas de abordarlas y los resultados obtenidos a partir de contrastar distintas investigaciones en el campo, por más que ambos aspectos tengan clara vinculación.

En la década que aquí se reporta también se evidencia esta mezcla de tipos de estudio diferenciados: estado de conocimiento o de arte y estado de la investigación. Si bien "Tecnologías de información y comunicación" y "Didáctica de las ciencias histórico-sociales" no se plantean tal distinción, sí lo hacen "Educación matemática" y "Educación en ciencias naturales"; ya que el primer campo reconoce "posiciones entremezcladas" y el segundo plantea abiertamente la cuestión.

La introducción de tal distinción plantea consecuencias importantes en tres ámbitos: los propósitos, desarrollo e impacto de los estudios; las fuentes de indagación a ser utilizadas; y las condiciones de realización de trabajos como el presente. En el primer caso, no es lo mismo tener en mente como destinatarios del estudio a tomadores de decisiones o a investigadores en ejercicio, estén formados o en proceso de formación. Para la primera población es más importante conocer la existencia, número y distribución de los programas formadores de investigadores, dónde se encuentran distribuidos los investigadores ya formados o cuáles son las condiciones prevalecientes en el ejercicio de la investigación; en cambio, para la segunda, es más importante el conocimiento de los objetos de estu-

dio abordados, la manera como se los ha estudiado, los análisis que al respecto se han efectuado y los marcos teóricos que se han utilizado para ello.

En relación con las fuentes de investigación no es lo mismo utilizar fuentes arbitradas y de dominio público —como pueden ser los artículos de investigación, memorias de congresos con productos completos, capítulos de libros basados en productos de investigación—, que documentos semi-privados —reportes internos o las mismas tesis de cualquier nivel—, ejercicios escolares —tesis de maestría o licenciatura— o artículos para un público amplio —artículos de divulgación, debate, etcétera—.

Un tercer impacto estaría relacionado con las condiciones de realización de esfuerzos académicos como el presente, ya que son trabajados en condiciones poco favorecedoras para el cumplimiento de expectativas relacionadas con el desarrollo de la investigación. Ello, porque tendrían que obtenerse condiciones de soporte humano y económico suficientes para realizar indagaciones que implican buscar en diferentes lugares geográficos, diseñar y aplicar cuestionarios y, probablemente, realizar entrevistas, lo cual requiere de la formulación y apoyo de un proyecto de investigación en toda la extensión de la palabra. En este sentido, es más factible realizar estados de conocimiento que sólo requieren la obtención de material de consulta que se encuentra arbitrado por otros pares en el campo y son documentos públicos de amplia circulación.

Perspectivas

Después de haber realizado una revisión del área, mediante el análisis de los documentos finales de cada campo, las acciones que habría que impulsar tendrían que ver con:

- Dilucidar el tipo de estudio —estado de conocimiento o estado de la investigación— que se requiere realizar, de acuerdo con los objetivos y condiciones de desarrollo para el mismo.
- Fortalecer los procesos de análisis y debate, con el fin de aguzar los objetivos de investigación de los distintos campos del conocimiento que conforman esta área. Asimismo, iniciar y fortalecer los procesos de integración de comunidades de conocimiento alrededor de cada campo de estudio.
- Incrementar los esfuerzos por presentar resultados en el área, que contengan revisiones de los campos de conocimiento tan importantes como aquellos que no han aparecido en esta década.

- Incorporar visiones de los campos de investigación elaborados en otras latitudes con el propósito de incluir, reorganizar y justipreciar temáticas y convertir este ejercicio de análisis, que son los estados de conocimiento, en un reflejo de nuestra realidad interior, abierta a otras latitudes.
- Integrar temáticas que hasta el momento han estado olvidadas o deficientemente consideradas, como la formación de docentes, la cognición de conceptos y fenómenos científicos y humanísticos y la enseñanza y el aprendizaje, utilizando las tecnologías de la información y las comunicaciones.
- Alejarse de concepciones demasiado estrechas y rígidas para circunscribir el área y tomar en cuenta el desarrollo de los distintos campos.
- Iniciar, mantener y consolidar posgrados en investigación específicos para el cultivo de cada campo, como única manera de incrementar la comunidad de investigadores y aumentar la producción en el campo.
- Iniciar la aparición de revistas especializadas con arbitraje en cada campo o campos afines.

Ángel D. López y Mota

PARTE I
EL CAMPO
DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA
1993-2001

COORDINADORES:

Alicia Avila
Universidad Pedagógica Nacional

Eduardo Mancera
Universidad Iberoamericana

Luis Manuel Aguayo
Esc. Normal. Manuel Ávila Camacho. Zacatecas

David Block
Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV

Patricia Camarena
Instituto Politécnico Nacional

Alicia Carvajal
Universidad Pedagógica Nacional

Daniel Eudave
Universidad Autónoma de Aguascalientes

COLABORADORES:

Isidro González Molina
Universidad Pedagógica Nacional

Claudia Muro Urista
Instituto Tecnológico de Toluca

Luis Fernando Ojeda
Secretaría de Cultura del estado de Zacatecas

Agradecemos a Guillermina Waldegg y Patrick Scott la cuidadosa lectura y los valiosos comentarios que hicieron a la versión preliminar de este texto.

INTRODUCCIÓN

Alicia Ávila
Eduardo Mancera

A finales de los años ochenta el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) convocó a sus socios e investigadores afines a realizar un esfuerzo por dar cuenta de la investigación que se desarrolló en el país en el periodo 1982-1992. Como producto de dicha tarea se publicó la serie "La investigación educativa en los ochenta, perspectiva para los noventa" en la cual un apartado se dedicó al estado de conocimiento en educación matemática. Diez años después, el COMIE convocó a sus miembros a emprender otro esfuerzo similar sobre la investigación educativa realizada en la última década del siglo XX. En respuesta a la convocatoria, elaboramos el presente informe sobre la investigación en educación matemática desarrollada en México en el periodo comprendido entre 1993 y 2001.

Es indispensable reconocer que la elaboración del informe nos enfrentó a desafíos acaso no sorteados con éxito suficiente. Quizás el principal haya sido lograr una interpretación compartida sobre el significado de un estado de conocimiento. Algunos miembros del equipo constituido lo entendían como una descripción acuciosa de la investigación: monto y tipo de producción, actores que realizan la tarea, condiciones institucionales para llevarla a cabo... Otros, en cambio, lo concebían como una respuesta a la interrogante: ¿qué sabemos sobre los fenómenos asociados con la educación matemática? A la postre, ninguna de las posturas logró imponerse y, por ello, ambos conceptos aparecen entremezclados en el escrito.

La exhaustividad en el recuento de los trabajos se constituyó en otro importante desafío. A pesar de la intención en este sentido, las condiciones

humanas e institucionales impusieron criterios prácticos para la realización de la búsqueda. Es así que sólo se analizan aquellos escritos a los que el equipo tuvo acceso de manera directa. Y es que, conviene señalar, la disponibilidad de los materiales estuvo mediada no sólo por razones vinculadas con la metodología seguida para la recopilación sino también con las dinámicas de la comunidad de investigadores de la educación matemática que se comentan más adelante.

Por otra parte, nuestros propios marcos interpretativos orientaron la lectura de los documentos y produjeron una selección y un conjunto de afirmaciones que deben entenderse en tal sentido. Otras lecturas, realizadas desde otros marcos, sin duda habrían producido análisis y afirmaciones distintas. La diferencia iniciaría, seguramente, en el momento de decidir qué trabajos recuperar y cuáles dejar al margen del recuento, es decir, qué escritos considerar producto de investigación en educación matemática y cuáles no, tanto desde el punto de vista del objeto abordado como de la metodología de indagación utilizada.

La recopilación de materiales implicaba, a su vez, una delimitación del campo de la educación matemática y una caracterización de sus rasgos principales. Tal delimitación, planteada en abstracto, ofrecía un riesgo del cual hubiese sido difícil salir airosos. En lugar de ello, entonces, partimos de una conceptualización suficientemente amplia basada en el triángulo didáctico (maestro-alumnos-saber) en la que, como punto de partida, consideramos tanto los procesos escolares como los informales de construcción del conocimiento matemático, y los actores y elementos que intervienen en ellos. Nuestra delimitación posterior provino de las propias concepciones puestas en acto en la acción de los investigadores. De esta manera, la recopilación y análisis del material se llevaron a cabo con un espíritu incluyente que es posible constatar mediante la bibliografía incorporada.

Por otra parte, la opción metodológica adoptada permitió constatar que la concepción de investigación en educación matemática —que puede desprenderse del conjunto de trabajos analizados— está lejos de ser común a toda la comunidad de investigadores. Igual se identifica una acción que privilegia el análisis de los saberes matemáticos en un determinado momento de la historia, que otra que considera la cognición de los alumnos como lo central de la educación matemática; se observan también las investigaciones que otorgan un lugar protagónico al pensamiento del profesor o las orientadas al estudio de los eventos que se suceden en las clases de matemáticas impartidas por docentes comunes, también las que ponen a prueba las bondades de ciertas situaciones o recursos para propiciar mejores aprendizajes.

Ahora bien, en el recuento correspondiente a la década de los ochenta se consignaron poco más de 330 trabajos, entre ellos una treintena no habían sido publicados y muchos otros constituían propuestas didácticas o material de enseñanza. En la década a la que se dedica este análisis, los criterios de selección fueron más exigentes: sólo aquéllos que constituyesen un trabajo de investigación y que estuviesen publicados o al menos sancionados serían incorporados en el recuento. La abundancia del material recopilado, a pesar de las exigencias relativas planteadas en la selección, llevó a informar sobre un número importante de investigaciones difundidas en 431 publicaciones o tesis de posgrado. Si bien debe decirse que la calidad, profundidad y relevancia de los trabajos es bastante desigual, lo que queremos destacar es el incremento de las publicaciones producto del quehacer de la comunidad de investigadores en educación matemática.

Finalmente, vale señalar que el crecimiento constatado en el periodo no es sólo cuantitativo. La comunidad dedicada a la investigación en educación matemática ha ampliado sus objetos de estudio y, con ello, las formas de indagación y, aunque no en la medida deseable, parece que el examen de los fenómenos asociados con los procesos de construcción y transmisión del saber matemático recibirá el impulso de nuevos investigadores que dejan ya sentir su presencia en los últimos años de la década.

Acciones e ideas preliminares

Alicia Ávila y Eduardo Mancera

Estrategia de trabajo

Conformación del grupo de trabajo y condiciones de realización de la tarea

Para realizar el trabajo cuyos resultados se exponen en este texto, se conformó un grupo con académicos de distintas instituciones de investigación y educación superior del país: la Universidad Pedagógica Nacional, el Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV, la Universidad Autónoma de Aguascalientes, la Escuela Normal Manuel Ávila Camacho de Zacatecas y el Instituto Politécnico Nacional. Sin duda resultó positiva la conformación de un equipo con académicos de diversas procedencias. Esto posibilitó la recuperación de trabajos realizados fuera de la capital del país a la vez que permitió la incorporación de diversas perspectivas en las discusiones y decisiones que fueron dando forma al trabajo.

Recopilación de los trabajos

Los trabajos se emprendieron con el interés de hacer una búsqueda más o menos exhaustiva. De tal interés derivó una acción inicial: escribir a los investigadores del campo así como a coordinadores de centros y estudios de postgrado, en los que se realiza investigación en educación matemática, invitándolos a hacernos llegar sus publicaciones producto de investigación. Con tal intención se enviaron más de una treintena de cartas electrónicas y,

posteriormente, algunos recordatorios. Desafortunadamente, la respuesta fue sumamente limitada, unos cuantos investigadores e instituciones respondieron al llamado. Adicionalmente, desencuentros entre algunos grupos entorpecieron el trabajo de recopilación del material a la vez que la participación de algunos centros de trabajo en la elaboración de este estado de conocimiento. El señalamiento es importante porque tal situación obstaculizó la posibilidad de recuperar algunos escritos relevantes, principalmente los publicados en el extranjero que no son recontados sino eventualmente, ya que sólo sus autores podrían haber proporcionado datos al respecto.

Ante esta situación, se nos hizo necesario realizar personalmente la búsqueda de los trabajos, auxiliándonos de algunos colaboradores. Resultado de tal forma de organización, cada uno de los apartados que constituyen la obra alcanzó un distinto grado de exhaustividad, debido a las diversas condiciones en que operaron sus autores. Como quiera que sea, consideramos que el panorama presentado es representativo del tipo de trabajos realizados por la comunidad de investigadores de la educación matemática, de las corrientes constituidas en el seno de dicha comunidad y de los aportes al conocimiento producto de la indagación. Con ello se ofrece una idea bastante próxima, tanto de la actividad de investigación en este campo en México, como del conocimiento sobre el fenómeno al que refiere: la transmisión y apropiación del saber matemático.

Selección de los trabajos

Un criterio para la selección de los trabajos que conformarían nuestro *corpus* de datos fue considerar exclusivamente los que constituyeran resultados de investigación, es decir aquellos que buscaran aportar un conocimiento y, para ello, ofrecieran: una metodología clara, un universo de datos o fuentes delimitado (que podía ser un texto, una escuela, o un grupo de individuos), un análisis de esos datos y un marco conceptual desde el que se hiciera la lectura de los mismos. Con base en este criterio dejamos de lado los materiales didácticos, las reflexiones sin sustento conceptual o universo referencial definido y las propuestas de enseñanza sin experimentación (salvo en el caso de contener un análisis epistemológico amplio como sustento).[1] Una vez delimitada la naturaleza de los trabajos por considerar, decidimos incluir los siguientes tipos

[1] Como se verá adelante, esta forma de trabajo es frecuente particularmente en la investigación vinculada con los niveles de educación superior, en los que el análisis del saber matemático tiene un peso muy importante, llegando a constituir en sí mismo la trayectoria de enseñanza que se sugiere en los trabajos.

de escritos: tesis de maestría y doctorado, libros, capítulos de libro, artículos y ponencias que cumpliesen con los requisitos establecidos. Eventualmente, y procurando no caer en el "ensayismo" incorporamos este género, siempre y cuando los ensayos tuviesen como antecedente una investigación, referentes conceptuales específicos y un cierto rigor en el tratamiento del tema.[2] Esta excepción se hizo principalmente en aquéllas temáticas en las que la producción es más escasa. La suma de trabajos incorporados asciende a 431. Entre las publicaciones consultadas destacan las que se anotan a continuación.

Revistas*: Educación Matemática, Mexicana de Investigación Educativa, Latinoamericana de Estudios Educativos* y *Básica*. Algunas de estas revistas no son especializadas en educación matemática empero, ciertos investigadores eventualmente difunden sus trabajos en ellas e, incluso los editores, han integrado números sobre el tema.

Memorias de congresos y encuentro académicos: Anual Meeting of the International Group of Psichology of Mathematic Education, Congreso Nacional de Investigación Educativa, Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en matemática Educativa, Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa y el Simposio Internacional Elfriede Wenzelburger. Algunos de estos eventos tienen periodicidad anual y otros bianual.

La consulta de dichas fuentes se basó, entre otros criterios, en el papel que han tenido como órganos de difusión de los investigadores en educación matemática; también por la circulación que han alcanzado al interior de los distintos grupos que conforman dicha comunidad. Conviene insistir, empero, en la siguiente cuestión: no todos los capítulos que constituyen esta obra se sustentan en una búsqueda exhaustiva en dichos materiales; la sistematicidad dependió, como se comentó antes, de las condiciones específicas en que cada uno de los autores realizó la tarea. Finalmente, y sólo de manera eventual, se tuvo acceso a artículos publicados en revistas como *Journal of Research on Mathematics Education* o *Récherches en Didactique des Mathématiques*.

Cabe por último insistir en que el rigor y los alcances de la producción recopilada son bastante desiguales, y que por ello el conteo de los trabajos (ver adelante) debe leerse con cautela, pues igual se revisaron tesis de doc-

---

[2] Rodríguez, P. (1995), señaló distintas tendencias y limitaciones de la investigación que sustenta a los estados de conocimiento realizados en las dos décadas pasadas; entre otros aspectos, destaca el "ensayismo", es decir, la incorporación de reflexiones y especulaciones sobre la educación que carecen del más mínimo sistema de autocontrol, sea éste metodológico o de otro tipo.

torado que artículos cortos o ponencias de, a lo sumo, 6 cuartillas y todos ellos son considerados productos de investigación (respaldada por asociaciones de profesionales, centros de investigación o publicaciones con arbitraje). Este punto, que es fundamental discutir, se retoma en el apartado Balance y perspectivas.

Organización y análisis de la información recopilada

Disposición temática

Una de las tareas necesarias en la elaboración de este estado de conocimiento era organizar la información y determinar los hilos que conducirían el análisis. La primera cuestión por decidir era la estructura general del texto: ¿convendría organizarlo con base en los contenidos matemáticos abordados (aritmética, álgebra, cálculo...) o conforme con los objetos de la investigación seleccionados (profesores, alumnos, recursos para la enseñanza) independientemente del nivel educativo al cual se refieran los trabajos? La elección no resultó automática, finalmente se decidió organizar el escrito según los distintos niveles educativos a los que refiere la investigación, esto por razones que, aunque simples, resultaron también importantes:

a) los lectores del campo orientan generalmente su búsqueda considerando dichos niveles (es tradición en este ámbito que docentes e investigadores anclan su acción y sus preocupaciones a un cierto nivel educativo);
b) el equipo de académicos que elaboró este estado de conocimiento no constituía una excepción, la acción de cada uno está centrada en un cierto nivel educativo.

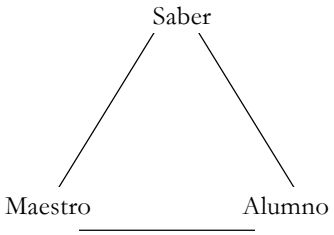
Lo anterior es producto del nivel de especialización necesario en el campo de la educación matemática y la imposibilidad de abarcar varios niveles sin la formación académica requerida. Aceptar esta situación hizo más pertinente y eficiente la búsqueda y el análisis de los datos. Es por ambos motivos que los resultados de la indagación se presentan en apartados denominados de acuerdo con los distintos niveles del sistema educativo:

- Educación preescolar y primaria (de niños y de jóvenes y adultos)
- Educación secundaria
- Educación media superior
- Educación superior

Ahora bien, más allá de cuestiones organizacionales o de lectores potenciales, esta disposición temática merece otras explicaciones, ya que implica una cierta toma de postura acerca de la educación matemática y la investigación en este ámbito.

El triángulo didáctico, herramienta para el análisis de las investigaciones

Como en la introducción señalamos, para la elaboración del estado de conocimiento partimos de una idea muy general del sentido de la educación matemática, en la que concedíamos presencia a quien intenta aprender (o aprende), al que trata de enseñar (o enseña) y al saber que es motivo de tal intención. Por ello para el análisis de los trabajos recolectados y su organización al interior de cada uno de los apartados definidos, consideramos pertinente utilizar el "triángulo didáctico". Nos referimos al explicitado por los didactas franceses que modela los elementos y actores participantes en la relación didáctica, esto es, la relación que tiene por fin trasmitir un saber; dicho triángulo representa al maestro, el(los) alumno(s) así como las interacciones que se dan entre ellos cuando media la intención de comunicar un saber.[3]



Tal asunción no implica la consideración de que la investigación en educación matemática se agota con aquélla que estudia la relación didáctica en estricto sentido y que necesariamente se da en contextos donde hay una intencionalidad de enseñar. La noción de alumno que asumimos es bastante amplia, de hecho no nos referimos sólo a él sino, en términos más laxos, al sujeto que aprende; también consideramos el conocimiento matemático más allá de la situación escolar.

[3] Al respecto puede verse Chevallard (1991).

Con base en esta ampliación, incluimos, por ejemplo, los saberes construidos en situaciones no escolares producto de la experiencia de vida, o el examen sistemático (histórico, epistemológico) del saber que sólo eventualmente será motivo de transmisión. No obstante lo anterior, la utilidad del triángulo la encontramos en tanto que permite identificar el actor, los actores o los elementos que constituyen el objeto de estudio de los trabajos recopilados.

La opción por unos u otros, veremos adelante, implica necesariamente la adopción de determinadas metodologías para el abordaje de los problemas, marcando así orientaciones al quehacer investigativo. Nos parece pues, que la herramienta resultó útil tanto para apuntalar una delimitación del campo como para examinar las orientaciones y características de la investigación que aquí se recuenta. En efecto, es posible adelantar que nuestra opción analítica se ajustó adecuadamente a las formas que la investigación ha tomado en la última década en México.

Por lo general, como veremos en los distintos apartados, ésta pretende recopilar (e interpretar) evidencia sobre los procesos y fenómenos que se suceden cuando un(os) sujeto(os) —generalmente alumno(s)— intenta(n) apropiarse de un cierto saber, o de qué tanto los sujetos —alumnos o maestros— dominan ese saber; también se ha generado una tradición que diseña y pone a prueba ciertos recursos y/o situaciones de enseñanza que buscan beneficiar los procesos de aprendizaje o hacer aparecer ciertos conocimientos; se observa asimismo una vertiente cuyo objetivo principal es el estudio sistemático (epistemológico, histórico) de ciertos saberes que luego serán objeto de transmisión. Aunque en mucho menor medida la identificación de saberes construidos en la experiencia cotidiana también es opción de investigación.

Más recientemente, el análisis de las prácticas de enseñanza o los resultados del paso por el sistema educativo se han constituido en temas de indagación. En los siguientes capítulos se presentan las formas y pesos relativos que los investigadores mexicanos concedieron a los elementos antes citados durante los años noventa.

Referencias

Chevallard, Yves (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, Grénoble: La Pensée Sauvage.

Rodríguez, Pedro G. (1995) "Hacia el cuarto congreso nacional de investigación educativa", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol. XXV, núm. 3, México: Centro de Estudios Educativos.

CAPÍTULO 1

INVESTIGACIONES SOBRE EDUCACIÓN PREESCOLAR Y PRIMARIA

Alicia Ávila, David Block
y Alicia Carvajal*

Introducción

Categorías para la clasificación de los trabajos

Para organizar el conjunto de investigaciones sobre el nivel básico a partir de las dimensiones específicas a las que atiende cada una, se optó por un primer nivel de clasificación que tomara como punto de partida los elementos del clásico "triángulo didáctico" (alumnos, maestro, saber), lo que dio lugar a las siguientes tres clases: investigaciones centradas en procesos de aprendizaje de los *alumnos*, en los conocimientos de los *maestros*, o en las características específicas del *saber* a enseñar. A esta categorización inicial se añadió un cuarto elemento, el de *recursos* (libros de texto, materiales concretos, programas de software, etc).[1]

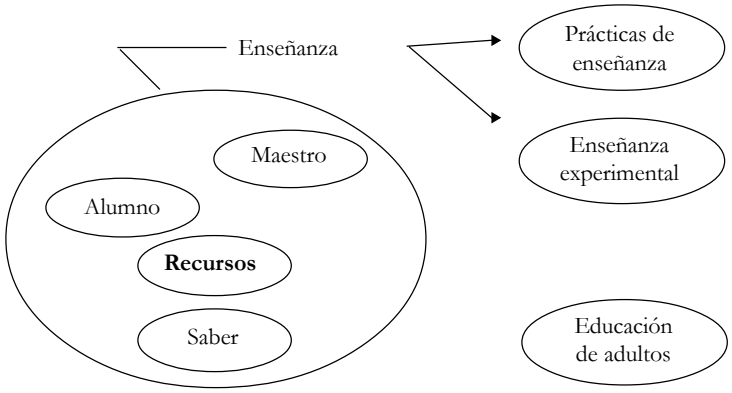
* Con la colaboración de Isidro González Molina y Laura Reséndiz.

[1] Brousseau (1999), en su modelo de los subsistemas que interactúan en el seno de una situación didáctica, utiliza una variante del "triángulo didáctico", en la que también incluye un cuarto elemento, el "medio". Éste tiene, sin embargo, una significación más amplia y compleja que el de "recursos" que utilizamos aquí.

Los cuatro elementos anteriores constituyen dimensiones específicas de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas. Fue necesario todavía considerar una categoría más amplia que diera cuenta de los estudios que investigan los procesos mismos de *enseñanza* en el aula (los cuales incluyen interacciones múltiples entre los cuatro elementos anteriores). Estos estudios se dividen a su vez en dos tipos: aquellos que analizan las prácticas de enseñanza, tal y como ocurren en las aulas y aquellos que, como parte de su metodología, organizan programas experimentales de enseñanza. Así, se crearon dos categorías relativas a la enseñanza en el aula: prácticas de enseñanza y enseñanza experimental.

Finalmente, se decidió abrir, en este primer nivel de clasificación, una clase adicional, la educación de adultos, la cual atiende a otro criterio: el tipo de población. Se observó que los trabajos producidos en torno a este tema, independientemente de la dimensión que enfocan, se inscriben en una tradición que incluye referentes teóricos y debates particulares. Se consideró que, por ello, no convenía dispersar las investigaciones del tema en las clases anteriores. Cabe señalar que no se encontró otra temática con este perfil, es decir, con una tradición compartida, o con una cantidad significativa de trabajos, como se podría esperar de temas como la educación indígena o la educación especial para alumnos con discapacidades.[2] En el cuadro que sigue se resume y se especifica este primer nivel de clasificación.

Primer nivel de clasificación



[2] La categorización que finalmente se obtuvo no es muy distinta de las que se utilizó en el estado de conocimiento anterior, intenta ser simplemente un poco más sistemática.

Categorías	Objetos de estudio de las investigaciones
Alumnos	Procesos de aprendizaje de nociones de matemáticas específicas.
Maestros	Concepciones, conocimientos y opiniones de los maestros. Formación de maestros.
Saber	Nociones y conceptos de matemáticas que son objeto de enseñanza. Análisis desde el punto de vista matemático, epistemológico, curricular, entre otros.
Recursos	Libros de texto, programas para computadora y otros materiales para apoyar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.
Prácticas de enseñanza	Prácticas de enseñanza de las matemáticas en el aula.
Enseñanza experimental	Programas de enseñanza experimental de nociones específicas de matemáticas.
Educación de adultos	Conocimientos de matemáticas de los adultos, prácticas de enseñanza, currículum, libros de texto.

Cabe hacer algunas precisiones: la mayor parte de los trabajos revisados consideran aspectos de dos o más de las categorías señaladas, pero casi siempre uno de los aspectos es prioritario. No obstante, cuando se consideró pertinente, un mismo trabajo se reporta en dos clases.

Las trabajos que se ubicaron en alguna de las primeras cuatro clases (alumnos, maestro, saber, recursos) no incluyen un análisis de situaciones de enseñanza en vivo. En cambio, los trabajos que sí incluyen este tipo de análisis (los de las clases "prácticas de enseñanza" y "enseñanza experimental"), con frecuencia contienen también un análisis de alguno de los aspectos específicos de las primeras cuatro categorías, por ejemplo, análisis del saber en juego, de los conocimientos de los maestros, de los libros de texto. Como en los demás casos, solamente cuando se consideró pertinente, estos trabajos se reportan en dos clases.

El conjunto de trabajos se presenta a lo largo de siete apartados, uno para cada una de las clases anteriores. Además, al interior de cada clase se estableció un segundo nivel de clasificación, determinado esta vez por el tema específico de matemáticas en el que se centra la investigación. Even-

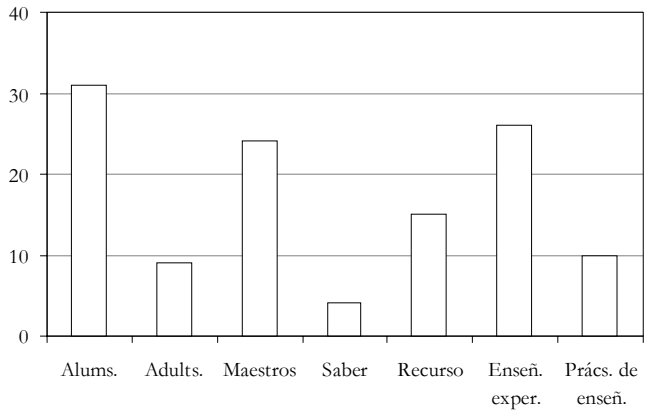
tualmente, y dependiendo de las características de los trabajos, se consideraron algunas categorías más. Al final del apartado se incluyen cuadros con los siguientes datos de cada trabajo: tema de matemáticas, tipo de población estudiada, aspectos de metodología, nombre del autor y textos producidos sobre la investigación.

ACERCAMIENTO CUANTITATIVO

En total, se revisaron 116 investigaciones, las cuales se encuentran reportadas en 160 textos.[3] La tabla 1 muestra la distribución de las 116 investigaciones por categoría (primer nivel de clasificación).

TABLA 1

INVESTIGACIONES POR CATEGORÍA



Puede apreciarse, en primer lugar, cierta diversificación de los acercamientos con los que se estudian en este nivel los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.

La categoría en la que se registran menos estudios es la de "saber". Cabe precisar sin embargo que en la gráfica se consignan únicamente los trabajos que realizan exclusivamente un análisis de un conocimiento de

[3] No se consideraron productos de desarrollo, tales como libros de texto, programas para computadora, planes y programas de estudio excepto cuando estos fueron objeto de una investigación. En el apartado final "Balance y perspectivas" se hace un comentario sobre este tipo de producción.

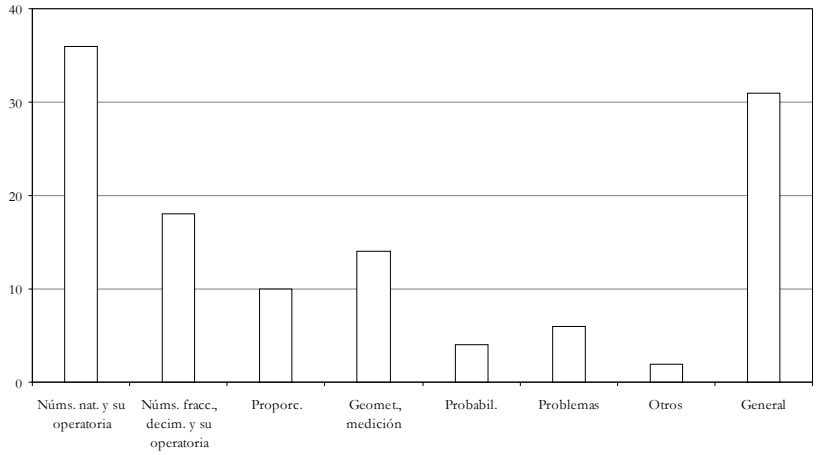
matemáticas. Empero, como ya se dijo, varios de los trabajos de otras categorías, principalmente los de enseñanza experimental, contienen también un análisis sobre el saber que es objeto de enseñanza.

Por otra parte, la gráfica revela que el acercamiento predominante ha sido el estudio de los procesos de aprendizaje de los alumnos (categoría "alumnos"), mientras que, en el otro extremo, el acercamiento a través del análisis de las prácticas de enseñanza todavía es relativamente poco explorado. El tema de adultos sigue siendo también poco estudiado.

La tabla 2 muestra la distribución de las investigaciones por tema de matemáticas.[4]

TABLA 2

CONTENIDO



En la categoría "general" se consideraron los trabajos que no se centran en un tema específico de matemáticas, es el caso principalmente de las investigaciones sobre las prácticas de enseñanza en las cuales, por lo general, se observan y se analizan las clases sobre los temas que el maestro decide, según su planeación. En este caso están también algunas de las investigaciones sobre recursos, especialmente sobre libros de texto.

[4] El número total de investigaciones considerado en esta gráfica (119) rebasa ligeramente al de las investigaciones revisadas debido a que algunos trabajos fueron considerados en dos temas.

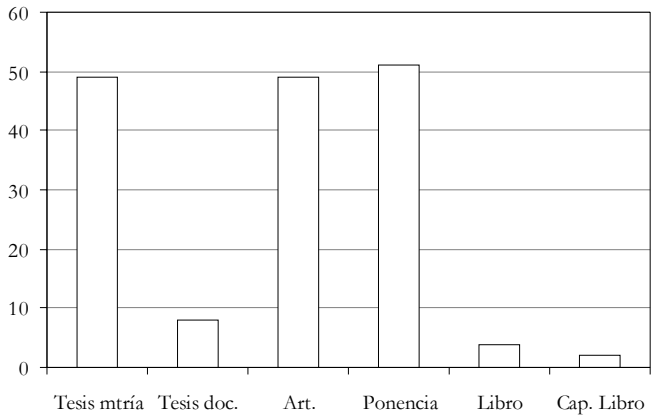
En la categoría "otros" se incluyen los temas sobre los que hay únicamente una investigación ("relación funcional discontinua" y "destrezas matemáticas").

Más allá de los temas anteriores, puede observarse un claro desequilibrio entre la aritmética por un lado (61 investigaciones) y la geometría y la medición por otro (14 investigaciones). En aritmética, hay también una concentración de investigaciones en el tema de números naturales y su operatoria, en comparación con el tema de los números racionales y de la proporcionalidad.

Cabe destacar, por otra parte, la aparición de cuatro estudios en un tema que había estado descuidado en este nivel en décadas anteriores: la probabilidad. En la tabla 3, se muestran los tipos de texto con los que se reportan las investigaciones. Se consideran los 160 textos revisados.

TABLA 3

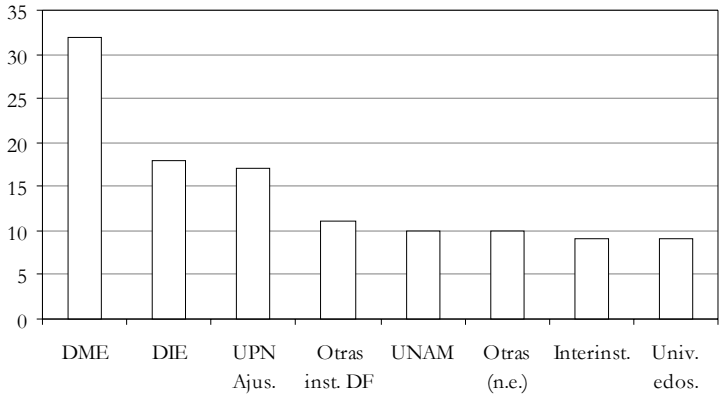
TIPO DE TEXTOS



La realización de 49 tesis de maestría y, sobre todo, de seis tesis de doctorado, expresa cierto fortalecimiento de la investigación sobre este nivel educativo. Pero, por otra parte, solamente la tercera parte del total de textos identificados, constituyen publicaciones formales (artículos, capítulos de libros o libros). El porcentaje de investigaciones que únicamente se reportan en tesis, las cuales tienen muy escasa difusión, o bien, en ponencias de congresos, con la limitación de espacio que caracteriza a este tipo de publicación (frecuentemente una cuartilla) sigue siendo importante.

Finalmente, en la tabla 4 se muestran las instituciones en las que se realizaron las investigaciones.

TABLA 4
INSTITUCIONES



Salta a la vista, en primer lugar, la desproporción entre las investigaciones realizadas en la ciudad de México, cerca de 80%, y las realizadas en los estados. Si bien esta diferencia se debe en parte a la dificultad para identificar y conseguir los trabajos realizados en los estados, probablemente refleja también que la investigación sigue concentrada en determinadas instituciones de la capital del país.

Finalmente, pese a la concentración de las investigaciones en tres instituciones (principalmente en dos departamentos del CINVESTAV, el de Matemática Educativa y el de Investigaciones Educativas, y en la Universidad Pedagógica Nacional, unidad Ajusco), se aprecia una diversificación institucional incipiente. Si esto es una tendencia, sin duda expresa también un fortalecimiento de las condiciones para la investigación.

LA INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LOS ALUMNOS

LAS APROXIMACIONES, LOS PROPÓSITOS Y LAS POBLACIONES ESTUDIADAS

En los párrafos siguientes se analizan las investigaciones cuyo objeto de estudio central es el aprendizaje matemático de los alumnos. La gran mayo-

ría de los trabajos registrados se sustenta en el interrogatorio y la entrevista clínica, orientándose al análisis de las respuestas de pequeños grupos de sujetos.

Otra forma de recolección de datos consiste en la aplicación de cuestionarios a grupos escolares completos, la cual por lo general se complementa nuevamente con entrevistas individuales. Lo más frecuente es que se prefiera un tipo de análisis denominado cualitativo por los propios investigadores. Sólo tres de los trabajos utilizaron la estadística para sustentar el análisis y las conclusiones.

Conforme a la búsqueda realizada, se registraron 32 investigaciones acerca del aprendizaje matemático en niños que asisten a preescolar o primaria regular. De esas investigaciones, derivaron tesis de maestría o doctorado y publicaciones de diversa índole, profundidad y extensión (ponencias, artículos, un libro) (véase cuadro1 del anexo estadístico).

Cabe señalar que en muchos casos, sobre todo en las investigaciones realizadas en la primera mitad de la década, la intención es reconstruir la génesis de ciertas nociones, el saber cómo los niños "conocen" o construyen los conceptos matemáticos; otras veces, particularmente al final del periodo que se analiza, se observa también el interés por estudiar la adquisición de ciertos conceptos o habilidades que, supuestamente, deberían haber sido transmitidos o desarrollados en la escuela. Es decir que, sin abandonar el interés por los procesos cognitivos, el referente principal para ponderarlos son los objetivos o contenidos curriculares en vigor.

La gran mayoría de las investigaciones (27) aportan datos sobre los niños de educación primaria; son mucho más escasas las que estudian exclusivamente a los que asisten a preescolar (dos)**,** mientras que tres más incluyen sujetos de ambos niveles educativos.

Los niños de quienes sabemos más son los de escuelas públicas del Distrito Federal, sólo cuatro trabajos informan acerca de los niños urbanos del interior de la república, otro reporta un estudio realizado con niños del medio rural y uno más estudia a urbanos y rurales, mientras que sobre los niños que asisten a escuelas privadas contamos con escasísimo conocimiento; únicamente cuatro estudios se dedican a ellos.

En relación con la edad o el grado que cursan, los alumnos que han resultado preferidos son los de segundo, tercero, cuarto o sexto grados. Los de primer grado —a pesar de estar en proceso de adquisición de los conceptos matemáticos básicos — y los de quinto — no obstante que éste ha sido un grado considerado tradicionalmente difícil — han sido descuidados por los investigadores.

Contenidos y aportes de la investigación

Adquisición y manejo de los números naturales y sus operaciones

Un tema sobre el cual la investigación informa es el de los números naturales. Las aportaciones sobre esta temática van desde el conteo, la adquisición y la lectura de los números de dos cifras en niños pequeños, pasando por la comprensión del valor posicional y los problemas con las cuatro operaciones aritméticas hasta el cálculo mental. Ordenamos las aportaciones principales siguiendo el orden lógico de estos contenidos:

Acerca de la lectura y representación de los números y las cantidades

Bajo la consideración de que la representación de cantidades constituye un aspecto fundamental en la construcción del concepto de número, se han analizado las formas en que niños de cuatro, cinco y seis años representan la numerosidad de colecciones (Bollás y Sánchez, 1994). Llama la atención, según se reporta en este estudio, que los niños de cuatro a cinco años no establecen correspondencias biunívocas; capacidad que sólo muestran los de seis años. Las producciones de los pequeños (de cuatro a cinco años) son de tipo pictográfico y refieren más a la cualidad de los objetos que a su cantidad. El establecimiento de la correspondencia uno a uno se inicia posteriormente con colecciones de unos cuantos elementos (aunque manteniéndose la semejanza con los objetos de referencia en las representaciones gráficas producidas); la correspondencia con conjuntos un poco mayores se establece aun posteriormente. Pero incluso entre quienes muestran un avance importante al respecto, se conserva la cualidad (forma de los objetos) como elemento importante de las representaciones; sólo escasamente (11%) los niños dejan a un lado las cualidades de los objetos al representar la numerosidad de los conjuntos. Otro estudio realizado con niños de edad similar a los recién mencionados, pero asistentes a una escuela privada (Olvera; 2000), parece no apoyar los resultados de Bollás y Sánchez. En efecto, mediante tareas en las que los niños podían utilizar materiales concretos para hacer equidistribuciones se encontró que los niños "usan dos procesos cognitivos relacionados con el concepto de número natural para resolver problemas de reparto de cantidades discretas: la correspondencia uno a uno y la clasificación" (p. 218). Probablemente las condiciones específicas de la indagación —entre las que puede destacar la procedencia de ambientes familiares y escolares favorecidos— expliquen los distintos resultados.

Otros datos generados en el estudio de Olvera indican que el uso de la serie numérica oral es una habilidad que se desarrolla de manera gradual y que su uso favorece la construcción de un conocimiento aritmético de orden más formal; sin embargo, el conteo ascendente y descendente simultáneo resulta una actividad compleja para los niños, que lleva a distintos tipos de errores, por ejemplo: omisión, repetición y alteración de la secuencia convencional.

En una perspectiva distinta, Alvarado y Ferreiro (2000) reportan que los niños de cuatro a cinco años se plantean hipótesis acerca de las escrituras de números de dos dígitos "que no les han enseñado a escribir" y producen escrituras sobre la base de tales hipótesis. Todos los niños estudiados por estas investigadoras produjeron escrituras de dos cifras. Se observa —de manera distinta a lo que ocurre con la escritura de niños de esta edad— una tendencia a resolver primero "la parte fácil" del número (las unidades) y luego regresar (hacia la izquierda) a resolver la parte "más difícil", como sería por ejemplo el "veinti..." de 20. El uso de la rotación de números (por ejemplo el 2 o el 3 aparecerían como **S** o como **Ɛ**, respectivamente) para tratar de establecer concordancia entre un número que se pronuncia parecido pero no igual y su escritura, es otra de las conductas recurrentes reportadas. La vinculación entre la oralidad y la escritura, dicen Ferreriro y Alvarado, es diferente de la que se establece entre la oralidad y la escritura de palabras que no son números.

El valor posicional de las cifras

La comprensión y el manejo del valor posicional fue estudiado por Cortina (1997). Sobre la base de un amplio recuento de la literatura sobre el tema, este investigador decide estudiar a niños y niñas de segundo, tercero y cuarto grados porque, según los resultados de la revisión bibliográfica realizada, es a lo largo de estos tres años que la mayoría de las niñas y niños construyen la noción de valor posicional. Los hallazgos principales del estudio de Cortina refieren al significado que se da a los dígitos de numerales de dos cifras y su vinculación con colecciones de objetos. Al igual que en niños de otros países, la noción de valor posicional y su funcionalidad no está bien instalada en los niños mexicanos sino hasta en el cuarto grado. Los resultados del estudio de Cortina muestran que los alumnos progresan con el paso de los años, pero la mayoría de los que cursan segundo grado están lejos de haber comprendido el concepto de valor posicional, mientras que en el tercero hay aún quienes se mantienen igualmente alejados junto con otros que comienzan a adquirir la comprensión. Si bien los niños

de cuarto grado muestran haber adquirido la noción, en la mayoría de ellos ésta no constituye un conocimiento firme.

Resolución de problemas aritméticos

La centralidad de que gozaran los problemas aritméticos en la década anterior como objeto de investigación, decreció en el periodo que recontamos. A estudios como los de Vargas *et al.* (1988) y (Ávila; 1994)[5] les siguieron sólo dos cuyo interés específico fuese analizar las habilidades, las estrategias de acercamiento o las dificultades inherentes a la resolución de problemas de este tipo. Uno de estos trabajos es el de Salgado (1995), quien informa que, en situación de entrevista, los niños recurren poco al uso de algoritmos para resolver problemas. Tal hecho se interpreta como un problema pedagógico ya que en la escuela, dice Salgado, se pone particular énfasis en el trabajo con los significantes (símbolos) desprendidos de su significado y, entonces, los procedimientos canónicos no son útiles para resolver exitosamente ciertos problemas. El segundo trabajo dedicado al tema es el de Flores (2001) quien recupera dicha temática para hacer un análisis de la evolución en los conocimientos y representaciones asociados con la resolución de problemas aditivos. Según esta investigadora —ubicada en un marco piagetano y específicamente sustentada en los trabajos de G. Vergnaud— el estudio del desarrollo del conocimiento matemático implica entender cómo los individuos adaptan sus esquemas de conocimiento a las situaciones que se les presentan. Esta adaptación puede observarse de distintas maneras, entre otras, como vinculación entre esquemas (por ejemplo el esquema de suma iterada y el de igualación permiten comprender la noción de diferencia). A decir de Flores, también la construcción de nuevos conceptos está en el centro del desarrollo del conocimiento relacionado con las estructuras aditivas, es el caso de las situaciones de comparación en las que hay que calcular la cardinalidad de uno de los conjuntos, y la base de la construcción de nuevos esquemas la constituyen la noción de diferencia y de operación inversa o recíproca, así como la combinación de ambas.

Otros trabajos, entre los que se cuentan el de Guerrero (1997) y el de García (1998) abordan la temática de las estructuras aditivas pero más con un afán de búsqueda de mejoras en la enseñanza y de prueba de situaciones

[5] Anotamos en la bibliografía un estudio de Ávila publicado en 1994, empero, no se señalan los aportes ya que, en el anterior estado de conocimiento —regido por criterios distintos— el trabajo fue reportado sin haber estado publicado.

tendientes a tal fin.[6] De entre estos trabajos nos detendremos en el de Guerrero porque, aunque el interés de esta investigadora es probar una cierta secuencia de enseñanza, ofrece datos sistemáticos acerca de la capacidad de resolución de problemas aditivos que resultan relevantes en este recuento. Conforme al *pre-test* aplicado, los problemas "de cambio" son más fáciles que los "de comparación" y de dificultad semejante en relación con los "de igualación". En general, nos dice Guerrero, se observa una progresión en la capacidad de resolución relacionada con la edad de los escolares. Sin embargo, aquélla no se presenta en la misma proporción entre los distintos grados ni en tipos de problemas homólogos, ya que entre algunos se constatan grandes diferencias mientras que en otros las diferencias son irrelevantes.

En estudios también relacionados con la adición, aunque más focalizados en algún aspecto específico de esta problemática, se ha dicho que los niños de segundo grado utilizan estrategias de conteo consistentes en: contar todo, seguir contando, y otras intermedias, para resolver los problemas de adición con dígitos que aparecían en los libros de texto gratuitos sustituidos en 1993. Algunos niños no identificaban los sumandos en las representaciones aditivas que aparecían en los textos y, por tanto, no los diferenciaban del resultado total.

Empero —se dice también en este estudio— a partir del uso de las estrategias de conteo antes mencionadas se observa una evolución del concepto de sumando a la vez que la notación del tipo • + • induce una evolución en las estrategias de conteo y ayuda a construir la idea de sumando (Arana, 1996; Arana y Gallardo, 1999). Un último dato acerca de esta temática es el que ofrecen Eudave y Ávila (2001) quienes señalan que siete años después de haber sido instrumentada la reforma a la enseñanza de las matemáticas, la resolución de problemas continúa resultando más difícil a los niños que la realización de cálculos mecánicos.

Noción de multiplicación

Sólo uno de entre los trabajos localizados refiere específicamente a la noción de multiplicación, es el de Campa (1998), quien muestra las nociones y representaciones sobre la multiplicación de tres grupos de niños de cuarto grado. Entre las nociones identificadas destaca el que la mayoría de los interrogados considera que la multiplicación es una operación útil para ha-

[6] Estos trabajos se reportan detenidamente en el apartado dedicado a la Enseñanza experimental.

cer fácilmente sumas de sumandos iguales. Tal concepción reaparece cuando se solicita inventar problemas de multiplicación. Conforme a los resultados ofrecidos por Campa, en los grupos estudiados tal es la noción de multiplicación que se enseña y hay una práctica constante del "algoritmo sin contexto".

El cálculo mental

Sobre el cálculo mental dan cuenta los escritos de Vázquez (1994) y Mochón y Vázquez (1995). Según estos investigadores, estudiantes que terminan su educación primaria o inician la secundaria, cometen más errores de cálculo al aplicar los algoritmos de lápiz y papel que al responder con estrategias de cálculo mental, empero, en situación de entrevista las dos terceras partes de ellos resuelven las operaciones aritméticas utilizando la escritura, esto parece indicar que los estudiantes no tienen disponibles estrategias variadas de cálculo mental.

La estrategia aplicada con mayor frecuencia en ambos niveles educativos es la que Mochón y Vázquez denominan "pasos repetidos" (por ejemplo: para calcular 83 – 54 la estrategia consiste en ir calculando paulatinamente: "De 54 a 60, son 6; de 60 a 80 son 20; y de 80 a 83 son 3; así, 20 más 6 más 3 son 29". Otra estrategia bastante utilizada por los participantes en la investigación es la "descomposición doble", que puede ejemplificarse así: 46 + 37, "Se suma 40 + 30, son 70; después 6 + 7, son 13; 70 más 13 son 83").

Los aprendizajes sobre las fracciones

El contenido matemático que fue objeto de estudio más frecuente en la década lo constituyen las fracciones (nueve investigaciones); continúa así una línea de investigación iniciada en los años ochenta bajo la influencia conceptual de autores como T. Kieren y H. Freudenthal. Los acercamientos sobre el tema han sido diversos y, en consecuencia, el tipo de aportaciones también.

En relación con las ideas iniciales sobre las fracciones y los mecanismos de su construcción nos informa Olvera (2000), quien afirma que los niños de cuatro a seis años, enfrentados a situaciones de reparto de colecciones en que es necesario fraccionar la unidad, se resisten a hacer esto último. Empero habría que tomar este dato con cautela pues el propio Olvera reconoce que tal respuesta pudo estar influida por el material proporcionado a los niños para realizar la tarea, el cual no era naturalmente fraccionable.

Por otro lado, Olvera afirma que la escasa experiencia que los estudiantes tienen con respecto a la equiparación de cantidades continuas limita sus habilidades tanto para el uso de estrategias de reparto como de verificación de la igualdad de las partes. Otro estudio derivado de la investigación que da origen al recién reseñado, realizado por Martínez (Martínez, 2001), indica que al enfrentar problemas de equidistribución, una niña de preescolar y otra de primer grado de primaria, realizan distribuciones cíclicas, estiman los resultados si la situación refiere a cantidades discretas y establecen correspondencias diversas entre objetos (1 a 1, 1 a 3, 1 a 6, por ejemplo); esto último lleva a la investigadora a afirmar que el establecimiento de dichas correspondencias influye en la construcción de las fracciones; por otra parte, dice Martínez, la distribución cíclica permite constituir "unidades compuestas" (unidades constituidas por un grupo de objetos) y la centración en la unidad simple dificulta en ocasiones "ver" la unidad fraccionaria. Finalmente se afirma que el conteo y el conocimiento sobre la cardinalidad permitieron a las niñas participantes en el estudio justificar la igualdad entre las partes resultantes del reparto.

En otro estudio (De León y Fuenlabrada, 1996) se informó que niños que cursan los distintos grados de la educación primaria manifiestan tres distintas formas de enfrentar y organizar las situaciones de reparto. En la primera forma —y confirmando los hallazgos de otros investigadores en la década de los ochenta— se observa incomprensión de la conexión entre la parte y el todo; las partes se conciben de manera aislada y sin vinculación con el todo, a la vez que el tamaño de las partes es irrelevante. En la segunda forma, los niños comprenden la relación entre el todo y las partes a la vez que entienden la equivalencia de estas últimas como la igualdad en tamaño y no como el mismo número de partes; en la tercera forma de enfrentar las situaciones de reparto, a decir de De León y Fuenlabrada, los niños coordinan las acciones directas e inversas implicadas en las acciones de reparto (partir y separar las partes del todo y juntar mentalmente las partes para volver a construir el todo) a la vez que han organizado en una estructura operatoria las siete características que Piaget considera necesarias para la adquisición del número fraccionario.

Sobre el reparto son también los datos de un estudio (Antiga, 2001) que revela cómo un grupo de alumnos de cuarto grado avanza de manera significativa en las nociones de equitatividad y exhaustividad después de haber trabajado las lecciones del libro de texto gratuito que abordan el tema. Estos avances, a decir de Antiga, se expresan también en el lenguaje que los niños construyen sobre las fracciones y los repartos, el cual se ve influido por el tipo de explicaciones que la docente ofrece a los niños.

En otra vertiente, las fracciones se analizan desde lo individual y en relación con la construcción del lenguaje que involucran. El propio Olvera (2000) señala que los niños pequeños muestran escasa disponibilidad de un vocabulario relacionado con las fracciones; se dice también, sobre la base de entrevistas a unos cuantos sujetos, que el dibujo y los modelos visuales pueden colaborar a la comprensión de la suma de fracciones (Valdemoros, 1994; 1997), o que el lenguaje desarrollado por los niños alrededor de ella muestra el uso mixto de expresiones lingüísticas y notaciones aritméticas (Valdemoros, 1993). Igualmente se señala que una dificultad adicional en el manejo y la resolución de problemas con fracciones es la conservación del referente (unidad) a la que la expresión a/b remite, dificultad que no se observa en el caso de problemas con números naturales (Valdemoros, 1995; 2001).

En los últimos años, la corriente de pensamiento que valora como fundamental la interacción en el acto de aprender tomó fuerza en el ámbito educativo. También esta perspectiva se incorporó en el análisis de los aprendizajes sobre las fracciones (Reyes, 1999 a y b) y se concluye que la interacción colabora de manera positiva en las representaciones de los niños acerca de las denominadas fracciones "mixtas" e "impropias". Otra de las aportaciones relevantes de Reyes (coincidente con los resultados de Valdemoros) refiere a la importancia del dibujo en su función de representación cognitiva. A decir de Reyes, este instrumento aunado a la interacción, permite a los sujetos la expresión de su lógica de construcción libre y creativa. Sobre la base de ambos recursos, informa también esta investigadora, el conocimiento intuitivo sobre las fracciones se incrementa sin que sea necesario enseñar con métodos particulares. Un señalamiento final de Reyes resulta relevante: aunque las cuestiones socio-afectivas no se analizaron detenidamente, hay indicios de que éstas pueden contribuir a la explicación de los resultados favorables.

El de las fracciones ha sido un tema tradicionalmente considerado "difícil" en la educación primaria, de ahí el interés por investigarlo. Un conjunto de tesis dirigidas por Figueras a inicios de los años noventa (De Luna, 1993; Soto, 1993; Vilchez, 1993) revela que efectivamente a fines de la década de los ochenta los aprendizajes escolares alcanzados sobre el tema eran poco satisfactorios. Si bien estos trabajos se sustentan en la aplicación de un cuestionario basado en una prueba —diagnóstico del Chelsea College de Inglaterra elaborado por K. Hart *et al.* en 1981— a sólo seis grupos de una misma escuela, y por ello deben tomarse con cautela, los resultados pueden considerarse indicadores de una situación más general. Se dice, por ejemplo, que los niños tienen dificultades para aplicar lo aprendido en con-

textos diferentes a los estudiados en sus libros de texto, el cual ofrecía prácticamente sólo el "modelo del pastel"; que no se observa un avance sostenido en el manejo de las fracciones en los distintos ciclos de la educación primaria, de hecho, dicen las investigadoras, el comportamiento es "inestable"; se afirma también que los niños del primer ciclo muestran más creatividad que los del resto de la primaria para elaborar sus respuestas. Y no obstante ser uno de los objetos de investigación más trabajado durante ya dos décadas, las fracciones y los conceptos asociados a ellas, permanecen como el tema de aritmética que presenta mayores dificultades al finalizar la educación primaria, según se constata en un estudio realizado en una población de alumnos amplia y diversa (Eudave y Ávila, 2001).

Variación proporcional

La noción de variación proporcional es estudiada por Jiménez (1996a y b), Muñoz (1996) y Gómez (1996), así como por Solís (1993) y Hoyos (1994). Jiménez pone a prueba la hipótesis de que los niños que inician la primaria tienen potencialidades para resolver mediante procedimientos intuitivos problemas simples de proporcionalidad. Sobre la base de tareas de comparación en situaciones de variabilidad y conceptos simples como factor uno, doble, triple y fracciones como 1/2, 2/4, 3/2, se nos hace saber que los niños de entre seis y ocho años, cuando la variabilidad es cualitativa, casi en su totalidad identifican los cambios y su regularidad, y que, de manera distinta, cuando las tareas implican variantes en el plano numérico les resulta difícil la cuantificación de la variación.

Tales datos son complementados por los de Muñoz (1996) y Gómez (1996) conforme a quienes: *a)* hay una evolución en las tareas de identificación de términos en una progresión aritmética: se inicia con un comportamiento que refleja una percepción aislada de los elementos propuestos en las tareas y que transita hacia la búsqueda de las relaciones implicadas en los datos numéricos, hasta hallar la razón adecuada; *b)* hay más éxito cuando el factor de proporcionalidad se plantea de manera explícita que cuando dicho factor está implícito; *c)* resulta más fácil resolver las tareas cuando la relación implicada es 1/4 que cuando es 2/3; *d)* en general, a mayor escolaridad corresponde un mejor desempeño en las tareas de proporcionalidad.

Por otra parte, conforme a conclusiones extraídas del estudio de Hoyos, las formas que niños que finalizan la primaria y/o inician la secundaria prefieren para representar la variación proporcional están relacionadas con tablas, con el mapeo de magnitudes en el plano o con gráficas de barras, las

cuales se clasificaron como discretas, pues en ninguna de ellas hubo indicadores de la comprensión del proceso de variación como proceso de cambios continuos. La evaluación del proceso de variación por parte de los niños es mayoritariamente incorrecta, lo cual parece indicar que los alumnos que terminan la primaria no llegan a asignarle un sentido culturalmente adecuado a la representación geométrico-cartesiana de la variación proporcional. Esta observación, a decir de Hoyos, se confirma en el desempeño de los alumnos de secundaria.

Geometría

Desde una perspectiva general, se ha reportado que la geometría es una rama de la matemática en la cual los estudiantes de segundo, cuarto y sexto grados alcanzan puntajes más bajos que en aritmética al resolver una prueba de lápiz y papel (Eudave y Ávila, 2001).

Sólo dos estudios se dedican exclusivamente a alguna temática específica de geometría. Como consecuencia de lo anterior, lo que conocemos a este respecto es muy escaso. Lo que uno de los estudios localizados ha dejado saber en cuanto al paralelismo y la perpendicularidad —temas tradicionalmente incluidos en el currículum de la educación primaria— es que niños del medio rural que cursan el quinto grado muestran escasas habilidades geométricas en tareas de trazo conforme a indicaciones, y que han desarrollado un escasísimo lenguaje para expresar situaciones en las que los conceptos antes mencionados se involucran (Arceo, 1999).

Arceo, autora de esta investigación, concluye que los niños no usan los conocimientos y los términos de la matemática escolar para describir figuras o para dar instrucciones de trazo, es decir que no funcionalizan los aprendizajes sobre la geometría que eventualmente pudieron haber adquirido. Es particularmente llamativo el hecho de que ni aun términos como horizontal o vertical son utilizados. Sin embargo, el mismo estudio deja ver que el proporcionar ciertas condiciones de interacción a los alumnos les permite avanzar en la comprensión de los conceptos y el desarrollo del lenguaje necesario para su expresión.

La simetría es un tema también fundamental en las propuestas de enseñanza de la geometría de las últimas décadas. Este fue uno de los contenidos aportados por la matemática moderna a nuestras escuelas; al respecto, nos informa el estudio de Núñez (1997).[7] Conforme a tal estudio,

[7] Este estudio deriva de otro cuyo responsable fue Juan Castrejón Téllez (1994). Por no haber sido publicado no se incluye en este recuento.

las concepciones de niños que cursan los últimos grados de la educación primaria van desde nociones rudimentarias o equívocas (como creer que un eje de simetría es cualquier línea que se observe al interior de una figura), hasta otras que expresan concepciones correspondientes al conocimiento convencional, pasando por las "incompletas" en las que se considera que una línea que divide a una figura en dos partes iguales es un eje de simetría (como sería el caso de las diagonales del rectángulo). Se muestran también en este estudio las dificultades para trasladar los conocimientos sobre las figuras geométricas "escolares", a otras figuras en apariencia distintas pero con características similares a las primeras. Finalmente, dice Núñez, una tendencia observada es que los niños no utilicen sino la percepción visual o el doblado para decidir acerca de la simetría de una figura.

El establecimiento de la equidistancia de los puntos correspondientes al eje de simetría mediante la medición no es un recurso significativo para verificar la simetría en este nivel escolar.

Medición

En relación con la medición sólo localizamos datos acerca de la noción de volumen. A este respecto se expresan consideraciones de orden similar a las anotadas en el inciso anterior.

Sobre la base del análisis de las respuestas y comportamientos de dos grupos de alumnos de sexto grado, el estudio de Nolasco (2001) deja ver varias cuestiones: *a)* en el proceso de pasar de un plano bidimensional a uno tridimensional los alumnos inician el conteo de cubos de un prisma, tomando en cuenta todas las caras de los cubos y no alcanzan a percibir cubos completos, tampoco cuentan los cubos ocultos en los dibujos que se les presentan; *b)* los niños sostienen la recurrencia a las fórmulas como estrategia privilegiada de enfrentar situaciones que implican el cálculo de volumen de sólidos geométricos; empero, dice Nolasco, también se inclinan por el conteo de cubos cuando el planteamiento del problemas y las ilustraciones que lo acompañan así lo permiten; *c)* los alumnos resuelven mejor problemas que involucran cuerpos geométricos "escolares" que problemas que involucran objetos del entorno; *d)* las concepciones que construyen al respecto los niños parecen estar vinculadas a las concepciones, las prácticas y las enseñanzas de sus profesores; *e)* después de haber recibido clases sobre el volumen, independientemente de sus ideas previas, los niños terminan con la idea de que volumen es la capacidad de un objeto.

Probabilidad

Sólo identificamos un estudio que tuviera como objeto de indagación la probabilidad (Limón, 1995).[8] De este estudio —desarrollado mediante entrevista clínica a cuatro niños de entre 6 y 10 años enfrentados al modelo de urnas— derivaron las siguientes conclusiones: ante los cuestionamientos sobre la probabilidad de un evento (imposibilidad, proporcionalidad y desigualdad de casos favorables) y la solicitud de formular mensajes alusivos, los niños seleccionaron correctamente las probabilidades, a excepción de la composición proporcional en la que consideraron la comparación absoluta de números. Se observó también que centraban la atención en los estados inicial y final de la situaciones; sólo la niña de tercer grado participante (10 años) refirió los cambios provocados por la extracción.

Estudios que abordan diversos contenidos matemáticos

La metodología de investigación utilizada en los trabajos hasta aquí comentados, en general consiste en la aplicación de cuestionarios (o problemas escritos), la realización de tareas diseñadas para hacer aparecer ciertas concepciones y comportamientos, o la entrevista crítica. Tal aproximación, a la vez que permite profundizar en las cuestiones que examina, implica al análisis de poblaciones pequeñas.

Sobre la base de los escasos trabajos que abordan la cuestión del aprendizaje en poblaciones más amplias, se informa que los niños de primer grado que no cursaron preescolar tienen desempeños más pobres en matemáticas (números, operaciones, comprensión del sistema decimal, resolución de problemas) que aquéllos que disfrutaron de tal beneficio. Tal cuestión se constata sostenidamente a lo largo del ciclo escolar (Guevara y Macotela, 1999). Pero un dato adicional resalta en las conclusiones de este estudio: el limitado rendimiento en ambos grupos de niños. Las autoras concluyen señalando que los bajos puntajes alcanzados en los dos grupos pueden deberse a las malas condiciones socio-económicas de los sujetos. Sin embargo esta hipótesis, a la luz de datos arrojados por otros estudios es insuficiente ya que, sabemos, según el estudio de Eudave y Ávila antes mencionado, que los aprendizajes escolares, a siete años de haber sido introducida la reforma educativa, son aún poco satisfactorios, y esto — aunque

[8] Otros estudios sobre probabilidad, por su orientación, se incluyen en el apartado Enseñanza experimental.

agudizado en medios socio-económicos difíciles— se observa también en medios cultural y económicamente favorecidos. Por otra parte, según estos investigadores, hay débiles signos de que la habilidad para resolver problemas —objetivo central de la reforma educativa introducida en 1993— pueda correlacionarse con la práctica de profesores que han asumido ciertas directrices del nuevo enfoque de enseñanza.

Como quiera que sea, parece ser que la eficacia de la educación primaria muestra logros relativamente limitados si se consideran como parámetro los resultados de un estudio realizado en el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación de la UNESCO (Cassasús, Cusato, Froemel y Palafox, 2000) o de otro llevado a cabo por Alatorre y un grupo de colaboradores (Alatorre *et al.*, 2001a y b). El primero constata que los puntajes alcanzados por alumnos de tercero y cuatro grados en la resolución de una prueba, ubican a México en el octavo lugar de entre los 11 países latinoamericanos participantes en el estudio. En tanto el trabajo de Alatorre y colaboradores —dedicado a evaluar el "remanente" de la educación básica en habitantes de la ciudad de México— señala que sólo 47% de los ítems de la prueba utilizada fueron correctamente respondidos por los adultos encuestados. Esto es considerado bajo por los realizadores del estudio ya que 87% de los participantes había al menos concluido la educación primaria.

Un dato adicional aportado en esta investigación es que quienes habían cursado al menos unos años de primaria mostraron en general mejor desempeño que quienes no tenían escolaridad, aunque se ofrece también un matiz importante: el grupo constituido por las personas sin escolaridad respondió correctamente 21% de los ítems presentados. Otro dato llamativo es que, mientras los números naturales parecen ser relativamente bien manejados, hay dificultad importante con los decimales. Finalmente, Alatorre y colaboradores establecen que no existe relación entre el currículum con base en el cual las personas cursaron su educación primaria y los puntajes obtenidos en las pruebas aplicadas.

Comentarios

Un rasgo que conviene destacar de la investigación realizada sobre el aprendizaje matemático en la primera mitad de los años noventa, es que la gran mayoría de los trabajos se centra en el análisis del sujeto cognoscente, libre de las condicionantes del sistema escolar. Es a partir de 1997 que se identifica un número mayor de trabajos que han desplazado la preocupación por la cognición en estricto sentido hacia el análisis del aprendizaje escolar, es

decir, hacia la ponderación de aquél que, según los objetivos curriculares, los alumnos deberían haber adquirido en la escuela. También se comienza a trabajar desde entonces, el aprendizaje en situaciones de interacción. Empero, sólo eventualmente se mencionan las dificultades técnicas para vincular el aprendizaje de los conceptos con la enseñanza recibida y no se incluyen sino escasas reflexiones o datos que hagan explícita la tensión entre el sujeto productor de conocimientos y las restricciones del sistema de enseñanza. De hecho, sólo eventualmente se ha buscado relacionar los aprendizajes logrados con el análisis de las prácticas de enseñanza, y cuando esto ha ocurrido, se han encontrado dificultades para asociar los primeros con las segundas.

Muchos de los estudios muestran magros aprendizajes en nuestros niños. Conviene empero mencionar que algunos fueron realizados antes o en los primeros años de que se hubiese introducido la reforma a las matemáticas de 1993, y aunque los más recientes apuntan a que tal situación no se ha modificado, no contamos todavía con información suficiente acerca de si los aprendizajes alcanzados han mejorado sobre la base de las nuevas propuestas de enseñanza.

Conviene finalmente señalar que la investigación centrada en los alumnos se sostuvo a lo largo de la década de manera constante. Llama empero la atención el hecho de que prácticamente ningún investigador reporta más de una investigación sobre dicha temática. Es decir que, sólo como excepción algún investigador permaneció estudiando la temática a lo largo del periodo, profundizando su objeto de estudio con nuevas interrogantes y acercamientos posibilitados por otros previos.

Investigaciones sobre conocimientos, concepciones, opiniones y formación de maestros

En este apartado se incluyen las investigaciones que tienen como sujetos centrales a los profesores, desde la perspectiva de lo que saben, conocen u opinan sobre las matemáticas y su enseñanza. Asimismo se incluyen los estudios que tocan la formación (inicial o continua) de los docentes de educación preescolar y primaria y de otros profesionales que intervienen en la enseñanza de las matemáticas en preescolar o primaria.

Las investigaciones que analizan aspectos matemáticos desde la perspectiva de los profesores, generalmente abordan dos ejes: la pertinencia y relevancia de propuestas de actualización o formación, y las eventuales modificaciones a sus creencias, conocimientos, concepciones o saberes a

raíz de esas propuestas. Con frecuencia los estudios tienden a considerar ambos ejes de análisis.

Los trabajos identificados dan cuenta de resultados de 24 investigaciones; casi la totalidad abordan el nivel de educación primaria, aunque otros también se desarrollan en educación preescolar, educación normal y en una licenciatura en psicología, disciplina afín a la educación matemática.

Aproximaciones teóricas, propósitos y metodologías

Cuando los estudios explicitan las aproximaciones teóricas se advierte la consideración de autores como Freudenthal, Vergnaud, Vigotsky y Brousseau. Al señalar aspectos metodológicos, o del contenido matemático, se definen otros autores que se anotan en cada caso.

Para el desarrollo de las investigaciones por lo general se utilizaron metodologías cualitativas, aunque algunas de ellas se apoyan también en análisis de tipo cuantitativo. Con frecuencia en el apartado de metodología más bien se describen los instrumentos de recolección de datos; los más utilizados son: entrevistas, observaciones, cuestionarios, así como análisis de producciones escritas. Conocer qué saben, cómo piensan, qué opinan y qué creen los maestros u otros profesionales sobre temas particulares o sobre la enseñanza de las matemáticas en general, son los propósitos centrales de los trabajos ubicados en este apartado. Como ya se ha señalado, estas interrogantes se tratan de dilucidar, con frecuencia, a la luz de propuestas de actualización y/o formación que se ponen a prueba y analizan en función de las modificaciones en las concepciones, creencias o saberes de los maestros participantes.

Contenidos y aportes de las investigaciones

Estudios sobre conocimientos, concepciones, creencias y opiniones de los profesores

A diferencia del estado que guardaba la investigación en la década anterior (ver Block y Waldegg (coords) 1995:21-130), en los noventa se aprecia un incremento importante de estudios que tienen como centro del análisis los conocimientos, concepciones, creencias u opiniones de los profesores en relación con algún contenido o recurso para la enseñanza de la matemática. Este incremento también se dio en el nivel internacional ante la necesidad de conocer y entender no sólo a los niños sino también el papel de los profesores y formadores en enseñanza de las matemáticas. Véase en el ni-

vel general, por ejemplo, los trabajos de Wittrock (1989 a, b y c) y Popkewitz (1994), y en relación con las matemáticas los de Chevallard (1997, 1992), Fennema y Loef (1992), Llinares (1996), entre otros. El auge de la etnografía como un acercamiento que permite entender aspectos de la realidad escolar que otras aproximaciones no logran, parece ser también un elemento a considerar. En este sentido, Rockwell (1995, 1982, 1980) y Rockwell y Mercado (1986) son algunas de las investigadoras con más influencia en este tipo de estudios. No obstante, el auge en estas perspectivas analíticas no necesariamente ha significado el desarrollo de investigaciones que planteen paradigmas distintos, ni acercamientos multidisciplinarios para el análisis del trabajo docente en matemáticas.

Los datos muestran que el análisis de concepciones sobre geometría y medición se trabajó de manera más sistemática en la década y continuaron desarrollándose estudios sobre conocimientos y concepciones sobre las fracciones y sus significados, así como sobre proporcionalidad, y los números y sus operaciones. Excepción hecha de un trabajo (Ortiz, 1999), resulta significativo que la noción de saberes prácticamente desapareció del discurso de los investigadores, aunque hay que reconocer que pocas veces en los escritos se hizo explícita la definición de las nociones utilizadas.

De los diez trabajos identificados, mismos que se reseñan a continuación, cuatro se centran en concepciones de los profesores sobre contenidos particulares: las fracciones (De León y Fuenlabrada, 1997; Aguilera, 2001), la geometría (Ávalos, 1997 a y b; Ávalos y Fuenlabrada, 1999) y la medición (Moreno, 1997 y 1998). Sáiz (2001) y Sáiz y Figueras (2000), en tanto, abordan creencias y conocimientos geométricos de los profesores. Becerra (2001), por su parte, analiza la opinión de los profesores sobre el trabajo en equipo durante la clase de matemáticas. Carvajal (1999), al igual que Ramos (1994) indagan sobre las opiniones de los maestros respecto de su práctica docente en matemáticas. Finalmente, se incluyen dos trabajos que se centran más bien en la práctica, el de Ortega (1997) que aborda el trabajo en equipo en la práctica, y el de Martínez y Villalva (2001) quienes estudian la incorporación del enfoque actual de enseñanza de las matemáticas en el salón de clases.[9]

[9] Los trabajos de Ávila (1996b); Ávila y Cortina (1996); Rodríguez, Estrada, Valenzuela y Hernández (1996); Estrada (1997); Mendoza Pérez y Mayorga (1995); Mayorga (1996) y Alatorre (1999) presentan opiniones de los maestros acerca de los libros de texto, por lo que se incluyeron en el apartado de investigaciones sobre materiales de desarrollo curricular y otros recursos de apoyo a la enseñanza y no se trabajan en esta parte.

En el marco de un taller de actualización sobre el tema de fracciones, De León y Fuenlabrada (1997) analizan las concepciones de los maestros en torno a este tema. Destacan en sus conclusiones que los profesores: *1)* ponen en juego el significado de cociente de manera no explícita al realizar las actividades propuestas, aunque se les dé una definición explícita; *2)* conocen el significado de cociente en el nivel discursivo pero no les resulta funcional al solucionar problemas; *3)* recurren con más frecuencia a procedimientos y esquemas de conocimiento producto de su experiencia, que suponen ideas que reducen y deforman la noción de fracción, constituyéndose en obstáculos para comprender el significado de cociente. Ejemplos de estas concepciones que obstaculizan la noción de fracción como cociente está el considerar que el resultado de una división se expresa exclusivamente en enteros o en notación decimal. Asimismo, se encontró que los profesores se resisten a transformar una división de enteros en una fracción.

También sobre el tema de las fracciones, Aguilera (2001) presenta resultados de un estudio en el que analizó el papel de los sistemas de representación gráfica en los procedimientos que utilizan profesores normalistas para resolver problemas que implican fracciones. La investigadora recupera planteamientos de autores como Kieren (1983), Balbuena y Block (1991), Fuenlabrada (1991), Vergnaud (1991a y b), Duval (1993) y Botello *et al.* (1993) y Ávila (1991). Entre sus conclusiones destacan las siguientes: *a)* parece haber una fuerte correlación entre la posibilidad de éxito en la resolución y la selección pertinente y uso de cierto tipo de representación, *b)* parece haber relación entre la estructura del problema y las posibilidades de éxito, *c)* los profesores reconocen más fácilmente como de fracciones los problemas de reparto, *d)* no existe suficiente evidencia para relacionar aspectos de tipo formación profesional ni de experiencia laboral con las respuestas emitidas.

Como se señaló antes, la geometría ha sido otro campo de indagación con los profesores. En este ámbito Ávalos (1997a) hace un recuento de las investigaciones realizadas en México sobre concepciones de geometría de maestros de educación básica en el periodo 1988-1995. Ávalos retoma la definición de concepción de Moreno y Waldegg (1992) y, como resultado de su análisis, presenta lo que denomina "entramados de concepciones" de los maestros sobre contenidos geométricos, su relación con concepciones de enseñanza y de aprendizaje y la lógica que les subyace. Las concepciones que sobre geometría identifica la autora son: *1)* es un conjunto de figuras que los niños aprenden mediante la percepción; *2)* es un conjunto de configuraciones que se trazan; *3)* las características de las figuras derivan de la medición (aritmetización de las figuras).

En otro momento, Ávalos (1997b) y Ávalos y Fuenlabrada (1997) analizan las concepciones de los maestros en el marco de un proceso de actualización, y señalan que los profesores: *a)* identifican la figura geométrica con su representación, considerándola como un objeto matemático ajeno y exterior al sujeto. Esta idea, comentan, repercute en la enseñanza al priorizar la percepción como medio para identificar, distinguir y nombrar las figuras; *b)* consideran que las figuras y cuerpos geométricos se definen en términos de su posición relativa y se denominan en términos de su "regularidad"; *c)* para aprender geometría los maestros señalan que hay que saber trazar las figuras y cuerpos, por lo que consideran necesario hacer un trabajo previo al manejo del juego de geometría para abordar los contenidos geométricos; *d)* suponen que la medición forma parte de la geometría; *e)* hay un énfasis mayor en el trabajo con figuras planas y se relega el estudio de los cuerpos geométricos a un segundo plano.

Por su parte Moreno (1997 y 1998) reporta las concepciones de maestros de primaria sobre un tema afín al anterior: la medición. Estas concepciones fueron identificadas durante el mismo taller de actualización del que se tomaron los datos para el estudio citado de Ávalos y Fuenlabrada. Las conclusiones que obtuvo Moreno son, entre otras, las siguientes: *1)* los maestros consideran que las matemáticas escolares siempre suponen cálculos, son siempre precisas y sus resultados no se cuestionan ni se discuten; las relacionan indefectiblemente con la aritmética; *2)* con frecuencia se separa la medición del contexto geométrico subyacente; *3)* la medición de la longitud ha tenido un papel central en la escuela y se considera el punto de partida para cuantificar otras magnitudes. Con base en estos y otros hallazgos, la autora señala que los errores conceptuales que los maestros manifiestan son resultado de un manejo deficiente de las matemáticas y propone que los cursos de actualización para profesores consideren las concepciones que tienen sobre las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza.

En relación con una temática más específica Sáiz (2001) y Sáiz y Figueras (2000) reportan las creencias y conocimientos de los maestros de primaria sobre el concepto de volumen y su enseñanza. Entre los teóricos en que basan su trabajo, se encuentran Freudenthal (1983), Thompson (1992) y Filloy (1999, 1990). A partir de un taller de actualización que no pretendía cambiar las concepciones de los maestros, sino más bien explorarlas, estas investigadoras concluyen que los maestros: *1)* definen el volumen como el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio y, a veces, usan ese término como sinónimo de capacidad; *2)* al sumergir un objeto en un líquido relacionan el peso con el aumento en el nivel del líquido, no con el volumen; *3)* consideran que el área lateral se relaciona directamente con

el volumen de tal manera que concluyen que, a mayor área lateral, mayor volumen y viceversa; *4)* las conversiones entre distintas unidades les resultan problemáticas; *5)* consideran que el aumento de las dimensiones lineales de un sólido supone necesariamente un aumento equivalente en el volumen; *6)* se centran en aspectos cuantitativos del volumen y las fórmulas en detrimento de aspectos cualitativos. Sáiz obtiene otras conclusiones colaterales: por un lado, coincide con los resultados de Ortega (1997, reseñado más adelante) cuando señala que el trabajo en equipo propicia que los profesores reconsideren su propio conocimiento y, por otro, que este tipo de experiencias lleva a que se pregunten sobre las dificultades que los niños pueden tener al realizar actividades semejantes, lo que los conduce a repensar su papel en el salón de clases.

También sobre el trabajo en equipo, Ortega (1997) analiza el manejo que hacen de él los profesores durante las clases de matemáticas y consigna diversas conclusiones, las principales son: *1)* sería conveniente propiciar el trabajo en equipo puesto que permite lograr una resolución más elaborada y correcta de los problemas matemáticos que al trabajar de manera individual; *2)* los maestros tienden a guiar demasiado las acciones de los niños para que logren los resultados correctos cuando trabajan en equipo; en esta búsqueda recuperan las resoluciones que coinciden o se aproximan al procedimiento que previeron; *3)* para recuperar el trabajo en equipo se requiere que los maestros reflexionen acerca de sus bondades y manejo, más allá del mobiliario con que cuentan.

Por su parte Becerra (2001)[10] analiza la opinión de los maestros de primaria respecto a esta forma de trabajo. Las principales conclusiones que plantea este investigador son: *1)* la aceptación del trabajo en equipo se relaciona con las concepciones que los maestros tienen sobre la forma en que se da y debiera darse el proceso de enseñanza aprendizaje; *2)* coincidiendo con Ortega, Becerra plantea que los maestros aceptan de antemano y en el discurso el trabajo en equipo, pero en la práctica no todos lo utilizan con frecuencia; *3)* los profesores más vinculados a una "concepción tradicional" de enseñanza sostienen que el trabajo en equipo supone un trabajo mayor por parte del docente.

Con base en un acercamiento más general a las concepciones docentes, Carvajal (1999) reporta resultados preliminares sobre un perfil de los maestros de la zona de Xochimilco (ciudad de México) que buscaba identificar

[10] Esta investigación es producto de un estudio más amplio realizado en el estado de Aguascalientes (Ávila (dir.), 2001).

elementos, prácticas y contenidos de matemáticas que los maestros consideran importantes para trabajar en los grados que atienden. Respecto a los datos parciales reportados, Carvajal señala que poco más de las tres cuartas partes de los profesores encuestados afirma que las matemáticas no son un factor determinante para seleccionar el grado con el que trabajarán, y poco menos de la mitad (41.13%), utiliza de maneras diversas algún libro de texto comercial para apoyar la enseñanza de las matemáticas. Por su parte, Ramos (1994) afirma que los profesores de primaria —a pesar de contar con estudios adicionales y participar en acciones de investigación— tienen concepciones limitadas de la matemática escolar. Por ello mismo, considera difícil la incorporación de la resolución de problemas como forma de enseñanza y a la vez enfatiza la necesidad de la actualización de los docentes.

También en esta perspectiva más general, Martínez y Villalva (2001) buscaron conocer si los profesores de 6º grado de una escuela primaria del estado de Sonora planean y realizan la enseñanza de las matemáticas de acuerdo con el enfoque oficial planteado en el Plan y programas de estudio (SEP, 1993). En su análisis incluyen la figura del director. En sus conclusiones destacan que: *1)* los profesores dicen hacer uso de los materiales oficiales —libro de texto, avance programático, fichero de actividades—, *2)* dicen planear sus actividades a partir de los conocimientos previos de los alumnos —detectados a partir de pruebas diagnósticas—, *3)* la mayoría de los profesores trabaja de manera expositiva, *4)* el director de la escuela desconoce los materiales oficiales.

Estudios sobre la formación de maestros en matemáticas

En el conjunto de investigaciones aquí reseñadas, se percibe una influencia importante de la reforma de la educación primaria introducida en 1993, en tanto que el enfoque de enseñanza en matemáticas que se impulsa (resolución de problemas) es uno de los temas más abordados, central o tangencialmente, al trabajar contenidos específicos. Los procesos de formación y autoformación, generalmente de profesores en servicio, también son analizados por los investigadores.

Los 17 estudios que se presentan abordan aspectos del enfoque de enseñanza de las matemáticas como resolución de problemas (Block, Dávila y Martínez, 1995; De la O, Díaz y Méndez, 1996), la percepción sobre las estrategias, las respuestas y la acción de los niños (Buenrostro y Figueras, 1999), las fracciones (De León y Fuenlabrada, 1997), la proporcionalidad (López Rueda y Figueras, 1999), la geometría (Ávalos y Fuenlabrada, 1999; López Castro, 1996; Rodríguez de Ita, 1997), los núme-

ros (Atweh y Arias, 2001; De Bengoechea, 1998; Barocio, 1996), la aritmética en general (Ortiz, 1999), las propuestas didácticas como elementos de formación (Aguayo, 2000; Block, 1996; Valdez, 1995 a, b y c y 1998; Villalva 1995) y aspectos de las prácticas de los maestros durante el trabajo en matemáticas (Ortega 1997).[11]

Block, Dávila y Martínez (1995) señalan que el tema de resolución de problemas resultó adecuado para ser trabajado en una experiencia de formación de profesores y, en especial, la actividad de resolución de problemas en pequeños grupos fue muy provechosa para que los maestros experimentaran algunas características de los procesos de resolución y las diferencias con el planteamiento generalmente utilizado al proponerles problemas a los niños en la primaria. Estos investigadores consideran necesario replantear el carácter de las asesorías individuales diseñadas originalmente en su propuesta como espacios de reflexión y análisis de bibliografía, y sugieren convertirlas en espacios de análisis y socialización de soluciones y respuestas concretas a las necesidades y demandas de los maestros. Concluyen que en un corto plazo la mayoría de los profesores comenzó a cuestionar el trabajo que realizaban con sus alumnos, y a valorar y comprender el trabajo de búsqueda de soluciones (que supone el uso de procedimientos no canónicos). Consideran, sin embargo, que los cambios en el aula, producto de esta experiencia, son modestos.

Con una perspectiva metodológica diferente, pero también vinculada a la resolución de problemas, De la O, Díaz y Méndez (1996) pusieron a prueba algunas alternativas para la enseñanza de las matemáticas en primaria basadas en la modalidad mencionada. Entre las conclusiones que dan a conocer estas autoras destacan las actitudes de apatía y "enemistad" con las matemáticas que detectaron en los niños participantes aunque, sostienen, encontraron que les gusta resolver problemas. Respecto a los maestros, las investigadoras establecen que, cuando los niños se ven en dificultades para resolver una situación problemática, existe una tendencia a darles pistas para que logren hacerlo y no consideran las posibles estrategias personales con que los niños podrían resolverlos (conclusión semejante se consigna en Carvajal, 1996:145-149).

Situados en un tema más específico, De León y Fuenlabrada (1997), después de la experimentación de un taller que tenía como objetivos anali-

[11] Los estudios de Ortega, de De León y Fuenlabrada y de Ávalos y Fuenlabrada están reseñados parcialmente en la parte de conocimientos, concepciones, creencias y opiniones de los profesores.

zar qué situaciones permitían a los profesores modificar sus ideas acerca de la enseñanza y el aprendizaje, así como evaluar las transformaciones conceptuales, metodológicas y disciplinarias que provocaban en los participantes, señalan que el taller permitió que los maestros pusieran en juego sus conocimientos sobre las fracciones, pero no el significado de cociente. Explican esta situación al decir que el conocimiento que tienen los profesores sobre la fracción como cociente no les es funcional para solucionar problemas y no utilizan la información trabajada en el taller, sino que se apoyan en su experiencia y "recurren a procedimientos y esquemas de conocimiento que han utilizado con éxito en otras situaciones problemáticas" (1997:11). Proponen, para que los profesores comprendan mejor y funcionalicen el significado de cociente, enfrentarlos a situaciones de división de enteros en las que recurrir a la notación decimal, biparticiones y fraccionamiento de la unidad no les permita resolverlas o les resulte poco funcional hacerlo.

López Rueda y Figueras (1999), por otro lado, estudiaron el razonamiento proporcional vinculado a problemas con datos no numéricos con estudiantes de normal superior. Buscaban identificar los mecanismos cualitativos que favorecen la comprensión de los procesos de resolución de problemas cuantitativos. Las conclusiones que presentan son, entre otras, que: *1)* en los problemas escolares las situaciones modeladas se simplifican, y no hay en ellas evidencia de consideraciones implícitas que surjan de manera explícita en problemas no numéricos; *2)* el uso de diagramas, dibujos y datos numéricos complementan el análisis cualitativo de los problemas no numéricos; *3)* el análisis cualitativo es un recurso que puede contribuir al diseño de secuencias de enseñanza y generar vínculos entre los componentes de los modelos de enseñanza y los de naturaleza cognitiva, lo que abre la posibilidad de construir un nuevo marco teórico local en el sentido propuesto por E. Filloy (1999).

Con base en los estudios epistemológicos de Poncairé (1984) y de Piaget, de investigación-acción de Elliot (1993) y de Brousseau (1994, 1993, 1990) para el análisis didáctico, Rodríguez de Ita (1997) estudió la construcción del concepto de tridimensionalidad en profesores del nivel básico (primaria y secundaria) en el contexto de un curso de actualización. Entre los supuestos de base de este estudio se encuentra que, por lo general, la enseñanza de la geometría parte de aspectos relacionados con el plano e incluso la enseñanza del volumen se da con apoyos didácticos bidimensionales. Entre las conclusiones que plantea la autora están el hecho de que existe una marcada diferencia en la forma en que los profesores del nivel primaria y secundaria enfrentan situaciones del espacio

tridimensional. Así, los profesores de primaria, sostiene Rodríguez de Ita, se muestran sorprendidos ante la experiencia con las actividades en el espacio y tienden a adaptarlas para trabajarlas con sus alumnos, en tanto los profesores de secundaria, sabiendo que pueden resolver los problemas implícitos en las actividades propuestas, se muestran sorprendidos de que no se les haya ocurrido antes trabajarlas de ese modo con sus alumnos. Esta autora sostiene que el curso propició un cambio de actitud hacia las matemáticas y que para construir el concepto de tridimensionalidad fue necesario y central el manejo de desplazamientos.

En otra investigación reseñada parcialmente en el apartado dedicado a concepciones, Ávalos (1997) y Ávalos y Fuenlabrada (1999) analizaron los resultados de un taller de actualización realizado con maestros de primaria desarrollado con base en el material de oficial elaborado para tal fin (Block (coord.) 1995 a, b y c). La investigación tuvo un doble propósito: *1)* identificar las concepciones de los maestros de primaria sobre contenidos geométricos, su enseñanza y las posibilidades de aprendizaje de los niños; y, *2)* establecer si había transformaciones conceptuales en los maestros al trabajar con pares las actividades de geometría propuestas en el taller. Las conclusiones que se presentan refieren tanto a las concepciones de los maestros, como a los alcances de la propuesta didáctica del taller. En relación con este último aspecto, destacan las siguientes conclusiones: si bien las actividades trabajadas presentan lo que denominan un "potencial didáctico" importante, se detectaron algunos problemas y limitaciones como el incluir actividades que no resultan problemas para los maestros (en tanto reto intelectual), en especial, las situaciones de regla y compás en donde más bien se desarrollan habilidades para seguir instrucciones.

Las investigadoras reseñan también la incomodidad que los maestros manifestaron cuando no podían resolver problemas que se proponían a los niños. En relación con el mismo taller, Block (1996) da a conocer los primeros resultados de la aplicación piloto de los materiales que lo sustentan y de los cuales es autor. Menciona los siguientes problemas: algunas actividades son demasiado largas; cuando se trata de propiciar la discusión a partir de respuestas que son opiniones de otros maestros, la actividad no necesariamente se comprende con ese sentido; los materiales bibliográficos incluidos a veces resultan complejos o confusos para los maestros; y, las actividades de recapitulación no necesariamente son tales. Block propone la revisión de los materiales después de cierto tiempo de uso apoyándose en aportes de maestros y otros especialistas.

En una línea de investigación distinta, Atweh y Arias (2001), como parte de la experiencia del proyecto TEBES (Transformación de la Educa-

ción Básica desde la Escuela), presentan un estudio de caso de un colectivo de maestros de 3º y 4º grados de dos escuelas primarias rurales. El proyecto del colectivo abordó el eje temático "Los números, sus relaciones y sus operaciones". Estos autores comentan algunos problemas y logros a los que se enfrentaron los profesores, como el hecho de que no identifican como fuente de problemas con los alumnos al medio o al aprendizaje, sino a cuestiones de la enseñanza misma. Comentan que, aunque se observa aún cierta visión ingenua acerca de las fallas y deficiencias, los profesores se dan cuenta de que no siempre son simples los problemas de enseñanza ni la manera de superarlos. Los autores del reporte marcan que hay quien aún tiene problemas para discutir o para escuchar un punto de vista distinto al propio y destacan lo valioso de la propuesta de trabajo que plantean en términos metodológicos, pues las actividades que pusieron a funcionar fueron elegidas en el contexto de la investigación-acción.

Por otra parte, De Bengoechea (1998) narra una experiencia de "investigación para la docencia" con estudiantes-maestros-indígenas bilingües de la Universidad Pedagógica Nacional. En la búsqueda de una alternativa de formación útil y significativa para los estudiantes, De Bengoechea recupera la numeración que se maneja en las lenguas de origen de éstos y les pide realizar un análisis de las numeraciones, marcando las repeticiones y palabras de unión, las posiciones en las palabras y las regularidades, a partir de identificar su significado, expresar los números con una operación aritmética, así como establecer la relación de la numeración con otros aspectos culturales o distintos del uso en castellano.

Al intentar conocer más las numeraciones indígenas y construir materiales para que los trabajen en las comunidades, De Bengoechea encontró no sólo el problema de la traducción sino también el del significado según el contexto, la inexistencia de ciertos términos, el papel gramatical de los números, su escritura simbólica y la falta de coincidencia con el lenguaje oral.

Ortiz (1999) parte de los planteamientos de Llinares (1996), Civil (1996) y Llinares y Sánchez (1996) para desarrollar un estudio que incluye centralmente una propuesta de formación en aritmética con un enfoque constructivista. Considera básico incidir en la transformación de las creencias y saberes de los profesores y en su práctica. El objetivo general del trabajo incluyó el diseño de "secuencias posibles de construcción de conocimientos" elaboradas por los maestros y se consideró también a los niños como parte central en el diseño y desarrollo de actividades para construir los conocimientos de la aritmética. La propuesta de formación que formuló esta investigadora consistió en un taller en el que los maestros revisaban

las nociones que se iban a trabajar, formulaban propuestas de trabajo de esas nociones con sus alumnos y las llevaban a la práctica. La experiencia se discutía y confrontaba con el discurso elaborado inicialmente. Entre las conclusiones planteadas resaltan que los maestros: *1)* han reflexionado poco acerca de sus conocimientos; *2)* se integran al taller paulatinamente en función de las actividades que realizan; *3)* sienten angustia al hacer cosas distintas con sus alumnos, lo que trae como resultado una combinación del uso de actividades nuevas con actividades trabajadas con anterioridad. A diferencia de lo que plantean Becerra y Ortega (antes citados), en esta investigación se afirma que los profesores observaron que el trabajo en equipos o pequeños grupos les permite atender a los niños de manera más individualizada. Ortiz considera que los maestros revaloraron las capacidades de los niños a partir de esta forma de trabajo.

Buscando identificar elementos que permitiesen mejorar propuestas de actualización de maestros de primaria, Valdez (1995a, b y c) realizó una investigación en la que analiza tres aspectos: los factores que facilitan o inhiben el acercamiento de los maestros a las matemáticas, las características del trabajo académico de los cursos de actualización que deciden tomar, y las posibilidades de autoformación y el compromiso para establecer un plan de superación profesional. Un propósito implícito de la investigación fue, señala la autora, poner a prueba una propuesta de actualización con un enfoque constructivista. Las conclusiones que se plantean son: *1)* los cursos impactaron positivamente el trabajo de los maestros que participaron en la experiencia; *2)* los maestros manifestaron el deseo de participar en cursos que les impliquen el manejo de contenidos matemáticos con alguna dificultad; *3)* los maestros se resistieron a asumirse como aprendices; *4)* la necesidad de que los profesores se conviertan en docentes-investigadores para abordar la temática de acuerdo con sus posibilidades y con la realidad en la que laboran.

Finalmente, acerca de la actualización de los profesores de primaria, está el trabajo de Villalva (1995) quien describe una experiencia de formación en el contexto de un diplomado desarrollado con maestros de primaria y en el que se propuso que éstos analizaran los libros de texto gratuitos de manera que pudiesen comprender mejor el enfoque y la lógica con la que están diseñados. Los profesores con los que trabajó ya habían tomado cursos de inducción para el manejo de los libros, pero no los utilizaban ni interpretaban con base en la propuesta oficial. Como se presenta en el apartado de recursos, la autora elaboró un texto que le permitió reflexionar acerca del enfoque y contenidos que, de acuerdo a la norma, habría que trabajar en las aulas. Concluye que es difícil modificar la forma de trabajo

de los profesores y que, para lograrlo, hay que considerar que el cambio es paulatino, y que el respeto, la creatividad y el descubrimiento son piezas clave para la interacción con los profesores.

Bastante más escasos que los dedicados a profesores de primaria, son los estudios realizados con profesoras de preescolar. Uno de estos es el de López Castro (1996) que incluye docentes de ambos niveles. Esta investigadora trabajó con maestras de preescolar y primero de primaria con el propósito de incidir en el trabajo docente, al abordar aspectos de geometría, especialmente de imaginación espacial. Desarrolló un taller con el objetivo de establecer qué tanto podía influir en la práctica docente una metodología basada en el desarrollo de una actitud crítica y reflexiva sobre el trabajo en el aula, orientada a revisar las concepciones de enseñanza y aprendizaje de los profesores y la manera de abordar aspectos de geometría enfocados al desarrollo de la imaginación espacial en los niños.

De dicho estudio se desprenden las conclusiones siguientes: *a)* las maestras enriquecieron su discurso sobre la geometría y especialmente sobre la imaginación espacial, se construyó un marco de referencia común como punto de partida de la discusión y fue más rico cuando en él participaron tanto maestros de primaria como de preescolar; *b)* el análisis del trabajo en el aula resultó una estrategia acertada, en tanto que el análisis bibliográfico —coincidiendo con el estudio de Block, Dávila y Martínez (1995)— debiera plantearse como parte del trabajo en el taller pues tiende a no ser consultado; *c)* se encontró una mejor aceptación de las maestras para el trabajo con actividades prácticas; y *d)* la participación voluntaria en el curso incide en el interés, participación y aprovechamiento, y en una actitud abierta a compartir experiencias.

Por su parte Barocio (1996) llevó a cabo un estudio cuyos propósitos fueron: desarrollar una propuesta de capacitación de corte constructivista para maestros en relación con conceptos numéricos y evaluar las repercusiones de dicha propuesta sobre el comportamiento docente. Del mismo modo, se valoraron los efectos de los cambios producidos en los maestros sobre el comportamiento de los niños. Como resultado de este estudio el autor constató que un entrenamiento adecuado capacita a las docentes de educación preescolar para diseñar y gestionar un ambiente educativo que permite la construcción de los conceptos numéricos con un enfoque cognoscitivo, en este nivel educativo. Pero lo principal, dice Barocio, es que bajo cierta orientación en el trabajo de actualización, las docentes se convencen de la estrecha relación existente entre la construcción de los conceptos numéricos, y las oportunidades para el desarrollo intelectual y social de los niños.

En relación con la educación normal, y desde una perspectiva cultural, Aguayo (2000) realizó una investigación con objeto de entender la formación inicial de los profesores, la cual considera un elemento que ayuda a explicar la naturaleza y el tipo de enseñanza en matemáticas que se desarrolla en las escuelas primarias. Para ello se propuso conocer la cultura matemática vigente en las escuelas normales y la eventual evolución que en el curso de su formación pudiesen tener los estudiantes. Las preguntas que guiaron la investigación versaron en torno a: *1)* las concepciones de las matemáticas que tienen los estudiantes normalistas, cómo entienden los nuevos enfoques que se proponen para la enseñanza; y *2)* las características culturales de los estudiantes al ingresar a los estudios de normal, así como la cultura académica en la que se forman.

Los teóricos que Aguayo recupera en su trabajo son Bourdieu (1998, 1995, 1988 a y b), Moreno Armella (1996) y Block y Dávila (1995). Entre las conclusiones de Aguayo destacan: *1)* la vida en las escuelas normales se rige por una lógica alejada de los procesos académicos privilegiándose actividades de tipo físico y político; *2)* el capital cultural con el que ingresan los estudiantes a la normal es pobre; al estudiar sus percepciones sobre las matemáticas, analizar los problemas que plantean y las estrategias que movilizan para resolverlos, se ponen de manifiesto prácticas escolares con las que fueron formados y en las que se privilegiaba el uso de algoritmos; *3)* la permanencia en las escuelas normales parece repercutir negativamente en las posibilidades intelectuales de los estudiantes en matemáticas: los estudiantes de nuevo ingreso presentan una estructuración de *habitus* para la práctica de las matemáticas superior a la de los que egresan; en tanto los de nuevo ingreso solucionan con mayor facilidad problemas bajo la lógica de búsqueda y uso de procedimientos no necesariamente formales; quienes están por concluir sus estudios emiten respuestas más rígidas; *4)* la capacidad de percibir acciones adecuadas para la enseñanza de las matemáticas no varía entre los de reciente ingreso y los que se encuentran al final de su educación normal.

Interesados en la preparación de otros profesionales vinculados a la educación, Buenrostro y Figueras (1999 y 2000) desarrollaron una investigación con psicólogos en formación con el propósito de dotarlos de los elementos teóricos y prácticos que les permitiesen: *1)* entender el proceso de construcción del conocimiento aritmético en niños de primero y segundo grados de primaria; *2)* evaluar ese proceso, identificando las dificultades de aprendizaje de contenidos aritméticos que pudiesen presentarse; y *3)* diseñar y aplicar actividades didácticas que posibilitaran a los niños el uso competente de su conocimiento aritmético. Estos autores experimentaron un modelo de enseñanza para atender a niños con bajo rendimiento escolar en

matemáticas, dirigido a estudiantes de psicología. El modelo se diseñó con base en tres ejes: enseñanza, servicio e investigación. En el eje de servicio se brindó apoyo a alumnos de primero y segundo grados de primaria que estaban en situación de "riesgo" y a las madres de éstos. Basados en los reportes de las sesiones de trabajo con los niños, Buenrostro y Figueras analizaron las concepciones de los estudiantes de psicología en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética. Encontraron tres tendencias principales: una centrada en las estrategias (los estudiantes consideran que hay cambio si los niños utilizan una estrategia distinta de resolución a la utilizada inicialmente); otra en la evaluación de las respuestas (el cambio se ve en la forma en que califican los resultados obtenidos en los problemas); y otro en la interpretación del cambio (a partir de la acción del niño, no descrita, los estudiantes infieren un proceso interno que explica la acción). Finalmente los investigadores plantean que, aun cuando falta consolidar algunos aspectos del modelo elaborado, éste puede ser considerado como una estrategia pedagógica viable para preparar a estudiantes de psicología para promover el aprendizaje de las matemáticas en niños catalogados tradicionalmente como de bajo rendimiento.

Comentarios

Estas vertientes de investigación tienen una presencia importante, sobre todo en la segunda mitad de la década. Si bien en los años ochenta se utilizaba con relativa frecuencia la noción de saberes, en su lugar aparece la investigación sobre lo que se ha dado en llamar concepciones de los profesores. Empero, es escasa la cantidad de trabajos que definen o ubican teóricamente los conceptos de los que hacen uso, como éste de concepciones.

La preocupación por la formación de los profesores en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, casi siempre se plantea en el marco de una evaluación de las modificaciones en los conocimientos y concepciones. Es necesario explicitar con más detalle la manera en que se concluye que una propuesta de formación es pertinente pues aún se detectan algunos trabajos que lo afirman sin presentar datos que sustenten con cierta solidez la afirmación. Asimismo resulta aún incipiente, a la vez que urgente, la evaluación de la formación en términos de la influencia en las prácticas cotidianas en el salón de clase.

Si bien denominar como cualitativa una metodología permite caracterizar *grosso modo* la manera de abordar el análisis, convendría que en los estudios se precisara el tipo de metodología cualitativa en la que se inscri-

ben. Por otro lado, los supuestos de algunos de los trabajos que plantean una metodología de investigación-acción o de investigación participativa rescatan de manera importante la capacidad de los docentes para hacer propuestas de enseñanza, sin embargo, la forma de presentar los resultados deja ciertas dudas acerca de su confiabilidad. Un reto más de este tipo de trabajos es aclarar sus metodologías y mostrar en sus reportes los procesos específicos con base en los cuales obtienen las conclusiones.

No obstante las aportaciones hechas por el conjunto de estudios reseñados en este apartado y, debido en buena medida a que muchos de ellos tuvieron lugar durante procesos de formación, quedan sin respuesta preguntas como ¿qué tan duraderos son los cambios que se logran en los procesos de formación? ¿de qué manera asegurar una modificación positiva? ¿qué tanto realmente se analizan concepciones si los análisis generalmente se basan sólo en producciones de los maestros en situaciones escolares?

Investigaciones sobre el saber

En los estudios sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se observa la tendencia a considerar que el objeto de enseñanza, el saber específico de que se trate, no está dado de manera unívoca y transparente y que, por lo tanto, es indispensable analizar sus diversas definiciones posibles, su articulación con otros conceptos, sus propiedades, su génesis histórica. Se señala incluso la necesidad de hacer explícita una reconstrucción del objeto matemático, desde la didáctica, reconstrucción que de todas maneras ocurre en la enseñanza, de manera implícita e incontrolada (Chevallard, Bosh y Gascón, 1997). Esta forma de abordar lo didáctico es lo que ha dado un renovado potencial a las investigaciones contemporáneas en esta disciplina.

La mayoría de los estudios del nivel preescolar y primaria que se revisaron, independientemente de qué aspecto de la problemática estudian (enseñanza experimental, aprendizaje...), asumen, explícita o implícitamente, determinadas características del saber a enseñar del que se ocupan, pero solamente algunos dedican un apartado, breve o amplio, al análisis explícito de dicho saber. A estos últimos se suman los trabajos que se ocupan exclusivamente de este tipo de análisis.

En la primera parte de este apartado, al destacar las distintas aproximaciones, se cita a la mayoría de las investigaciones que reportan algún tipo de análisis sobre el saber. En la segunda parte, se presentan con más detalle los trabajos que abordan exclusivamente este aspecto y que, por lo tanto, no han sido comentados en otros apartados. Los trabajos se organizan, como siempre, por tema de matemáticas.

Las aproximaciones

Se presentan a continuación las principales aproximaciones al "saber a enseñar" identificadas en los trabajos revisados. Cabe advertir que la mayoría de los estudios utilizan o integran varios acercamientos, aunque suelen dar más peso a alguno, y que la profundidad con la que se analiza el saber es muy variable.

Análisis de las formas que asume el contenido matemático en el currículum: Se revisan definiciones y propiedades del concepto en la disciplina (matemáticas), para después analizar los recortes y las interpretaciones específicas que ocurren en la enseñanza (Sáiz, 1998; Sáiz y Figueras, 1999; Fuenlabrada, 1996; Block, 2001).

Análisis histórico y epistemológico: Se revisa el desarrollo histórico del concepto, casi siempre a través de fuentes secundarias. Se destacan algunas de las situaciones problemáticas que lo originaron, algunas de las dificultades que limitaron su construcción durante un periodo, algunas de las formas y significados particulares que la noción asumió en distintos momentos de su desarrollo (Nava, 1995; Waldegg, 1996; Sáiz, 1998; Sáiz y Figueras, 1999; Block, 2001).

Análisis fenomenológico, o situacional: A partir del concepto de fenomenología de H. Freudenthal, se revisan y clasifican los fenómenos que el concepto en cuestión ayuda a organizar (Sáiz y Figueras, 1999), o bien, a partir de la noción de situación didáctica de G. Brousseau, de la noción de "estructura multiplicativa y aditiva" de G. Vergnaud, o del análisis sobre relaciones entre datos de problemas aditivos de autores como Carpenter y Moser, se estudian las familias de problemas en las que el concepto funciona, destacando los distintos aspectos semánticos ("interpretaciones", "significados", "concepciones") que entran en juego cada vez (Guerrero, 1997; Martínez, 1997; Solares, 1999; Block y Solares, 2000; Block, 2001).

Análisis curricular: Se analizan las formas y significados específicos que asume el concepto en los programas y libros de texto. Eventualmente se incluye un análisis de los cambios a lo largo de los años (Block y Álvarez, 1999; Solares, 1999; Block y Solares, 2001; Sáiz y Figueras, 1999; Fuenlabrada, 1996).

Análisis cultural: Se estudian nociones de matemáticas en algunas culturas indígenas (De Bengoechea, 1997). Este acercamiento puede vincularse a otro más general, el estudio de las matemáticas no formales, utilizadas en la vida cotidiana y en distintos oficios o actividades profesionales (ver, por ejemplo, al apartado dedicado a educación de adultos).

Investigaciones que realizan exclusivamente un análisis del saber

Los números

Block y Álvarez (1999) analizan los cambios que han sufrido las propuestas oficiales para la enseñanza de los primeros números en México, desde 1960, cuando se distribuyen por primera vez textos gratuitos, hasta 1992, fecha de la última reforma curricular. Estos investigadores destacan enfoques y filiaciones que subyacen a los cambios promovidos en cada época. Resultan dignos de mención sus afirmaciones acerca de que las situaciones didácticas de los años sesenta descansaban en un frágil (no explícito) equilibrio en la consideración de tres aspectos: los relativos a la matemática, el alumno y el maestro, mientras que en los años setenta la atención se centró en la disciplina (las matemáticas) y en la los noventa el diseño de situaciones para la enseñanza del número empieza a considerar los resultados de dos décadas de investigación en didáctica de las matemáticas.

Por su parte Waldegg (1996) reflexiona sobre el origen de los números decimales. Destaca la simplificación que la notación decimal ha permitido en la representación de números grandes, en los cálculos y, señaladamente, en la posibilidad de representar fracciones de la unidad. Esboza también el origen de la notación decimal y de las fracciones decimales, deteniéndose en el aporte de Stevin.

En el marco de la escolarización de los niños indígenas en lengua materna, De Bengoechea (1997) ofrece a los maestros, a partir de un par de ejemplos, un pequeño panorama de la complejidad de la numeración oral en lenguas indígenas, en particular la tzotzil y la náhuatl. Por su parte, Aldaz (1999) presenta un análisis del sistema de numeración oral de dos comunidades mixtecas del distrito de Nochixtlán: destaca los principios aditivo y multiplicativo que subyacen y la agrupación privilegiada en veintenas.

Geometría y medición

En Sáiz (1998) y Sáiz y Figueras (1999) se da cuenta de la creación de un "modelo local" (Filloy, 1990) que sirva de marco al estudio experimental sobre las ideas y conocimientos de los maestros sobre la noción de volumen. Utiliza para ello el análisis fenomenológico y didáctico-fenomenológico de Freudenthal (1983), mismo que pretende enriquecer.

El análisis didáctico fenomenológico (que corresponde en el estudio a lo se considera "el modelo de enseñanza") incluye una revisión de las lec-

ciones de libros de texto mexicanos, de primaria, escritos en los últimos 100 años. Sáiz encuentra que la cantidad de unidades y fórmulas presentadas disminuye en cada uno, mientras que la variedad de actividades de medición aumenta. Aunque algunas ideas como: invitar a los niños a medir, presentar situaciones realistas, trabajar fuera del salón de clases, son mencionadas por los autores en todos los periodos, no siempre se reflejan en los textos. Con excepción de los textos 1980-1992, esta situación, dice la autora, mejora de periodo en periodo.

Con respecto al análisis fenomenológico (modelo de la competencia formal), Sáiz propone una clasificación de las actividades didácticas en tres categorías: geométrica, numérica y física; realiza un rastreo histórico del concepto matemático de volumen, el cual le permite identificar "objetos mentales" relativos al volumen desarrollados por los científicos en diferentes etapas de la humanidad (el volumen como número, en la cultura egipcia, el descubrimiento de Arquímedes que asocia el volumen de un objeto al del agua que desplaza; el volumen como medida en un espacio-medida tridimensional).

Finalmente, con respecto al componente cognitivo, da cuenta una revisión de la literatura sobre le tema (J. Piaget, G. Vergnaud, K. Hart, O. Figueras) y destaca algunas de las dificultades identificadas por los distintos autores. Finalmente, organiza estos distintos aspectos en una red conceptual (esquemas incluidos en el texto) cuya función es orientar la investigación sobre ideas y creencias de los maestros.

La geometría y la medición también han sido estudiadas por Fuenlabrada (1996) quien señala las diferencias entre conocimiento del espacio (ubicación espacial) y de la geometría y destaca algunos rasgos de las prácticas dominantes de la enseñanza de la geometría (el uso de posiciones estereotipadas de figuras y la medición de la superficie sólo a partir de las magnitudes lineales, entre otras). Finalmente, esta investigadora afirma que en la propuesta oficial introducida en 1993 se intenta "reconciliar el aspecto formal y utilitario" de la geometría, brindarle mayor espacio, y relacionarla con los otros ejes temáticos.

Nava (1995) presenta un ensayo sobre el origen y desarrollo del sistema métrico decimal. Contextualiza la necesidad de contar con unidades universales en la Francia prerrevolucionaria (1788), en donde funcionaba una enorme cantidad de unidades de medida, sin relaciones sistemáticas entre sí, utilizadas muchas veces en detrimento de los más pobres. Repasa rápidamente un recorrido de casi 100 años, que va desde el clamor de los campesinos en esa época, hasta la creación de la Comisión Internacional del Metro, en 1885, y comenta los ajustes posteriores a la definición del metro.

Comentarios

El análisis del saber, al mismo tiempo que permite relativizar la noción misma de "saber" al ponerla en relación con instituciones, culturas y periodos específicos, proporciona al investigador una visión más amplia del mismo, desde la cual pueden comprenderse mejor las elecciones (los recortes, las articulaciones privilegiadas, los caminos para la reconstrucción) que subyacen a las distintas formas, existentes o posibles, de organizar la enseñanza. Desde este punto de vista, parece conveniente que también las investigaciones que se ocupan de saberes específicos en el nivel de primaria y preescolar, desarrollen un análisis explícito del saber. Esto constituye un reto para la comunidad, si se considera que la formación profesional inicial de varios de los investigadores que realizan estudios en este nivel (preescolar y primaria) no fue en matemáticas sino en otras áreas (sin menoscabo del interés que representan los acercamientos desde dichas disciplinas).

Por último, se observa que el estudio de las matemáticas utilizadas en las culturas indígenas sigue siendo poco explorado, considerando la gran diversidad de culturas de nuestro país. Por otra parte, aun cuando gracias al interés y perseverancia de algunos investigadores se han documentado algunos sistemas de numeración distintos al decimal, no se identifica ningún estudio de las formas en que estos conocimientos podrían enriquecer el aprendizaje de las matemáticas en la escuela.

Investigaciones sobre materiales de desarrollo curricular y otros recursos de apoyo a la enseñanza

Aproximaciones teóricas, propósitos y metodologías

El propósito central de los estudios que aquí se reportan es el análisis de las características didácticas y uso de diversos recursos de apoyo a la enseñanza de la matemática en educación preescolar y primaria. En la década que nos ocupa, el interés por estudiar materiales de desarrollo curricular, en especial los libros de texto, y otros recursos como *software* y calculadoras, es mayor que en la década de los ochenta.[12]

[12] En el apartado de enseñanza experimental se pueden consultar datos de otros estudios que aun cuando refieren al uso de algún recurso específico (libros de texto, calculadoras, *software*, juegos), el objeto de análisis es más bien el contenido y la propuesta bajo la cual fueron diseñados.

Durante los años noventa el recurso más estudiado fueron los libros de texto (oficiales y de editoriales privadas). Estos estudios, en especial los que refieren a los libros de texto gratuitos, resultan importantes dada su presencia en las aulas de educación primaria mexicana desde hace casi cuarenta años y porque prácticamente no se habían realizado investigaciones que los analizaran considerando las prácticas de enseñanza y los contenidos matemáticos.

En este tipo de trabajos el acercamiento metodológico es relativamente variado: los que tienen como propósito conocer o evaluar la forma en que libros de texto se utilizan en las aulas establecen el análisis desde enfoques cualitativos, o bien utilizan algún tipo de instrumento que permite el análisis tanto cualitativo como cuantitativo, como en el caso de los estudios de opinión. Otros trabajos se apoyan en el análisis didáctico o de contenido y, ocasionalmente, en al análisis estadístico.

Todos los estudios reportados se realizaron en el nivel de educación primaria y algunos de ellos incluso abarcaron también la secundaria. La casi totalidad de los trabajos fueron realizados en medios urbanos, especialmente el Distrito Federal. La educación preescolar aparentemente no es importante para los investigadores en estos temas, a pesar de que existe en las escuelas de preescolar material oficial desde hace ya casi diez años y se desconoce el uso que se le da.

En total se identificaron 24 trabajos que presentan resultados de 14 investigaciones. Los reportes se presentaron, por lo general, en revistas especializadas y de divulgación (18); congresos y otros espacios de discusión (5); y una tesis de maestría (ver cuadro 4 en el anexo estadístico). A continuación se presentan algunas características de los estudios detectados y los principales aportes.

Contenidos y aportes de las investigaciones

Estudios sobre libros de texto

En 1993 se inician investigaciones que centran su análisis en los libros de texto de matemáticas para la educación primaria, aunque es hasta 1995 que empiezan a publicarse los resultados de estos estudios. El interés en este tema surge al tratar de conocer qué sucedía con los planteamientos de la reforma educativa producto del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica y que se empezó a concretar con los cambios curriculares implantados a partir de 1993.

A partir del cambio de enfoque que se propuso oficialmente para la enseñanza de las matemáticas en educación básica, se estudia el uso y opinión que se tiene de los libros, especialmente desde el punto de vista de los maestros, y su presencia e impacto en la práctica. Los libros de texto son los primeros materiales —junto con el Plan y programas de estudio— en los que se concreta la reforma en marcha. Entrar a las aulas, entrevistar a profesores, platicar con los niños, redescubrir la fuerte presencia de los libros de editoriales privadas, es una constante en la mayoría de este tipo de estudios.

Los trabajos de la década sobre los libros de texto gratuitos centran su atención en la forma en que los maestros reciben los nuevos libros oficiales ya sea a partir de lo que dicen y opinan de ellos (Ávila 1996b; Ávila y Cortina, 1996; Rodríguez, Estrada, Valenzuela y Hernández, 1996; Estrada, 1997; Mendoza, Pérez y Mayorga, 1995), de la propuesta didáctica que presentan (Mayorga, 1996) o de la forma en que los utilizan en clase (Carvajal, 1996 a, b y c). Otros estudios enfocan el análisis en las propuestas matemáticas y didácticas que sustentan los materiales oficiales en relación con un contenido específico (Block y Álvarez, 1999), con todos los contenidos (Alatorre, De Bengoechea, Mendiola y Sáiz, 1999 a y b; Alatorre, 1999) e incluso se estudian aspectos más puntuales como el tipo de problemas verbales que proponen (Vargas y Guzmán, 2000) y las implicaciones del desempeño docente ante los cambios curriculares propuestos (Villalva, 1995). Por otro lado, los libros de editoriales privadas en primaria también son objeto de análisis desde el punto de vista didáctico (Cortina, 1996; Mayorga, Reyes y Zúñiga, 1995). Hay estudios cuyo interés se centra en recursos distintos como son la pertinencia, relevancia y usos de *software* educativos para matemáticas (Block y Martínez, 1999) y del juego (Amaya, 2001).

Estudios sobre los libros de texto gratuitos de matemáticas

Se identificaron dos estudios que indagaron la opinión de los maestros sobre los libros de texto realizados en la década. Estrada (1997), participante en uno de ellos, explicita que "el valor de la opinión de los maestros reside en que expresa la orientación de sus presupuestos pedagógicos e indica una predisposición al uso" (1997:1). Ávila y Cortina (1996) y Ávila (1996b), autores del otro estudio, reportan algunos rasgos de los libros de texto que los docentes consideran para valorarlos positivamente: nivel de dificultad de los ejercicios adecuado al nivel cognoscitivo de los niños; claridad e importancia de los objetivos que se persiguen con las lecciones; vínculo que se puede establecer con otras asignaturas; tiempo y esfuerzo que implican para su realización las actividades; que éstas les sean agrada-

bles a los niños; que se utilicen materiales manipulables para la resolución de las actividades. Hay otras características de los materiales que se enuncian y que toman significados distintos de acuerdo con quién las sostiene: la carencia de ejercicios de consolidación y automatización, la necesidad de trabajo conjunto entre maestros y niños, así como la formalización del conocimiento matemático, que no aparece sino escasamente en los textos. Los autores concluyen señalando que "los textos tienen una importante posibilidad de incorporar elementos innovadores y dinamizadores en la experiencia matemática en la escuela, a la vez que [...] son recibidos por los docentes con ideas específicas acerca de las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje" (Ávila y Cortina, 1996:125) que imponen límites y adaptaciones a las innovaciones.

Adicionalmente, Ávila (1996b) reporta los usos que dicen dar los profesores a los libros de texto gratuitos de matemáticas a uno o dos años de haber sido implantados y sin contar aún con otros materiales de apoyo que posteriormente se distribuyeron (ficheros de actividades y libros para el maestro). Entre las conclusiones más importantes que presenta la autora destacan que la formación y la preparación de los maestros incide en la manera en que se utilizan los libros de texto, uso que la autora reporta como heterogéneo, especialmente en primer y tercer grados. En estos grados, señala, los *maestros preparados* dicen utilizar más los libros de texto y aparentemente han incorporado más el nuevo enfoque de enseñanza. En quinto grado se identifican ciertas dificultades para el trabajo con el libro oficial en tanto en ese entonces las lecciones se presentaban integradas y resultaban difíciles de trabajar por la forma de presentación de los contenidos. En los tres grados se observa un uso frecuente del material recortable. Estos datos hacen repensar en la idea que considera a los profesores como "verbalistas y memoristas" (Ávila, 1996:339). Interesante resulta el hecho de que, por lo general, quienes opinan favorablemente de los materiales los usan con mayor frecuencia aunque también su uso depende de "la comodidad y la posibilidad de contar con tiempo libre durante la clase" (Ávila, 1996:338).

En un estudio de orientación hasta cierto punto similar, Rodríguez, Estrada, Valenzuela y Hernández (1996) realizaron una encuesta de opinión a maestros sobre los libros de texto gratuitos de diferentes asignaturas, incluyendo los libros de matemáticas de los seis grados de primaria. Este estudio, reportado también parcialmente en Estrada (1997), tenía como objetivos: analizar tendencias de opinión acerca de los libros de texto gratuitos, e indagar en qué aspectos existía consenso y en cuáles disenso. Una de las premisas básicas de esta investigación fue —como se señaló antes— que la "valoración de los maestros sobre los libros de texto

expresa la orientación de sus presupuestos pedagógicos" (Rodríguez *et al.,* 1996:17), es decir, que existe una relación importante entre las concepciones que tienen los profesores acerca de la enseñanza y el aprendizaje, y el valor y opinión que otorgan a los libros de texto como apoyo para la enseñanza. Entre las conclusiones más relevantes sobre los libros de matemáticas están las siguientes: hubo diferencias de opinión sobre los libros en los distintos grados; en pocos rubros se pudo establecer coincidencia de opinión entre los maestros, lo que muestra una gran diversidad de opiniones; los libros recortables (material con el cual se dotó a los niños de los primeros grados) tuvieron una valoración positiva tanto por los aspectos pedagógicos como técnicos; el libro de segundo grado fue el que tuvo mayor cantidad de rubros calificados como "buenos", lo que parece indicar que se ajusta mejor a "los esquemas globales de opinión de los maestros" y a lo que los maestros esperan de un libro (Rodríguez *et al*., 1996:35).

Por el contrario, el libro de cuarto grado no presentó ningún rubro como bueno lo que no necesariamente indica que el libro no lo sea o que no esté apegado al enfoque actual, sino más bien que no es aceptado tal cual por los profesores. En el caso del libro de matemáticas de primero, se ponderó positivamente su organización interna en términos del lenguaje y contenido, aspecto también evaluado satisfactoriamente en el caso de los libros de segundo y sexto grados. En tercero, cuarto y quinto se consideró como favorable que promueven la acción del niño. Se presentó cierto consenso para los libros de tercero, cuarto y quinto de matemáticas y disenso para el libro de sexto grado. Finalmente los investigadores plantean la necesidad de indagar más acerca del origen del disenso y la necesidad de realizar acciones de capacitación de los maestros con vistas a "enlazar la nueva propuesta curricular con las razones de los maestros y con la tradición curricular que da sentido a la opinión de amplios grupos magisteriales" (Rodríguez *et al.,* 1996:35)

Por su parte, Mendoza, Pérez y Mayorga (1995) realizaron otro estudio de opinión con profesores de primaria en relación con los libros de texto gratuitos de español y matemáticas, y Mayorga (1996) pone a discusión un análisis de las características didácticas tanto de los libros de texto oficiales de primaria como de editoriales privadas de las distintas áreas, entre ellas las matemáticas. Los resultados del primer estudio refieren a los libros de texto de editoriales privadas y se incluyen más adelante. En relación con los libros de texto gratuitos de matemáticas estos investigadores preguntaron a los maestros sobre la calidad editorial y la consistencia pedagógica de los libros. Entre los hallazgos vinculados con la calidad editorial (que refería a

la presentación de las actividades de aprendizaje, la función didáctica de las ilustraciones y la pertinencia del lenguaje utilizado en los textos oficiales), la mayoría de los profesores emitió una opinión favorable. En relación con la consistencia pedagógica y la pertinencia y factibilidad de las actividades planteadas, el estudio arrojó resultados más heterogéneos. Así, un gran porcentaje de los profesores señaló que las actividades propuestas favorecen el aprendizaje, pero casi la tercera parte las consideró poco viables. Mendoza, Pérez y Mayorga comentan que esta opinión puede indicar que los maestros consideran que las actividades propuestas permiten que los niños logren mejores aprendizajes, pero que la comprensión de las propuestas y su puesta en práctica pueden resultarles difíciles por lo que, indican, llevarlas a cabo no sería una tarea fácil.

En relación con el tratamiento de los contenidos en los libros de texto, la mitad de los profesores opinó que los conceptos básicos son tratados de manera suficiente, contra la otra mitad que opina que no es así pues, señalan, hay una carencia en las definiciones de los contenidos abordados. Esta última opinión, comenta Mayorga, posiblemente tiene que ver con ciertas formas de enseñanza aún presentes que llevan a los maestros a iniciar el trabajo en matemáticas con los conceptos, pasar a ejercicios y después aplicarlos en la resolución de problemas.

Con una orientación distinta a las anteriores, Vargas y Guzmán (2000) analizan los problemas verbales que aparecen en los libros de texto gratuitos. Para caracterizar los problemas y su dificultad relativa, retomaron los cuatro tipos de relaciones entre las cantidades de un problema que Bednarz y Dufor-Javier (1991) plantearon: comparación, operación, transformación y razón. Se concluye que hay un total de 234 problemas verbales distribuidos en los seis grados de primaria, pero principalmente en segundo y cuarto. El estudio indica que 97% de los problemas son de tipo aritmético o están conectados a la aritmética y una buena cantidad de ellos surgen del manejo de tablas y dibujos, si bien es en cuarto grado donde encontraron más problemas de este tipo. Vargas y Guzmán consideran que el manejo de problemas verbales en los textos muestra un descuido pues se encuentran con poca frecuencia, siendo cuarto grado donde se plantean más problemas verbales. Finalmente señalan que aún cuando se trabaja en contextos aritméticos deben incluirse no sólo problemas "conectados" (aritméticos) sino también "desconectados" (algebraicos).

Alatorre, De Bengoechea, Mendiola y Sáiz (1999) analizan los libros de texto gratuitos de primaria y los ficheros de actividades didácticas de todos los grados de ese nivel, desde el punto de vista didáctico y matemático. Para su análisis toman como base las variables: contenido, habilidades, temas,

énfasis, conceptualización y léxico. En sus conclusiones estas investigadoras destacan que: resultan adecuados los contenidos matemáticos y propósitos contenidos en los materiales con algunas salvedades, como son la necesidad de un trabajo mayor con números fraccionarios y decimales, la necesidad de promover con mayor fuerza el manejo de la calculadora en el aula, fortalecer el trabajo sobre perímetro y área, medición de volumen, capacidad y tiempo. Asimismo consideran que habría que fortalecer el trabajo del eje de predicción y azar. Este equipo de investigación señala también que la propuesta de trabajo de los materiales refleja una concepción no lineal del aprendizaje, además de que permite que la construcción conceptual se realice a partir de diversos significantes que las situaciones problemáticas presentan y que son cercanas a la realidad de los niños. En otros escritos (Alatorre, De Bengoechea, López, Mendiola y Sáiz, 1999; De Bengoechea, 1999; Mendiola, 1999; Sáiz, 1999; López, 1999 a y b; Alatorre, 1999) incluyen el método de análisis que proponen y abordan ejemplos de análisis de temáticas particulares. Asimismo plantean la necesidad de que los maestros analicen seriamente los materiales que utilizarán para trabajar con los niños para que, a partir de la identificación de los porqué y para qué de las actividades, planeen el trabajo docente realizando las modificaciones y adaptaciones que se consideren convenientes.[13]

Con un acercamiento distinto a los anteriores, Carvajal (1996) realizó un estudio sobre el uso del libro de texto gratuito de matemáticas para primer grado, durante el primer año de su uso. Esta autora analiza tanto las características y prácticas de un grupo de maestras al trabajar matemáticas, como las interpretaciones, modificaciones, usos y opiniones que encontró en torno al libro de texto gratuito de matemáticas. Entre los usos que el estudio reporta está el hecho del trabajo conjunto entre maestras y alumnos en cada lección, a veces solicitando a los niños anticipar la tarea necesaria para resolverla, y otras trabajando juntos parte por parte cada lección. Asimismo, la investigadora afirma que los niños revisaban su libro, comentaban ejemplos, se comunicaban entre ellos al trabajarlo. A decir

[13] Un estudio también dedicado al análisis de los libros de texto es el de Block y Álvarez (1999), quienes revisan las modificaciones que ha presentado la enseñanza del número en los libros de texto gratuitos de primer grado. Por referir al análisis didáctico de un contenido específico, este estudio se reporta en el apartado dedicado al *saber*, mientras que en el apartado dedicado a prácticas de enseñanza se incluyen los aportes de la investigación de García (1996), quien analiza en la práctica los libros de tercero y cuarto grado.

de Carvajal, las maestras participantes en el estudio consideraban el libro: *1)* como un "material base" para el trabajo de matemáticas, en cuyo caso ejercitan o reafirman el contenido en los cuadernos y tienden a proponer ejercicios similares a los del libro; *2)* como complemento al trabajo de manipulación de materiales concretos; y *3)* como facilitador para el manejo de ciertos contenidos matemáticos, especialmente la geometría. Un problema que se identifica en esta investigación es la dificultad de encontrar los límites entre ayudar a los alumnos y dejarlos que trabajen solos sobre el libro de texto. Otra dificultad encontrada es la posibilidad de que los profesores propongan situaciones similares a las del libro recuperando el sentido matemático y didáctico centrales que les subyacen. Finalmente se recuperan los distintos usos del material recortable que permite no sólo trabajar los contenidos sino también apoyar otras actividades propias del quehacer docente como la atención a asuntos administrativos.

Estudios sobre libros de texto de matemáticas de editoriales privadas

Durante la década que nos ocupa se desarrollaron sólo dos investigaciones cuyo interés fue estudiar los libros de texto de editoriales privadas, no obstante el hecho de que se utilizan con bastante frecuencia en muchas escuelas de nivel preescolar y primaria (Mayorga, Reyes y Zúñiga, 1995 y Cortina, 1996).[14]

A raíz de las opiniones y comentarios de profesores de primaria de escuelas públicas de la República acerca del uso de libros de texto de editoriales privadas, en 1995 Mayorga, Reyes y Zúñiga realizaron un estudio de calidad sobre los libros de texto de editoriales privadas más citados por los maestros. Advierten acerca del aparente desconocimiento que éstos tienen de los libros de texto oficiales y de los fuertes problemas que los libros de texto comerciales presentan en relación con el tratamiento didáctico de los contenidos, la información que proporcionan y la calidad editorial (inferior a la de los textos oficiales). En su análisis, Reyes y Zúñiga revisan las características generales de los libros y el tratamiento que se da a las matemáticas. Plantean que las propuestas que sustentan esos libros no son congruentes con los enfoques oficiales, pues en general se trabajan los con-

[14] Se identificó un estudio más, que se reseña en el apartado de maestros, en el que resulta un elemento central de un proceso de formación el análisis de un libro de texto de matemáticas para quinto grado de primaria elaborado *ex profeso* (ver Villalva, 1995).

tenidos de una forma memorística e informativa y contienen errores editoriales importantes que incluyen imprecisiones en la información que presentan. Establecen que a partir de tercer grado estos libros tienden a basarse en el manejo de fórmulas y conceptos, presentan una cantidad considerable de ejercicios, no se parte de problemas reales, en muchos casos el nivel de complejidad es excesivo y se da un énfasis mayor al eje "Los números sus relaciones y sus operaciones" en detrimento de los otros ejes conceptuales incluidos en el currículum.

Por otra parte, Cortina (1996) desarrolla un estudio que deriva del realizado por Ávila y Cortina en 1996. En su investigación el autor realiza un análisis didáctico de siete libros de texto de matemáticas de primer grado de editoriales privadas. Este investigador buscaba posibles explicaciones a la presencia de esos libros en las aulas y el impacto de su uso en la reforma curricular vigente. El análisis de los libros se circunscribe al eje "Los números, sus relaciones y sus operaciones" que propone el entonces nuevo currículum. Cortina afirma que no hay mucha diferencia entre los contenidos que abarcan y la secuencia que proponen los diferentes textos; el uso de la lengua escrita es un rasgo relevante y en algunos de ellos ocupa un lugar importante el trazo de números y palabras. En uno solo de los libros analizados se observó la inclusión de lecciones con "situaciones problemáticas"; con excepción de ese texto, el investigador considera que las concepciones entre uno y otros son similares. Los rasgos comunes en los libros que Cortina identifica son: trabajan una secuencia lineal de los contenidos; utilizan modelos gráficos para presentar los conceptos, la secuencia didáctica consiste en la presentación de una explicación o un "concepto", ejemplificación de su uso, una serie de ejercicios para usar el concepto y, finalmente, énfasis en el uso de procedimientos de cálculo convencionales. Asimismo, Cortina señala lo que llama características controversiales de esos libros, es decir, rasgos que permiten considerarlos dentro de una corriente pedagógica que supone que es a partir de la repetición que se adquiere el conocimiento y da prioridad a la aplicación de reglas. Concluye el investigador con una reflexión en torno a la tensión que implica la coexistencia de la propuesta pedagógica de estos libros y la que promueve la Secretaría de Educación Pública.

Otros recursos de apoyo a la enseñanza

En la década se desarrollaron investigaciones que también indagaron sobre las posibilidades y pertinencia de otros recursos (computadoras, calculadoras y juego).

Estudios sobre uso de nuevas tecnologías

A continuación se reseñan las investigaciones de Galván, Ursini y Aguilar (1995) y Block y Martínez (1999) que abordan el análisis de *software* y ambientes computacionales y el de Martínez y Block (1996) que centraron su análisis en el uso de la calculadora.

En un estudio desarrollado por Galván, Ursini y Aguilar (1995) se planteó la posibilidad de prefigurar el concepto de discontinuidad utilizando como apoyo ambientes Logo. El análisis se sustenta tanto en Bruner (1960) como en la teoría de Vigotsky (1978). Un supuesto central del estudio fue que "la idea de intervalo sirve como base para acercarse de manera informal a la idea de relación funcional discontinua definida por partes" (1995: 313). La investigación se desarrolló con niños sin experiencia computacional que trabajaron en pequeños equipos. Entre los resultados más relevantes, las investigadoras mencionan que es posible ayudar a los niños a acercarse a la idea de función aun cuando esto no se dé espontáneamente; establecen que: *1)* todos los niños se mostraron interesados y entusiasmados en la tarea; *2)* sólo uno de los equipos se acercó espontáneamente a la idea de variable en movimiento. Ese equipo logró la definición de intervalos (límites inferior y superior) inicialmente a partir de aproximaciones sucesivas y poco a poco estableciendo un método. Para lograr esto los niños partieron de la propuesta de una integrante del equipo, que estudiaba segundo de secundaria y quien, a decir de las investigadoras, propició en los otros niños el desarrollo de un "potencial". Los otros equipos lograron también la definición de variables a partir de la intervención de las investigadoras; *3)* en tareas posteriores los niños mostraron menor dificultad para encontrar los intervalos; *4)* en las entrevistas individuales se constató que todos los niños percibían "la variable como una entidad en movimiento y también conseguían la definición por intervalos de función" (1995:317).

Por su parte, Block y Martínez (1999) desarrollaron una investigación en la que pusieron a prueba una secuencia de situaciones didácticas sobre la noción de razón utilizando un programa para computadora. Trabajaron sesiones de clase de una hora con un grupo de alumnos de quinto grado de primaria y utilizaron solamente dos computadoras. Un aspecto interesante de la experiencia fue que pusieron a prueba el programa en condiciones materiales mínimas. Afirman los investigadores que el programa resultó eficaz porque permitió crear un contexto y facilitó a los niños la comprensión de la trama del problema planteado. Asimismo permitió verificaciones precisas de las anticipaciones de los niños a la tarea solicitada. El mayor problema detectado refiere a la cantidad de equipo utilizado: aun cuando se

previeron estrategias para optimizar el uso de las dos computadoras, resultaron insuficientes y los niños tenían que esperar su turno para utilizarlas. Se concluye que para experiencias similares se requeriría no menos de una máquina por cada seis niños.

Martínez y Block, en 1996 presentaron datos parciales de un proyecto que desarrollaron también en la escuela primaria para incorporar el uso de calculadoras. El proyecto tuvo dos etapas: la primera consistió en el trabajo de una hora semanal con una maestra de sexto grado de una escuela primaria pública para apoyar a los niños atrasados en matemáticas. La segunda etapa consistió en que la maestra trataría de involucrar a los otros maestros de la escuela para que utilizaran la calculadora, se le apoyó con un libro que contenía actividades para usar la calculadora en todos los grados. En el reporte se reseña el trabajo con la maestra y su grupo. Así, comentan que la propuesta de trabajo constó de dos tipos de actividades: de ejercitación y de búsqueda. En el primer tipo de actividades se promovía el cálculo mental y la calculadora se utilizaba para verificar los resultados obtenidos, en tanto en las actividades de búsqueda se les proponían a los niños diversos problemas que suponían relaciones numéricas diversas para su resolución, y los niños usaban la calculadora de manera libre. Entre los hallazgos reseñados están los siguientes: en multiplicaciones en las que uno de los factores es 10 o un múltiplo de 10, resulta difícil a los niños hacer el cálculo mental pues había quienes tendían a hacer la multiplicación completa. Señalan que el trabajo en parejas, así como el compartir y confrontar procedimientos de manera colectiva, permitió que algunos niños descubrieran que agregar ceros es una manera más sencilla de realizarlas. En el caso de actividades de búsqueda los niños utilizan estrategias de ensayo y error y sistemáticas que desarrollaron al solicitarles que formaran una cantidad en la calculadora sin utilizar las cifras que contenía esa cantidad y al pedirles que plantearan una operación en la que faltaba uno de los factores. En sus comentarios finales los autores señalan que conocer las estrategias desplegadas por los niños permite, adicionalmente, identificar qué conceptos se tendrían que trabajar más con los alumnos.

Estudios sobre el juego

El juego y el uso de material didáctico para apoyar el aprendizaje de las matemáticas en primer grado es el tema de la investigación desarrollada por Amaya (2001). El estudio, de carácter experimental, pretendía fomentar el uso de estos recursos entre los profesores para "apoyar la transición del pensamiento concreto al pensamiento abstracto de los alumnos de pri-

mer grado". La autora señala haber utilizado una metodología cualitativa etnográfica dado el uso de la observación a lo largo del estudio, aunque la descripción de su estudio es más bien experimental (grupo experimental, grupo control, pretest-postest, prueba objetiva para conocer el nivel de aprovechamiento de los niños). Los resultados son: *1)* el hecho de que, en primer grado, los contenidos matemáticos están en un plano secundario respecto a la enseñanza de la lengua escrita; y *2)* cuando los maestros tienen la oportunidad de analizar su práctica y una propuesta metodológica centrada en el juego muestran un cambio de actitud frente a la enseñanza de la matemática que repercute positivamente el trabajo con los niños.

Comentarios

Hay un tipo de recurso que llamó especialmente la atención de los investigadores en el periodo que analizamos: los libros de texto.

Los estudios enfocados al análisis de los libros de texto se hicieron desde perspectivas distintas (análisis didáctico, entrevistas, encuestas). Tanto estos estudios como los consignados en torno al uso de los libros en la práctica fueron realizados, en su mayoría, durante los primeros años de la introducción de los libros de texto gratuitos elaborados bajo un nuevo enfoque didáctico. Queda por indagar los cambios en su uso o la influencia que pueden haber tenido en el aprendizaje con el paso del tiempo.

Por otra parte, sería interesante un análisis más acucioso de la eventual convivencia de los libros de texto de editoriales privadas con los de texto gratuitos, así como incursionar en el análisis de las características didácticas, editoriales y de uso de los libros que se utilizan en preescolar, pues se mantienen sin respuesta preguntas como: ¿se utiliza en este nivel el material educativo distribuido por la Secretaría de Educación Pública?, ¿cómo?, ¿qué papel se atribuye a la matemática en preescolar? Es de esperar que el hecho de haber otorgado carácter obligatorio a este nivel educativo promueva más estudios sobre él.

En relación con los estudios que refieren al uso de *software* y otros apoyos tecnológicos en matemáticas, el análisis didáctico es central pero —además de que sería deseable incrementar este tipo de estudios— también hacen falta análisis más puntuales en relación con contenidos específicos y que consideren el papel que los maestros, los compañeros y los otros materiales pueden jugar al utilizar esa tecnología.

A excepción de los estudios de Martínez y Block (1996) y de Garduño (2001), reportado en el apartado de enseñanza experimental, una ausencia

importante la constituyen los estudios sobre el uso de la calculadora. La casi inexistencia de investigaciones sobre este tema llama la atención pues la calculadora es un recurso que se promueve desde los primeros grados del nivel de primaria y está a la mano de gran cantidad de familias y niños.

La investigación de las prácticas de enseñanza

La aproximaciones y los propósitos

Conocer y explicar los acontecimientos y procesos que tienen lugar en las aulas fue intención de la década de los ochenta, empero, la indagación realizada sobre el tema no sobrepasó con mucho la intencionalidad. Afirmaciones contenidas en el documento que sintetiza la investigación de dicho periodo (Block y Waldegg, coords., 1995) muestran tal situación:

> Esta es probablemente una de las líneas de investigación en educación matemática menos trabajada en México. Al respecto, sólo se ha difundido un escaso número de trabajos y más escasos son aún, entre ellos, los que aportan elementos para la comprensión de las concepciones a partir de las cuales los profesores organizan y realizan sus prácticas (p. 58).

En el periodo que aquí se recuenta, un grupo de investigadores continuaron a la búsqueda del herramental teórico y metodológico que permitiese dar cuenta de una manera más sistemática y significativa de lo que acontece en los salones de clase comunes. Los apoyos conceptuales más frecuentes son las teorías desarrolladas por Yves Chevallard (particularmente con la noción de transposición didáctica) y Guy Brousseau, (principalmente su tipología de situaciones didácticas: acción, formulación, validación, institucionalización...) así como su noción de contrato didáctico. Otra fuente conceptual la constituyen los trabajos etnográficos en sentido estricto, entre los que con frecuencia se mencionan los desarrollados en el Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV y en especial los de Elsie Rockwell. Las investigaciones desarrolladas no son muchas, pero en conjunto comienzan a desentrañar la lógica del quehacer cotidiano en las clases de matemáticas comunes.

La enseñanza es mencionada por algunos investigadores a inicios de la década que se recuenta (Block y Dávila, 1993; Ávila, 1994). En ese entonces, sin embargo, las características de la acción docente no se aludían sino a manera de reflexión, con el fin de contrastar las potencialidades intelec-

tuales de los alumnos con su escasa promoción en la escuela común. Así, por ejemplo, Block y Dávila (*op. cit.*), preocupados porque los alumnos no aprenden a resolver problemas (objetivo central de las matemáticas escolares), afirman que es la visión de las matemáticas como lenguaje formal la que ha expulsado de la escuela la matemática informal, excluyendo con ello el desarrollo de la capacidad de pensar matemáticamente. Pero los datos más precisos sobre la enseñanza que tiene lugar en las escuelas, provienen de la segunda mitad de la década. La mayoría de los trabajos desarrollados en este periodo tienen como objetivo identificar el cómo la reforma introducida en 1993 ha sido interpretada por los profesores o las formas en que ésta está siendo llevada a cabo. Sólo dos trabajos dan cuenta de acontecimientos previos a la reforma a las matemáticas.

Las prácticas de enseñanza en el periodo que antecedió a la reforma de 1993

Conforme a un estudio realizado por Schulmaister (2000), diversos rasgos de la práctica de enseñanza y de las intervenciones de los alumnos cuando intentaban aprender las fórmulas para calcular un área o perímetro, reflejaban los escasos conocimientos sobre las figuras geométricas con que contaban los docentes. En dicha práctica destacaba: el lugar privilegiado de la percepción visual en la enseñanza de las fórmulas, la preeminencia de los razonamientos aritméticos por sobre los geométricos, así como el "salto" entre el procedimiento particular para calcular el área de una figura y la expresión algebraica correspondiente.

Además, los ejemplos que los maestros utilizaban en sus explicaciones del perímetro o del área, así como los ejercicios de aplicación, constan de figuras dibujadas, que no son sino el "contexto" de las operaciones aritméticas con lo que el problema de geometría se transforma en un problema aritmético. Los datos que se anotan a las figuras, continúa Schulmaister, son medidas arbitrarias y en general numéricamente pequeñas, y los maestros no reparan en que los datos estén en relación proporcional con los lados de la figura dibujada. Finalmente, dice Schulmaister, la concepción estática de la literal que subyace a la enseñanza de la medición de áreas y perímetros observada se convierte, en la escuela secundaria, en un obstáculo didáctico ya que los alumnos tendrán dificultad para comprender los diferentes significados que adquiere las literales.

De manera distinta a la de Schulmaister, Ávila (2001a) plantea que, independientemente del tema de enseñanza, hay una gama importante de

variaciones en el hacer cotidiano de los profesores comúnmente llamados "tradicionales". Entre las conclusiones de esta investigadora destaca la afirmación de que la enseñanza tradicional es un mito, en el sentido que refiere a "aquellas opiniones a las que una adhesión colectiva demasiado obligatoria ha privado del beneficio de verificaciones precisas" (Piaget, 1975). En efecto, Ávila señala que la acción de los profesores que "abre" la clase con un contrato didáctico similar (en este caso el contrato de transmisión) puede tomar derroteros disímbolos y, en ocasiones, lograr aprendizajes con cierta dosis de significación; un elemento que contribuye a hacer la diferencia son las formas como los profesores reaccionan a la falta de respuestas de los alumnos y que la investigadora, utilizando la terminología de Brousseau, denomina "mecanismos de regulación" del equilibrio didáctico.

Las prácticas de enseñanza después de la reforma de 1993

La reforma introducida en 1993 postulaba que los alumnos aprenderían mejor si sus profesores les plantearan problemas para que, al resolverlos, construyeran nuevos conocimientos. La reforma pretendida no era cosa menor, pues significaba un replanteamiento de las formas tradicionales con que se explicaba el aprendizaje, así como una resignificación del papel del profesor. Probablemente por ello, al periodo de incorporación de la reforma le siguió una serie de estudios que buscaban, como señalamos antes, indagar el cómo los principios de aprendizaje y enseñanza introducidos tomaban forma en la práctica.

El conjunto de dichos estudios señala que los profesores han operado una transposición importante en las ideas introducidas oficialmente. Por ejemplo, Carvajal (1996a, b y 2001) menciona, con base en el análisis del trabajo alrededor del libro de texto gratuito de matemáticas de primer grado que, en general, las situaciones presentadas en las lecciones se adaptan constantemente (por ejemplo a las características o experiencias previas del grupo) o que el texto se utiliza para practicar la lectura. Este último dato complementa las afirmaciones de Ávila (1996) y Lizarde (2001) acerca de que los profesores y profesoras del grado privilegian la enseñanza de la lectura por sobre el aprendizaje de las matemáticas. Carvajal identifica otros rasgos comunes en la práctica de las profesoras participantes en el estudio, como por ejemplo la importancia otorgada al conteo y el permitir o incluso promover que los niños cuenten con los dedos (Carvajal, 1996c). Pero además de los rasgos comunes se encuentran también diferencias en el trabajo

realizado; las profesoras se vinculan de manera distinta con los niños, con las matemáticas y con los libros de texto. Hay por ejemplo, quien promueve vínculos lúdicos con los materiales, mientras hay quien cuida que los niños vayan aprendiendo términos correspondientes al lenguaje matemático "formal", mostrando ésta como una de sus principales preocupaciones.

En una dirección distinta, esta investigadora afirma que: *a)* la participación del grupo escolar es importante para que la actividad planteada en el texto pueda resolverse; *b)* que los niños son capaces de hacer mucho más de lo que sus profesoras creen; y *c)* que se percibe una tendencia a asignar calificación a todo lo que los niños hacen y esto llega a modificar la actividad propuesta en los materiales e, incluso, a quitarle su sentido original.

En relación con el tercero y cuarto grados sabemos que en ocasiones hay dificultades para llevar a la práctica algunas de las actividades propuestas en los libros de matemáticas, pues los niños realizan actividades "sólo por hacerlas", sin manejar ningún contenido matemático (García Herrera, 1996); las propuestas problematizadoras de las lecciones utilizadas en presencia de la investigadora son pocas y éstas se modifican derivando en otras que contienen preguntas cerradas y respuestas únicas. De tal manera, según García Herrera, los textos de las distintas materias — incluidos los de matemáticas— no vertebran la enseñanza; las lecciones que más se utilizan son las que incluyen material concreto, pero las modificaciones hechas por las docentes a las lecciones modifican también los contenidos, son los libros comerciales lo que tienen más presencia en la clase porque brindan temas o actividades concretas.

De manera distinta a Carvajal y García Herrera, diversos investigadores han orientado su atención en algún tema matemático específico. Por ejemplo Téllez (1997) informa acerca de cómo un grupo de profesoras del medio rural y del medio urbano, aplicaban la propuesta oficial de enseñanza de la división a unos cuantos años de su incorporación. Coincidiendo con las afirmaciones de Carvajal, Téllez señala que cada una de las profesoras hace su propia interpretación y complementación de la propuesta. Empero, en medio de la diversidad observada, ciertos rasgos son comunes a la práctica de las cuatro profesoras participantes: ofrecen a los niños problemas de reparto y tasativos (aunque con mucho mayor frecuencia los primeros); en general, los problemas planteados son sencillos e involucran vivencias de los niños (tratan de juguetes, dulces, deportes, canicas, u otros juegos); en todos los casos se promueve que los niños utilicen estrategias personales de resolución y con frecuencia se usa material manipulable (corcholatas, palitos...); se observa un uso frecuente de billetes y monedas para modelar repartos e introducir el algoritmo de la división. Se observa

también la importancia que las profesoras dan a la introducción del algoritmo convencional de la división; en un caso, incluso, se constató la introducción de los nombres de las partes de la división. Otros datos relevantes reportados por Téllez son que eventualmente se utilizan fotocopias de libros de texto comerciales "porque el libro gratuito no trae suficientes ejercicios", o que se enseña a dividir con números hasta centenas, aunque el programa no lo señale de esta manera. La principal razón para hacerlo —a decir de las docentes— es la presión que los padres de familia ejercen, pues éstos piensan que los niños de otros grupos aprenden más porque se mantienen las formas previas de enseñaza.

Otro estudio realizado pocos años después de los arriba citados (Alvarado, 1999), confirma el hecho de que es de la experiencia y la preparación de las profesoras de las que deriva un estilo particular de apropiación de la propuesta de enseñanza de las matemáticas vigente, particularmente la que refiere a las fracciones: se utiliza más o menos el libro de texto, se tiene más o menos prisa por llegar a las simbolizaciones, se permiten estrategias espontáneas de manera más o menos franca, o se promueve la confrontación y/o argumentación de las respuestas más decididamente. Empero un elemento que en medio de las diferencias unifica la acción docente es el valor asignado a la manipulación de material en el proceso de aprendizaje de las fracciones. Por otra parte, este estudio permite ver la apropiación paulatina de los principios de la reforma con el paso del tiempo: tiempos a-didácticos progresivamente más prolongados, mayor frecuencia y libertad en el uso de estrategias espontáneas, mayor oportunidad de argumentar respuestas. Al respecto un dato resulta relevante: la afirmación hecha por una docente en el sentido de que es el compromiso contraído con la investigadora lo que la obligó a continuar intentando el trabajo conforme a las nuevas directrices, cuestión que a la vez posibilitó el conocer las potencialidades intelectuales de sus alumnos y considerar la nueva propuesta como una opción viable. Como algunos investigadores han señalado (por ejemplo Ávila, 1999), para la incorporación de la nueva propuesta de enseñanza, los profesores habrían de vencer dificultades de tipo técnico (desarrollar nuevas habilidades) y enfrentar como obstáculo principal la aceptación de que los alumnos pueden trabajar productivamente sin su control. El acompañamiento de un asesor, así como la discusión organizada con otros colegas, colabora en la superación de los dos tipos de dificultades. Así lo deja ver el estudio que realiza Salinas (2000) en torno a la probabilidad.

También en el sentido de las dificultades enfrentadas van las reflexiones derivadas del estudio realizado recientemente por Block, Martínez, Dávila y Ramírez (2000). Situados en el sexto grado, estos investigadores

concluyen que los enfoques actuales sobre la resolución de problemas distan todavía de poderse llevar a la práctica plenamente en los salones de clase, pues se identifican algunas dificultades: limitaciones de las propuestas ofrecidas a los maestros (situaciones insuficientemente adecuadas, o carentes de secuencia); el lugar privilegiado que se concede a la aplicación de técnicas formales, y la dificultad de validar procesos informales, inacabados.

Otro estudio reciente acerca de las formas en que la reforma a las matemáticas ha repercutido en las escuelas es el realizado por Ávila y un grupo de investigadores (Avila, dir., 2000). En él se intentó analizar desde perspectivas complementarias las formas que habían tomado en las aulas los principios curriculares introducidos en 1993. Este estudio, sustentado en el análisis de clases llevadas a cabo en escuelas de distinto tipo (rurales, urbano-marginadas; urbanas de prestigio académico) da cuenta de lo que en la propia investigación se denominan *realizaciones de la reforma*. En este marco, Mendoza (2001) afirma que los problemas ahora tienen frecuencia importante en las clases, pero señala también, en relación con la presencia de los problemas, que hay una distancia entre lo que se esperaba que ocurriera con la reforma a la enseñanza de las matemáticas y lo que ocurre realmente en las clases. En ellas, dice Mendoza, abundan los problemas que implican una sola operación con la incógnita en el dato final, y en los cuales los niños aplicarán un algoritmo ya conocido para obtener la solución. Los problemas más frecuentes siguen siendo los de aritmética, seguidos por los de medición; en mucho menor grado se plantean problemas de geometría o de probabilidad y azar. Datos similares reporta por su parte Lizarde (2001), a cuyo decir los problemas son frecuentes en los seis grados de la educación primaria, pero siguen siendo similares a los previamente resueltos en la clase y mantienen un formato tradicional (cierta estructura, presentación de los datos en el orden en que serán utilizados) y los profesores no logran sustraerse a la tentación de ofrecer "pistas", incluso cuando se solicita a los alumnos "inventar" los problemas.

Otra vertiente del estudio dirigido por Ávila refiere al tratamiento didáctico que los profesores dan a los errores de sus alumnos en la clase de matemáticas (Aguayo, 2001). Las conclusiones derivadas de esta parte del estudio señalan que, no obstante la diversidad en las prácticas de enseñanza de las matemáticas, los tratamientos didácticos del error pueden clasificarse en tres grupos: *a)* "mecanismos de evitación del error"; *b)* usos tradicionales de los errores; *c)* aproximaciones hacia nuevos tratamientos de los errores.

A decir de Aguayo, en las formas en que los docentes han traducido los principios del enfoque de enseñanza, se observa un proceso orientado a la descentración del profesor como autoridad de validación del error; sin ser

idóneos, dice, los diversos tratamientos observados constituyen etapas de ese proceso. Afirma también que no son pocos los profesores que han reconocido la importancia de utilizar el error como oportunidad de aprendizaje, pero dice que hay en la mayoría de ellos un rasgo relevante: a pesar del adecuado tratamiento que realizan de los errores, los mecanismos didácticos específicos para su tratamiento, constituyen ausencias notables.

También como parte de este mismo estudio, Ávila (2001b) hace un conjunto de reflexiones derivadas de los datos obtenidos:

- La mayoría de los profesores observados aceptaron la reforma por los beneficios intelectuales que ofrece a los niños (hacerlos razonar, vincular la escuela con la vida...).
- De manera distinta a lo observado en los primeros años de la introducción de la reforma, los textos y otros materiales ofrecidos por la Secretaría tienen una presencia importante en las clases.
- La propuesta de enseñanza de las matemáticas ha generado "nuevas formas de pensar la práctica de la enseñanza", nuevas ideas, aunque éstas no fueron fieles reproducciones de las oficialmente introducidas (no tendían por qué serlo, dice).
- Se observan avances, pero también aspectos que generan dificultad: *a)* la realización del trabajo en equipo, tal como es llevado a la práctica, se muestra como punto vulnerable en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; *b)* la noción de actividad y problema, cuyo significado es necesario terminar de configurar.

Finalmente, se dice, no fue posible establecer una vinculación clara entre la introducción o no de los principios de la reforma en los salones de clase con la obtención de altos puntajes en la resolución de un examen.

Un dato adicional aportado por Lizarde en relación con las prácticas de enseñanza que hoy se desarrollan en las escuelas merece ser destacado: los profesores continúan preocupados por los procedimientos; los exámenes de "Carrera Magisterial" y "Olimpíada del Conocimiento" favorecen tal situación (Lizarde, 2001).

Estudios comparativos entre los dos periodos

En nuestra búsqueda, identificamos un trabajo cuyo objetivo permitió comparar los procesos de enseñanza ocurridos en las dos décadas cruzadas

por la reforma educativa del 93. Este estudio (Ávila, 2001a) —sobre la base de observaciones de clase realizadas en los dos periodos antes referidos— señala que la enseñanza de las matemáticas desarrollada en los años ochenta tenía realizaciones heterogéneas y que, en ocasiones, dichas prácticas posibilitaban aprendizajes con significado. En especial, dice Ávila, las relaciones didácticas basadas en la noción de comunicación (no sólo de trasmisión) y de "explicación a la medida" posibilitaban lo anterior pues, en los hechos, se trataba de profesores "centrados en sus alumnos" que, al buscar satisfacer las dudas y asegurarse de que "todos hubiesen entendido" permitían que ciertos niveles de confianza a la vez que de comprensión tuviesen lugar.

También en el mismo periodo, Ávila reporta la que llama "reforma adelantada". Lo hace sobre la base del recuento de la acción de una profesora que —habiéndose actualizado por voluntad propia— utilizaba de manera exitosa el enfoque constructivista que después daría sustento a la reforma a la enseñanza. A decir de Ávila, en el conjunto de casos que analiza en el periodo posterior a la reforma y que corresponden a sus cuatro primeros años, la "devolución franca" (de la responsabilidad del aprendizaje a los alumnos) practicada por esta profesora no es observada sino muy eventualmente y ésta es generalmente sustituida por la "devolución dosificada", es decir, por espacios de libertad breves, de tal forma que el docente que la practica no pierde el control de los acontecimientos. El temor a la pérdida de control, confirma lo reportado por Block, Dávila y Martínez (1995) en el marco de un proceso de formación de profesores.

Comentarios

La investigación de la enseñanza que se realiza en los salones de clase comunes es una línea de trabajo que, si bien iniciara de manera incipiente en los años ochenta, tuvo un desarrollo relevante en esta década. Los resultados aquí sintetizados dejan ver el interés creciente por estudiar dicha problemática; al parecer la reforma de las matemáticas ha sido un potenciador de este interés. Sería deseable que en los próximos años tuviera lugar una ampliación de los trabajos en esta línea, cuestión que sería de suma importancia tanto en sentido teórico como por sus aplicaciones. En cuanto a lo primero, sería importante aclarar algunos puntos que al parecer no alcanzan consenso (por ejemplo los rasgos y los alcances de los llamados métodos tradicionales), o los límites de la reforma a las matemáticas y los métodos que hemos dado en llamar constructivistas. En cuanto a las

aplicaciones, el conocimiento específico sobre las prácticas de enseñanza —sumado a los que otras vertientes de indagación proporcionen— ofrecerá elementos para confirmar, complementar o reorientar las políticas de formación continua de los profesores y de revisión de los materiales curriculares que el Estado distribuye en las escuelas.

Investigaciones en la línea de enseñanza experimental

Aproximaciones teóricas, propósitos, y metodologías

La metodología de las investigaciones que se ubican en este apartado (26 investigaciones, 33 textos en total) se caracteriza por incluir la realización de experiencias didácticas, por lo general en el aula y ocasionalmente fuera de ésta, con grupos pequeños de alumnos. El propósito es, casi siempre, estudiar las condiciones de enseñanza que optimizarían los procesos de aprendizaje de temas específicos de matemáticas. En algunos casos, pocos, la investigación atiende a factores más generales de los procesos, por ejemplo, las formas de evaluación, el efecto de las interacciones entre pares o el efecto de la comprensión lectora, pero siempre en el marco de la enseñanza de un tema específico.

Los aportes son de diversa índole. Algunos trabajos se proponen poner a disposición del sistema educativo alternativas para la enseñanza de temas específicos. En otros se toma un poco de distancia con respecto a dicha expectativa, al subrayar el carácter experimental del estudio; los aportes se ubican entonces en un proyecto de más largo plazo en el que se buscan comprender mejor las relaciones entre los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.

Prácticamente todos los reportes incluyen descripciones y clasificaciones de los procedimientos de los alumnos frente a las tareas planteadas, dificultades identificadas y, eventualmente, reflexiones sobre los procesos de conceptualización de una noción; en algunos, estas descripciones o análisis constituyen la parte central del trabajo, dejando en segundo plano la cuestión del dispositivo de enseñanza, con lo cual se acercan más, en su intencionalidad, a los que hemos ubicado en el apartado de "Alumnos".

Finalmente, varias investigaciones contienen, en calidad de análisis que sustenta la intervención, un estudio preliminar sobre la noción de matemáticas, y/o sobre cuestiones relativas a su aprendizaje y a su enseñanza. Si bien con frecuencia se trata de revisiones del campo, algunas veces se hacen aportes originales que van desde un análisis del tratamiento del

contenido en los programas de enseñanza, hasta un análisis de aspectos cognitivos, históricos, fenomenológicos o epistemológicos, relativos a la noción de que se trate.

Los marcos teóricos

La mayoría de las investigaciones se ubican explícitamente en el marco de alguna teoría sobre los procesos de aprendizaje o de enseñanza. Las principales referencias son las siguientes:

a) La teoría psicogenética de Piaget sobre la construcción del conocimiento y, en ciertos casos, sus aportes relativos a la psicogénesis de una noción de matemáticas, con referencias directas o indirectas a obras de la escuela de Ginebra. Debido a que estos referentes teóricos ayudan a explicar procesos de desarrollo, mas no necesariamente procesos de enseñanza, las investigaciones que los asumen suelen considerar además los aportes de otros investigadores más cercanos a la problemática de la enseñanza de las matemáticas, de filiación piagetana, por ejemplo Kamii, Sastre y Moreno o Vergnaud y, eventualmente, sitúan su trabajo en la línea de la "psicopedagogía genética" (Guerrero, 1997). Algunos autores integran, además, aportes de investigaciones realizadas bajo la teoría del procesamiento de la información.

b) La teoría sociocultural del aprendizaje (TSC), de Vigostky. La elección por esta teoría parece obedecer al rol que otorga a la *enseñanza* en los procesos de aprendizaje, rol más natural y explícito que en el marco de referencia piagetano. Dos conceptos clave dan cuenta de ello, el papel de la interacción social (con la noción de zona de desarrollo potencial) y el papel del conocimiento científico ya establecido en el desarrollo conceptual (Durán, 1995; Bollás, 1997).

c) La teoría de las situaciones didácticas (TSD), fundada por Brousseau. Esta teoría también es de filiación constructivista, pero su objeto teórico principal son los procesos de *enseñanza* de las matemáticas. Es posible identificar también ciertas coincidencias con la perspectiva Vigotskiana, en lo que refiere al papel de la interacción y del saber instituido. Las investigaciones que se realizan en el marco de esta teoría buscan aplicar, o desarrollar, algunos aspectos de la misma, al estudiar procesos experimentales de enseñanza de conocimientos específicos de matemáticas (Moreno, 1996; Martínez F., 1997; Solares, 1999; Block, 2001a y b).

Además, en algunos de los estudios realizados en el Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV (Ruiz y Valdemoros, 2001), se hace referencia al "Modelo Teórico Local (MTL)", desarrollado en México por Filloy. Mediante este modelo, se busca organizar el estudio de procesos de enseñanza de conocimientos matemáticos mediante la diferenciación de cuatro componentes: el modelo de la competencia formal, de la enseñanza, de los procesos cognitivos y de la comunicación.

Si se considera que la teoría de las situaciones didácticas también es de filiación constructivista, y que algunos de los trabajos que se realizan en el marco de la teoría de los modelos locales asumen al constructivismo como referente, puede decirse que este paradigma sigue siendo dominante. No obstante, hay diferencias metodológicas importantes entre los trabajos que se ubican en este paradigma.

Las metodologías

Se registra cierta diversidad en las metodologías de investigación, incluyendo los tamaños de la población con la que se trabaja (de cinco alumnos a más de 300) y la duración de los programas de enseñanza —de siete sesiones a 44— (véase cuadro 6 en el anexo estadístico).

Una dificultad metodológica central que se plantea a las investigaciones en la línea de enseñanza experimental es la determinación de las relaciones causa–efecto entre la intervención didáctica y los aprendizajes de los alumnos. Las investigaciones revisadas responden a esta exigencia de distintas maneras. La mayoría incluye una evaluación inicial y una final, para lo cual se utilizan tareas similares a las que plantean en el programa de enseñanza, o bien pruebas estandarizadas. Hay estudios que buscan validar los efectos de la intervención también mediante la utilización de grupos control (en estos casos, se reportan siempre resultados positivos). También es frecuente la realización de entrevistas con alumnos representativos de distintos niveles de conocimiento, antes y/o después de la intervención, para conocer con mayor profundidad los razonamientos que subyacen a sus respuestas.

Otros estudios realizan un análisis detallado, previo a la intervención, en el que se fundamentan las opciones tomadas en el diseño de la secuencia de situaciones y se anticipan los efectos esperados sobre los procedimientos de los alumnos. Las primeras situaciones de la secuencia permiten comprobar que los alumnos aún no disponen de las herramientas que son objeto de la intervención. Posteriormente, a través de un análisis de los procesos de resolución durante la aplicación de cada situación (incluyendo

el análisis de las intervenciones del maestro), se pondera en qué medida los procedimientos que se generan fueron propiciados por las características de las situaciones, y en qué medida coinciden con las anticipaciones realizadas en el análisis previo. En algunos trabajos se reporta que las previsiones no se cumplieron, sobre todo cuando se esperaba propiciar un procedimiento muy específico. En este caso el análisis busca explicar las causas. Esta metodología se utiliza con frecuencia, aunque no exclusivamente, en los trabajos que se realizan en el marco de la teoría de las situaciones didácticas (se le llama "ingeniería didáctica").

Por otra parte, en todas las investigaciones que llevan a cabo un programa de enseñanza, se realizan observaciones de las sesiones de clase, pero no todos presentan el análisis de esta información en los reportes.

En el cuadro 6 que se presenta al final del capítulo, pueden consultarse algunos aspectos específicos de las metodologías de cada investigación.

Aportes por tema

La noción de número natural

Se identificaron cinco reportes sobre intervenciones didácticas para favorecer la adquisición de la noción de número natural en alumnos de preescolar, primero y segundo grados.[15] A diferencia de las propuestas de las décadas de los setenta y ochenta basadas exclusivamente en los estudios piagetanos sobre número y, por lo tanto, centradas en el desarrollo de las operaciones lógicas de seriar y clasificar, en los trabajos de esta década puede observarse una mayor consideración de la capacidad de los pequeños para desarrollar habilidades de conteo. Los autores tienden a integrar al marco de referencia piagetano, aportes de otros investigadores, principalmente de la corriente teórica del procesamiento de la información.

Los programas de enseñanza constan de actividades, casi siempre juegos, diseñados por los investigadores (Cazares, 1994) o recuperados de propuestas o investigaciones de otros autores, particularmente de Kamii (Gómez R, 1996; Huerta, 1994) y presentan lineamientos *generales* sobre la conducción de las sesiones. Los factores a los que los distintos trabajos atienden y cuyos efectos sobre los aprendizajes que son reportados como positivos son:

[15] Algunas de estas investigaciones consideran también, en sus programas experimentales, el estudio de situaciones aditivas, pero éstas no constituyen la parte central.

- La creación de "ambientes aritmetizadores" (que ofrecen ocasiones frecuentes de interacción con situaciones de aritmética, espontáneas, o mediante actividades *ad hoc*), diseñados en el marco del "Programa de Orientación Cognoscitiva", en preescolar (Huerta, 1994; Gómez, 1996).
- El papel constructivo de las habilidades de conteo en el desarrollo de nociones básicas de aritmética, mediante actividades *ad hoc* (Gómez R, 1996; Cazares; 1994).
- El papel de una situación didáctica *ad hoc* en la producción de representaciones gráficas espontáneas de la numerosidad de colecciones, como apoyo a la memoria (Fuenlabrada, 2001).
- El efecto de un proceso de formación de las educadoras sobre la capacidad de los niños de preescolar para resolver problemas con independencia (Huerta, 1994).
- El efecto de la participación de los padres en el nivel de las actitudes de los alumnos de primero y segundo grados de primaria, por ejemplo, en el interés demostrado por las actividades y en la pérdida de temor frente al error (Rocha, 1993).

Operaciones y problemas aditivos

Este constituye el tema de matemáticas más estudiado en la línea de enseñanza experimental (seis investigaciones).[16] Los aspectos que destacan son: la importancia del cálculo relacional *versus* el cálculo numérico; las dificultades en el aprendizaje de los algoritmos, la comprensión lectora, la influencia de la interacción y de otros factores no inherentes al tema específico; la evaluación del proceso de los alumnos. A continuación se presentan los principales resultados.

Jerarquías de dificultad en los problemas aditivos, desde el punto de vista de las relaciones entre los datos (estructura semántica)

Las investigaciones de Guerrero (1997) y García Martínez (1998), basadas en las categorizaciones ya clásicas de autores como Vergnaud (1988 y

[16] Además de los estudios aquí consignados, los de Cázares (1994), Gómez (1996) y Rocha (1993) reportados en la categoría anterior, contienen también cierto trabajo sobre situaciones aditivas.

1991), Carpenter y Moser (1983) acerca de los problemas aditivos, recogen evidencias que les permiten afirmar que los alumnos, desde 1º o 2º grados, son capaces de resolver una diversidad de problemas aditivos más amplia que la que suele ser considerada en la enseñanza —incluso más amplia que la que algunos investigadores dejan suponer— siempre y cuando se tengan en cuenta ciertas características como el tamaño de los números y el apoyo con material.

La investigación de Guerrero identifica además jerarquías de dificultad entre algunos tipos de problemas, las cuales no siempre coinciden con las que han encontrado otros investigadores, por ejemplo, encuentra que los problemas de "cambio" son, en general, más fáciles para los niños que los de "comparación", mientras que los de comparación e igualación no están claramente jerarquizados.

Procedimientos, dificultades, errores

El estudio citado de Guerrero (1997) identifica tres tipos de procedimientos de resolución para problemas aditivos: canónico (se usa la operación que corresponde formalmente al problema); conteo (implica enumerar) y complementación (se busca la cantidad directamente, sin sustracción).[17] La experiencia didáctica, si bien propició un aumento notorio en la capacidad de los niños de resolver los problemas aditivos, no se tradujo en un aumento significativo en el uso del procedimiento canónico.

Tanto Guerrero como García Martínez reportan dos tipos frecuentes de error: dar como respuesta a uno de los datos del problema, e invertir la operación.

Finalmente, en el estudio de Bollás (1997), más centrado en los efectos de la interacción entre pares, se identifican errores frecuentes de otro orden en la ejecución de las restas: la mayoría de los alumnos de tercer grado olvida "pagar el número prestado"; conceptualizan el cero como número independiente, ejecutan la sustracción localizando el número mayor, sin importar su ubicación en el minuendo o el sustraendo, colocan inadecuadamente las cantidades, el cero restado "se come" a la cantidad. La frecuencia de aparición de estos errores tiende a disminuir en los alumnos de cuarto grado.

---

[17] En otro lugar, al plantear recomendaciones para una propuesta de enseñanza, la investigadora reformula las categorías de la siguiente manera: *0)* inapropiado; *1)* conteo directo de objetos; *2)* secuencias de conteo; y *3)* operaciones (mentales escritas).

Etapas en el proceso de aprender a resolver problemas aditivos

En los trabajos ya citados de Guerrero (1997) y de García Martínez (1998) se establecen otras categorías para clasificar los procedimientos de los alumnos y, eventualmente, para dar cuenta de un proceso evolutivo en la resolución de problemas aditivos.

Guerrero, al precisar su propuesta didáctica, sugiere tener en cuenta cuatro "planos de representación": acción; representación simbólica; representación operatoria; y representación gráfica, constructiva o demostrativa. Empero, la autora no utilizó estos planos en su análisis.

García Martínez presenta una jerarquía del proceso de aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas aditivos (y multiplicativos). Para él, dicha jerarquía está destinada a convertirse en un instrumento que permita a los maestros apreciar los avances de sus alumnos en la resolución de problemas, esto es evaluar. Las fases son: arbitrario (incorrecto); concreto manipulativo; pictórico (a partir de acciones interiorizadas); pictórico simbólico (resuelve con apoyo en dibujos y después utiliza el algoritmo, o a la inversa); simbólico con fallas en la representación convencional; simbólico convencional. Cada una de las clases se subdivide en subclases que se ilustran con ejemplos tomados de la experiencia realizada.[18]

Cabe señalar que, si bien estas categorizaciones arrojan luz sobre algunos aspectos implicados en los procesos de los alumnos al aprender a resolver problemas y, por lo tanto, pueden constituir uno de los criterios para valorar, y evaluar dichos procesos, al ser categorías generales para todos los problemas (en el caso de García Martínez, también para los problemas multiplicativos) ocultan otros aspectos, los relativos a cada tipo de problema.

Por otra parte, en ambos estudios, el de Guerrero y de García Martínez, estas categorías parecen haber funcionado también como criterio para la organización y la conducción del proceso *didáctico*. No se muestra, sin embargo, cómo se tradujo esta función en los hechos, por ejemplo, cómo afectó las formas de plantear los problemas.

La competencia lingüística, la comprensión lectora

Rodríguez G. (2000) estudia los procesos "comunicativos" implicados en la resolución de problemas aditivos, y más precisamente el papel que tiene

[18] El autor vincula estas categorías con la noción de "modelo organizador" de las representaciones internas en la resolución de problemas matemáticos tomada de C. Kamii.

el dominio de los lenguajes, verbal y numérico. Observa que, para los alumnos de segundo grado, el planteo oral de problemas es más accesible que el escrito. Destaca el papel que tiene la comprensión lectora en la posibilidad de resolver problemas aditivos verbales. Considerando esta capacidad, establece la siguiente jerarquía: *1)* dan respuestas sin sentido; *2)* comprenden parcialmente del texto, pero no logran articularlo con la pregunta; *3)* logran dar sentido al problema, y diseñar estrategias desde no convencionales hasta convencionales. Por otra parte, Rodríguez G., identifica dificultades en la comprensión del sistema de escritura de los números (equivalencias entre unidades de distintos órdenes).

La influencia de la interacción y de otros factores inherentes al contenido

El estudio de Bollás (1997) se inscribe en la teoría del conflicto sociocognitivo y en la propuesta vigotskiana. Analiza los efectos de las interacciones entre pares, en el proceso de aprendizaje de las operaciones aditivas. Este investigador propone la noción de "dinámica tutorial" para referirse a las distintas modalidades de interacción en donde uno o varios alumnos asumen, o bien el rol de tutor, o bien el de tutorado y destaca que los roles asumidos no son necesariamente fijos ya que los participantes pueden adoptar roles bidireccionales.

En el desarrollo de situaciones de interacción se observa que, la mayoría de las veces, un sujeto asume el rol de tutor y sus explicaciones son aceptadas por sus compañeros cuando advierten que están equivocados. El autor reporta que es en el contexto en el que interactúan dos alumnos de nivel A con dos alumnos de nivel B (niveles establecidos conforme al dominio de las operaciones trabajadas), donde se observa el mayor número de progresos y, al mismo tiempo, el menor número de no progresos, por lo que éste parece ser el contexto más favorable para el aprendizaje de los contenidos matemáticos.

Por su parte Flores (1996) puso a prueba un programa de intervención desde la perspectiva del modelo "cognoscitivo social del aprendizaje autorregulado". Se sostiene que las dificultades de los alumnos proceden de factores de distinta naturaleza, individuales (cognitivos, de motivación), ambientales (pobreza de los programas, negligencia de los padres, desventaja económica...) y que, por lo tanto, una enseñanza estratégica debe considerar estos factores.

El programa sustentado por Flores —ubicado en el campo de la autorregulación— enfatiza la interacción social, en particular la del apren-

diz con el tutor. Se aplicó a un grupo control conformado por ocho alumnos con problemas de aprendizaje, con la participación de sus madres. La investigadora destaca: *1)* que las madres presentaban, antes de la capacitación, formas de interacción que dificultaban el aprendizaje de una estrategia de apoyo; *2)* que la interacción entre un experto y un novato no necesariamente lleva a un aprendizaje autorregulado, es necesario que el experto en la tarea también lo sea en la actividad del tutor; *3)* cuando un experto ofrece indicaciones precisas, favorece la autonomía del aprendiz.

Formas de evaluación

En dos trabajos se estudian formas de evaluación de los procesos de aprendizaje de los alumnos, que buscan ser coherentes con un enfoque didáctico que enfatiza el papel de los problemas en este proceso y valora un recorrido que parte de procedimientos informales.

García Martínez (1998) realizó una experiencia de actualización y de acompañamiento de cinco maestros de 1º a 4º, en torno a la resolución de problemas aditivos, cuyo propósito principal fue construir, probar y proponer una propuesta de evaluación. Ésta consta principalmente de una jerarquía de niveles que daría cuenta de los progresos conceptuales de los alumnos (ver el punto "Etapas en el proceso de aprender a resolver problema aditivos").

El investigador propone un proceso que considera, además, las siguientes modalidades: la observación sistemática de los alumnos (no simultánea a todos los alumnos, más bien cíclica); la realización de pruebas escritas periódicas; la realización de entrevistas; la conformación de carpetas evaluativas, con trabajos representativos de distintos momentos de cada alumno. El autor reporta que los maestros pudieron llevar a acabo estas acciones progresivamente, de manera cada vez más natural, al grado que tendieron a integrarlas a sus prácticas.

Por su parte, González F. (2001) realiza un estudio puntual en el que contrasta los resultados obtenidos mediante la aplicación, a alumnos de tercer grado, de un instrumento de evaluación convencional, tipo prueba escrita de opción múltiple (TEHBA), con los de la aplicación de una situación "a-didáctica" diseñada por Brousseau. Esta segunda la aplicó únicamente a alumnos que en la primera prueba fracasaron en la resolución de problemas. Los alumnos tuvieron éxito en la segunda situación, utilizando procedimientos no canónicos. La autora concluye que esta segunda forma de evaluación permite destacar en mucho mayor medida lo que sí saben los alumnos.

Operaciones y problemas multiplicativos

Sobre la división con números naturales se identificaron tres reportes de investigaciones realizadas con grupos de 3º, 4º y 5º grados.[19] Las investigaciones de Moreno y Martínez F. (Moreno, 1996; Martínez F, 1996, 1997 y 2000; Martínez F y Moreno, 1996), estudian, en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas una secuencia de situaciones a lo largo de 3º y 4º grados. Incluyen un análisis previo de la noción de división desde el punto de vista de las familias de problemas que dan lugar a esta operación (de reparto o partición y de agrupamiento o tasativos), en el que precisan los procedimientos que cada tipo de problema podría favorecer.

El trabajo de Moreno, da cuenta de la evolución de los procedimientos de los alumnos de 3º, al resolver problemas con números contenidos en las tablas de multiplicar, desde los más intuitivos hasta el uso de la multiplicación, incluyendo el momento de hacer explícita la existencia de la división. Entre los resultados, Moreno destaca que los momentos de *verificar* los cocientes en las primeras situaciones tuvieron, en situaciones ulteriores, un papel relevante en la sustitución progresiva de recursos icónicos por recursos numéricos (la suma iterada y la multiplicación), para resolver las divisiones.

En el trabajo de Martínez se estudia el desarrollo de técnicas para dividir cuando los cocientes son grandes (ya no se pueden encontrar usando las tablas de multiplicar), con alumnos de 4º grado (los mismos que anteriormente participaron en el trabajo de Moreno). Se favorecen tres tipos de procedimiento: aproximaciones sucesivas mediante multiplicaciones, cocientes parciales (se van restando los dividendos parciales) y algoritmo canónico (por columnas). Se reporta que, al término de la experiencia, los alumnos aún no dominaban el algoritmo canónico, pero demostraron capacidad para escoger alguno de los procedimientos que desarrollaron, o incluso capacidad para combinarlos e integrarlos, en función de las características de los números. Por otra parte, se señala que hubo dificultades importantes para pasar de los procedimientos iniciales a los más sistemáticos. Se atribuyen estas dificultades al hecho de que se dejó funcionar durante demasiado tiempo a los procedimientos iniciales y, por otra parte, al hecho de que no se identificaron variables didácticas que propiciaran por sí mismas los cambios de procedimiento.

---

[19] Se identificó un cuarto reporte (Cevallos, Uriega y Zavala, 1999), pero éste presenta información insuficiente.

La investigación de Garduño (2001) explora el papel que puede tener la calculadora en los procesos de aprendizaje de procedimientos para dividir en un grupo de cuarto grado. En esta investigación se aplicó la propuesta oficial a lo largo de 15 sesiones, proporcionando la calculadora a los alumnos para que la usaran libremente, con la condición de que escribieran todos los cálculos. El investigador reporta que los alumnos utilizaron la calculadora de dos maneras, como recurso para verificar un resultado o como recurso para encontrar el resultado, en cuyo caso hubo diversas variantes, incluyendo la de hacer los cálculos parciales contenidos en el algoritmo usual.

En la evaluación de la experiencia, el investigador destaca varias ventajas del uso de la calculadora: permite un dominio más rápido y eficiente del algoritmo canónico (puesto que los alumnos, aunque usaran la calculadora, tenían que escribir el desarrollo del algoritmo) y concomitantemente, favorece el abandono de procedimientos apoyados en dibujos; permite a los alumnos centrar la atención en los aspectos relacionales de los problemas.

Los tres trabajos anteriores enfatizan la importancia de desarrollar la habilidad para estimar cocientes.

Las fracciones

Las dificultades para el aprendizaje y para la enseñanza de este tema son conocidas desde hace ya varias décadas. En la presente, continúa el esfuerzo por profundizar en la comprensión de la multiplicidad de significados de las fracciones y de las interrelaciones que éstos guardan. De las siete investigaciones que se identificaron, solamente dos se comentan en este apartado por constituir un estudio de enseñanza experimental.

En la investigación reportada en Solares (1999 y 2001) y en Block y Solares (2001) se estudia la noción de fracción como resultado de una división. Para los alumnos de primaria, dicen los autores, el hecho de que el cociente de la división *a* unidades entre *b* sea justamente la fracción a/b de unidad, es un hecho casual que puede incluso pasar inadvertido. Los autores analizan entonces los problemas que permitirían a los alumnos no sólo observar ese resultado, sino anticiparlo. Estudian una variable en los problemas (tipo de magnitud) que provoca formas distintas de lograr dicha anticipación y también niveles de dificultad distintos: cuando la cantidad está formada por objetos separados (como en clásico reparto de pasteles) los alumnos tienden a "repartir" los objetos uno por uno, de manera que el cociente se construye poco a poco y se obtiene al final sumando fracciones unitarias. En cambio, cuando la cantidad constituye una magnitud continua

(por ejemplo, un tramo de listón o la distancia de un recorrido), los alumnos tienden a desarrollar un procedimiento de aproximaciones sucesivas (o falsa posición): piensan en un cociente fraccionario hipotético, lo verifican multiplicándolo por el divisor y lo ajustan. Mediante una secuencia de situaciones, diseñada en el marco de la teoría de situaciones didácticas, Block y Solares estudiaron la posibilidad de propiciar que alumnos de 5º grado establecieran la relación "a : b = a/b", en problemas con magnitudes continuas. El procedimiento previsto (considerar que *a* unidades entre *b* es igual a *a* veces *una* unidad entre *b)* fue utilizado por pocos alumnos. No obstante, la mayoría pudo concluir que el cociente debe ser a/b de unidad, a través de otros caminos.

Razones y proporciones

A partir de los años setenta, en México, como en otros países, la teoría de las razones y proporciones tendió a desaparecer de la enseñanza primaria como consecuencia del espíritu de actualización en el nivel de los conceptos matemáticos que caracterizó a las reformas curriculares de esos años. No obstante, también a partir de esos años, en el ámbito de la investigación creció el interés por estudiar, sobre todo con jóvenes de secundaria, los procesos de desarrollo conceptual vinculados con la noción de proporcionalidad (Noelting, 1980a y 1980b; Karplus, 1983) así como el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas (Hart, 1988). En los últimos diez años, empiezan a aparecer investigaciones sobre la proporcionalidad más directamente ligadas a la problemática de la enseñanza, bajo la influencia teórica de investigadores como Freudenthal, Vergnaud y Brousseau. Algunos aspectos de nociones como la multiplicación, la división y las fracciones, tienden a estudiarse en el marco más amplio de la proporcionalidad. Esta tendencia se refleja también en México, como lo muestran los tres estudios que se presentan a continuación.

El estudio de Block (2001a), realizado en el marco de la TSD, contiene un análisis del universo de situaciones que ponen en juego la noción de razón, considerando las matemáticas del nivel básico. Block realiza también una exploración de procedimientos y concepciones de alumnos de primaria frente a un conjunto de situaciones que implican esta noción. Finalmente, presenta tres experiencias didácticas de corta duración (entre cinco y nueve sesiones), sobre la noción de razón, aplicadas en 3º, 4º y 5º grados.

El estudio, dice el autor, contribuye a sustentar la hipótesis según la cual la noción de razón, en tanto relación entre dos cantidades aún no

expresada mediante un solo número, constituye un antecedente en la construcción de la noción de número, entero y racional, tanto en su papel de expresar medidas como en su papel de expresar relaciones entre medidas. Por otra parte, este investigador identifica un conjunto pequeño de variables de las situaciones que inciden en la forma de utilizar la noción de razón, en particular: la naturaleza entera o no de las razones interna y externa, la naturaleza de las magnitudes que se relacionan y la forma de formular la razón. Finalmente, aporta elementos para el diseño de situaciones didácticas para los grados intermedios de la primaria, que integran el estudio de la multiplicación y división de números naturales con el estudio de la noción de razón. Al final, Block abre una problemática que considera debe ser estudiada más ampliamente: la desaparición de las nociones de razón y proporción en las matemáticas, y después, progresivamente, en los niveles escolares de preparatoria y secundaria, ha dejado a los maestros de primaria, cuya formación matemática se realiza principalmente en estos niveles, sin un referente sólido sobre la proporcionalidad.

En Block (2001b) —sobre la base de los resultados obtenidos en la aplicación de una secuencia de situaciones sobre la noción de razón en la cual se trata de comparar varias reglas de cambio— se concluye que es posible propiciar, desde tercer grado de primaria, y de manera integrada al estudio de la multiplicación y la división, un trabajo más amplio sobre la noción de razón, con dos beneficios: el desarrollo de la noción misma de relación multiplicativa y un enriquecimiento del sentido de las operaciones de multiplicación y división. Por otra parte, la experiencia pone en evidencia la complejidad conceptual de la acepción de la multiplicación como operador externo constante (o "números de veces" constante) en comparación con la de razón interna.[20]

Probabilidad (tres investigaciones)

La probabilidad se introduce en los programas de la primaria, en México, hace aproximadamente 30 años, con la reforma curricular de principios de los años setenta. Actualmente, se reconoce en el nivel mundial la importan-

[20] En Ruiz (2000) y Ruiz y Valdemoros (2001) se informa sobre un proyecto en el que se elaboró y aplicó una propuesta de corte constructivista para la enseñanza de las nociones de razón y proporción en sexto grado de primaria. No se presenta un comentario debido a que se identificaron únicamente presentaciones cortas (de una página) publicadas en memorias de congresos.

cia del tema en la formación matemática básica de los estudiantes. No obstante, por lo menos en nuestro país, hay indicios de que el tema de la probabilidad, en el nivel básico, sigue siendo relegado, no solamente por los maestros, sino también por los investigadores. En este contexto, es relevante la identificación de tres investigaciones realizadas en la década que nos ocupa. Estos estudios se proponen sustentar la idea de que los niños, desde los primeros grados de la escolaridad, pueden desarrollar un trabajo intuitivo con situaciones probabilísticas; destacan la posibilidad de integrar, en dichas situaciones, el estudio de otros contenidos que corresponden a estos grados escolares, pero, al mismo tiempo, ponen de manifiesto el desconocimiento profundo del tema por parte de educadoras y maestros.

A este respecto Limón (1995) se propuso analizar la factibilidad de considerar nociones probabilísticas en los niveles de preescolar y primaria. A través de una revisión de textos y programas, de la exploración de opiniones y conocimientos de maestros y educadoras, de la observación de una o dos experiencias didácticas en aula de preescolar a segundo grado, entre otras acciones, Limón llega a las siguientes conclusiones: las ideas fundamentales relativas a fenómenos probabilísticos no son abordadas en la escuela; el lenguaje, tanto de los maestros como de los alumnos, es muy restringido y, a veces, inadecuado; la diversidad de formas de representación gráfica en los libros de texto es muy limitada y hay abuso de la gráfica de barras; en la formación de maestros no hay enseñanza de la probabilidad y la estadística se enseña pero no con fines didácticos, sino de investigación. La investigadora destaca, además las siguientes cuestiones: el docente no posee los conocimientos para propiciar situaciones de aprendizaje que promuevan el desarrollo de ideas fundamentales en procesos probabilísticos, mientras que, por otra parte, "no se encontró alguna respuesta en los niños que hiciera pensar que la inclusión de nociones estocásticas en grados iniciales sea nociva".

También sobre el tema, aunque esta vez referidas únicamente al primer ciclo de la educación primaria, Gurrola (1998) realizó dos experiencias de enseñanza, una aplicada individualmente a niños y otra en el aula. Algunas de las conclusiones de los estudios son: los esquemas operativos de los niños ofrecen una visión de la necesidad de un estímulo en momentos críticos que los ayuden a modificar sus operaciones; los problemas propuestos resultan adecuados para ser operados en al aula, en primero y segundo grados. Gurrola señala la necesidad de un ambiente rico en experiencias para "ayudar a los niños a organizar sus estructuras conceptuales"; nuevamente se destacan las limitaciones debidas a deficiencias o desconocimiento de las profesoras.

Otro investigador que ha estudiado la temática es González R (1995) quien —a partir de la comparación de resultados obtenidos en dos experiencias didácticas aplicadas a alumnos de tercer grado (una tomada del texto oficial y otra "lúdico-experimental")— encuentra que no en todos los aspectos estudiados el desempeño de los estudiantes fue mejor con la actividad "lúdico experimental". No obstante lo anterior, destaca ventajas importantes de la misma: *a)* posibilita la confrontación de lo esperado con el hecho; *b)* los niños identifican distintas probabilidades para valores distintos de las variables; *c)* recurren de manera reiterada a los posibles eventos y valores asociados según la operación elegida. El investigador concluye que "se puede brindar al niño un acercamiento a ideas fundamentales de la probabilidad mediante la puesta en práctica en el aula de estrategias didácticas como el juego" y enfatiza la necesidad de enriquecer y depurar el lenguaje de los niños relativo al azar.

Preálgebra

Las dificultades que se han identificado en el estudio del álgebra en alumnos de secundaria, han despertado interés en desarrollar, desde la primaria, ciertas habilidades y conocimientos que apuntalan la introducción a este campo (preálgebra). Los estudios de Durán (1995) y de Arteaga (1998) se inscriben en esta línea.

Durán (1995) explora el acercamiento al álgebra a través del reconocimiento y expresión de patrones con alumnos de sexto grado de primaria. El programa de enseñanza se diseñó considerando como uno de sus referentes la teoría sociocultural de Vigotsky, principalmente en lo que refiere a la relación entre aprendizaje y desarrollo, interacción entre alumnos, intervención de un experto en los procesos de enseñanza y de aprendizaje y la importancia del desarrollo de zonas de desarrollo próximo para generar aprendizajes. Las tareas planteadas se organizan a partir de categorías tales como: escribir números intermedios de una secuencia numérica; escribir en lenguaje coloquial la regla; identificar la expresión simbólica que representa la regla, aplicar la regla.

Sobre el desempeño de los alumnos, el autor destaca lo siguiente: se identificaron algunas estrategias de los niños para reconocer patrones en secuencias numéricas o de figuras; los niños mostraron facilidad para escribir términos intermedios de una secuencia numérica o continuar una secuencia de figuras; las dificultades mostradas corresponden al cálculo de términos mayores al décimo sitio y a identificar la expresión simbólica que corresponde a una regla para calcular números.

Respecto al programa de enseñanza se comprobó el uso de las estrategias utilizadas por los niños durante las entrevistas y el aprendizaje de otras nuevas (más eficientes) a partir del contacto con los otros niños (trabajo cooperativo). Se favoreció el aprendizaje también a partir del uso del lenguaje en la argumentación de ideas sobre el reconocimiento de patrones. Acorde con el marco teórico utilizado, se "mostró que los alumnos pueden lograr avances con ayuda de un experto".

El segundo trabajo identificado en esta línea es el de Arteaga (1998) quien aplica a 15 alumnos de quinto grado un conjunto de problemas "verbales" a lo largo de 15 sesiones de trabajo. Utiliza una clasificación de los problemas en aritméticos (o conectados) y algebraicos (o desconectados) (Bednarz y Janvier, 1996). Además, considera la perspectiva de trabajo colaborativo en pequeños equipos. En las conclusiones, el autor señala cuestiones generales como la diversidad de procedimientos (ensayo error, pictóricos y cálculo mental), las bondades de las acciones emprendidas (trabajar la comprensión del problema, favorecer la producción de conjeturas y estrategias, dar lugar a la verificación) y el efecto formativo de la interacción entre los estudiantes. El análisis de los problemas, de las resoluciones generadas por los alumnos, y de las interacciones y procesos en el aula es escueto.

Área y perímetro

En este tema el trabajo es más escaso, es De los Reyes (1999) quien lo ha abordado. Esta investigadora estudia los resultados de la aplicación de una secuencia didáctica (siete sesiones) sobre área y perímetro, en un grupo de tercer grado de primaria. Una característica relevante de la secuencia es el hecho de que propone un trabajo simultáneo con ambas nociones.

La investigadora distingue dos tipos de dificultades por parte de los alumnos: con el uso del lenguaje (por ejemplo, distinguen área y perímetro pero confunden los nombres) y conceptuales (sólo consideran mediciones con la regla graduada, dificultades para entender el carácter bidimensional de la superficie, las relaciones entre el perímetro y la superficie de una figura).

En el proceso de cálculo de un área, De los Reyes destaca las siguientes estrategias: hacer unidades de medida de área con forma semejante a la figura que se mide; utilizar distintas formas de "pavimentar" (gráficas, mentales) como auxiliares en el conteo de unidades; tratar de buscar una unidad que quepa un número entero de veces. La partición consiste en utilizar diferentes tamaños de figuras; el empacamiento, la estrategia más elaborada, consiste en utilizar copias de una misma unidad y ajustar o fraccionar una unidad para cubrir todo.

Algunas de las recomendaciones que la investigadora desprende de su estudio son: el trabajo simultáneo con área y perímetro; fomentar actividades de "pavimentación" y de estimación; aplazar lo más posible el uso de fórmulas.

Comentarios

Los temas de matemáticas. En relación con la década anterior, se mantiene la investigación sobre dos temas clásicos de las matemáticas de la escuela primaria: la noción de número y las operaciones aditivas, con la particularidad de que ahora se observa un mayor interés por el nivel de preescolar. Once de las 26 de investigaciones reportadas en la categoría de enseñanza experimental, es decir, poco menos de la mitad, son sobre estos dos temas. Otro tema que sigue siendo estudiado es el de las fracciones, aunque esta vez solamente un trabajo lo hace desde la perspectiva de la enseñanza experimental.

La geometría y la medición, por su parte, siguen siendo temas poco estudiados. En cambio, se observa un interés por temas que prácticamente no habían aparecido en la década anterior en el nivel de primaria, como el de la división de números enteros, las razones y proporciones, la probabilidad y la preálgebra.

Puede observarse que los temas de matemáticas en los que se centran las investigaciones tienden a cruzar, cada vez más, los niveles de preescolar, primaria y secundaria (número, reparto, proporcionalidad, probabilidad, preálgebra). Esto refleja una integración mayor del estudio de la problemática de la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico, integración que probablemente se reflejará también, en el mediano plazo, en nivel del desarrollo curricular.

La intervención didáctica. En casi todas las investigaciones consideradas en este apartado se realiza una intervención didáctica y en todas ellas se intenta dar cuenta de los aprendizajes logrados por los alumnos después de la intervención. Sin embargo, no todas las investigaciones asumen a la intervención didáctica misma como objeto de estudio. En algunas, la intervención *planeada* es objeto de comentarios más o menos precisos, pero prácticamente no se dice nada acerca de la intervención *realizada*, como si este nivel, el de la operación de la intervención, no fuera problemático en sí mismo. Eventualmente, estos trabajos derivan, en sus conclusiones, *sugerencias* para la enseñanza, es decir, no las asumen como su objeto de estudio, sino como lo que desprende de éste. Las investigaciones que analizan la intervención *realizada* incluyen, entre sus resultados, diversas

consideraciones acerca de las condiciones que fueron tomadas en cuenta en el diseño de las situaciones y acerca de sus efectos.

Elementos para una prospectiva. Los estudios en la línea de enseñanza experimental permiten plantear nuevas preguntas relativas a los usos posibles de sus resultados, por ejemplo, ¿los dispositivos diseñados son *factibles* en tanto alternativas para el sistema educativo nacional?, ¿la expectativa es que el maestro se convierta en un buen usuario de éstos o se trata de obtener conocimientos fundamentales que permitirían al maestro hacer sus propios diseños?, en ese caso, ¿cuáles son éstos?

Por otra parte, a lo largo de los años, las investigaciones sobre temas puntuales y que incluyen una intervención didáctica de corta duración se multiplican. Hay en cambio pocas investigaciones que emprendan estudios de largo plazo (un año o más) y que asuman el estudio de la articulación entre temas diversos, lo cual, considerando las características y los tiempos reales de los procesos de aprendizaje, constituye una limitación en los trabajos de esta línea.

La investigación en torno a la educación de adultos

Las aproximaciones y los propósitos

Las publicaciones que circularon en la última década sobre el aprendizaje y desempeño matemático de los adultos — pocas sobre todo si se comparan con las producidas en otras vertientes de la educación matemática— derivan de siete investigaciones. Puede decirse pues que éste es un ámbito bastante olvidado por la comunidad de investigadores en educación matemática.

Ahora bien, si se considera el objeto de estudio que abordan, en el conjunto de investigaciones realizadas sobre el tema se perciben tres orientaciones distintas. La primera aborda exclusivamente el saber matemático extraescolar de los adultos con escasa escolaridad o sin ella; es decir, se echa una mirada a los saberes que las personas han construido en su experiencia de vida y se intenta identificar la lógica de su construcción (Ávila, 1995; Valiente, 1995; Valiente *et al*., 1995, De Agüero, 2001); en la segunda línea, la atención se centra en analizar la vinculación entre esos saberes y las experiencias de aprendizaje formal que ofrecen los distintos servicios de educación de adultos, son investigaciones cuyas aportaciones se sustentan en el análisis de propuestas curriculares vigentes "leídas" generalmente desde el marco de los saberes matemáticos construidos en la vida (Ávila;

1993; Ávila y Waldegg, 1997, por ejemplo). En la tercera vertiente —en la que sólo se identifica una investigación— se realiza un acercamiento a los círculos de estudio organizados para apoyar el trayecto de la educación básica formal de las personas adultas (Amador, 2000).

En las investigaciones revisadas, una técnica frecuente de levantamiento de datos es el interrogatorio crítico (Avila,1995; Valiente, 1995; De Agüero, 2001). En algunos casos la interrogaciones se llevan a cabo sobre la base de cuestionarios que implican la resolución de problemas, en otros se cuestiona para hacer aflorar las concepciones de los sujetos. Un estudio (De Agüero, 2001) agrega al interrogatorio, la observación *in situ*. Por lo general, los sujetos considerados para formar parte de las poblaciones estudiadas, son personas dedicadas a distintas ocupaciones y que habitan en zonas rurales, semi-rurales o marginadas de la ciudad de México. Un trabajo (Amador, 2000) utiliza la técnica de observación con el fin de estudiar las interacciones que tienen lugar en un círculo de estudio. En otras investigaciones se hizo una revisión bibliográfica tendiente a elaborar un recuento de los trabajos sobre la temática llevados a cabo en América Latina incluyendo México (Ávila y Waldegg, 1997; Ávila, 2001). En lo que sigue, se presentan los aportes de estos trabajos.

Los contenidos y los aportes de la investigación

El saber matemático construido en la experiencia de vida

Valiente (Valiente *et al.,* 1995) confirma con base en un estudio realizado con mujeres de la tercera edad, los procedimientos utilizados por los adultos analfabetos para resolver problemas aditivos ya reportados en los años ochenta (Mariño, 1983; Ávila, 1990; Soto, 1992). *Groso modo*, estos procedimientos consisten en la utilización de descomposiciones decimales de los números para sumar, restar o dividir, operando inicialmente con las cifras de mayor valor relativo. Valiente informa además del uso frecuente de las *quinquenas* (grupos de cinco) como factor de descomposición de cantidades y constata que los números decimales se trabajan como naturales haciéndose los ajustes del punto decimal una vez obtenido el resultado final.

Pero quizás el aporte principal de la década acerca de los saberes aritméticos no escolares es el que refiere a los que van más allá de los cálculos con números naturales: las nociones vinculadas a los números fraccionarios. En este sentido Ávila (1995 y 1996 a) reporta que el universo de uso y fuente principal de conocimientos sobre las fracciones lo consti-

tuyen las acciones de pesar y medir, pues de tales acciones deriva el conocimiento sobre los medios, los cuartos y los *medios cuartos*, fracciones a las cuales se limitan los saberes de la mayoría de las personas sin escolaridad. En cambio, según esta investigadora, las experiencias de partición y reparto que hacen necesaria su expresión en términos de relación parte-todo parecen poco cercanas a las personas.

Del trabajo realizado en esta vertiente, también puede destacarse el dato de que los adultos cuentan con estrategias personales para resolver problemas asociados con el uso del dinero que implican cálculos con decimales, así como situaciones en las que la proporcionalidad directa está implicada. En este último caso, es frecuente que las soluciones construidas sean sólo aproximadas debido a que las personas no cuentan con las herramientas de cálculo que permitirían resolver los problemas con exactitud. Llama finalmente la atención la constatación de la escasa relación que hay entre la escolaridad, el conocimiento de las fracciones y la funcionalidad que dan a los conceptos las personas (Ávila, 1995).

Otra investigación realizada también fuera de un contexto escolarizado se orienta hacia la exploración de las prácticas matemáticas en actividades de la vida diaria en un contexto laboral específico: el de los pintores "de brocha gorda" (De Agüero, 2001). Agüero, autora del estudio, afirma como resultado de su investigación que toda estrategia puesta en marcha en la vida cotidiana para la solución de un problema conlleva un propósito y que las estrategias implican una organización y coordinación de acciones deliberadas, intencionales y/o conscientes en torno a ese algo para lo cual se crea. Las estrategias para matematizar las tareas de los pintores, dice De Agüero, están constituidas tanto por procedimientos matemáticos como por procedimientos de control, esquemas y sistemas. Dichas estrategias, además, comprenden el uso de mediadores simbólicos tales como los sistemas de cálculo, medición y representación personales y convencionales.

El estudio de De Agüero muestra también que entre los procedimientos matemáticos utilizados por los pintores en su trabajo cotidiano se cuentan: *a)* la medición (que incluye la estimación sobre planos y el lugar de trabajo y saber leer una cinta métrica); *b)* visualizar arreglos en el espacio; *c)* saber qué medir y; *d)* usar métodos no estandarizados para medir. Asimismo, el desarrollo personal de los esquemas, las herramientas simbólicas y los procedimientos puestos en juego al resolver los problemas, implican tanto su creación individual como colectiva, pues aquéllos se han desarrollado, probado y perfeccionado en el tiempo que se ha colaborado como grupo (de pintores) y en el contexto en el que se desempeñan tareas que se enfrentan conjuntamente para resolver eficazmente el trabajo.

Otro trabajo publicado en el periodo analizado es el realizado por Ávila y Waldegg (1997). Estas investigadoras —después de revisar los trabajos sobre el tema publicados en América Latina— afirman que las diversas investigaciones coinciden en señalar que el adulto de escasa o nula escolaridad ha tenido que desarrollar, en contextos no escolares, los conocimientos matemáticos implicados en la solución de problemas cotidianos que involucran procesos de cuantificación y que lo hace desarrollando sus propias reglas de operación. Las destrezas desarrolladas por las personas en el ámbito cotidiano van, del manejo de números naturales, a los números fraccionarios, la proporcionalidad o, incluso, la representación y manejo del espacio y la medida (Ávila y Waldegg, *op. cit.*).

Saberes extraescolares y aprendizaje formal

Varios estudios sobre la educación de adultos estuvieron centrados en el análisis de la relación entre los saberes matemáticos construidos en la experiencia de vida y las propuestas de aprendizaje formal. Entre estos trabajos, se cuenta uno que analiza el enfoque de los textos editados por el INEA en los tres últimos periodos por los que ha atravesado la política educativa de dicha Institución (Ávila, 1993). En el análisis se hace notar que, no obstante que el saber construido en la experiencia de vida es supuestamente tomado como punto de partida para el aprendizaje del saber matemático formal, predominan las propuestas de enseñanza derivadas por analogía de los modelos escolares infantiles. Esto, en los hechos significa la permanencia de los procedimientos y algoritmos escolarizados de la educación básica infantil sin que sobre ello se hagan las reelaboraciones o rupturas necesarias.

Las formas didácticas de muchos de los contenidos incluidos en la educación de adultos, entonces, deberán modificarse si se busca una vinculación adecuada con los saberes previos y con las necesidades vitales de las personas (Ávila, 1993 y 1996). En el mismo tono va la afirmación de que el vínculo entre los dos tipos de saberes —el que se ha construido en la vida y el que se comunica en la educación de adultos— puede describirse como el paso de una matemática inteligente y flexible a otra pobre, sin sentido y poco utilizable, donde el objetivo y las razones de las formas de operar quedan ocultas (Ávila, 1993 y 1996). Y es que, en efecto, señalan Ávila y Waldegg (*op. cit.*) existen evidencias de que los asesores (promotores del aprendizaje formal de los adultos) sustentan su tarea en una perspectiva sumamente limitada del acto educativo. En muchos círculos de estudio —dicen— la interacción consiste en que el asesor expone los temas en el

pizarrón y los adultos asumen la actitud de escuchas pasivos, o el asesor intenta explicar individualmente "dudas" a algunos de los asistentes, mientras los otros leen lo correspondiente al momento de su recorrido por el texto. En otras palabras, las más de las veces lo que se da son exposiciones por parte del asesor inspiradas en el más puro estilo tradicional escolar, o bien monólogos colectivos donde la experiencia y el saber de los adultos no se movilizan ni se ponen en común durante el proceso de aprendizaje.

Las interacciones en la actividad de aprendizaje formal de las matemáticas

A este respecto informa el estudio de Amador (2000), quien analizó la negociación de significados en una situación de aprendizaje formal en un pequeño círculo de estudio de adultos que inician su educación secundaria cuyo trabajo giró en torno al aprendizaje de los números decimales. En dicha investigación se concluye que las experiencias y conocimientos previos de quienes conforman los grupos de asesoría son heterogéneos. También se afirma que en un trabajo de asesoría hay dos tipos de negociación, una referente a la propia forma de trabajo de cada uno de los estudiantes y otra que se hace en términos de los significados que se van constituyendo y compartiendo entre estudiantes y asesor. Asimismo se hace notar que la relación entre el libro de texto, el estudiante y el asesor es una red que se entreteje en distintas direcciones (pues se dan diversas interpretaciones del mismo) pero que se reencuentran en diferentes momentos debido a la organización del texto. Éste, afirma la investigadora, es finalmente la base de las asesorías.[21] En ellas, por otra parte, se observa que el asesor sustenta su trabajo en las aportaciones de "quien(es) sabe(n)" porque estudiaron y realizaron la tarea, esto sin importar demasiado el hecho de que el resto de los asistentes no haya comprendido los conceptos en juego. No obstante esto último, Amador enfatiza la importancia de las asesorías como parte del proceso de aprendizaje formal de los adultos.

Comentarios

Un balance cuantitativo sobre lo estudios realizados en la última década en educación para adultos deja ver que son unos cuantos los investigadores

[21] El texto que dio pie a la investigación de Amador, según afirmación de ésta, tiene una fuerte "capa" didáctica.

interesados en el tema. La escasez de trabajo realizado en los años recientes parece ser causado por tres factores: el desinterés de las agencias financiadoras por invertir en este tipo de investigación, la simplificación social que se ha hecho de la cuestión y a la temporalidad dominante en las instituciones que ofrecen educación para adultos (Ávila, 2001).

No obstante esta condición adversa, Ávila propone algunas líneas para desarrollar investigación en el campo de la educación matemática para jóvenes y adultos; sugiriendo se consideren los aspectos siguientes: *a)* el adulto o joven en tanto que sujetos que utilizan matemáticas en el ámbito vital; *b)* los agentes educativos (asesores, alfabetizadores, promotores); *c)* el conocimiento matemático como objeto de enseñanza en la educación de adultos; *d)* el joven o el adulto en tanto que sujetos de aprendizaje formal y *e)* las interacciones entre todos estos elementos.

En síntesis, si bien el campo de la educación de adultos no ha sido suficientemente considerado por la comunidad de investigadores en educación matemática, hay un abanico de posibilidades y necesidades hacia donde dirigir el rumbo de próximas e inaplazables investigaciones.

Balance y perspectivas

La investigación realizada durante los años noventa en el nivel de educación primaria produjo un amplio número de escritos, que rebasara en cantidad y temáticas a la realizada en la década de los ochenta. Algunas líneas de indagación se mantuvieron constantes e incluso se fortalecieron, tal sería el caso de la dedicada al análisis del aprendizaje o la orientada a producir y estudiar situaciones y secuencias para promover la construcción de ciertos conocimientos matemáticos.

El análisis de las prácticas de enseñanza que tienen lugar en aulas comunes es otra de las vertientes que cobró fuerza en los últimos años de la década; esto ocurrió también con los estudios acerca de los profesores y los recursos para la enseñanza. En cambio, la investigación sobre el nivel de preescolar o la formación inicial de los maestros muestran apenas un desarrollo incipiente, y una línea de investigación se mantuvo de bajo perfil: la centrada en la educación de adultos.

Debe señalarse también que los resultados de la investigación en educación primaria sostuvieron durante la década un flujo importante hacia el sistema de educativo. Se produjeron libros de texto, libros para los maestros y otros recursos para la enseñanza en buena medida sustentados en resultados de investigación. Igualmente los programas nacionales de actua-

lización de profesores ofrecidos por la Secretaría de Educación (que serían después utilizados para la formación inicial de maestros) también fueron producto del trabajo de investigadores en el campo de la educación matemática.

Cosa distinta ocurrió en el caso de la educación de adultos. Aquí —además de que la investigación no es abundante— hasta ahora el diálogo ha sido insuficiente y la única propuesta curricular sustentada en la investigación se conserva como tal. En este ámbito es urgente fortalecer tanto la investigación como la interlocución con las instancias encargadas de ofrecer programas educativos a este sector de población.

Como antes se señaló, la investigación que se recuenta en este capítulo tomó como objeto de estudio principal la educación primaria, puede decirse, aunque con cautela, que en conjunto gozó de una buena época. Esto, empero, no elimina las lagunas en cuanto a los contenidos abordados. Teniendo la aritmética la centralidad, la geometría o la medición, se han visto descuidadas.

Por otra parte, la indagación tuvo como espacio central de desarrollo las escuelas públicas de zonas urbanas del Distrito Federal; se reportan escasos estudios en entidades distintas y aún menos en zonas rurales.

Para un cierto tipo de estudios, como podrían ser los que hemos clasificado en el rubro enseñanza experimental, la cuestión es acaso irrelevante, para otros no, pues la intención explícita es conocer lo que ocurre en situaciones comunes y con los actores de los procesos cotidianos de enseñar y aprender. En este sentido, es un hecho especialmente llamativo la inexistencia de estudios acerca de las matemáticas utilizadas en culturas indígenas o su vinculación con la educación preescolar y primaria. Queda pues como tarea pendiente ampliar los espacios de indagación a regiones y poblaciones cuya realidad es fundamental conocer.

Esto último resulta en los hechos un reto, pues la posibilidad de mirar a poblaciones diversas parece estar mediada por las condiciones en que se realizan las investigaciones (con poco apoyo institucional y muchas veces de manera individual). Se hace necesario por lo mismo impulsar grupos de investigación en diversas regiones, así como el intercambio de la información que la indagación genere.

Finalmente, es pertinente señalar que, hasta hoy, no se observa que de los distintos acercamientos y estudios haya surgido una corroboración o contrastación de resultados, es decir, un diálogo intelectual entre los investigadores. Esto, probablemente ocurra a medida que la investigación sobre la temática y la comunidad que la realiza se fortalezcan.

BIBLIOGRAFÍA

Aguayo, Luis Manuel (2000). *Matemáticas y educación normal. Los habitus en torno a una ciencia*. Zacatecas: Instituto Zacatecano de Cultura/UAZ/ENMAC.

Aguayo, Luis Manuel (2001). "Los errores en la enseñanza de las matemáticas. Tratamientos didácticos en la escuela primaria", en *Memoria del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima.

Aguilera, Alma Delia (2001). "El papel de los sistemas de representación gráfica en los procedimientos que utilizan los docentes para resolver problemas matemáticos que involucran a las fracciones", en *Memoria electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: COMIE-Universidad de Colima.

Alatorre, Silvia (1999). "El libro de texto gratuito de matemáticas de sexto grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 35, abril, pp. 22-37.

Alatorre, Silvia; Natalia De Bengoechea, Lydia López, Elsa Mendiola y Mariana Sáiz (1999 *a)*. "Análisis de los materiales oficiales para la enseñanza de las matemáticas en primaria", en *Memoria electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Universidad de Aguascalientes-COMIE.

Alatorre, Silvia; Natalia De Bengoechea, Lydia López, Elsa Mendiola y Mariana Sáiz (1999 *b)*. "El texto gratuito de matemáticas en la educación primaria. Un método de análisis para optimizar su uso", en *Correo del Maestro,* núm. 33, febrero, pp. 5-11.

Alatorre, Silvia (autora), Natalia De Bengoechea y Elsa Mendiola (cols.) (2001a). "Mexican Adults' Knowledge about Basic School Mathematics", en FitzSimons, Gail E., John O'Donoghue & Diana Coben (eds.). *Adult and Lifelong Education in Mathematics. Papers form the Working Group for Action (WGA) 6. 9th International Congress on Mathematics Education*. ICME 9, pp. 97-109.

Alatorre, Silvia (autora), Natalia De Bengoechea y Elsa Mendiola (cols.) (2001b). "Remnant Effect of Basic School Mathematics in Mexico", en *Proceedings of the Twenty-Third Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematic Education*, vol. 1, oct. 18-21, 2001. Utah, pp. 139-43.

Aldaz, Isaías (1999). "La numeración mixteca de Nochixtlan", en *Acervo. Boletín de los archivos y bibliotecas de Oaxaca*, vol. 5, núm. 21. Primavera, 2001. pp. 12-16.

Alvarado, Mónica y Emilia Ferreiro (2000). "El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años", en *Revista Latinoamericana de Lectura*, año 21 (1), pp. 6-17.

Alvarado Jardines, Margarita (1999). *La nueva propuesta para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado. Dos dinámicas de trabajo*. Tesis de maestría. México: UPN.

Amador, María Esther (2000). *Análisis del papel de la asesoría en la educación a distancia. El caso de la aritmética en cálculo y resolución de problemas.* Tesis de maestría en Educación. México: UPN.

Amaya, Luz del Carmen (2001). "El uso del juego y del material didáctico como estrategia para elevar el rendimiento escolar en la asignatura de matemáticas de primer grado de primaria", en *Memoria ZIP del Tercer Encuentro Estatal de Investigación Educativa*. Sonora: SEP-Centro Regional del estado de Sonora-SEC-UPN, Cd. Obregón, Sonora.

Antiga, Susana (2001). *Cómo construyen competencia académicas básicas de los alumnos de 4° de primaria para la resolución de problemas*. Tesis de Maestría en Pedagogía. México: UNAM.

Arana, Alma (1996). *La adquisición del concepto de número vinculado al proceso aditivo en niños de primaria: el uso del cuadrito vacío*. Tesis de maestría en Ciencias, con Esp. en Matemática Educativa. México: DME-CINVESTAV.

Arana, Alma y Aurora Gallardo (1999). "La construcción del número natural a través del proceso aditivo. Uso del cuadrito vacío por estudiantes de educación básica", en *Educación Matemática*, vol. 11 (*2)*, México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 64-89.

Arceo, Esperanza (1999). "¿Problemas de geometría o problemas con la geometría?", en *Educación Matemática*. Vol. 11 (1). México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 25-45.

Arteaga, Julio César (1998). *Identificación de las estrategias que utilizan los alumnos de quinto año de primaria para resolver problemas verbales*. Tesis de maestría en Ciencias. México: DME-CINVESTAV.

Ávalos, Alejandra (1997a). "Concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos: Estado de conocimiento en México", en *Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 220-223.

Ávalos, Alejandra (1997b). *Estudio de las transformaciones que sufren las concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos en un curso de actualización*. Tesis de maestría en Ciencias. México: DIE-CINVESTAV-IPN.

Ávalos, Alejandra e Irma Fuenlabrada (1999). "Transformaciones conceptuales de los maestros sobre conocimientos geométricos, la enseñanza y el aprendizaje infantil", en *Memoria Electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Universidad de Aguascalientes-COMIE.

Ávila, Alicia (1993). "El saber matemático extraescolar en los libros para la educación de adultos", en *Educación Matemática*, vol. 5 (*3)*, diciembre 1993. México: Grupo editorial Iberoamérica, pp. 60-77.

Ávila, Alicia (1994). *Los niños también cuentan. Procesos de construcción de la aritmética en la escuela primaria*. México: SEP (Libros del Rincón).

Ávila, Alicia (1995) "Experiencia de vida y construcción de los números racionales", en *Pedagogía*. vol. 10 (*5)*, invierno. México: UPN, pp. 38-47.

Ávila, Alicia (1996a). "Fundamentos y retos para transformar el currículum de matemáticas en la educación básica de jóvenes y adultos", en Jorge Osorio y

José Rivero (org.) *Construyendo la modernidad educativa en América Latina. Nuevos desarrollos curriculares en la educación de personas jóvenes y adultas*. Perú: UNESCO/CEAAL/La Tarea. pp. 161-181.

Ávila, Alicia (1996b). "Los usos reconocidos de los textos de matemáticas", en *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, vol 1 (*2)*, julio-diciembre, México: COMIE, pp. 314-342.

Ávila, Alicia y José Luis Cortina (1996). "Opiniones, perspectivas y posturas de los profesores ante los textos gratuitos de matemáticas", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol XXVI (*1)*, pp. 59-129.

Ávila, Alicia (1997). "El currículum de matemáticas para la educación de adultos. Dudas, reflexiones y contribuciones", en *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Santiago de Chile: UNESCO.

Ávila, Alicia y Guillermina Waldegg (1997). *Hacia una redefinición de las matemáticas en la educación básica de adultos.* México: INEA.

Ávila, Alicia (1999). "Enseñar a través de la resolución de problemas. Dificultades, obstáculos y efectos de una transposición", en *Memorias de la Conferencia Internacional Elfriede Welzenburger*. 27-29 de oct. de 1999. México: UNAM/UPN, pp. 202-9.

Ávila, Alicia (2001a). "Algunas realizaciones de la reforma a las matemáticas, sus alcances y su significado", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima.

Ávila, Alicia (2001b). *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar*. Tesis de doctorado en Pedagogía. México: UNAM, FFyL.

Ávila, Alicia (2001c). "Una tarea necesaria: la investigación en educación matemática de los jóvenes y adultos", en Comboni, Sonia, Carmen Cortés y Javier Rodríguez (coords). *La investigación educativa en México. V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: COMIE-UPN.

Atweh, Bill y Marcos D. Arias (2001). "Continuous In-Service Professional Development of Teachers and School Change: Lessons From Mexico", en Bill Atweh, Helen Forgasz y Ben Nebres (eds.). *Sociocultural Research in Mathematics Education. An International Perspective*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, pp.

Barocio, Roberto (1996). "La enseñanza de las matemáticas en el nivel preescolar: la visión psicogenética", en *Educación Matemática*, vol. 8, núm 3, México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 50-62.

Becerra, Edgar (2001). "Trabajo en equipo en matemáticas: la opinión de los maestros", en *Memoria electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: COMIE-Universidad de Colima.

Block, David (1996). "Una propuesta de actualización en la enseñanza de las matemáticas para maestros de educación primaria", en *Memorias de la Décima Reunión*

Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico-Universidad Interamericana pp. 576-581.

Block, David (2001a). *La noción de razón en las matemáticas de las escuela primaria. Un estudio didáctico*. Tesis doctoral en Ciencias. México: DIE-CINVESTAV-IPN.

Block, David (2001b). "Experiencia didáctica 'los intercambios'. Estudio de la noción de razón como precursora del operador multiplicativo natural", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: COMIE-Universidad de Colima.

Block, David y Martha Dávila (1993). "La matemática expulsada de la escuela", en *Educación Matemática,* vol. 5 (*3),* México: Gpo. Editorial Iberoamérica, pp. 39-58.

Block, David; Martha Dávila y Patricia Martínez (1995). "La resolución de problemas: una experiencia de formación de maestros", en *Educación Matemática*. Vol. 7 (3), pp. 5-26.

Block, David y Ana Ma. Álvarez (1999). "Los números en primer grado: cuatro generaciones de situaciones didácticas", en *Educación Matemática*, vol. 11 (1). México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 57-76.

Block, David y Patricia Martínez (1999). "Frogs' jumps: An example of using computers as means of empirical validation", en *Eurologo 99. Proceedings of the Seventh European Logo Conference*. 22-25 de agosto, Sofía: Bulgaria, pp. 150-159 .

Block, David; Patricia Martínez; Martha Dávila y Margarita Ramírez (2000). "Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria", en Carrillo J. y L. C. Contreras (ed). *Resolución de Problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. España: Huelva, pp. 207 -236.

Block, David y Diana Solares (2001). "Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo", en *Educación Matemática,* vol. 13 *(2)* México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-30.

Bollás, Pedro y Mario Sánchez (1994). "De la calidad a la cantidad en la presentación gráfica de las cantidades", en *Educación Matemática*, vol. 6 (*3)*, México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 4-20.

Bollás, Pedro (1997). *Dinámica tutorial y aprendizaje de las operaciones matemáticas de adición y sustracción en una escuela primaria*. Tesis de maestría en Educación. México: Universidad La Salle.

Buenrostro, Álvaro y Olimpia Figueras (1999). "The Formation of Educational Psychologist through a Program for Helping Children with a Low School Performance in Arithmetic", en *Proceedings of the XXI Annual Meeting PME-NA*, vol. 2. Cuernavaca, México, octubre 23-26, pp. 692-708.

Buenrostro, Álvaro y Olimpia Figueras (2000). "Psychology Student's Conceptions on Teaching and Learning of Arithmetic: An Analysis of Reports on Work

Sessions with Children" ", en *Proceedings of the XXII Annual Meeting PME-NA XXII*, vol. 2. Tucson, EUA, octubre 7-10, pp. 473-478.

Campa, Ana Luisa (1998). *Representación de algunos significados de la multiplicación*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa. México: DME-CINVESTAV-IPN.

Carvajal, Alicia (1996a). "El libro de texto de matemáticas de primer grado en la práctica", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol XXVI (*1)*, México: Centro de Estudios Educativos, pp. 131-163.

Carvajal, Alicia (1996b). "El uso del nuevo libro de texto en primer grado. Una mirada a las matemáticas, en *Básica. Revista de la Escuela y del Maestro*. Año III (11). México: Fundación para la Cultura del Maestro Mexicano, pp. 15-20.

Carvajal, Alicia (1996c). "Entre la elaboración y el uso de un libro de texto de matemáticas en primer grado de primaria", en Cruz Tersa, Waldo A. Torres, Julia Rodríguez y Orlando Planchart (eds). *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico/Universidad Interamericana de Puerto Rico, pp. 253-258.

Carvajal, Alicia (1999). "Las matemáticas en la escuela primaria: la visión de los maestros", en *Memoria Electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Universidad de Aguascalientes-COMIE.

Carvajal, Alicia (2001). "El uso de un libro de texto visto desde la etnografía", en *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. México: COMIE, vol. VI (12) pp. 223-247.

Cazares, Jorge Antonio (1994). *Un modelo de enseñanza para el conteo*. Tesis de maestría en Psicopedagogía. México: Universidad de las Américas.

Casassús, Juan; Sandra Cusato; Enrique Froemel y Juan Palafox (2000). *Primer Estudio Internacional Comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica*. Segundo Informe. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. Santiago de Chile: UNESCO.

Cevallos, Ma. del Carmen; Silvia Uriega y Jesús Zavala (1999). "La división: un problema difícil de operacionalizar", en *Memoria electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Universidad de Aguascalientes.

Cortina, José Luis (1996). "Los libros de texto de editoriales privadas: sus propuestas para matemáticas de primer grado", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol XXVI (1), México Centro de Estudios Educativos, pp. 165-203.

Cortina, José Luis (1997). *Conceptualización y operación del valor posicional en diferentes situaciones. Un estudio con niñas y niños mexicanos de segundo, tercer y cuarto grados*. Tesis de maestría en Educación. México: Universidad de las Américas.

De Agüero, Mercedes (2001). "Estrategias de solución de problemas de la vida cotidiana", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Manzanillo.

De Bengoechea, Natalia (1997). "Las numeraciones indígenas en México", en *Correo del Maestro. Revista para Profesores de educación Básica.* 1(12). México, pp. 21-39.

De Bengoechea, Natalia (1998). "10+1¹1+10 o de cómo los indios cuentan mejor que los otros", en *Revista La Vasija*, núm. 3, agosto-noviembre. México: La Vasija A.C., pp. 81-90.

De Bengoechea, Natalia (1999). "El libro de texto gratuito de matemáticas de primer grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 33, febrero, pp. 12-16.

De Luna, María Esther (1993). *El conocimiento de las fracciones. Un estudio de las interrelaciones del segundo ciclo en la escuela primaria*. Tesis de maestría en Ciencias. México: DME-CINVESTAV-IPN.

De la O, Juanita; Ma. Eugenia Díaz y Carmen Méndez (1996). "Dificultades y alternativas en la resolución de problemas matemáticos", en *Educación Matemática*, vol. 8 *(1)*, México: Editorial Iberoamérica, pp. 40-52.

De León, Humberto e Irma Fuenlabrada (1996). "Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto", en *Revista Mexicana de Investigación Educativa.* Vol. 1(2), México: COMIE, pp. 268-282.

De León, Humberto e Irma Fuenlabrada (1997). "Obstáculos epistemológicos para comprender el significado de cociente de las fracciones. Experiencia con profesores", en *Memoria Electrónica del IV Congreso Nacional de Investigación Educativa.* México: Universidad Autónoma de Yucatán-COMIE.

De los Reyes, Ma. Isabel (1999). *Diferenciando el área y el perímetro. Enseñanza experimental aplicada a un grupo de 3er. grado de primaria*. Tesis de maestría en Ciencias. México: DME-CINVESTAV-IPN.

Durán, Rafael (1995). *Reconocimiento de patrones en secuencias numéricas y de figuras, por alumnos de sexto grado de primaria*. Tesis de Maestría en Ciencias. México: DME-CINVESTAV-IPN.

Eudave, Daniel y Alicia Ávila (2001) "Repercusiones de la reforma a las matemáticas en los aprendizajes escolares. Ponderación a través de la aplicación de un examen", en: *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa.* Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima.

Estrada, Laura (1997). "La opinión de los maestros sobre los libros de texto gratuitos: tendencias y consensos", en *Memoria Electrónica del IV Congreso Nacional de Investigación Educativa*, 29-31 de octubre, Área III, Mérida: COMIE-UAY.

Flores, Rosa del Carmen (1996). *Enseñanza de estrategias de autorregulación a niños con problemas de aprendizaje mediante la capacitación a madres: una aproximación cognoscitiva conductual.* Tesis de maestría. México: UNAM, Facultad de Psicología.

Flores, Rosa del Carmen (2001). "Cuando la adición y la sustracción implican comparar", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima.

Fuenlabrada, Irma (1996). "El conocimiento del espacio y el de la geometría. ¿Qué y cómo se enseña?", en *Básica. Revista de la escuela y del maestro*, año III (11). México: Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano, pp. 61-68.

Fuenlabrada, Irma (2001). "La numerosidad de las colecciones y los números como signos que la representan", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Manzanillo: COMIE-Universidad de Colima.

Galván Maricruz; Sonia Ursini y Ma. Cristina Aguilar (1995). "Prefigurando la idea de discontinuidad en ambientes logo", en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe,* vol I, La Habana, pp. 313-318.

García Herrera, Adriana (1996). *Los usos del texto en la práctica docente cotidiana de tercero y cuarto de primaria: un estudio cualitativo*. Tesis de maestría en Ciencias. México: DE-CINVESTAV-IPN.

García Martínez, Sergio (1998). *Proceso de resolución de problemas matemáticos (una innovación evaluativa en el primer ciclo de educación primaria)*. Tesis de doctorado. España: Universidad de Barcelona, Facultad de Pedagogía.

Garduño, Orlando (2001). *Efectos del uso de la calculadora en el aprendizaje de la división. Estudio en cuarto grado de primaria con base en la propuesta oficial*. Tesis de maestría en Desarrollo Educativo. México: Universidad Pedagógica Nacional.

Gómez Rosas, Noemí (1996). *Una experiencia didáctica en preescolar sobre el conteo y su relación con la construcción del número natural*. Tesis de maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Gómez Gerardo, Hilda (1996). *Inicios del pensamiento proporcional. Un estudio en la escuela primaria sobre competencias al resolver situaciones de cambio.* Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

González Flores, Claudia S. (2001).*La solución de problemas de resta de niños en situación de fracaso escolar: comparación de dos procedimientos de evaluación*. Tesis de maestría en Psicología. México: Universidad Autónoma de Campeche.

González Rivera, Everardo (1995). *Acercamiento intuitivo a ideas fundamentales de la probabilidad en una actividad lúdico-aleatoria. Una experiencia con niños de tercer grado de educación primaria.* Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Guerrero, Adela (1997). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones aritméticas elementales (una perspectiva psicopedagógica)*. Tesis de doctorado en Pedagogía. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Guevara, Yolanda y Silvia Macotela (1999). "Adquisición de habilidades académicas en niños de primer grado", en *Memoria Electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Aguascalientes: COMIE.

Gurrola, Ma. Leticia (1998). *Pensamiento probabilístico de niños en estado básico. Dos estudios: experimento de enseñanza y observación en el aula del primer ciclo*. Tesis de

maestría en Ciencias. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Hoyos, Verónica (1994). "Un estudio exploratorio sobre la asignación de sentido a las representaciones básicas de la variación, al término de la primaria y el inicio de la secundaria", en *Educación Matemática*, vol. 6 *(3)* México: Grupo Editorial Iberoámerica, pp. 65 -81.

Huerta, Ma. de los Ángeles (1994). *La promoción de la autorregulación para el aprendizaje de las matemáticas a nivel preescolar.* Tesis de maestría. México: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Psicología.

Jiménez, Edda Norma (1996a). *De una lectura del error a una interpretación de los saberes de los niños: un estudio en la escuela primaria sobre competencias al resolver situaciones de cambio.* Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Jiménez, Edda (1996b). "De una lectura del error a una interpretación de los saberes de los niños", en Cruz, Teresa; Waldo Torres; Julia Rodríguez y Orlando Planchart (eds) *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.* Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico/ Universidad Interamericana.1-10 de agosto de 1996, pp. 92-96.

Limón, Araceli (1995). *Elementos para el análisis crítico de la posible inserción curricular de nociones estocásticas, ausentes en programas de preescolar y primaria.* Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN

Limón, Araceli (1996). "Exploración sobre indicios de la idea de azar en niños de preescolar y primaria a través de la enunciación de mensajes", en Teresa Cruz; Waldo Torres; Julia Rodríguez y Orlando Planchart (eds). *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.* Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico-Universidad Interamericana, pp. 521-526.

Lizarde, Eugenio (2001). *Las concepciones teórico-epistemológicas del docente y las resolución de problemas en la escuela primaria.* Tesis de maestría en Educación. México: Universidad Pedagógica Nacional. Unidad Zacatecas.

López Amador, Lydia (1999a). "El libro de texto gratuito de matemáticas de cuarto grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 34, marzo, pp. 17-23.

López Amador, Lydia (1999b). "El libro de texto gratuito de matemáticas de quinto grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 35, abril, pp. 13-21.

López Castro, Ma. Teresa (1996) *Enseñanza de la geometría, orientada al desarrollo de la imaginación espacial.* Tesis de maestría. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

López Rueda, Gonzalo y Olimpia Figueras (1999). "Qualitative Reasoning in Problem Solving Related to Ratio, Proportion, and Proportional Variation Concepts", en *Proceedings of the XXI Annual meeting PME-NA*, vol. 2. Cuernavaca, México, octubre 23-26, pp. 599-605.

Martínez Falcón, Patricia (1996). "Distintos procedimientos para resolver problemas de división", en *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico- Universidad Interamericana de Puerto Rico, pp. 97-102.

Martínez Falcón, Patricia (1997). *Desarrollo de procedimientos para dividir: Un estudio didáctico*. Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV-IPN

Martínez Falcón, Patricia (2000). "Una secuencia para la enseñanza de la división. Algunos conflictos didácticos", en *Memoria electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Aguascalientes.

Martínez Falcón, Patricia y David Block (1996). "Las calculadoras como apoyo para la nivelación en aritmética en la escuela primaria", en *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. Puerto Rico: Universidad de Puerto Rico-Universidad Interamericana. pp. 388-393.

Martínez Falcón, Patricia y Eva Moreno (1996) "Aprendiendo a dividir" en *Básica. Revista de la escuela y del maestro*, año III, (11). México: Fundación SNTE, pp. 34-44.

Martínez Hernández, Alicia (2001). *Los usos que hacen los niños del número natural al partir y repartir*. Tesis de maestría en Matemática Educativa. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Martínez, Ruth y Martha C. Villalva (2001). "La enseñanza de las matemáticas en 6º grado de primaria en la zona número 10 de Hermosillo, Sonora y su relación con el plan y programa de estudio 1993, de la Secretaría de Educación Pública", en Juan Enrique Ramos Salas (ed.) *Investigaciones educativas en Sonora*, vol. 3. Hermosillo: Red de Investigación Educativa en Sonora AC. pp 3-14.

Mascareño Gallegos, Haydeé G y Oscar J. San Martín S. (2001)."Experimentación en educación: el problema matemático como herramienta para efectuar transposiciones didácticas. El caso de la construcción de la 'Tabla del dos'", en *Memorias del Tercer Encuentro Estatal de Investigación Educativa*. Sonora: SEP, Centro Pedagógico del Estado de Sonora-SEC-UPN.

Mayorga, Vicente, Patricia Reyes y Angélica Zúñiga (1995). "Calidad de los libros de texto de editoriales privadas. Primera parte", en *Cero en conducta*. México, núm 40-41, mayo-agosto, pp. 63-75.

Mayorga, Vicente (1996). "¿Qué sabemos de los libros de texto?", en *Básica. Revista de la escuela y del maestro,* año III (14), México: Fundación SNTE para la Cultura del maestro mexicano, pp. 27-36.

Mendiola Sanz, Elsa (1999). "El libro de texto gratuito de matemáticas de segundo grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 33, febrero, pp. 17-22.

Mendoza, Emma; Leticia Pérez; Vicente Mayorga (autores), Rocío Espinosa y Alejandro Alonso (cols.) (1995). "Opiniones de maestros sobre los textos gratuitos: Español y Matemáticas", en *Cero en conducta*, México, núm 40-41, mayo-agosto, pp. 41-60.

Mendoza Maldonado, Jesús (2001) "La reforma curricular y el uso de los problemas en la enseñanza de las matemáticas", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México, Manzanillo: COMIE.

Moreno Sánchez, Eva (1996). *Introducción a la noción de división en la escuela primaria. Un estudio didáctico*. Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV-IPN.

Moreno Sánchez, María Lucía (1997). "Estudio sobre las concepciones de los maestros de primaria acerca de la matemática escolar y la medición", en *Memoria Electrónica del IV Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México: Universidad Autónoma de Yucatán-COMIE.

Moreno Sánchez, María Lucía (1998). *Concepciones de los maestros de primaria en torno a la medición, experiencias en un taller de actualización*. Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV-IPN.

Mochón, Simón y Josueth Vázquez (1995). "Cálculo mental y estimación: métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza", en *Educación Matemática,* vol. 7 (*3)*, México: Gpo. Editorial Iberoamérica, pp. 93-105.

Muñoz Luna, Enedina (1996). *Pensamiento relacional en una etapa de transición. Un estudio en la escuela primaria sobre competencias al resolver situaciones de cambio.* Tesis de maestría en Ciencias. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Nava, Héctor (1995). "El origen del sistema métrico decimal", en *Básica. Revista de la escuela y del maestro*, año II (*7)*, México: Fundación SNTE para la cultura del maestro mexicano, pp. 5-8.

Nolasco, Patricia R. (2001). *A seis años de la nueva propuesta educativa: el caso del volumen en niños de sexto grado de educación primaria,* México: UPN.

Núñez, Marcela (1997). *El razonamiento matemático en los alumnos de primaria. El caso de la geometría"*. Tesis de maestría en Pedagogía. México: UNAM-FFy L.

Olvera, Francisco (2000). *Usos de los conocimientos del número natural en la resolución de problemas de partición y reparto*. Tesis de maestría. Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Ortega, Juan L. (1997). *El trabajo en equipo como un espacio de socialización del conocimiento matemático: una experiencia con maestros*. Tesis de maestría. México: Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV-IPN.

Ortiz, Myriam (1999). *Iniciación a la aritmética. Una propuesta de formación de maestros desde la perspectiva del aprendizaje*. Tesis de doctorado. México. Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Perera Dzul, Paula Bibiana (2001) *Ayuda manipulativa en la resolución de problemas verbales de reparto de todos continuos y discretos*. Tesis de maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa. México: CINVESTAV, Departamento de Matemática Educativa.

Ramos, Arturo (1994). *El pensamiento de los profesores sobre las nociones básicas de la matemática escolar*. Tesis de maestría. México: Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV-IPN.

Reyes S, Victorina María (1999a) *Influencia de las interacciones entre alumnos en sus representaciones de fracciones*. Tesis de maestría en Educación. México: Universidad de las Américas.

Reyes S, Victorina María (1999b) "Influencia de las interacciones entre alumnos en sus representaciones de fracciones", en *Memoria Electrónica del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*. Aguascalientes: COMIE.

Rocha Jiménez, Luz María del Rosario (1993) *La educación constructivista en la solución de problemas académicos en el área de la lecto-escritura y las matemáticas*. Tesis de maestría en Psicología. México: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Psicología.

Rodríguez de Ita, Santa S. (1997) *Construcción del concepto matemático de tridimensionalidad*. Tesis de doctorado en Pedagogía. México: Facultad de Filosofía y Letras-UNAM.

Rodríguez González, María Leticia (2000) *Comprensión de procesos de comunicación en el aula, en la resolución de problemas aditivos, con grupos de segundo grado de educación primaria*. Tesis de maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa. México: CINVESTAV, Departamento de Matemática Educativa.

Rodríguez, Pedro Gerardo; Laura Estrada; Nora Guadalupe Valenzuela y Adriana Hernández (1996) "La opinión de los maestros sobre los libros de texto gratuitos: tendencias y consensos", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol XXVI *(1)*, México: Centro de Estudios Educativos. Pp. 13-57.

Ruiz, Elena (2000) "Study of solving strategies and proposal for the teaching of ratio and proportion", en *Proceedings of the XXII Annual Meeting PME-NA*, vol. 2. EUA, Arizona, pp. 395-396.

Ruiz, Elena y Marta E. Valdemoros (2001) "A teaching proposal about ratio and proportion worked with students of elementary school", en *Proceedings of the XXV Annual Meeting PME*, vol. 1. pp. 361.

Saíz, Mariana (1998) "How has measurement been taught in México?", en: *Proceedings of the XX Annual Meeting PME-NA*. EUA, Carolina del Norte, pp. 328-334.

Sáiz, Mariana (1999a). "El libro de texto gratuito de matemáticas de 2º grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 33, febrero, pp. 17-22.

Sáiz, Mariana (1999b). "El libro de texto gratuito de matemáticas de tercer grado. Análisis de algunas lecciones", en *Correo del Maestro*, núm. 34, marzo, pp. 8-16.

Sáiz, Mariana (2001). "An Approach to Teachers' Knowledge about the Mathematical Concept of Volume", en *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol 1, Utrecht-The Netherlands, Julio 12-17, pp. I-363.

Sáiz, Mariana y Olimpia Figueras (1999) "A conceptual network for the teaching-learning processes of the concept of volume", en *Proceedings of the XXI Annual Meeting PME-NA*, vol. 2. México, Cuernavaca, pp. 436-441.

Sáiz, Mariana y Olimpia Figueras (2000). "Some Primary-School Teachers' Conceptions about the Mathematical Concept of Volume", en *Proceedings of the XXIIth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education-NA*, vol 2, EUA, Tucson, Octubre 7-10, pp. 491-497.

Salgado Padilla, Virgina (1995). *Los procesos de representación. La representación de los procesos aditivos*. Tesis de maestría en Educación. México: Universidad de las Américas. Cd. De México.

Salinas Robles, Orel (2000) *La enseñanza de la probabilidad en el sexto grado de educación primaria.* Tesis de maestría en Desarrollo Educativo. Universidad Pedagógica Nacional. Plantel Tuxtla Gutiérrez. Chiapas.

Schulmaister Lagos, Mónica (2000) *La enseñanza de las fórmulas en la escuela primaria: un análisis didáctico.* Tesis de maestría en Ciencias en la Especialidad de Investigaciones Educativas. México: DIE-CINVESTAV.

Solares P., Diana V. (1999) *La fracción como resultado de una división: un estudio didáctico*. Tesis de maestría en Ciencias con Especialidad en Investigación Educativa. México: CINVESTAV, Departamento de Investigaciones Educativas.

Solares P., Diana V. (2001) "Las fracciones y la división en la escuela primaria: Análisis didáctico de un vínculo", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México, Colima: COMIE, Universidad de Colima.

Solís Esquinca, Miguel (1993) "The notion of variation in physical contexts", en *Proceedings of the XV Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1. October 17-20, Pacific Grove, p. 273.

Soto Hernández, Ana María (1993) *El conocimiento de las fracciones. Un estudio de la proyección del primer ciclo en la escuela primaria*. Tesis de maestría en Ciencias. México: Matemática Educativa. CINVESTAV.

Téllez, Leticia (1997*) La enseñanza de la división a través de la resolución de problemas. Cuatro interpretaciones a la nueva propuesta curricular de tercer grado*. Tesis de maestría en Educación. México: UPN.

Valdemoros, Martha E. (1993). "The language of fractions as an active vehicle for concepts", en *Proceedings of the XV Annual Meetimg PME-NA*, vol. 1. EUA, Pacific Grove. CA.. 17-20 Oct, pp. 233-239.

Valdemoros, Martha E.(1994). "Various representations of the fraction through a case study", en *Proceedings of the XVII Annual Meeting PME*, vol. 2. Lisboa. 29 de julio-3 de agosto, pp. 16 -23.

Valdemoros, Martha E. (1995) "Preservation of the common referent in the addition of fractions: a case study", en *Proceedings of the XVII Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1. Ohio, pp. 407-412.

Valdemoros, Martha E. (1997) " Recursos intuitivos que favorecen la adición de Fracciones: Estudio de caso", en *Educación Matemática*, vol. 9 (*3)*, diciembre, México, pp. 5 -17.

Valdemoros, Martha E. (1999) "El inicio de la educación matemática elemental de los adultos". *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, vol. 12, tomo 1*. pp. 55 -58. México: Ed. Iberoamérica.

Valdemoros, Martha E. (2001) "Las fracciones, sus referencias y los correspondientes significados de unidad: Estudio de casos", en: *Educación Matemática*, Vol. 13 (*1)*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 51-67.

Valdez Coiro, Eréndira (1995 a). "La actualización de los maestros de primaria en educación matemática", (informe de investigación), en *Lux, Pax, Vis. Órgano de Comunicación y Divulgación Académica de la BENM,* vol. II (13), noviembre-diciembre, pp. 9-12.

Valdez Coiro, Eréndira (1995 b). "El vínculo maestro-contenido matemático", en *Memorias de la VIII Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Educación Matemática*, vol I. La Habana, pp. 413-418.

Valdéz Coiro, Eréndira (1995 c) "El vínculo maestro-contenido matemático. Estudio sobre la actualización de maestros de primaria", en *Reseñas de Investigación Educativa. Proyectos apoyados 1993,* México: Dirección General de Investigación Educativa de la SEP, pp. 100.

Valiente, Santiago (1995) "Análisis de cuatro algoritmos operatorios obtenidos en investigación de campo con adultos analfabetos", en *Educación Matemática*, vol. 7 (2), pp. 60 -73.

Valiente, Santiago, *et al.* (1995). "Cómo hace matemáticas el lego matemático", en *Publicación de la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.* La Habana. Cuba. pp. 291-296. Publicaciones del Depto. de Matemática Educativa. CINVESTAV. México.

Vargas Alejo, Verónica y José Guzmán Hernández (2000). "Problems concerning verbal enunciation in grammar school textbooks in México", en *Proceedings of the XXII Annual Meeting PME-NA,* vol. 1, Tucson, 7-10, octubre, pp. 153-159.

Vázquez, Josueth (1994) *Una investigación de las estrategias de cálculo mental utilizadas por niños estudiantes de primaria y secundaria*. Tesis de maestría en Ciencias. México: Matemática Educativa. CINVESTAV.

Vílchez Zúñiga, María de los Ángeles (1993) *El conocimiento de las fracciones. Un estudio de la retrospectiva del tercer ciclo en la escuela primaria*. Tesis de maestría en Ciencias. México: Matemática Educativa. CINVESTAV.

Villalva y Gutiérrez, Martha Cristina (1995). *La elaboración de un libro de texto de matemáticas para niños de primaria en el contexto de una estrategia constructivista para la formación de profesores*. Tesis de maestría. Sonora: Departamento de Matemáticas de la Universidad de Sonora.

Waldegg, Guillermina (1996) "Sobre el origen y significado de los números decimales", en *Básica. Revista de la escuela y del maestro*. Año III (11), México: Fundación SNTE, pp. 54-60.

Bibliografía complementaria

Ávila, Alicia (1990) "El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*. México, vol. XX, núm 3, pp. 55-95.

Ávila, Alicia (dir). 2000. *Evaluación cualitativa de los efectos de la reforma a las matemáticas*. UPN/OEA. (Reporte de investigación no publicado).

Ávila, Alicia (1991). "La reforma de las matemáticas en primaria. Lo posible y lo necesario", en *Educación Matemática*, vol. III (3), México: Grupo Editorial Iberomérica, pp. 31-39.

Balbuena, Hugo y David Block (1991). "¿Qué significa multiplicar 7/4? Reflexiones sobre lo que sucedió en una clase de matemáticas para maestros", en *Cero en conducta*. México, pp. 21-32.

Bednarz, N y B. Dufor-Javier (1991). "A Study of External Representations of Change Developed by Younger". *Proceedings of the Thirteenth PME-NA Conference*, Blaksburg, Virginia, pp. 140-146.

Bednarz, N. y B. Janvier (1996) "Emergence and Development of Algebra as a Problem-Solving Tool. Continuities and Discontinuities with Arithmetic", en: N. Bednarz *et al.* (eds.), *Approaches to Algebra*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers. pp. 115-136. [NB/ee].

Block, D. (coord.), H. Balbuena, D. Block, M. Dávila, M. Schulmaister, V. García, E. Moreno (1995). *La enseñanza de las matemáticas en al escuela primaria. Taller para maestros*. Primera parte. México: SEP.

Block, D. (coord.), D. Block, M. Schulmaister, H. Balbuena y M. Dávila (autores) (1995). *La enseñanza de las matemáticas en al escuela primaria. Taller para maestros*. Segunda parte. México: SEP.

Block, David y Martha Dávila (1995). "La matemática expulsada de la escuela", en *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas*. México: Secretaría de Educación Pública, pp. 7-26.

Block, David y Guillermina Waldegg (coords.) (1995). "Matemáticas", en Guillermina Waldegg (coord.) *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa A.C. y Fundación SNTE para la Cultura del maestro Mexicano, pp. 21-130,

Botello, H.; I. González; H. De León, *et al.* (1993). *Estudio exploratorio sobre fracciones comunes. I. Conceptos y estrategias de solución de problemas y operaciones en profesores de primaria*. méxico: SEP-SSEDF-DEE.

Bourdieu, Pierre (1998). *Capital cultural, escuela y espacio social*. Madrid: Siglo XXI.

Bourdieu, Pierre(1995). *Respuestas para una antropología reflexiva*. México: Grijalbo.

Bourdieu, Pierre (1988a). *Cosas dichas*. Buenos Aires: Gedisa.

Bourdieu, Pierre (1988b). *La distinción. Crítica social del juicio*. Madrid: Taurus.

Brousseau, Guy (1999). "Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales" Documento fotocopiado.

Brousseau, G. (1998). "Théorie des situations didactiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grénoble: La pensée Sauvage.

Brousseau, Guy (1994). "Los diferentes roles del maestro", en Parra, Cecilia e Irma Sáiz (comps.) *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Brousseau, Guy (1993). "Fundamentos y métodos de didáctica de las matemáticas", en Sánchez, Ernesto (comp.) *Lecturas en didáctica de las matemáticas. La escuela francesa*. México: CINVESTAV-IPN.

Brousseau, G. (1990). "Utilidad e interés de la didáctica para un profesor", en SUMA 5 (5-12). Granada: Federación española de Sociedades de profesores en matemáticas.

Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Cambridge, Massachusetts.

Carpenter, T.P. y M.J. Moser (1983) "Acquisitions of Addition and Substraction Concepts", en: Lesh, R y Laundau, M. (eds) *Acquisitions of Mathematics Concepts and Processes*, cap. 2. EUA: Academic Press Inc.

Castrejón Téllez, Juan (1994). *Simetría: importancia que le dan los profesores y su conceptualización por los alumnos de quinto y sexto grado de primaria*. Reporte de investigación no publicado. Universidad Pedagógica Nacional. México.

Civil, M. (1996). "Pensando sobre las matemáticas y su enseñanza: una experiencia con estudiantes para profesores de primaria", en J. Giménez, S. Llinares, V. Sánchez (eds). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares (Mathema), pp. 175-197.

Chevallard, Yves (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Argentina: Aique (Psicología cognitiva y educación).

Chevallard, Yves (1992). "Concepts fundamentaux de la didactique: perspectives apporteés par une approche anthropologique", en *Recherches en didactique des mathématiques*. 12 (*1)*, pp. 73-112

Chevallard, Y., M. Bosch y J. Gascón (1997) *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: ICE, HORSORI.

Duval, R. (1993). "Semiosis y noesis", en *Lecturas en Didáctica de las matemáticas. Escuela francesa*. México: DME-CINVESTAV-IPN, pp. 118-144

Elliot, John (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.

Erickson, Frederick (1986). "Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza", en M. C. Wittrock (ed.*) La investigación en la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación*. Barcelona: Paidós.

Fennema, E. y M. Loef (1992). "Teachers' Knowledge and Its Impact", en Grouws, D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Nueva York: Macmillan

Filloy, E. (1990). PME Algebra Research. A working perspective. *Fourteenth PME Conference Proceedings 1*, México, pp. 1-33. [NB/s]

Filloy, Eugenio (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Freudenthal, Hans (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holanda: Reidel Pub. Co.

Fuenlabrada, Irma (1991). "La conmensuración y el fraccionamieto de la unidad. Una experiencia con maestros", en Revista *Cero en conducta*, pp. 16-20

Hart, K. M. (1988) "Ratio and proportion", en. J. Hiebert y M. Behr (eds) *Number Concepts and operations in the middle grads*, vol 2. Lawrence Erlbaum Associates National Council of Teachers of mathematics, pp. 198-219.

Hart, Katleen (ed.) (1981). *Children's Understanding of Mathematics*. Londres: John Murray.

Karplus, R., S. Pulos y E. Stage (1983). "Proportional Reasoning of Early Adolescents" In: R. Lesh and M. Landau (Eds) *Acquisition of mathematics concepts and process*. Pp. 45-90. New York: Academic.

Kieren, T. E. (1983). "La partición, la equivalencia y la construcción de ideas relacionadas con los números racionales". Universidad de Alberta, Canadá (Trad. Olimpia Figueras, DME-CINVESTAV-IPN, México).

Llinares, S. (1996). "Contextos y aprender a enseñar matemáticas: el caso de los estudiantes para profesores de primaria", en J. Giménez, S. Llinares, V. Sánchez (eds). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares (Mathema), pp. 13-36

Llinares, S. y V. Sánchez (1996). "Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de primaria", en J. Giménez, S. Llinares, V. Sánchez (eds). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares (Mathema), pp.97-118.

Mariño, Germán (1983) *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Constataciones y propuestas*. Bogotá: Dimensión Educativa.

Moreno Armella, Luis (1996). "La epistemología genética: una interpretación", en *Educación Matemática*, 8(3). México: Gpo Editorial Iberomérica, pp. 5-23.

Moreno, Luis y Guillermina Waldegg (1992). "Constructivismo y educación matemática", en *Revista Educación Matemática* 4(2). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Noelting, G. (1980a) "The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part I. Differentiation of stages", en *Educational Studies in Mathematics*. Holland: Reidel Publishing, Dordrecht, pp. 217-253.

Noelting, G (1980b) "The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part II. Problem structure at successive stages. Problem solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring", en *Educational Studies in Mathematics*. Holland: Reidel Publishing, Dordrecht. pp. 331-363.

Piaget, Jean (1987). *Introducción a la epistemología genética 1.El pensamiento matemático*. México: Paidós.

Piaget, Jean (1981). *The Child's Conception of Geometry*. Nueva York: Norton paperback.

Piaget, Jean (1975) "El mito del origen sensorial de los conocimientos científicos", en *Psicología y epistemología*. Ariel. Barcelona, tercera edición.

Poncairé, H. (1984). *Filosofía de la ciencia*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Popkewitz, Thomas S. (1994). *Sociología política de las reformas educativas: el poder/saber en la enseñanza, la formación del profesorado y la investigación*. España: Morata.

Rockwell, Elsie (1986). "Etnografía y teoría en la investigación educativa", en *Revista Enfoques*, Bogotá: Centro de Investigaciones, UPN.

Rockwell, Elsie y Ruth Mercado (1986). *La escuela, lugar del trabajo docente. Descripciones y debates*. México: DIE-CINVESTAV-IPN.

Secretaría de Educación Pública (1993). *Plan y programas de estudio. Educación básica. Primaria*. México: SEP.

Soto, Isabel (1992) *Mathématiques dans la vie quotidienne des paysans chiliens*. Tesis doctoral. Universidad católica de Lovaina. Bélgica.

Thompson, A. G. (1992). "Teacher's Beliefs and Conceptions: a Synthesis of Research", en Grows, Douglas A. (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Nueva York: MacMillan Pub. Co. pp. 127-146

Vergnaud, G (1988) "Multiplicative Structures", en J. Hiebert, y M Behr (eds.). *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, vol. 2. Lawrence Erlbaum Associates National Council of Teachers of Mathematics.

Vergnaud, G. (1991a) *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.

Vergnaud, Gérard (1991b). "La théorie des champs conceptuels", en *Recherches en Didactique de Mathématiques*, vol. 10, pp. 2-3.

Vigotsky, L. S (1978). *Mind in Society. The development if Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Wittrock, Merlin C.(1989a). *La investigación de la enseñanza, I. Enfoques, teorías y métodos*. España: Paidós Educador.

Wittrock, Merlin C.(1989b). *La investigación de la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación*. España: Paidós Educador.

Wittrock, Merlin C.(1989c). *La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos,* España: Paidós Educador.

Anexo estadístico

CUADRO 1. INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LOS ALUMNOS*

Tema matemático		Población	Metodología	Autor(es)	Año	Textos producidos	Instit.
Números naturales y sistema decimal de numeración	Representación de cantidades	Niños de 4-6 años que asisten a preescolar (público). DF	Interrogatorio crítico	Bollás y Sánchez	1994	Art.	UPN
	Valor posicional	6 alumnos de 2°, 6 de 3°, 6 de 4° de esc. pública. DF	Entrevista crítica, realización de tareas	Cortina	1997	Tesis de maestría	UDLA-Cd. de México
	Números de dos dígitos	20 niños asistentes a preescolar. Cd. de Querétaro	Entrevista clínica	Alvarado y Ferreiro	2000	Art.	DIE-CINVESTAV
Relaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números naturales	Problemas aditivos y multiplicactivos	346 alumnos de esc. públicas y privadas de 3° a 6°. DF	Resolución de problemas escritos, entrevistas, observación de sit. Experimentales	Ávila	1994	Libro de divulg.	UPN
	Problemas aditivos	60 alumnos (10 de cada uno de los 6 grados de primaria) Esc. pública. DF	Resolución de problemas escritos. Interrogatorio crítico	Salgado	1995	Tesis de maestría	UDLA-Cd. de México
	Concepto de multiplicación	75 alumnos de 4° grado pertenecientes a 3 esc. públicas. DF	Aplicación de cuestionarios. Entrevista a 3 niños. Observación de clases	Campa	1998	Tesis de maestría	DEM CINVESTAV
	Problemas aditivos	29 alumnos de 2° grado. Esc. Pública. DF	Aplicación de cuestionarios. Entrevista a 8 niños.	Arana - - - - - - - - - - - - Arana y Gallardo	1996 - - - - - - - - 1999	Tesis mtría. - - - - - - - Art.	DEM- CINVESTAV - - - - - - - - - - - DEM-CINVESTAV
	Problemas aditivos	Dos niñas y un niño de 3° grado. Esc. pública. DF	Entrevista clínica	Flores	2001	Ponen.	Fac. Psic.-UNAM

* La referencia de las siglas empleadas para las instituciones se encuentra al final de este anexo.

(Continúa)

Tema matemático		Población	Metodología	Autor(es)	Año	Textos producidos	Instit.
Cálculo mental	Cálculo mental con números naturales	Niños de 6° y 1° de secundaria (6 grupos). Esc. pública. DF	Aplicación de cuestionarios y entrevistas	Vázquez - - - - - - - - - - - - - Mochón y Vázquez	1994 - - - - - - - 1995	Tesis mtría. - - - - - - - Art.	DEM. CINVESTAV - - - - - - - - - - - - - - DEM. CINVESTAV
Las fracciones y sus operaciones	Lenguaje y representación de las fracciones/ Adición de fracciones	27 alumnos de 4° grado de una escuela pública DF	Aplicación de cuestionarios y entrevistas/ Análisis de casos	Valdemoros - - - - - - - - - - - - - Valdemoros - - - - - - - - - - - - - Valdemoros - - - - - - - - - - - - - Valdemoros	1993 - - - - - - - - 1994 - - - - - - - 1995 - - - - - - - 1997	Ponen. - - - - - - - - Ponen. - - - - - - - Ponen. - - - - - - - - Art.	DEM-CINVESTAV
	Adición de fracciones	2 alumnas de cuarto grado	Aplicación de cuestionarios y entrevistas/ Análisis de casos	Valdemoros	2001	Art.	DEM CINVESTAV
	Conocimientos escolares sobre las fracciones	36 niños de 1° y 31 de 2° grado. Esc. Pública. Cd. Madero, Tams.	Aplicación de cuestionario escrito	Soto Hernández	1993	Tesis de maestría	DEM-CINVESTAV
	Conocimientos escolares sobre las fracciones	31 alumnos de 3° y 31 alumnos de 4°. Esc. Pública. Cd. Madero Tams.	Aplicación de cuestionario escrito	De Luna	1993	Tesis de maestría	DEM-CINVESTAV
	Conocimientos escolares sobre las fracciones	26 alumnos de 5° y 30 de 6° de esc. Pública. Cd. Madero, Tams.	Aplicación de cuestionario escrito	Vílchez	1993	Tesis de maestría	DEM CINVESTAV
	Fracciones en situaciones de reparto	8 alumnos de 1°, 8 de 2°, 8 3° y 4 de 4° grado. Esc. Pública. DF	Entrevistas y realización de tareas	De León y Fuenlabrada	1996	Art.	DIE CINVESTAV
	Representación de fracciones mixtas e impropias	135 alumnos de 4° grado para el estudio estadístico; 15 para el estudio cualitativo. Esc. Pública. DF	Entrevista crítica y realización de tareas en contexto de interacción. Análisis estadístico y análisis cualitativo	Reyes - - - - - - - - - - - - - Reyes	1999 - - - - - - - - 1999	Tesis mtría. - - - - - - - - Ponen.	UDLA-C de Méx. - - - - - - - - - - - - UPN

Tema matemático		Población	Metodología	Autor(es)	Año	Textos producidos	Instit.
Las fracciones y sus operaciones	Noción de fracción y mecanisos de su construcción	17 niños de 4 - 9 años Esc, Privada No se especifica lugar de realización	Entrevista clínica a partir de situaciones construidas ex profeso	Olvera	2000	Tesis de maestría	DEM CINVESTAV
	Problemas de equidistribución	1 niña de preescolar y una de primer grado. Esc. Privada. No se especifica lugar de realización	Entrevista clínica a partir de situaciones construidas ex profeso	Martínez	2001	Tesis de maestría	DEM CINVESTAV
	Noción de fracción	Un grupo de 30 niños de 4° grado de esc. privada. DF	Observación de 3 clases, análisis del discurso (oral y escrito)	Antiga	2001	Tesis de maestría	Pedagogía FFYL-UNAM.
Procesos de cambio y variación proporcional	Noción de variación	1 niño de 6 años, 1 joven de 14 y 1 de 20. No especifica lugar de realización	Entrevista clínica a partir de una situación de laboratorio	Solís	1993	Ponen.	DEM CINVESTAV
	Representación de la variación	78 alumnos de 6° y 87 de 1° Sec. Esc. Públicas. DF	Resolución de un problema escrito	Hoyos	1994	Art.	UPN
	Noción de proporcionalidad	10 alumnos de 1° y 10 de 2° grado. (No especifica tipo de escuela). DF	Cuestionario de lápiz y papel, entrevistas	Jiménez - - - - - - - - - - - - - Jiménez	1996 - - - - - - - - 1996	Tesis mtría. - - - - - - Ponen.	DEM- CINVESTAV - - - - - - - - - - - UPN
	Noción de proporcionalidad	10 niños de 3° y 10 de 4° grado	Cuestionario de lápiz y papel, entrevistas	Muñoz	1996	Tesis de maestría	DEM CINVESTAV
	Noción de proporcionalidad	10 niños de 5° y 10 de 6° grado	Cuestionario de lápiz y papel, entrevistas	Gómez	1996	Tesis de maestría	DEM CINVESTAV
Geometría	Paralelismo y perpendicularidad	Un grupo de 5° grado. Esc. rural. Pública Aguascalientes	Interacción con situaciones didácticas para hacer aflorar conoc. escolares	Arceo	1999	Art.	UAA

(Continúa)

Tema matemático		Población	Metodología	Autor(es)	Año	Textos producidos	Instit.
Geometría	Simetría	8 grupos de 5° y 6° grados. Esc. públicas. DF	Aplicación de cuestionarios, entrevista crítica, aplicación de secuencia didáctica	Núñez	1997	Tesis de maestría	Pedagogía FFYL-UNAM.
Medición	Volumen	Niños de 6° grado de Esc. públicas. DF	Aplicación de cuestionarios/ Observación de clases	Nolasco	2001	Tesis de maestría	UPN
Probabilidad	Probabilidad de un evento	4 niños, de 6 a 10 años asistentes a preescolar o esc. pública. DF	Entrevista clínica y elaboración de mensajes	Limón - - - - - - - - - - - Limón	1995 - - - - - - - - 1996	Tesis mtría. - - - - - - - - Ponen.	DEM- CINVESTAV - - - - - - - - - - - DEM-CINVESTAV
Diversos temas matemáticos		100 alumnos de 1° grado. Esc. públicas de zonas desfavorecidas. DF	Aplicación de cuestionarios. Análisis estadístico.	Guevara y Macotela	1999	Ponen.	Fac. Psic.-UNAM
		Alumnos de 3° y 4° de escuelas de distinto tipo (no especifica número ni características)	Aplicación de cuestionarios. Análisis estadístico	Cassasús et. al.	2000	Libro	UNESCO
		506 niños de 2°, 4° y 6° grados. Esc. urbanas y rurales públicas. Aguascalientes	Aplicación de cuestionarios. Análisis estadístico	Eudave y Ávila	2001	Ponen.	UPN/UAA
		792 personas de entre 25 y 60 años, con distintos niveles de escolaridad.. DF	Aplicación de cuestionarios. Análisis estadístico	Alatorre y cols - - - - - - - - - - - - - Alatorre y cols	2001 - - - - - - - 2001	Ponen. - - - - - - - - Art.	UPN - - - - - - - - - - - UPN

CUADRO 2. INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LOS MAESTROS

Tema de Matemáticas	Aspecto abordado	Población	Metodología	Autor/ año	Texto/ instit.
Número	Formación (Impacto de un programa de capacitación)	Primera fase: 4 profesoras y 120 niños (de 4 y 5 años). Segunda fase: 4 grupos con 60 niños (4 y 5 años)	Experimental. Dos fases. Se utilizaron en ambas pretests y postets con grupo control del nivel preescolar. Uno de los grupos trabajaba con el programa High Scope (de orientación psicogenética) y otro con el programa oficial	Barocio 1996	Art. Fac. de Psic. UNAM
Número	Autoformación	Colectivo de maestros de 3º y 4º de dos escuelas primaruias rurales del estado de Hidalgo	Investigación-acción	Atweh y Arias 2001	Cap. de libro UPN
Número	Conocimientos etnomatemáticos	Estudiantes indígenas-bilingües de licenciatura	Investigación-docencia (investigación para la docencia). Análisis de las numeraciones indígenas considerando las repeticiones, uniones, regularidades, relación con otras palabras de la lengua de origen. Etnomatemático	De Bengoechea 1998	Art. UPN
Aritmética (relacionadas con número)	Formación (Impacto)	Dos estudiantes de psicología, dos maestros de secundaria (una de matemáticas y otro de sociales) y dos maestras de preescolar.	Cualitativo y teórico-práctica. Se diseñó y experimentó un taller para maestros. Hubo una fase de prueba con seis maestros. El taller constó de 20 sesiones de tres h cada una	Ortiz 1999	Tesis doctoral NE
Fracciones (como cociente)	Concepciones y formación. Obstáculos epistemológicos	25 Profesores: 22 de primaria y tres de normal, en servicio	Cualitativa. Análisis de tres sesiones de 4 h, cada una, de un curso de actualización de 53 h. Videograbación y registros de observación. Taller coordinado por maestras con experiencia en cursos de capacitación	De León y Fuenlabrada 1997	Ponen. DIE
Fracciones	Representaciones	48 profesores de 3º a 6º de primaria del estado de Aguascalientes	Se solicitó que diseñaran tres problemas de fracciones, resolvieran problemas y se les entrevistó (entrevista clínica)	Aguilera 2001	Ponen. NE

(Continúa)

Tema de Matemáticas	Aspecto abordado	Población	Metodología	Autor/ año	Texto/ instit.
Proporcionalidad (razonamiento vinculado con datos no numéricos)	Formación	Estudiantes de licenciatura de la ENSM	Cualitativa. Catálogo de estrategias	López Rueda y Figueras 1999	Ponen. DME-CINVESTAV
Geometría	Concepciones		Análisis documental. Revisión de revistas especializadas y reportes de investigación con fechas	Ávalos 1997 a	T. mtría y ponen. DIE/Normal Superior de México
Geometría	Concepciones y formación	Profesores de primaria del estado de México, en un taller de actualización	Cualitativa. Análisis de sesiones de taller de actualización y de producciones de los maestros	Ávalos 1997 b Ávalos y Fuenlabrada 1999	T. mtría y ponen DIE
Geometría (volumen y su enseñanza)	Creencias y conocimientos	Profesores de primaria	Basados en planteamientos de Freudenthal, Filloy y Thompson. Cuestionario a 24 profesores y taller	Sáiz 2001 y Sáiz y Figueras 2000	Ponen. DME
Geometría (imaginación espacial)	Formación	55 profesores: 26 de 3º de preescolar y 29 de 10 de primaria	Etnográfico. Se realizó un diagnóstico utilizando un cuestionario con 24 preguntas. Impartió un curso de seis sesiones de 4 h cada una. Se videograbaron. Al término del curso se aplicó un cuestionario para su evaluación	López Castro 1996	Tesis de maestría DME
Geometría (tridimensionalidad)	Conceptos y formación	Cuatro grupos de profesores: 16 de primaria y 11 de secundaria del DF	Investigación-acción (Elliot). Basa su trabajo centralmente en Poincaré y en Piaget	Rodríguez de Ita 1997	Tesis doctoral UNAM
Medición	Concepciones	Profesores de primaria en servicio en curso de actualización	Análisis cualitativo de seis sesiones de cuatro h cada una, de un taller de 53 h. Videograbación y registros de observación	Moreno 1997 y 1998	Tesis mtría. y ponen. (DIE)

Tema de Matemáticas	Aspecto abordado	Población	Metodología	Autor/ año	Texto/ instit.
General (nociones básicas de las matemáticas escolares)	Pensamiento	61 niños, 15 maestros de 4 escuelas urbanas, 2 de medio urbano marginal y dos rurales, de preescolar y 1º y 2º de primaria. Profesores, alumnos, profesores en servicio, investigadores.	Cuestionario. Parte de un proyecto más general (Figueras y Nemirovsky 1991), con adaptaciones al estado en el que se desarrolló	Ramos 1994	Tesis de maestría DME
General	Evaluación de los materiales para un programa de actualización	Un grupo de profesores de primaria participantes en el piloteo del programa	Observación del proceso	Block 1996	Ponen. (DIE)
General (trabajo en equipo)	Opiniones	14 profesores de 2º, 4º y 6º de escuelas urbanas y rurales de Aguascalientes	Entrevistas	Becerra 2001	Ponen. UIA
General (trabajo en equipo)	Formación/ práctica	Profesores de dos escuelas primaria públicas	Análisis de registros de observación de clases	Ortega 1997	Tesis de maestría (DIE)
General (práctica docente)	Opiniones/Perfil docente	141 profesores de 14 primarias matutinas de cinco zonas escolares del DF (Xochimilco)	Cuantitativo. El instrumento (un cuestionario), incluyó 72 preguntas, la mayoría de opción múltiple	Carvajal	Ponen. (UPN)
General (enfoque de enseñanza)	Incorporación	Directores,profesores y alumnos de 14 escuelas, 22 grupos, de escuelas urbanas y rurales de Hermosillo	Cualitativa	Martínez y Villalva 2001	Art. (UPN-Sonora)
General (enfoque constructivista)	Formación			Villalva y Gutiérrez 1995	Tesis mtría. (U. de Son.)
General (resolución de problemas)	Formación	Profesores de dos escuelas públicas del DF	Taller quincenal de formación, observaciones de clases, asesorías individuales	Block, Dávila y Martínez 1995	Art. (DIE)

(Continúa)

Tema de Matemáticas	Aspecto abordado	Población	Metodología	Autor/ año	Texto/ instit.
General (resolución de problemas)	Autoformación	Un grupo de 5º de una primaria particular	Investigación-acción. Diagnóstico y diseño de alternativas para la enseñanza con base en la resolución de problemas	De la O, Díaz y Méndez 1996	Art. Colegio Madrid
General (estrategias, respuestas y actividad de los niños)	Concepciones de psic. en formación y modelo de formación	Diez estudiantes de psicología de la ENEP-Zaragoza, 10 niños de 1º y 2º y sus mamás	Cualitativa. Análisis de videograbaciones, trabajos escritos y tareas de evaluación sobre conocimientos aritméticos realizados por niños de 1º y 2º de primaria	Buenrostro y Figueras 1999 y 2000	Ponen.s (DME)
General (cultura matemática)	Formación	Profesores y estudiantes de cuatro escuelas normales de Zacatecas	Entrevistas, análisis de documentos, cuestionarios (aplicados a 246 estudiantes de reciente ingreso y a 87 por egresar). Resolución y diseño de problemas de división y opinión sobre una clase de ma.temáticas. Se fundamenta en conceptos de P. Bourdieu	Aguayo 2000	Libro Esc. Normal M. Ávila Camacho Zacatecas
General	Formación		Participativa. Análisis de relatorías, registros de observación, cuestionarios y videograbaciones de 3 cursos de actualización de 30 h y un seguimiento a 10 maestras de 4 escuelas primarias	Valdez (1995 a, b y c)	Arts. Ponen. (UPN)

CUADRO 3. INVESTIGACIÓN CENTRADA EN EL SABER

Tema de Matemáticas	Nivel educativo de incidencia	Aspecto abordado	Autor/año	Texto/ instituc.
Número	General	Numeraciones de culturas indígenas	Bengoechea, N. (1997)	Art. UPN
	General	Elementos históricos de la construcción de los decimales	Waldegg, G. (1996)	Art. DIE-CINVESTAV
	1°	Cambios en las propuestas didácticas de 1960 a la fecha	Block, D. y Álvarez, A. (1999)	Art. DIE
Geometría y medición	1° a 6°	- Noción de volumen - Cambios en las propuestas didácticas en los últimos años - Rastreo histórico del concepto	Saíz, M. (1998) Saíz, M. y Figueras, O. (1999)	Art. DEM-CINVESTAV
	1° a 6°	- Diferencias entre el conocimiento del espacio y de la geometría - Practicas dominantes en su enseñanza - Características de la propuesta actual	Fuenlabrada, I. (1996)	Art. DIE
	General	Elementos históricos del establecimiento de las unidades de medida	Nava, H. (1995)	Art. (no consigna institución)
	General	- Oralidad numérica	Aldaz, I. (1999)	Art. UPN-Oaxaca

CUADRO 4. INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LOS RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA

Recurso	Aspecto/Tema	Población	Metodología	Autor/año de publicación	Texto/ Institución
Libros de texto gratuitos (LTG)	Opinión	68 profesores (de 1º, 3º, y 5º). DF	Entrevistas individuales, con preguntas abiertas. Se grabaron.	Ávila b 1996 Ávila y Cortina 1996	Art. (UPN) Art. (UPN-CEE)
LTG	Opinión	339 profesores de 49 escuelas urbanas y rurales de Michoacán, Oaxaca, Guerrero, Chiapas e Hidalgo.	Estudio exploratorio. Instrumento con preguntas abiertas y de opciòn múltiple y una escala de valoración. Se analizaron diez libros, entre ellos los de matemáticas.	Rodríguez, Estrada, Valenzuela y Hernández 1996 Estrada 1997	Ponen. (CEE) Art. (CEE)
LTG	Opinión	Profesores de. Norte y oriente del DF	Encuesta. Instrumento con preguntas cerradas con tres opciones para contestar	Mendoza, Pérez y Mayorga 1995	Art. (Educ y Cambio AC)
LTG	Uso del libro de texto	4 grupos de 1º de primarias públicas DF	Etnografía. Observaciones de clase y entrevistas a los maestros	Carvajal 1996 a	Art. (UPN)
LTG	Características didácticas		Análisis de textos oficiales y de editoriales privadas de todos los grados de primaria	Mayorga 1996	Art. (Educ y Cambio AC)
LTG	Propuesta didáctica y contenidos de matemáticas		Análisis didáctico y de contenido de los libros de texto y los ficheros de actividades de todos los grados de primaria	Alatorre, Bengoechea, Mendiola y Sáiz 1999, Bengoechea 1999, Mnediola 1999, Sáiz 1999, López 1999 a y b, Alatorre 1999	Ponen. (UPN) 6 Art.s (UPN)
LTG	Tipo de problemas verbales		Análisis de libros de texto de 1º a 6º con base en el modelo desarrollado por Bernardz y Janvier (1996)	Vargas y Guzmán 2000	Ponen.
LTG	Implicaciones de la docencia ante los cambios curriculares		Diseño de un libro de texto de matemáticas para 5º de primaria bajo el enfoque de resolución de problemas	Villalva 1995	Tesis de maestría (U de Sonora)

Recurso	Aspecto/Tema	Población	Metodología	Autor/año de publicación	Texto/ Institución
Libros de texto de editoriales privadas (LTEP)	Los números, sus relaciones y sus operaciones		Análisis didáctico de siete libros de editoriales privadas	Cortina 1996	Art. (CEE)
(LTEP)		Escuelas públicas de la República	Encuesta	Mayorga, Reyes y Zúñiga 1995	Art. (Educ y Cambio, AC)
Software	Prefiguración del concepto de continuidad	Nueve niños de 11 a 13 años (8 de primaria y uno de secundaria)	Diseño de tres situaciones en ambiente Logo. Aplicación de las situaciones y entrevistas a cinco de los nueve niños. Marco: Bruner y Vigotsky	Galván, Ursini y Aguilar 1995	Ponen. (DME)
Software	Noción de razón	Un grupo de 5º de primaria	Ingeniería didáctica. Sesiones de clase de una hora con dos computadoras para todo el grupo	Block y Martínez 1999	Ponen. (DIE/UNAM)
Calculadora	General	Un grupo de 6º de primaria	Actividades de ejercitación y de búsqueda	Martínez y Block 1995	Ponen. (UNAM/DIE)
Juego y material didáctico		Primer grado	Experimental (grupo experimental, grupo control, pretest, postest, prueba objetiva) y etnográfica (observación)	Amaya 2001	

CUADRO 5. INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LA ENSEÑANZA

Tema de matemáticas	Población estudiada	Metodología	Autor/año	Textos producidos	Institución
General	Primaria (No especifica)	Observación de clases	Block y Dávila 1993	Art.	DIE
General	1° de primaria Cuatro grupos de escuelas públicas del DF	Observación de clases/ entrevista a maestras	Carvajal 1996 a - - - - - - - - - - - - - - - Carvajal 1996 b - - - - - - - - - - - - - - - Carvajal 1996 c - - - - - - - - - - - - - - - Carvajal 2001	Art. - - - - - - - - Art. - - - - - - - - Ponen. - - - - - - - - Art.	UPN - - - - - - - - - - UPN - - - - - - - - - - UPN / DIE- - - - - - - - - - UPN
	3° y 4° de Primaia. Cuatro grupos de escuelas públicas. Distrito Federal	Observación de clases durante 4 semanas/ entrevistas a profesores y director de la escuela	1996 García Herrera	Tesis de maestría	DIE
División	3° de primaria. Cuatro grupos de zonas urbanas y rurales. Escuelas públicas Edo. de Guerrero.	Observación de clases / entrevistas a maestras	Téllez 1997	Tesis de maestría	UPN
Fracciones	4° de primaria. Dos grupos de escuelas públicas. DF	Observación de clases / entrevista a maestras	Alvarado 1999	Tesis de maestría	UPN
Área y perímetro	5° y 6° grado de primaria Cuatro grupos de esc. públicas DF	Observación de clases	Schulmaister 2000	Tesis de maestría	DIE
Proporcionalidad	6° grado de primaria. Un grupo de escuela pública. DF	Observación de clases	Block *et. al* 2000	Art.	DIE

Tema de matemáticas	Población estudiada	Metodología	Autor/año	Textos producidos	Institución
Probabilidad	Sexto grado de primaria	Observación de clases/ asesoría y entrevistas	Salinas 2000	Tesis de maestría	UPN
General	1°, 3°, 4°, 5° y 6° de primaria. 12 grupos de escuelas públicas. DF	Observación de clases/ entrevista a maestros	Ávila 1999 - - - - - - - - - - - - - - - - - Ávila 2001 a	Ponen. - - - - - - - - Tesis doc.	UPN - - - - - - - - - - FFyL-UNAM
General	2°, 4°, 6° de primaria 18 grupos. Esc.. urbanas y rurales. Edo. de Aguascalientes	Observación de clases, entrevistas a maestros y alumnos, exámenes	Ávila 2001 b - - - - - - - - - - - - - - - - - Aguayo 2001 - - - - - - - - - - - - - - - - - Mendoza 2001	Ponen. - - - - - - - - Ponen. - - - - - - - - Ponen.	UPN / Esc. Normal Manuel Avila Camacho, Zac.
Resolución de problemas	Los 6 grados de la primaria. Esc. Pública. Municipio de Zacatecas	Observación de clases/ entrevistas a maestros	Lizarde, 2001	Tesis de maestría en educación	UPN-Zacatecas

Cuadro 6. Investigación centrada en enseñanza experimental

Tema de matemáticas	Nivel
Número	1º y 2º
	Preesc.
	Preesc.
	Preesc.
	Preesc. y 1° grado
Relaciones aditivas	2° y 3°
	2º a 4º
	3º y 4º
	1º y 2º
	2°
	3º

Tema de matemáticas	Nivel	Población	Metodología	Autor/año	Texto/instit.
Relaciones multiplicativas	3º	Esc urbana	Análisis previo/post y observación en clase;.34 alumnos (un grupo); 18 sesiones.	Moreno S., 1996	T. de maestría (DIE);
	4º	Esc urbana	Análisis previo/post y observación en clase; 34 alumnos (1 grupo); 44 sesiones. Conductor de las sesiones: la maestra	Martínez F. y Moreno S., 1996	Art.
				Martínez F. 1996	Ponen.
				Martínez F, 1997	T. de maestría (DIE)
				Martínez F., 2000	Ponen.
	3º	(Nuevo Laredo)	Diagnóstico inicial y observación en clase; 85 alumnos (3 grupos); un año escolar. Sesiones conducidas por maestros.	Cevallos, Uriega y Zavala, 1999	Ponen. (Colectivo de Nuevo Laredo)
	4º	Esc. semi-rural pública (Gro)	Evaluación inicial/final y observación en clase; 1 grupo; 15 sesiones. Conductor de las sesiones: la maestra	Garduño, 2001	Tesis de maestría (UPN)
	2°	Esc urbana	31 niños (un grupo).	Mascareño y San Martín,2001	Ponen.
Las fracciones	5º	Esc urbana	Análisis previo/post y observación en clase; 36 alumnos (un grupo); 8 sesiones. Conductor de la sesiones: la maestra.	Solares, 1999	T. de maestría (DIE)
				Solares, 2001	Ponen.
				Block y Solares,. 2001	Art.
	6º		Evaluación inicial/final, entrevistas y observación y observación en clase. Conductor de las sesiones: la investigadora.	Ruiz L., 2000	Resum. Ponen. (DME)
				Ruiz L. y Valdemoros, 2001	Resum ponencia
	3º	Esc urbana	Cuestionario inicial/final, entrevistas y obs.de clases.	Perera, 2001	T. de maestría (DME)
	3º, 4º, 5º	Esc. urbanas públicas	Análisis previo/post, entrevistas y observación en clase; 80 alumnos (tres grupos); 23 sesiones. Conductores de las sesiones: los maestros y el investigador.	Block, 2001ª	Tesis doctoral (DIE);
				Block, 2001b	Ponen.
Medición	3º	Esc urbana (Ecatepec, Edo. de México)	Análisis previo/post, entrevista y observación en clase; 27 alumnos (1 grupo); 7 sesiones. Conductor de las sesiones: el investigador .	De los Reyes, 1999	Tesis de maestría (DME)

(Continúa)

Tema de matemáticas	Nivel	Población	Metodología	Autor/año	Texto/instit.
Probabilidad	3º	Esc urbana pública, DF	Comparación de dos experiencias mediante la aplicación de un cuestionario al término de cada una. La segunda experiencia, mediante entrevistas en parejas.	González R., 1995	Tesis de maestría (DME)
	1º, 2º	Esc urbana, DF	1. Entrevistas individuales a 7 alumnos (método de "experimentación de enseñanza"); 2. Observación de una clase en primero y una en segundo	Gurrola, 1998	Tesis de maestría (DME)
	Preesc, 1º y 2º	Esc urbana pública, Veracruz	Obs. de una clase en preescolar, dos en primero, dos en segundo y dos en tercero. Entrevistas a cuatro als.; Con maestros: cuestionario, entrevistas y taller.	Limón, 1995	Tesis de maestría (DME)
Pre álgebra	5º	Esc Urbana Pública	Cuestionario previo y post; obs. en clase; 15 alumnos, 15 sesiones, Sesiones conducidas por el investigador.	Arteaga, 1998	Tesis de maestría (DME)
	6º	Esc urbana pública	Evaluación inicial/final y entrevistas; 8 alumnos; 7 sesiones. Conductor de las sesiones: el investigador.	Durán, 1995	Tesis de maestría (DME)

CUADRO 7. INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LA EDUCACIÓN DE ADULTOS

Contenido matemático	Aspecto abordado	Población estudiada	Metodología	Textos producidos	Autor/año	Institución
Números naturales y su operatoria	Currículum		Análisis documental	Art.	Avila, 1993	UPN
Fracciones, decimales, proporcionalidad	Saberes informales	36 adultos analfabetos o de escasa escolaridad. Cd. de México	Interrogatorio crítico	Art. ---------- Art. en libro	Avila, 1995 ---------- Avila, 1996	UPN/INEA
Operaciones con números naturales	Saberes informales	Mujeres de la tercera edad asistentes a círculo de alfabetización. DF	Entrevista clínica	Art. - - - - - - - - - - Ponen.	Valiente, 1995 - - - - - - - - - - - - - - Valiente y otras	Normal Superior de México
General	Saberes informales/ currículum		Revisión documental	Libro - - - - - - - - - - Capítulo de libro	Avila y Waldegg, 1997. ---------- Avila, 1997	INEA/UPN/DIE - - - - - - - - - - UPN
Números decimales	Procesos de aprendizaje formal	Tres adultos en primer nivel de secundaria abierta. DF	Observación	Tesis de maestría	Amador, 2000.	UPN
General	Situación de la educación de adultos		Revisión documental	Ponen.	Avila, 2001	UPN
Saberes implicados en las tareas que realizan los pintores (medición, representación del espacio, presupuestos)	Saberes informales	4 pintores "de brocha gorda", con diferentes niveles de escolaridad. DF	Observación y realización de entrevistas	Ponen.	Agüero, 2001	UIA

Referencia de instituciones

CCH	Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM
CINVESTAV	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
DEM	Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV
DIE	Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV
FFyL	Facultad de Filosofía y Letras-UNAM
INEA	Instituto Nacional de Educación para los Adultos
UAA	Universidad Autónoma de Aguascalientes
UDLA	Universidad de las Américas
UIA	Universidad Iberoamericana
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México
UPN	Universidad Pedagógica Nacional
UNESCO	Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

CAPÍTULO 2

INVESTIGACIÓN EDUCATIVA EN MATEMÁTICAS. NIVEL BÁSICO: SECUNDARIA

Daniel Eudave Muñoz

PRESENTACIÓN

En este apartado se hace una revisión de las investigaciones en el campo de la educación matemática realizadas en el periodo de 1993 a 2001, enfocadas al nivel de secundaria. Esta tarea se inició con la búsqueda y recopilación de los trabajos desarrollados y publicados durante el tiempo señalado. Las principales fuentes de consulta fueron la revista *Educación Matemática* del Grupo Editorial Iberoamérica; las memorias de los congresos anuales del International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) y de su Capítulo Norteamericano (PME-NA); las memorias del Simposio Internacional en Educación Matemática *Elfriede Wenzelburger*; las memorias de los Congresos Nacionales de Investigación Educativa del COMIE, y tesis de posgrado realizadas en institutos y universidades públicas y privadas del país. Para la localización de tesis, se hizo una invitación a las instituciones en donde se imparten posgrados en educación matemática, en educación o en psicología educativa. No se obtuvo respuesta en todos los casos; en ciertos posgrados, aunque se cuenta con tesis sobre alguna temática del campo de la educación matemática, éstas no corresponden al nivel de secundaria. Se intentó hacer una búsqueda lo más completa posible, pero no agotamos el campo. No obstante las limitaciones anteriores, el

panorama mostrado por los trabajos que a continuación se reseñan dan una idea clara de la evolución de las investigaciones en esta área y nivel a lo largo de la década.

Para este análisis se contó con 80 trabajos (publicaciones o tesis), que no necesariamente corresponden a 80 investigaciones concluidas, ya que una investigación puede dar pie a varias publicaciones. La distribución de los trabajos según el tipo de producto es la siguiente:

Tipo de trabajo	**Número de trabajos**
Ponencia publicada en las memorias de un congreso	35
Artículo de revista o reporte de investigación	14
Tesis	31
Total	*80*

Se aprecia un aumento considerable con respecto a la década pasada, en el número de ponencias presentadas en congresos nacionales e internacionales. Una buena porción de las tesis revisadas también fueron presentadas como ponencia, lo que representa una mayor difusión de los trabajos de investigación.

La mayoría de los trabajos (más de 50) se realizaron en el Distrito Federal, lo que refleja que esta actividad, además de escasa, aún se concentra en las mismas instituciones que la realizan desde las décadas de los setenta y ochenta, como se puede apreciar en el cuadro de la página siguiente.

El Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, el centro de investigación más antiguo en el campo de la educación matemática en el país, mantuvo su papel protagónico durante la década de los noventa, por lo menos en cuanto al nivel de secundaria se refiere. El desarrollo de la investigación fuera del Distrito Federal tiene que ver, en buena parte, con la creación de posgrados orientados a la investigación educativa y/o a la educación matemática, los que aún no cuentan con una planta de docentes-investigadores tan amplia ni consolidada como el Departamento de Matemáticas Educativas.

Instituciones	Ubicación	Trabajos realizados
Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN	Distrito Federal	40
Trabajo conjunto del Departamento de Matemáticas Educativas del CINVESTAV-IPN y otras instituciones	Distrito Federal y en algunos casos instituciones del extranjero y de provincia	10
UPN-Ajusco	Distrito Federal	6
Universidades del resto del país	Aguascalientes Campeche Edo. de México Guerrero Jalisco Michoacán Morelos Zacatecas	18
Otras instituciones		6

Principales líneas y orientaciones

Una primera fase del análisis del material recopilado consistió en clasificarlo según diferentes criterios:

1) Elementos del sistema didáctico (siguiendo los criterios de Y. Chevallard): alumnos, maestros, enseñanza, recursos de enseñanza.
2) Contenidos matemáticos: aritmética, álgebra, geometría, probabilidad.
3) Metodología de investigación: entrevista clínica, experimento de enseñanza, encuestas.

Esta agrupación inicial nos ayudó a realizar una primera aproximación al material, sin embargo, consideramos que un análisis más rico del mismo se obtiene de una revisión conjunta de estos criterios. A continuación se hace una descripción muy general de los trabajos según la clasificación señalada, para posteriormente pasar a la revisión en detalle y que ocupa los apartados tercero a sexto.

Elementos del sistema didáctico

En su mayoría (50 de 80), las investigaciones revisadas se centran en el *alumno* y sus aprendizajes.[22] En algunas se pone el énfasis en los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de una noción matemática específica, en otros el objeto de estudio son las estrategias utilizadas al resolver problemas, mientras que otras evalúan los niveles de dominio mostrados por los alumnos al resolver pruebas matemáticas. Un grupo de trabajos tiene por objeto las actitudes de los alumnos hacia la matemática.

Cinco publicaciones de corte evaluativo, hacen una descripción detallada de los conocimientos matemáticos de los maestros, además de las de los alumnos. Solamente dos estudios abordan las concepciones matemáticas de los maestros y uno sus necesidades de formación y actualización.

Un conjunto de investigaciones que podemos considerar parte de una línea emergente, son las que se orientan a la enseñanza experimental, asumiendo dos modalidades principalmente: *a)* diseño y prueba de estrategias de enseñanza asistida o mediada por recursos tecnológicos como las calculadoras electrónicas o las computadoras; y *b)* evaluación del impacto en los aprendizajes de los alumnos, de la operación de diferentes recursos, como es el caso de laboratorios de cómputo.

La *enseñanza* como objeto de estudio fue abordada sólo en cuatro estudios (Partida, 1996; Cobian, 1997; Carrión y Arrieta, 1998; Mochón y Rojano, 1998).

ELEMENTOS DEL SISTEMA DIDÁCTICO
CONSIDERADOS EN LAS INVESTIGACIONES

Alumnos	Maestros y alumnos	Recursos de enseñanza	Enseñanza
50	7	19	4

[22] En los cuadros del anexo estadístico se señalan las publicaciones que corresponden a cada uno de los elementos del sistema didáctico, así como su año de publicación, autor, contenidos matemáticos, tipo de publicación, institución y metodología empleada.

Contenidos matemáticos

Al igual que en la década de los ochenta, el contenido matemático más tratado por los investigadores fue el *álgebra* (37 publicaciones de 80). La conceptualización de la noción de *variable* por parte de los alumnos fue tema de varios trabajos (Rojano, 1994; Quintero, Ursini, Reyes y Trigueros, 1995; Eudave, 1997; Trigueros, Ursini y Lozano, 2000). La problemática en torno a la *simbolización y representación* se trató en pocos estudios *como objeto central* de indagación (Filloy y Rubio, 1993; Filloy y Hoyos, 1993; Benítez, 1999; Gallardo y Pizón, 2000), no obstante que las reflexiones en torno a los *sistemas de representación* fueron ampliamente desarrolladas en el ámbito internacional durante la década. Dentro de la temática del aprendizaje del álgebra, algunos estudios abordan contenidos aritméticos, como antecedentes necesarios para el dominio de nociones algebraicas, como es el caso de los números negativos (Gallardo y Rojano, 1993; Gallardo, 1994 a, 1994 b, 1996, Huesca, 2000;), y los números racionales (Rosas, 1995; Gallardo y Romero, 1999); algunos de éstos explican la transición del aritmética al álgebra. Un sólo estudio se enfocó únicamente a la noción de *función* (San Agustín Coquís, 1996). Dentro de los estudios enfocados a indagar el impacto de las nuevas tecnologías en el aprendizaje, varios toman al álgebra como contenido matemático (Rojano, Sutherland, 1993; Cedillo, 1995, 1999 a; Landa y Ursini, 1999).

La aritmética ocupó el segundo lugar en cuanto al número de investigaciones, con 8 trabajos. Entre los temas de estudio relativos a la aritmética, hay algunos en torno a contenidos básicos de la educación primaria y que son antecedentes imprescindibles para la secundaria, como es el caso de los números enteros (Partida, 1996; Gallardo y Romero, 1999) y las fracciones (Escareño, 1997). Otros de los temas tratados tienen que ver con algunos de los contenidos introducidos y/o revalorizados con la reforma educativa de 1993 en los planes y programas de la educación secundaria (SEP, 1993), como son, el sentido numérico (Cedillo, 1999a), cálculo mental y estimación (Mochón y Vázquez, 1995), variación y razones de variación (Hoyos, 1994; Mochón y Pinzón, 1999).

Otras áreas de la matemática que también fueron tratadas son la geometría y la probabilidad (con dos investigaciones para la primera y seis para la segunda). Se encontró adicionalmente un número considerable de estudios (23 de 80) que no se limitaron a una sola área de la matemática, y éstos corresponden sobre todo a trabajos de carácter evaluativo, que pretenden abarcar la mayor parte de los contenidos curriculares del nivel de secundaria.

CONTENIDOS MATEMÁTICOS CONSIDERADOS

Aritmética	Aritmética y álgebra	Pre-álgebra y álgebra	Geometría	Probabilidad	Varios contenidos
8	4	37	2	6	23

Metodologías de investigación

Los métodos de investigación más utilizados son: *a)* la entrevista clínica o crítica (así como algunas de sus variantes); *b)* tratamientos didácticos y/o experimentos de enseñanza; y *c)* los estudios tipos encuesta.[23] Sin embargo, en la mayoría de los trabajos es difícil identificar un solo método de investigación, y así tenemos una serie de combinaciones muy comunes: *1)* encuesta-entrevista clínica; *2)* entrevista clínica-tratamientos didácticos

En el primer caso, están los estudios que en una fase inicial recurren a la aplicación de una prueba de conocimientos a una muestra de alumnos, con la cual se realiza un diagnóstico y una selección de casos de interés (según los diferentes criterios que considere cada investigador), con quienes se practica un estudio en profundidad, sobre todo para identificar las concepciones, obstáculos didácticos y procedimientos de los alumnos.

En el segundo grupo, están los trabajos que se interesan por probar alguna estrategia y/o material para propiciar la superación de obstáculos didácticos y/o una mayor comprensión en los aprendizajes de los alumnos. En los trabajos que siguen la tradición de la didáctica francesa, es común encontrar como parte inicial, la caracterización de la situación por enfrentar mediante una entrevista clínica para, posteriormente, enfrentar a los alumnos a experiencias didácticas que le permitan superar los obstáculos que en cada caso se presenten; en algunas investigaciones estos dos momentos se presentan en una misma sesión. En los trabajos que siguen la tradición sajona, es más frecuente encontrar caracterizada la fase didáctica

[23] En un par de trabajos se recurre a tratamientos próximos a la investigación participativa, siendo éstos una propuesta muy particular de un posgrado en Educación Cognoscitiva. Estas propuestas se fundamentan principalmente en las teorías de la actividad.

como un *experimento de enseñanza*, que corresponde a un tratamiento cuasi-experimental en condiciones "naturales" en el aula.

Las investigaciones vistas en una perspectiva múltiple

Podemos hacer una agrupación de las investigaciones en tres grupos, si consideramos simultáneamente tres aspectos: *a)* su objeto de estudio; *b)* los contenidos matemáticos en juego; y *c)* la metodología de investigación predominante.

En el primer grupo podemos considerar los estudios sobre los procesos y dificultades de aprendizaje de los *alumnos*, principalmente en álgebra, trazando así una línea de continuidad con un temática ampliamente desarrollada durante los años ochenta. En este bloque predominan los estudios clínicos y los experimentos de enseñanza.

En el segundo grupo de investigaciones tenemos los trabajos de carácter evaluativo y que no se limitan a un sólo contenido matemático, sino que tratan de cubrir el amplio espectro de contenidos curriculares del nivel de secundaria. Por su pretensión de abarcar una gran cantidad de contenidos matemáticos y de analizar sobre todo el dominio que de ellos tienen determinadas poblaciones de alumnos, la metodología que han utilizado estos trabajos es la de la *encuesta*.

El tercer grupo lo componen los trabajos de operación y/o evaluación de recursos de enseñanza basados en las nuevas tecnologías (calculadoras electrónicas y computadoras personales), abarcando una gama más o menos amplia de diferentes contenidos matemáticos. La metodología de investigación seguida por estos estudios es mixta, pues integran dentro de un mismo estudio elementos metodológicos de la encuesta y del experimento de enseñanza, principalmente.

En los siguientes apartados se describen algunos de los trabajos identificados y que dan cuenta de los tres grupos señalados.

Estudios centrados preponderantemente en el alumno

Aritmética

Un número considerable de los estudios encontrados se enfocan a la exploración o descripción de los procesos y dificultades de los alumnos en cuanto a la adquisición de nociones aritméticas.

En un artículo de Hoyos (1994) se aportan elementos de análisis de la apropiación de la noción de variación por parte de los alumnos que finalizan la primaria y el primer año de secundaria, a partir de la observación de su desempeño en la resolución de problemas de proporciones y de variación proporcional. Los contextos de los problemas tuvieron como referentes tres fenómenos dinámicos: un auto en movimiento, los cambios físicos que se van experimentando al transcurrir el tiempo y el entrenamiento atlético. La variable de interés era, respectivamente, el consumo de gasolina, el crecimiento del cabello y la velocidad al correr. El estudio arroja sugerencias acerca de la asignación de sentido a las representaciones básicas de la variación por parte de los educandos de dicho nivel. Si bien el contexto de proporcionalidad escolar presentado a los alumnos fue el tradicional para la introducción del contenido variacional a nivel elemental (a través de la observación de diferentes formas de dependencia, construcción de tablas donde se registran los valores que va tomando una cantidad al variar otra, resoluciones de problemas y construcción de gráficas donde se registren los valores que va tomando una cantidad al variar otra), los resultados de la exploración sugieren que se está lejos de propiciar en el alumno el desarrollo de un pensamiento cuantitativo y relacional como un instrumento de comprensión, interpretación y expresión de fenómenos sociales y científicos del mundo.

Otro trabajo dedicado a esta temática es el de Mochón y Pinzón (1999) quienes describen las respuestas de un grupo de estudiantes de tercero de secundaria a una tarea consistente en convertir la variación de una cantidad a una razón de cambió y viceversa, ambas recurriendo a formatos gráficos y tabulares. El trabajo describe cómo los estudiantes transforman la variación de una cantidad en razones, respaldándose en diferentes representaciones. Se descubrieron incongruencias entre las representaciones de tablas y gráficas que fueron fuentes de dificultad para los estudiantes y que es necesario estudiar en el futuro. El análisis muestra que algunas de las dificultades de los estudiantes pueden rastrearse en la no equivalencia matemática de estos dos tipos de representaciones.

Álgebra

Entre los estudios centrados en el alumno, se encontraron varias líneas de investigación, que a su vez tienen enfoques teóricos y metodológicos particulares. Algunos estudios que siguen la tradición de la psicología genética consideran un triple análisis: histórico-crítico de las nociones matemáticas implicadas; de los procesos seguidos por los sujetos, y de las condiciones didácticas que pueden propiciar el aprendizaje.

En un trabajo dedicado a los números negativos, Gallardo y Rojano (1993), exploraron la resistencia a aceptar las soluciones en números negativos de ecuaciones y problemas, encontrándose similitudes entre las condiciones que propician la aceptación por parte de los alumnos de las soluciones negativas en los problemas verbales algebraicos, y la aceptación o rechazo de este tipo de soluciones en la historia de las matemáticas. En este tenor, Gallardo (1994 b) realizó un estudios acerca de la extensión del dominio numérico del sistema de los números naturales a los números enteros, durante el proceso de adquisición del lenguaje algebraico por estudiantes de secundaria, mediante un estudio clínico donde se utilizó un modelo concreto de enseñanza. Los resultados obtenidos revelaron la existencia de tendencias cognitivas que, a su vez, exhibieron los diversos niveles de aceptación del número negativo por los sujetos. En otro estudio, Gallardo (1996 b) describe los diversos estados de aceptación de los números negativos por parte de los estudiantes, los que permitieron definir los perfiles de éstos.

Gallardo muestra dos perfiles de los alumnos:

Perfil A:

1. Presencia del dominio multiplicativo en situaciones aditivas.
2. Ignorancia de la naturaleza triple de la sustracción y de la naturaleza triple del signo de menos.
3. Realización incorrecta de operaciones en las esferas aritméticas y algebraicas.
4. Inconsistencia en el uso del lenguaje algebraico.
5. Preferencia por los métodos aritméticos en la resolución de problemas verbales.
6. Ignorar las soluciones negativas en los problemas.

Perfil D:

1. Permanencia en el dominio aditivo y la no-intervención de la regla de la multiplicación de los signos.
2. Reconocimiento de la naturaleza triple de la sustracción y de la naturaleza triple del signo de menos.
3. Realización correcta de operaciones en las esferas aritmética y algebraica.
4. Preferencia por el lenguaje algebraico.

5. Predominio de métodos algebraicos.
6. Aparición de soluciones negativas en los problemas y en las ecuaciones.

La autora concluye que los estudiantes de Perfil A no han extendido su domino numérico del sistema de los naturales a los enteros, cosa que sí han logrado los de Perfil D.

En otro trabajo sobre el aprendizaje de sistemas numéricos (Gallardo y Romero, 1999), el principal interés fue describir las diferentes tendencias cognitivas de los estudiantes de secundaria cuando trabajan con los números enteros, apoyados en la recta numérica. El trabajo recurrió al modelo de la recta numérica como una herramienta de investigación para el análisis de las dificultades conceptuales al operar con números enteros. El estudio retoma tres concepciones de la *recta*: *1)* como una ayuda para ordenar los enteros; *2)* como un modelo para realizar operaciones de adición y sustracción dentro de este conjunto de números; *3)* como un contenido curricular esencial.

Se aplicaron dos cuestionarios a 38 estudiantes de segundo grado de secundaria. El primero fue un diagnóstico aplicado al inicio del estudio, y el segundo al final del mismo, después de que los estudiantes pasaron por una fase de instrucción con el modelo de recta numérica. Con base en la información obtenida mediante los cuestionarios, se seleccionaron siete estudiantes para participar en entrevistas clínicas individuales, las que fueron videograbadas. Los alumnos seleccionados para las entrevistas fueron aquellos que obtuvieron los puntajes más bajos y más altos en el cuestionario. Uno de los problemas iniciales con los números enteros que mostraron los estudiantes es la forma como los escriben, ya que anotan el signo al lado derecho superior, en el lugar correspondiente a la valencia de los elementos químicos. Esto revela falta de claridad entre los lenguajes aritméticos y químicos.

La omisión del signo de menos cuando se escribían o mencionaban números negativos puede indicar la ausencia de referentes similares en los números naturales, como en el conteo. Los alumnos tienen problemas en la comprensión del cero: la falta de comprensión del cero como un origen, o la posición del cero como punto medio. Este hecho puede impedir la extensión del dominio numérico de los naturales hacia los enteros. El uso de diferentes escalas puede hacer más compleja el posicionamiento e interpolación de puntos en una recta numérica. Este hecho es un precedente evidente sobre las dificultades que los estudiantes pueden enfrentar cuando trabajan con representaciones gráficas con dos o más dimensiones.

Por su parte, Rojano (1994) recurre a la noción de *ruptura o corte* en el conocimiento, tal como la presenta Bachelard, la cual se relaciona con el concepto de *obstáculo epistemológico*, y que permite a su vez hacer la conexión entre los dominios educativo e histórico. Una característica del caso presentado en este estudio consiste en la formulación de conjeturas sobre los obstáculos didácticos de origen epistemológico, que se encuentran presentes en los individuos en la transición del pensamiento aritmético al algebraico, así como exploraciones empíricas en donde estas conjeturas se confrontan mediante entrevistas clínicas con sujetos que inician su aprendizaje del álgebra simbólica.

En otro estudio sobre esta misma temática, Rosas Salgado (1995) aborda algunos de los problemas que los alumnos del tercer grado de educación secundaria tienen para usar el lenguaje algebraico, el grado de comprensión que tienen de la equivalencia de los números racionales expresados en forma decimal o de fracción común, y la relación entre estas dos formas de expresión matemática. En este trabajo se muestran los resultados obtenidos en la primera fase de la investigación consistente en el diagnóstico, el cual se llevó a cabo mediante una prueba que evaluaba la competencia en el uso del lenguaje algebraico, así como el grado de comprensión de la equivalencia entre racionales comunes y racionales decimales. Este instrumento fue contestado por 300 alumnos en el estado de Morelos. El promedio de respuestas acertadas en la parte de la prueba relativa al uso del lenguaje algebraico fue de 9.04%. Sólo 12.46% de los alumnos comprendieron la equivalencia de los números racionales y supieron aplicar ese conocimiento; casi tres cuartas partes de los alumnos pudieron reconocer cuando una fracción decimal se obtuvo a partir de una fracción común con denominador 3; más de la mitad de los alumnos pudieron reconocer cuándo una fracción decimal se obtuvo a partir de una fracción común con denominador 5. De toda la población encuestada resultó con alta comprensión de la equivalencia de número racionales 28.57%, y con alta competencia en el uso del lenguaje algebraico, 6.8%. El autor concluye que la comprensión de la equivalencia entre números racionales pudiera ser una condición necesaria para la competencia en el uso del lenguaje algebraico, aunque no la única.

El aprendizaje de la noción de *variable* es ampliamente estudiado, siguiendo con una línea trazada desde la década de los ochenta por autores como Lesley Booth (1984), D. Küchemann (1981) y M. Matz (1980), entre otros. A este respecto, una investigación de Quintero, Ursini, Reyes y Trigueros (1995) trata sobre los mecanismos que los estudiantes de diferentes niveles educativos utilizan para identificar, discriminar y conectar

los distintos usos de la variable (incógnita específica, número general, y relación funcional), y cómo esos mecanismos son afectados por la instrucción. Con este enfoque en mente, los autores intentan: *1)* elaborar un perfil de la interpretación y simbolización de los estudiantes de las distintas realizaciones de la variable en los diferentes niveles educativos: alumnos pre-algebráicos (12-13 años), principiantes en álgebra (15-16 años), principiantes universitarios (18-20 años); *2)* investigar qué tan extensa es la dificultad que los estudiantes tienen para tratar con los diferentes usos de la variable, dependiendo de las demandas cognitivas del concepto en sí mismo, o sobre hechos específicos de la instrucción escolar; *3)* investigar la utilidad de trabajar en un ambiente estructurado basado en el uso de la computadora, para ayudar a los estudiantes a discriminar y conectar los múltiples aspectos de la variable. Se encontró que el concepto de variable no está firmemente establecido entre los estudiantes universitarios, y que trabajan un poco mejor la variable como una incógnita específica, que las otras formas. Estas diferencias fueron más evidentes con los estudiantes pre-algebráicos, debido seguramente a la influencia escolar. Estos resultados preliminares muestran, según los autores, que estos tres aspectos de la variable no son tratados en la escuela. El concepto de variable que es favorecido es un concepto fragmentado y esto puede explicar las deficiencias de los estudiantes en sus cursos de álgebra y geometría analítica, cálculo y estadística.

En una continuación del estudio anterior, Trigueros y Ursini (1999) realizan un trabajo con el propósito de indagar cómo se va dando la comprensión de la noción de *variable* a lo largo del proceso de escolarización. Para esto, el estudio involucró estudiantes de 12 a 18 años. Los resultados obtenidos muestran que la concepción de variable de los estudiantes no mejora sustancialmente en la medida en que toman más cursos de álgebra. Las autoras consideran que las dificultades de los estudiantes no son de naturaleza cognitiva o epistemológica, sino que es consecuencia de los acercamientos instruccionales.

Por otro lado, Eudave (1997) desarrolló una investigación que tuvo por objetivo identificar la naturaleza de los errores cometidos por estudiantes de 3° de secundaria al resolver tareas algebraicas simples; centró la atención en las dificultades presentes en el manejo de algunas nociones básicas como las de número, variable e igualdad. En la investigación se resalta la naturaleza estructural que puede asumir el aprendizaje de nociones matemáticas, así como la interrelación e interdependencia de lo conceptual con las acciones y procedimientos implicados. Se realizaron entrevistas clínicas a nueve estudiantes (14-15 años) que cursaban el 3° grado de secundaria, quienes fueron seleccionados con base en sus respuestas a

una prueba escrita. En términos generales se encontró que muchos de los errores que presentan los alumnos tienen como causa una laguna en la comprensión de conceptos y procedimientos, los cuales se pudieron subsanar en casi todos los alumnos entrevistados con el apoyo de algún ejemplo numérico o con el uso de material concreto, que tenía precisamente la función de conectar los símbolos con sus referentes inmediatos. En las entrevistas se detectaron algunas variaciones en la comprensión de cada alumno, aun entre aquellos ubicados en un mismo grupo (alto, medio o bajo), las cuales se pueden apreciar en los conceptos que cada uno domina y en las actividades que son capaces de realizar. De igual manera, se detectó que las acciones involucradas en las tareas que realizaron los alumnos (sustituir, resolver, calcular, interpretar, simplificar, construir), ayudan a dar sentido a los conceptos implicados y éstos, a su vez, ayudan a darle sentido a las actividades. La manera diferenciada en que se configuran los conocimientos en cada alumno, hace suponer según el autor, que hay varios caminos para llegar a la comprensión matemática; que la articulación de los conocimientos se puede dar partiendo de diferentes puntos de apoyo (diferentes procedimientos y/o nociones), y no solamente siguiendo la secuencia que marcan los planes y programas de estudio y los libros de texto.

Los diferentes tratamientos (gráfico, numérico, algebraico) utilizados por estudiantes en la ejecución de una tarea consistente en la construcción de una función cuadrática y las conversiones utilizadas al establecer conexiones ente ellas, fueron el objeto de un estudio realizado por Benítez (1999). La metodología fue la siguiente: estudiantes de geometría y trigonometría (de entre 15 y 16 años) realizaron durante un tiempo promedio de 45 minutos, una tarea escrita abierta y no estandarizada que implicaba la conversión entre gráficas, tablas y expresiones algebraicas. Las respuestas de los participantes fueron analizadas cualitativamente. Emergen dos situaciones en el desarrollo de las expresiones algebraicas. Primeramente el uso de una representación particular, y en segundo lugar, una típica independencia (*isolation*) entre representaciones. El tratamiento utilizado en el manejo de las representaciones no ofrece bases sólidas que permitan hacer conexiones entre ellas.

Probabilidad

En uno de los seis reportes de investigación sobre la probabilidad localizados, Ojeda Salazar (1999b) trata sobre la manera en que la han sido considerados los elementos que constituyen los conceptos estocásticos que aprenden los alumnos. El énfasis del estudio está en la conexión entre los

conceptos y sus representaciones por medio de registros semióticos. El trabajo es una reflexión sobre el aprendizaje de los conceptos estocásticos y sus representaciones, que toma como base los trabajos de investigación realizados por un grupo de investigadores encabezado por la autora desde 1994. Este recuento considera 10 tesis de maestría (8 del Departamento de Matemáticas Educativas del CINVESTAV y 2 de la Universidad Autónoma del estado de Morelos), y dos de doctorado (una del King's College London y otra del Departamento de Matemáticas Educativas del CINVESTAV).

El análisis se centra en tres factores que la autora considera el corazón de estas investigaciones: el epistemológico, el psicológico y el social. El primero tiene que ver con el desarrollo conceptual de las ideas estocásticas, tanto desde un punto de vista filogenético como ontogenético. El factor psicológico considera los razonamientos y sesgos de los individuos cuando enfrentan fenómenos de incertidumbre. Asimismo, se asume que el conocimiento es el resultado de la interacción social, y que es construido activamente dentro de esa interacción, esto es, que la constitución del conocimiento demanda del individuo un involucramiento activo. Se consideran estos tres factores estrechamente interrelacionados, aunque algunos de los estudios que sirven de sustento al ensayo se centren en uno o dos de éstos.

Un recuento de los enlaces entre los aspectos que componen los conceptos (sus elementos, la relación que los involucra y la interpretación que dan los diferentes contextos), y su expresión mediante los registros semióticos puede ofrecer a la investigación fundamentos para llevar a cabo un análisis sistemático que permita complementar la información concerniente a la comprensión de estos conceptos. Los resultados de la investigación muestran cómo la manera en que se usan los registros semióticos en las clases de probabilidad pueden impedir futuros desarrollos de los conceptos y temáticas y puede imponer restricciones al interés de los estudiantes por el estudio de los fenómenos aleatorios.

ESTUDIOS DE CARÁCTER EVALUATIVO

En este rubro se presentan estudios orientados a la evaluación de conocimientos, habilidades y actitudes adquiridos por los alumnos por efecto de los procesos de instrucción institucionales. En estos trabajos, el interés central es la evaluación de la calidad de los sistemas de enseñanza (escolar, estatal, etcétera).

Por ejemplo, en el estudio realizado por Guzmán (1998) el objetivo principal es tratar de identificar la relación existente entre los conocimientos profesionales del profesor de matemáticas en educación secundaria, en dos dimensiones: conocimiento de la materia y conocimiento pedagógico, y el aprovechamiento escolar de sus alumnos de segundo grado. La información se obtuvo mediante un examen a los alumnos para conocer el nivel de aprovechamiento escolar. Para los profesores se emplearon un cuestionario y observación para identificar el conocimiento pedagógico, y un cuestionario para explorar el conocimiento de la materia. Se encontraron diferencias en el aprovechamiento escolar de los alumnos, dependiendo del turno de la escuela (matutino o vespertino). Además, se encontró que la relación entre los conocimientos profesionales del profesor y el aprovechamiento escolar de los alumnos es baja pero significativa, lo que permite plantear una posible relación no lineal.

Por su parte, Mercado (1997, 1998, 1999) pretende desarrollar un modelo que permita identificar el papel que desempeñan las actitudes de los maestros y las actitudes de los alumnos dentro del conjunto de variables explicativas del éxito escolar en matemáticas. El estudio fue tipo *encuesta*. La muestra se conformó con 500 alumnos de educación secundaria (275 de primer grado y 225 del tercero). Intervienen 15 grupos completos y el maestro de matemáticas de cada uno de los grupos. Cada alumno contestó dos instrumentos: uno que ponderaba actitudes y otro que medía conocimientos básicos de matemáticas (un test de logro). Los maestros contestaron un instrumento de actitudes y el test de logro en el cual identificaron cuáles conocimientos han tenido "oportunidad" de aprender los alumnos.

Mercado señala que el éxito matemático alcanzado por los alumnos es multicausal y su predicción de alto grado de complejidad. Se explica desde los actores principales y las circunstancias que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje; mismo que se define en un contexto áulico, institucional y familiar. Emerge como figura central el maestro, creador y favorecedor de espacios vitales y de "oportunidad de aprendizaje". Es, en este ambiente psicosocial de relaciones interpersonales, de ansiedad o tranquilidad, de aliento o desaliento, en el que se desarrollan una serie de percepciones relacionadas con el aprendizaje y la naturaleza de la matemática; al igual que se generan, centralizan o cambian las actitudes del alumno hacia la materia y hacia el propio maestro; asimismo, se fortalece o mina sensiblemente la autopercepción del alumno, cuyo impacto se deja sentir bidireccionalmente —y con mayor intensidad en las mujeres—, en el logro de conocimientos básicos y habilidades matemáticas. A decir de Mercado,

una autopercepción severamente dañada afecta el sano desarrollo intelectual y afectivo de los alumnos, llegando a crear "incapaces instruidos"; por lo que no es extraño que esta variable —conjuntamente con la escolaridad del padre de familia y la percepción de facilidad/dificultad del aprendizaje de la matemática— expliquen sustantivamente el éxito en matemáticas, visto desde el logro de conocimientos básicos. El aprovechamiento en matemáticas, la otra vertiente del éxito matemático, se explica a través de la trayectoria del alumno, como una historia de conocimientos previos que posibilita o dificulta el logro de aprendizajes significativos; y, de la actitud que el alumno desarrolla hacia la matemática durante el año escolar. En particular, al parecer, la educación secundaria no es propiciatoria de actitudes positivas hacia la matemática. Los hallazgos evidencian el papel central que tienen las actitudes de los maestros de matemáticas y las actitudes de los alumnos en la construcción del éxito escolar en matemáticas. Se destaca la importancia de las actitudes de los alumnos hacia el maestro, y hacia las matemáticas; al igual que la autopercepción del alumno, el ambiente psicosocial del aula, y el impacto diferencial del componente afectivo de la actitud en hombres y mujeres. Se pone de relieve el peso explicativo de la escolaridad de los padres de familia, la trayectoria del alumno y la facilidad/dificultad en el aprendizaje de la matemática. Las actitudes son aprendidas y, por lo tanto, son susceptibles de ser modificadas. El maestro, líder pedagógico, es portador de actitudes que inciden en las actitudes de los alumnos; las cuales, finalmente, impactan en el éxito/fracaso escolar en matemáticas.

Con una orientación distinta, un estudio de Ojeda Ánimas (1999, 2001) recupera la parte de contenido matemático usada en el TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) para estudiantes de 12 y 13 años y contrasta los resultados obtenidos en el nivel internacional con los resultados de estudiantes de secundaria en Zacatecas. De la población de estudiantes de secundaria del estado, durante el ciclo escolar 1998-1999, se seleccionó una muestra de 1,113 alumnos correspondientes a 89 escuelas, a los cuales se les pidió contestar las mismas preguntas utilizadas en el TIMSS. Las 102 preguntas usadas se agrupan en seis categorías de contenido matemático: fracciones y sentido numérico, álgebra, geometría, representación de datos y probabilidad, medición y proporcionalidad. De las seis categorías de contenido, los alumnos lograron el mayor porcentaje de respuestas correctas en los temas de representación de datos y probabilidad (44.9%) y el menor porcentaje en proporcionalidad (17.4%). El promedio general obtenido por los alumnos fue de 31.39%

Un estudio desarrollado por el Centro de Estudios Educativos (Santos del Real, 2001), explora la eficacia y equidad de la telesecundaria. El objeti-

vo de la investigación fue, por un lado, evaluar el aprovechamiento escolar de los alumnos en escuelas ubicadas en localidades socioeconómicamente diferenciadas entre sí y, por otro, generar posibles hipótesis explicativas sobre los factores intra y extraescolares asociados con la calidad de la telesecundaria en esos diversos contextos. El estudio se realizó en dos fases, una extensiva de tipo descriptivo y otra intensiva de naturaleza más cualitativa. En la fase extensiva se recogió información de 59 telesecundarias localizadas en zonas rurales con menos de 2,500 habitantes de seis estados: Guerrero, Morelos, Oaxaca, Sonora, Veracruz y Zacatecas.

Las escuelas se seleccionaron considerando tres estratos de marginación: media, alta y muy alta. La muestra incluyó un total de 3,155 alumnos de los tres grados de la secundaria. Para recabar la información correspondiente al contexto familiar, sobre la escuela y el aula, se aplicaron cuestionarios, se realizaron entrevistas y observaciones en las escuelas. Para medir el "aprovechamiento escolar" se aplicaron las Pruebas de Estándares Nacionales (PEN) diseñadas por la Dirección General de Evaluación de la Secretaría de Educación Pública. Estas pruebas miden habilidades básicas de razonamiento matemático y de comprensión lectora, y fueron elaboradas a partir del currículum de educación básica. En el reporte de investigación citado se muestran algunos resultados sobre el "aprovechamiento escolar".

En general se encontró que las puntuaciones promedio de los alumnos de telesecundaria son inferiores a los de alumnos de secundarias generales y técnicas que participaron en un levantamiento nacional, siendo más notorias estas diferencias en cuanto a la "comprensión lectora" que en el "razonamiento matemático". También se detectó que a un mayor nivel de marginación, corresponden menores niveles de aprovechamiento, situación que se acentúa en estudiantes que hablan alguna lengua indígena. Otros hallazgos relevantes citados por Santos del Real, es la existencia de escuelas unitarias y bi-docentes (25% de las escuelas de la muestra), así como escuelas en las que no se recibe la señal de televisión (15% de las escuelas de la muestra), lo cual resulta una contradicción con el modelo mismo de la telesecundaria, sin embargo estas carencias no tienen un efecto muy notorio en el "razonamiento matemático" de los alumnos, comparándolos con los resultados de alumnos de escuelas de organización completa y que sí reciben la señal televisiva. La autora concluye que los resultados obtenidos por los alumnos muestran que la telesecundaria no sólo está siendo ineficaz, sino inequitativa, pues la gran mayoría de los estudiantes se encuentran lejos de lograr el mínimo deseable establecido por los planes y programas de estudio.

ESTUDIOS CENTRADOS EN LOS RECURSOS DE ENSEÑANZA

Se identificaron seis estudios enfocados al análisis, evaluación y/o puesta en marcha de recursos de enseñanza, considerando todos ellos a las nuevas tecnologías, como son las calculadoras gráficas y las computadoras personales.

Calculadoras electrónicas

En un experimento de enseñanza operado por Cedillo (1995), se recurrió a las calculadoras programables para introducir el aprendizaje del álgebra con un grupo de alumnos que cursaban el primer año de secundaria y que no habían recibido instrucción sobre álgebra. El investigador desempeñó el papel del profesor de matemáticas durante todo el año escolar, asumiendo el compromiso de cubrir el programa oficial; esto permitió controlar el tipo de experiencias que tuvieron los alumnos antes y después del trabajo de campo, el cual consistió en actividades presentadas a los alumnos en 55 hojas de trabajo. Esta investigación aportó evidencias empíricas que muestran que el trabajo con las calculadoras propició que los alumnos desarrollaran nociones y habilidades que les permitieron usar el código algebraico como recurso para resolver problemas, así como para expresar y justificar generalizaciones. Se encontró que, si bien las actividades propuestas y la novedad de usar las calculadoras en clase mostraron ser suficientemente motivadoras, el éxito de los estudiantes depende fuertemente de su acervo aritmético.

En un estudio posterior, Cedillo (1999a, 1999b) explora el potencial de la calculadora como facilitador de aprendizajes numéricos. Una de las preguntas de investigación fue: ¿qué nociones y estrategias aritméticas desarrollan los estudiantes cuando enfrentan situaciones donde las operaciones aritméticas son el vehículo para obtener respuestas o soluciones, y la ejecución de las operaciones se deja a cargo de la calculadora? El trabajo de campo se llevó a cabo con un grupo escolar que cursaba el primer grado de la escuela secundaria, compuesto por 20 alumnos. Se trabajó con ellos durante 16 sesiones de 50 minutos cada una, dos sesiones por semana. El trabajo se desarrolló como una parte del curso regular que se imparte en la escuela. Los contenidos aritméticos abordados fueron: números naturales y sus operaciones; números decimales y sus operaciones, fracciones comunes y sus operaciones; números con signo y sus operaciones. Los datos recabados muestran que, al dar respuesta a las actividades planteadas, los alumnos no estaban aprendiendo cómo realizar las operaciones, lo que es-

taban aprendiendo era *qué son y para qué sirven* las operaciones, además de desarrollar una noción de número a través de las acciones que realizaban con ellos. Los resultados del estudio sugieren que la calculadora puede emplearse para favorecer que los estudiantes aprendan cómo utilizar sus conocimientos de aritmética en la solución de problemas.

Hojas de cálculo

En un reporte cuyas autoras son Rojano y Sutherland (1993) se presentan los resultados de un proyecto realizado en colaboración entre México y el Reino Unido, en el que se estudian las maneras en que los estudiantes usan una *hoja de cálculo* para resolver problemas algebraicos. Fue esencialmente un caso de estudio longitudinal. Dos grupos de estudiantes de 14-15 años (uno en México y otro en Gran Bretaña) trabajaron una secuencias de actividades con una hoja de cálculo, y los alumnos fueron entrevistados antes y después de terminar el proceso de instrucción. Se encontró que la mayoría de los estudiantes aprendieron a usar la hoja de cálculo para resolver los problemas algebraicos. Estos estudiantes eran relativamente poco capaces con las matemáticas y la mayoría no podía resolver los problemas al principio del estudio. La naturaleza simbólica de la hojas de cálculo toma un importante rol de mediación en el proceso de resolución de problemas. Los estudiantes usaron su experiencia con las hojas de cálculo para desarrollar estrategias para resolver los problemas verbales algebraicos cuando trabajan sin las computadoras. Estas estrategias involucran el trabajo desde un valor desconocido hasta uno conocido. Trabajar de esta manera es un aspecto importante y difícil del álgebra y las autoras concluyen que la existencia de estas estrategias puede ofrecer unas bases importantes para el desarrollo de métodos algebraicos.

En un tenor similar, Landa y Ursini (1999) realizaron un trabajo cuyo propósito fue investigar el rol de mediación de las *hojas electrónicas de cálculo* para dar sentido a la composición de funciones y a su simbolización algebraica. Para lograr lo anterior, se instrumentó la siguiente metodología: diez estudiantes de 14 a 15 años trabajaron en parejas durante varias sesiones. Los estudiantes no tenían experiencia en la composición de funciones y contaban con una corta experiencia en el manejo de hojas de cálculo. La tarea consistía en definir dos variables, una en cada columna (x y x cuadrada, respectivamente) y generar una tercer variable mediante la definición de una fórmula. Se encontró que en el ambiente de las hojas electrónicas de datos es muy fácil para los estudiantes la composición de funciones sin necesidad de contar con un total dominio de la complejidad de las opera-

ciones involucradas. El uso de las expresiones analíticas de la hoja de cálculo ayuda a guiar el proceso de reflexión. Esto, a su vez, apoya a los estudiantes en dos sentidos: a hacerlos conscientes de las operaciones involucradas con la hoja de cálculo cuando componen funciones, y a darle un significado a las expresiones analíticas usadas para representar la composición de las funciones.

Microcomputadora

Relacionados con la evaluación de los resultados del uso de microcomputadoras como apoyo al aprendizaje matemático de los alumnos de secundaria, se encontraron dos investigaciones.

Durante 1997 y 1998 ser realizó una evaluación del impacto de la utilización de los laboratorios de informática y en especial el *software Geometer's Sketchpad* para la enseñanza de la geometría, en los aprendizajes de los alumnos de las escuelas secundarias públicas en el estado de Aguascalientes (Eudave, Pérez y Mata, 1998). De igual manera, el estudio se orientó al diseño de un sistema de seguimiento permanente del proyecto de informática educativa en secundaria, que permitiera conocer las dificultades y/o deficiencias de su operación, y que brindara elementos para detectar sus logros y beneficios.

La evaluación se estructuró en dos fases: en la primera se hizo una valoración de las condiciones físicas de los laboratorios (la planta física, los muebles, el equipo, etcétera), y a la frecuencia de uso, y el punto de vista que sobre la utilidad del mismo tenían directores y maestros de matemáticas. En esta fase se incluyeron las 62 secundarias generales y técnicas públicas del estado de Aguascalientes. La segunda fase consistió en la medición de los conocimientos en geometría; habilidades matemáticas; y las actitudes hacia la geometría, la computadora y el *Geometer's Sketchpad*. Esta evaluación se realizó en una muestra de alumnas y alumnos de los tres grados de secundaria de 12 escuelas públicas, generales y técnicas, de todo el estado. Se aplicaron las pruebas de conocimientos y habilidades y las escalas de actitudes, al inicio y al final del ciclo escolar (*pre* y *postest*). En esta segunda fase se incluyó una muestra de alumnas(os) de cinco secundarias públicas del estado de Guanajuato que sirvieron de grupos control.

En cuanto a los resultados de la primera fase, tenemos que en su totalidad la planta física y el equipo de los laboratorios se encuentran en condiciones óptimas. No obstante lo anterior, cerca de un 30% de los laboratorios es usado muy pocas veces como un apoyo a la materia de matemáticas. En relación con los conocimientos de geometría, práctica-

mente en todas las escuelas hubo alguna ganancia en el promedio si se comparan los resultados del *pretes*t y del *postes*t, aunque en algunas escuelas se aprecia un mayor aprovechamiento. Los promedios obtenidos en conocimientos de geometría por las escuelas del estado de Aguascalientes son mayores a los del grupo control (escuelas de Guanajuato). Si bien en varias escuelas son visibles y estadísticamente significativas las diferencias entre el *pretest* y el *postest* y entre el grupo de estudio y el control, éstas en ningún caso son muy amplias. Con respecto a las habilidades matemáticas, no se encontraron diferencias significativas en los resultados obtenidos con el *pretest* y el *postest*, ni entre los resultados de las escuelas de Aguascalientes con las de Guanajuato. En general, los alumnos presentan actitudes favorables hacia la geometría, la computadora y el *Geometer's Skechpad*. La actitud hacia la geometría fue el aspecto que mostró una mayor ganancia comparando el *pretest* con el *postest*, sobre todo en el primer grado, sin embargo, en el tercer grado se detectó una disminución de la actitud (de favorable a menos favorable) hacia la computadora y el *software*. Aunque hay algunos resultados alentadores, el impacto en los conocimientos geométricos y las habilidades matemáticas no es tan fuerte como se esperaba. Es importante señalar diferencias significativas en los resultados de los alumnos que dependen de la frecuencia de uso de los laboratorios, la escolaridad de los padres y la ubicación de la escuela.

Por su parte, Moreno, Rojano, Bonilla y Perrusquía (1999) describen un proyecto de investigación aplicada orientado a la articulación de tecnologías computacionales con la puesta en marcha del nuevo currículum de matemáticas en la escuela secundaria. En este proyecto se intentó construir un modelo viable para describir el impacto de nuevas tecnologías de información dentro de las prácticas escolares que pueda guiar el desarrollo de otras investigaciones, así como la transformación del sistema educativo en un futuro próximo. El principal objetivo fue estudiar el impacto de la integración de la tecnología dentro del nuevo currículum de matemáticas y de su puesta en práctica en las escuelas.

El proyecto inició con una fase piloto en 1997, durante una puesta en prueba de modelos educativos sustentados en la tecnología computacional, inspirados en propuestas diseñadas y puestas en práctica en otros países. Para lograr este objetivo, se entrenó a un grupo de profesores y se equiparon 15 escuelas secundarias del país con esta nueva tecnología. Durante la primera fase del proyecto la tecnología incluida fue: hojas de cálculo (*Excel*), *Cabri-Géométre*, *SimcCalc-Math Worlds*, *Stella* (versión de investigación) y la calculadora gráfica TI-92. Se intentó cubrir varios contenidos curriculares: aritmética, preálgebra, álgebra, geometría, variación y modelamiento. El

trabajo en clase fue principalmente un modelo de aprendizaje colaborativo. El diseño metodológico incorpora dos niveles de evaluación: uno global y uno local. El nivel global se enfoca a la comprensión del sistema educativo como un modelo complejo; con este tipo de evaluación se pretendió regular la evolución del proceso educativo incluyendo a los maestros, a los coordinadores de los maestros y a los padres de familia, como elementos esenciales. Por otro lado, en el nivel local, la evaluación se centró principalmente en estudios de caso longitudinales.

Los resultados presentados en el reporte se refieren a la primera operación semestral de la hoja de cálculo y del *Cabri-Géométre*, y se centra principalmente en el rol de las herramientas como conformadoras de la cultura matemática escolar. En cuanto al nivel local de evaluación, se ofrecen evidencias del impacto de los ambientes de aprendizaje por la manera en que los niños expresan su pensamiento matemático. Esto es, sin duda, el producto de la estrecha interacción ocurrida entre los estudiantes y las herramientas.

No se ofrecen resultados del nivel global de evaluación, pero los autores señalan que: *a)* los padres consideran que la tecnología proporciona mejores oportunidades de trabajo para sus niños; *b)* los maestros mencionan que la tecnología les ayuda a construir nuevos medios de aprendizaje dentro del salón de clase, en donde pueden emerger nuevas estrategias de resolución de problemas.

OTRAS LÍNEAS

Enseñanza

Sólo cuatro trabajos, entre los identificados, trataban de manera preponderante el proceso de enseñanza en sí, se describen dos.

En el primero de ellos, Partida (1996) presenta una propuesta de intervención que pretende dar respuesta a la pregunta: ¿de qué manera el uso y manejo del material didáctico, junto con las acciones de la maestra, y el empleo de una metodología que considere el desarrollo de habilidades de pensamiento en el alumno, inciden para que los alumnos puedan vincular sus conocimientos empíricos con los conocimientos de la matemática formal? La propuesta se enfoca a la construcción del concepto de número entero y pretende propiciar en los alumnos la vinculación de sus conocimientos previos con los conocimientos que se le enseñan con base en los Planes y programas de la educación secundaria. Para lograrlo, la propuesta

se basa en la mediación propiciada por la maestra del grupo y por una serie de materiales manipulables que se diseñaron y probaron. La propuesta se desarrolla con alumnos del primer grado de una secundaria técnica agropecuaria en el estado de Michoacán.

La estrategia metodológica consistió en una observación participante y en el diseño y prueba de materiales y estrategias didácticas. Para el análisis de los resultados obtenidos mediante la observación participante y los registros derivados de la misma, se utilizaron las categorías siguientes, que son indicadores de las acciones de los alumnos: flexibilidad, reversibilidad, generalización, clasificación completa, imaginación espacial y estimación de resultados.

En cuanto a los resultados, Partida resalta que los alumnos de primero de secundaria carecen de la mediación entre esquemas previos y los nuevos. Una vez hecha la mediación entre la experiencia que ellos poseían sobre "deber y tener" (números enteros negativos y enteros positivos) la nueva experiencia fue comprendida, pues el alumno construyó, mediante una actividad refleja, un sistema de operaciones que le llevaron a la construcción de conceptos y operaciones en el conjunto de los números enteros. Partida señala que, cuando el alumno construye con base en esquemas experienciales que le son familiares, reconoce su propio proceso, se involucra en la adquisición de su conocimiento, construye esquemas activos de asimilación al incorporar lo nuevo a lo ya conocido y se ve obligado a acomodar sus esquemas para continuar asimilando. Las acciones mediadoras de la maestra son un factor determinante en el proceso de E-A pues, si bien se pretende en esta metodología que el alumno sea quien construya su aprendizaje, esto es posible gracias a las acciones mediadoras de la maestra quien guía, ubica, induce a evocar situaciones, a recobrar el proceso, a situarlo en estado de desequilibrio, a provocar un proceso de búsqueda para recobrar el equilibrio. Las habilidades de pensamiento en las que los alumnos fueron entrenados permitieron que el alumno buscara por diferentes caminos la solución de un problema u operación, y que se enriqueciera con la representación gráfica dando a la operación un nuevo significado.

En el otro trabajo localizado, correspondiente a una investigación sobre la influencia del contexto sociocultural en la construcción significativa del conocimiento (Cobian 1997), se parte de una necesidad práctica: ¿cómo propiciar aprendizajes significativos en la asignatura de matemáticas? De esta pregunta genérica se desprenden algunas interrogantes que orientaron una propuesta de intervención puesta en práctica a manera de investigación en la acción; esas preguntas fueron: ¿la relación experiencia-materia,

favorece la construcción de conocimiento?, ¿qué papel tiene la zona de desarrollo proximal en el proceso cognitivo?, ¿cuál es el rol del docente en este proceso?, ¿el clima de trabajo y el establecimiento de buenas relaciones en el salón de clases, favorecen el aprendizaje?, ¿qué estrategias son adecuadas para lograr aprendizajes significativos?, ¿la construcción del concepto, es base necesaria para el aprendizaje significativo, previa al tratamiento del algoritmo? La investigación no se limitó a un solo contenido, sino que en la resolución de algunos problemas derivados de situaciones cotidianas, se incluyen uno o más de los siguientes contenidos: fracciones, porcentajes, función, área, figuras geométricas.

Se utilizó el método de la investigación interpretativa, iniciando la búsqueda de información dentro de un contexto, partiendo de preguntas surgidas de una situación problemática. Los recursos para la obtención de datos fueron los siguientes: observación participativa, observación no participativa y entrevista formal e informal. Se recurrió a la observación participativa para describir, explicar, analizar y reflexionar sobre lo que sucedía en el contexto del salón de clases, y actuando el investigador dentro de él como docente frente a grupo; la observación no participativa se realizó en la menor distancia posible, sin participar el investigador en las acciones del grupo. Ninguno de los dos investigadores que realizaron el trabajo eran los maestros titulares de los grupos, y sólo uno participó en el papel de docente en algunos momentos del ciclo escolar, mientras el otro fungía como observador no participante. Se trabajó con dos grupos de estudiantes de primer grado de educación secundaria, con la intención de identificar los factores más importantes o condiciones necesarias que hacen significativo el aprendizaje. Las escuelas estaban ubicadas una en la ciudad de Zamora, y otra en la de Uruapan, ambas en el estado de Michoacán. El trabajo con los estudiantes se desarrolló en un marco de acción-reflexión-teoría.

Los hallazgos de la investigación se presentan organizados en seis unidades de análisis que son, a su vez, los factores que la investigadora responsable del estudio considera básicos para que un contenido nuevo sea significativo para el alumno: A. relación experiencia-materia; B. ambiente adecuado para el aprendizaje; C. rol del docente; D. estrategias; E. construcción de conceptos; F. zona de desarrollo proximal. De cada uno de estos aspectos, la autora concluye:

> Validamos una relación experiencia-materia cuando el estudiante resuelve problemas de su entorno, problemas interesantes, con sentido, que hacen significativo su aprendizaje [...] Vivenciamos cómo los alumnos sienten la presencia firme del maestro que los apoya, que los respeta, pero que también

> exige su participación en el trabajo en un marco de disciplina con dignidad. [...] En cuanto al rol docente, se resume la responsabilidad docente en tres aspectos: conocer y relacionarse con sus alumnos, tener buen dominio de conocimientos, instrumentar didácticamente su programa."

En cuanto a las estrategias de aprendizaje, se concluye que la resolución de problemas es el eje central para el aprendizaje significativo ya que pone en juego el pensamiento intuitivo, experiencia e iniciativa, propiciando el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. La autora recomienda que al diseñar actividades de aprendizaje se considere la identificación de la ZDP, pues de no hacerlo existe el riesgo de que el contenido sea ya del dominio de los estudiantes o que no se cuente con los antecedentes necesarios para comprender la nueva información. Si el alumno ya posee esa información y el profesor lo ignora, la actividad será un simple ejercicio y no la construcción de significado que se busca con el riesgo de provocar desinterés o indisciplina. Si la actividad está muy lejos de su capacidad, por muchos esfuerzos que hagan docente y alumno el aprendizaje no se dará. Verificamos, dice la autora del estudio, lo importante que es el que los alumnos aprendan estrategias para resolver problemas, pero también lo fundamental que es el que posean los elementos necesarios para poder hacerlo, como es el dominio de conceptos y la habilidad algorítmica que mantienen una estrecha relación, pues si el alumno comprende la base conceptual, la resolución de problemas tiene sentido y a su vez, la habilidad algorítmica hace más comprensible el concepto.

Resolución de problemas

Algunos trabajos exploran ciertos procesos y estrategias básicos del pensamiento, como las presentes en la resolución de problemas (Cerón, 1995; Alvarado, 1999; Jiménez, 1999; Gurrola, 2000; Díaz, 2001).

Por ejemplo, Cerón (1995) se centró en la pertinencia de algunos modelos que permitieran a los estudiantes de secundaria desarrollar estrategias para la resolución de problemas matemáticos con texto. Desarrolló un estudio experimental con 21 alumnos de 3° grado de una telesecundaria en el estado de México, seleccionados de un total de 30 voluntarios, mediante un cuestionario que detectó algunas habilidades para traducir diversas situaciones planteadas en lenguaje común a lenguaje algebraico y para resolver problemas matemáticos con texto. Se llevaron a cabo 20 sesiones de trabajo en donde se propusieron a modelos que ayudaran a los alumnos a desarrollar estrategias en la resolución de problemas (con texto) que dieran

lugar a ecuaciones de primer grado con una incógnita. Los alumnos fueron organizados en equipos y cada equipo resolvía dos o tres problemas por sesión. Los problemas matemáticos que se presentaron requerían que el alumno hiciera una lectura de comprensión, un análisis del texto para identificar su estructura general, especificar e identificar los datos, la condición y la exigencia, para realizar luego una traducción del enunciado en lenguaje cotidiano a un lenguaje algebraico y finalmente, elaborar una estrategia de solución de acuerdo con un modelo escogido. Los problemas abordados se seleccionaron de libros de texto de álgebra para el nivel de secundaria. El autor concluye que los modelos propuestos y desarrollados durante las 20 sesiones de trabajo favorecieron el desarrollo de las estrategias de los alumnos en el momento de resolver problemas, sin embargo, al resolver una prueba final, se observó que el modelo de resolución usado con más frecuencia fue el basado en dibujos, lo que hace suponer que prevalecieron las estrategias intuitivas de los alumnos.

En el trabajo de Jiménez Mora (1999) se trató de conformar un modelo de resolución de problemas que vincule a esta actividad no sólo con acciones de procesamiento de información, sino con procesos de construcción de significado y asignación de sentido que en su conjunto generen una comprensión de la situación planteada en un problema dado.

El estudio consistió en la realización de entrevistas clínicas para explorar los procesos de comprensión y asignación de sentido por parte de los alumnos a la información contenida en tres problemas específicos, de contenidos relacionados con conocimientos básicos de aritmética, álgebra y geometría. Cada entrevista consideraba dos fases: una primera, llamada *fase de respuesta libre,* durante la cual se dejó al sujeto resolver el problema de manera espontánea, sin asistencia del investigador; la segunda fase se denominó fase de respuesta guiada con empleo de mediadores, y considera la asistencia del investigador al sujeto a través de *mediadores* (procedimientos con los cuales se busca alterar la presentación de un problema sin afectar su estructura; se utilizaron cuatro tipos de mediadores: replanteamiento del problema, empleo de modelos visuales de representación, contextualización del problema y, acercamiento numérico o aritmético). La investigación se realizó con tres alumnas de 3° grado de una escuela secundaria particular de la ciudad de Guadalajara, pertenecientes al mismo grupo escolar, que no habían sido entrenadas en la resolución de problemas, y que habían tenido al mismo profesor durante toda la secundaria.

El análisis de los protocolos de cada entrevista se centró en los sentidos que cada sujeto va asignando a determinadas unidades de información, por un lado, y en los cambios observados luego de la introducción de los

mediadores. Entre los resultados presentados por Jiménez, destaca el hecho de la asignación de sentido a las expresiones simbólicas que componen un problema con base en nociones matemáticas previas cuyo significado no siempre corresponde con el de tales expresiones, como por ejemplo, confundir el concepto de *ecuación* con el de *expresión algebraica*. También se apreció la tendencia de los sujetos al manejo inmediato de datos con base en las fórmulas de área de los polígonos involucrados en uno de los problemas, lo cual revela una comprensión de la estructura superficial del problema, producto de una centración en la información numérica.

Por su parte, Alvarado Soriano (1999) se propuso analizar el desempeño de los estudiantes de secundaria en la resolución de problemas no rutinarios, en la perspectiva de la operación de la reforma curricular de 1993; adicionalmente, buscó analizar el punto de vista del profesor sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. El estudio se centró en un grupo de 38 estudiantes de tercer grado de secundaria de una escuela pública del DF, de quienes se obtuvo, mediante dos cuestionarios, información acerca del manejo de recursos y procesos de pensamiento matemático frente a la resolución de problemas. También se realizó una entrevista con el profesor de matemáticas de estos estudiantes.

En términos generales, los alumnos mostraron no haber adquirido habilidades importantes que sólo a través de la resolución de problemas pueden desarrollar. Por ejemplo, no demostraron poseer variedad de estrategias; no tienen conocimiento de las fases del proceso de resolución de problemas, sus intentos fueron sobre todo de ensayo y error; no han desarrollado habilidades esenciales como la visualización espacial, razonamiento proporcional, identificación de patrones, elaboración de conjeturas, comunicar sus ideas matemáticas, establecer conexiones entre conceptos, y otras que señala el Plan de estudios para la educación secundaria. Alvarado señala que los alumnos no han tenido la oportunidad de enfrentar problemas interesantes, que les permitan desarrollar sus habilidades.

De la entrevista con el profesor, la autora deduce que la enseñanza y aprendizaje a la que han estado expuestos los alumnos del estudio, es de tipo algorítmico. El profesor reconoció que no está aplicando el enfoque propuesto en la reforma de 1993, pues no se "atreve" a iniciar un tema con un planteamiento de un problema, y en general no muestra seguridad para operar las innovaciones. La autora recomienda finalmente una mayor preparación y actualización para el profesorado para que sean viables las innovaciones curriculares.

El trabajo de Gurrola (2000) persigue un objetivo similar al de Alvarado: identificar las creencias de profesores y estudiantes de secunda-

ria respecto del papel de los problemas en la enseñanza de las matemáticas, e identificar las estrategias que utilizan los estudiantes para resolver problemas matemáticos. Esta investigación se realizó en la ciudad de Fresnillo, Zacatecas, y comprendió una muestra de 7 escuelas públicas (4 secundarias generales y 3 secundarias técnicas). Una primera acción metodológica consistió en aplicar un cuestionario al total de profesores de matemáticas de las escuelas mencionadas (25 profesores) y a 88 alumnos. Los alumnos fueron seleccionados bajo el criterio de que fueran estudiantes de los profesores encuestados, cuidando que se incluyeran tanto a "estudiantes sobresalientes" (con calificación promedio de 10) y "estudiantes promedio" (con calificación promedio de 8). Los alumnos resolvieron además un cuestionario con cuatro problemas matemáticos (3 de álgebra y 1 de conteo).

Entre las creencias que sobresalen en los profesores, se detecta aquella de que existe una y sólo una forma de correcta de resolver cualquier problema matemático. De esta creencia se deriva la idea de que a los estudiantes sólo les queda memorizar y "aplicar" mecánicamente lo que han aprendido. La gran mayoría de profesores tienen la creencia de que en sus clases trabajan a través de la resolución de problemas y por lo mismo afirman que éstos son el punto medular sobre el cual gira su práctica educativa, aunque se detectó que en realidad trabajan tomando como elemento central los algoritmos. De acuerdo con las opiniones de profesores y alumnos, y a pesar de que existe una aparente diversidad respecto del concepto, uso y características de un problema matemático, lo que se puede apreciar es una idea en común: para ellos no hay una diferencia entre realizar ejercicios algorítmicos y resolver problemas, es decir, los toman como sinónimos.

En cuanto a las estrategias utilizadas por los alumnos al resolver problemas, se observó una tendencia muy marcada en los alumnos "promedio" consistente en intentar resolver problemas utilizando operaciones aritméticas en forma aislada. Al parecer parten del supuesto de que un problema y su solución están íntimamente ligados con alguna operación. Por su parte, los alumnos tipificados como sobresalientes, cometen pocos errores al resolver un problema, adoptan una mayor diversidad de estrategias que los promedio, sus conocimientos previos les permiten reconocer más fácilmente la estructura del problema y por ello aplican de forma automática procedimientos de solución adecuados y de mayor efectividad. Finalmente, Gurrola concluye que la reforma de la enseñanza de las matemáticas no ha llegado a las aulas de las escuelas secundarias como se esperaba. Al igual que Alvarado (1999), resalta la importancia de la formación y actualización de profesores como elemento necesario para la puesta en marcha de innovaciones curriculares.

El propósito del trabajo de Díaz (2001) fue comparar los métodos de "reducción a casos simples" y "correspondencia de condiciones iniciales" en dos grupos de segundo grado de secundaria, comparando las puntuaciones obtenidas en una prueba de rendimiento, después de un periodo de instrucción. El método de reducción a casos simples consiste en considerar casos más simples que se desprenden del problema original. Estos casos ayudan a atacar el problema por partes. Posteriormente, al considerar las soluciones parciales como un todo, se obtiene la solución del problema. El método de correspondencia de condiciones iniciales, se basa en el análisis de la información inicial (hay que encontrar los datos con los que se cuenta, la incógnita), en donde el análisis de los datos puede sugerir un camino eficiente para resolver el problema.

El estudio compara dos grupos después de haber sido sometidos a un diseño *cuasi-experimental*. El dato que se compara es la media aritmética del puntaje obtenido con la aplicación de un examen escrito. La muestra estuvo constituida por todos los alumnos de los grupos A y B de una escuela secundaria particular de la ciudad de Campeche. En cada grupo había 18 alumnos. Para el desarrollo del experimento, a cada grupo se asignó de manera aleatoria uno de los dos métodos de enseñanza, el cual se aplicó a los contenidos que marca la dosificación programática durante el periodo de instrucción; a ambos grupos se enseñaron los mismos contenidos, pero al grupo A con el método de reducción a casos simples y en el grupo B con el de correspondencia de condiciones iniciales.

A pesar de no encontrarse diferencias estadísticamente muy significativas en cuanto a los resultados obtenidos por ambos grupos, los alumnos que utilizaron el método de correspondencia de condiciones iniciales, obtuvieron calificaciones más altas en el instrumento que los del otro grupo. La autora menciona que esto puede deberse a que el método de correspondencia de condiciones iniciales es enseñado a lo largo de la instrucción primaria y secundaria.

Actitudes

Un aspecto que aparece en varios de los trabajos es el de las actitudes, entendidas en su concepción más tradicional dentro de la psicología social: como conjunto de creencias, sentimientos y tendencias a la acción. En todos los trabajos en donde aparece este elemento, es medido mediante escalas (Likert y de diferencial semántico).

Las actitudes, en general, son consideradas como disposiciones para valorar favorable o desfavorablemente los objetos o personas. Desde esta

perspectiva se desarrolló el estudio de Navarro y Pérez (1997), que es una investigación tipo *encuesta*. La muestra estuvo conformada por 190 alumnos de tercer grado de secundaria asistentes a escuelas públicas. El instrumento utilizado fue una escala de actitudes tipo Likert que medía las actitudes hacia la aritmética, el álgebra y la geometría, considerándose en los tres casos, los componentes de la actitud: el afectivo, cognitivo y conductual.

Los resultados permiten identificar que la actitud hacia las matemáticas no es unidimensional, que tiene diferentes aspectos de acuerdo con el tipo de matemáticas al que se refieran: se observa que las actitudes hacia la aritmética y el álgebra tienden a ser positivas, mientras las actitudes hacia la geometría son neutras o de indecisión en la mayoría de los alumnos. Éstos reconocen que la aritmética le es útil en la vida diaria, y creen que el álgebra les ayuda a ser creativos, a desenvolver su mente y a pensar; la geometría, en cambio, aparentemente no es valorada como útil por los alumnos.

La relación que se encontró entre las actitudes y la experiencia en clases (principalmente la relación con la percepción que el alumno tiene del maestro) resulta muy enriquecedora para hacer consideraciones en torno a lo que pasa en el salón de clases y la formación de actitudes hacia las matemáticas. Al encontrarse que existe relación entre las actitudes de los alumnos y la percepción que tienen del maestro, es posible afirmar que cuando el maestro de matemáticas se muestra seguro del conocimiento y manejo que tiene de la materia, así como cuando muestra acogimiento y aceptación de las diferencias individuales de los alumnos tanto en su aprendizaje como de su personalidad e intereses, provoca en los alumnos inclinación por la materia. Esto es, las actitudes del maestro frente al grupo pueden formar actitudes positivas hacia las matemáticas por parte de los alumnos.

Valdés Coiro (2000) también abordó el tema de las actitudes y reporta los resultados de una investigación realizada en una secundaria pública ubicada en una zona desfavorecida del Distrito Federal. En la investigación se realizó un análisis del rendimiento académico de los alumnos de los tres grados, medido a través de las calificaciones de los alumnos anotadas en las boletas escolares y de sus actitudes medidas con una escala tipo Thurstone de Dutton. Se recopilaron datos de 792 alumnos durante el ciclo escolar 1988-1989. El objetivo del estudio fue: "Comprender el proceso que se da entre las variables: rendimiento escolar y actitudes hacia las matemáticas". A decir de la autora, se hicieron cinco tomas de datos sobre calificaciones y se aplicó una encuesta (utilizando la escala antes mencionada) para captar las actitudes de los alumnos al principio, el medio y el final del ciclo escolar.

Se utilizaron algunas pruebas estadísticas de correlación de variables para sustentar las conclusiones. Las principales son siguientes:

- El rendimiento escolar en matemáticas es muy bajo, más bajo que en el resto de las materias.
- El rendimiento es fluctuante, no se mantiene ni bajo ni medio de manera constante.
- En el segundo grado se identifica el menor rendimiento.

En relación con las actitudes:

- En un inicio, las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas son neutrales. En el primer grado, por lo general los alumnos manifiestan que sus sentimientos por la materia permanecen en el agrado. En el segundo grado, los porcentajes de alumnos aumentan en el estrato *desfavorable,* aunque muchos se mantienen en el estatus de *agrado,* muchos transitan *al de desagrado.* Es el grado que muestra más heterogeneidad al respecto. En tercer grado, los porcentajes más altos se mantienen en *neutral.*
- Los estudiantes señalan que tienen problemas serios para la realización de las actividades matemáticas escolares.
- Hay buena valoración del contenido matemático como acervo científico.
- Los sentimientos hacia la materia son positivos, aunque el temor al fracaso hace que los alumnos manifiesten cierta reserva.

La autora afirma que "Inicialmente las actitudes son positivas; con el transcurso del tiempo y el bajo rendimiento escolar y el escaso éxito en las actividades relacionadas con la clase de matemáticas van deteriorando la vitalidad y el interés de los alumnos" (p. 83). Afirma también que: "En este trabajo, la correlación actitud-rendimiento fue positiva y ligeramente más fuerte en el medio curso [mitad del ciclo escolar] que al final" (p. 87).

Ya se mencionaron previamente los aspectos actitudinales presenten en las investigaciones reportadas por Mercado (1998) y por Eudave, Pérez y Mata (1998).

CONSIDERACIONES FINALES

A partir de 1993, la educación secundaria sufrió una modificación estructural importante, pues dejó de ser considerada un escalón del nivel medio

para incorporarse a la educación básica obligatoria.[24] Esto implicó modificaciones en planes y programas de estudio, afectando los contenidos que desde ese año e incluso antes se venían desarrollando en este nivel. Una de las áreas más visiblemente afectadas fue el álgebra, que prácticamente desaparece del primer año, y es sustituida por algunos contenidos de preálgebra. En el primer grado, se refuerzan los contenidos aritméticos y se amplían las nociones estadísticas (tratamiento de la información) y probabilísticas (estas últimas se mantienen en los tres grados). La geometría se mantiene sin muchas modificaciones en cuanto a contenidos, pero difiere el tratamiento que se le da. Los propósitos centrales de los programas de matemáticas son: que el alumno aprenda a utilizarlas para resolver problemas, y que desarrolle habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento.[25]

Este nuevo marco curricular sin duda tuvo mucha influencia en las investigaciones que se desarrollaron a lo largo de la década. La principal característica es la ampliación en las temáticas y en los enfoques metodológicos. Se abordaron más contenidos, y se aprecian otras preocupaciones que van más allá de los procesos de aprendizaje de los alumnos, como las evaluaciones del éxito académico y de la eficacia y calidad del subsistema de educación secundaria.

Un aspecto que sobresale es la aparición (o reaparición) de la aritmética, como un antecedente insoslayable del álgebra y como un contenido valioso en sí mismo. Los estudios sobre variación y proporcionalidad y sobre cálculo mental y estimación son un ejemplo de esto.

Se aprecia una continuación de los estudios sobre álgebra realizados en los ochenta, pero con otras preocupaciones y matices. Así tenemos que una línea claramente trazada en ese periodo y continuada en los noventa son los estudios de la adquisición del lenguaje algebraico, así como el aprendizaje del álgebra en ambientes computacionales. Otra línea que se continúo fue el estudio de las competencias algebraicas, sobre todo enfocadas a los procesos de modelación matemática y sus transferencias a la modelación en áreas como la física, la química y la biología. También se aborda la competencia de resolución de problemas algebraicos. En cambio, algunas otras temáticas desarrolladas en los ochenta prácticamente desapa-

---

[24] H. Congreso de la Unión, *Artículo 3° Constitucional y Ley General de Educación*, SEP, 1993.

[25] *Plan y programas de estudio 1993, Educación Básica Secundaria*, Secretaría de Educación Pública, México, 1993.

recieron, como el análisis de los currículos escolares de álgebra y el análisis de errores en el uso del álgebra.

En los noventa apreciamos un interés emergente por la probabilidad, así como un importante intento por sistematizar la experiencia acumulada durante la década. Mientras que la geometría, durante este periodo, estuvo en un aparente abandono.

Confirmando una tendencia que se apreciaba a finales de los ochenta, en la década de los noventa se dio un incremento en los estudios que involucraban el uso las nuevas tecnologías: hojas de cálculo, *software* como *Logo*, *Cabri* y *Geometer*, o calculadoras gráficas. No se encontró ningún estudio que reportara el diseño de un *software*, sólo el diseño de secuencias didácticas para utilizar recursos ya existentes, como los anteriormente señalados. Aunque predominan las propuestas de enseñanza diseñadas para operarse en un aula, hay intentos por aplicar estas herramientas a nivel macro, incluyendo diferentes tipos de escuelas e incluso en diferentes estados de la república, como el estudio reseñado de Moreno, Rojano, Bonilla y Perrusquía (1999), o bien, está el estudio evaluativo enfocado a conocer el impacto de un proyecto estatal de laboratorios de cómputo en los aprendizajes geométricos.

En los noventa se dio un surgimiento —incipiente aún— de evaluaciones de los aprendizajes, derivadas de las políticas de búsqueda de la calidad de los sistemas educativos. Si bien esta línea de investigación estaba ya presente en la década pasada, en los ochenta no se realizaron estudios en el nivel de secundaria y en matemáticas. Es esperable que este tipo de trabajos continúen en la próxima década, si consideramos el impulso actual que se ha dado a las evaluación externa a los centros educativos por parte de la Secretaría de Educación Pública, como es el caso de los proyectos de los estándares nacionales y las evaluaciones realizadas dentro del programa de Carrera Magisterial. La aprobación en agosto de 2002 del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación es otro claro ejemplo del interés cada vez mayor por este tipo de valoraciones.

Una tarea pendiente es profundizar la evaluación y el estudio de los procesos de enseñanza y los aprendizajes logrados en las telesecundarias. Desde hace aproximadamente 30 años esta modalidad de instrucción ha sido una de las más importantes innovaciones en el país, tanto por lo que representa en términos pedagógicos como financieros. La telesecundaria es un modelo radicalmente diferente al operado en el resto de escuelas secundarias del país, en donde no se cuenta con un maestro especializado para impartir la asignatura de matemáticas, y en contraparte se cuenta con programas de televisión de cobertura nacional, guías de estudio y libros de

conceptos básicos, que garantizan de alguno modo la uniformidad en la enseñanza de los contenidos matemáticos. Esta es una tarea más para la agenda de investigación de la primer década del siglo XXI.

No podemos decir que la investigación en educación matemática en el nivel de secundaria se perfile como un campo bien definido ahora y en un futuro inmediato, por el contrario, es previsible —y esperable— que se integre a los estudios del nivel de primaria y que juntos conformen un todo orientado a la educación básica. Sin embargo, también es previsible que la investigación en el nivel de secundaria siga siendo afectada por los intereses y preocupaciones de su nivel inmediato superior.

BIBLIOGRAFÍA

Alvarado Soriano, María Magdalena (1999). *Reforma curricular y desempeño de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas no rutinarios*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Benítez Pérez, Alma Alicia (1999). "The role of representations in the construction of algebraic expressions: the case of polynomials", en *PME-NA 21*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor.

Caballero Vigueras, Raúl (1994). *La hoja electrónica de cálculo como herramienta para la enseñanza de la resolución de problemas algebraicos*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Carrión Miranda, Vicente; Arrieta Vera, Jaime L. (1998). "La modelación de fenómenos como proceso de matematización para la formación, tratamiento y conversión de representaciones en diferentes sistemas semióticos", en Hitt, F. editor, *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 225-241.

Cedillo Ávalos, Tenoch E. (1994). "Introducing algebra with programmable calculators", en *PME-NA XVI,* vol. 1, 5-8 november, Baton Rouge, Lousiana, EUA, pp. 145-151.

Cedillo Ávalos, Tenoch E. (1995). "Introducción al álgebra mediante su uso: Una alternativa factible mediante calculadoras programables", en *Educación Matemática*, vol. 7, núm. 3, pp. 106-121.

Cedillo Ávalos, Tenoch E. (1996). *Exploring algebra as a language-in-use: a study with 11-12 years olds using graphic calculators*. Tesis para obtener el grado de doctor en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Cedillo Ávalos, Tenoch E. (1999a). "Potencial de la calculadora en el desarrollo del sentido numérico: Un estudio con niños de 11-12 años de edad", en *Educación Matemática*, vol. 11, núm. 2, pp. 16-31.

Cedillo Ávalos, Tenoch E. (1999b). "An arithmetic-based environment to develop pre-algebraic notions: a study with 11-12 year olds using calculators", en *PME-NA 21*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor., pp. 267-273.

Cerón Peralta, Ciro (1995). *Propuesta de modelos para la resolución de problemas matemáticos con texto y las estrategias que pudieran emerger en estudiantes de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Cobian Sánchez, María (1997). *La influencia del contexto sociocultural en la construcción significativa del conocimiento*. Tesis de maestría en Educación Cognoscitiva, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente, Guadalajara, Jal. .

De la Rosa Nolasco, Adrián (2001). *El concepto de función lineal en telesecundarias: una propuesta para el mejoramiento de la articulación entre registros, bajo un modelo integrador a través de la TI-92*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Díaz Morales, Claudia Guadalupe (2001). *Análisis comparativo de dos metodologías usadas para resolver problemas de matemáticas*. Tesis para obtener el grado de maestro en Psicología de la Educación, Universidad Autónoma de Campeche.

Escareño Soberanes, Fortino (1997). *Estrategias de estimación utilizadas por alumnos de primer grado de secundaria en la resolución de problemas de división de fracciones*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Eudave Muñoz, Daniel (1997). *Errores de notación algebraica. Su frecuencia y naturaleza*. Tesis para obtener el grado de maestro en Educación, Centro de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Aguascalientes, Aguascalientes, Ags.

Eudave Muñoz, Daniel; Pérez Quezada, Sandra Elisa; Mata Zamores, Martha Leticia (1998). *Los laboratorios de informática en secundaria. Su uso y resultados educativos*. Reporte de investigación. Instituto de Educación de Aguascalientes y Sistema de Investigación Miguel Hidalgo del CONACYT, Aguascalientes, Ags.

Filloy, Eugenio; Hoyos, Verónica (1993). "A theory of the production of mathematical sign system –the case of algebraic representation of basic geometrical variation notions-", en *PME-NA 15* vol. 1, 17-20 octubre, Pacific Grove, California, EUA, pp. 135-141.

Filloy, Eugenio; Rubio, Guillermo (1993). "Family of artithmetical and algebraic word problems, and the tensions between the different uses of algebraic expressions", en *PME-NA* 15(1), 17-20, EUA: Pacific Grove, pp. 142-148.

Gallardo, Aurora (1994a). *El estatus de los números negativos en la resolución de ecuaciones algebraicas*. Tesis para obtener el grado de doctor en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Gallardo, Aurora (1994b). "Negative numbers in algebra. The use of a teaching model", en *PME-XVIII* vol. II, 29 julio-3 agosto, Lisboa, Portugal, pp. 376-383.

Gallardo, Aurora (1996a). "Qualitative analysis in the study of negative numbers", en *PME-XX* vol. 2, Julio 8-12, Valencia, España, pp. 377-384.

Gallardo, Aurora (1996b). "El paradigma cualitativo en matemática educativa. Elementos teórico-metodológicos de un estudio sobre números negativos", en Hitt, F. editor, *Investigaciones en Matemática Educativa*, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 197-222.

Gallardo, Aurora (1998). "Uso de un modelo de enseñanza como recurso de investigación en el estudio de los números enteros", en Hitt, F. editor, *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 311-328.

Gallardo, Aurora; Rojano, Teresa (1993). "Negative solutions in the context of algebraic word problems", en *PME-NA 15* vol. 1, 17-20 octubre, Pacific Grove, California, EUA, pp. 121-127.

Gallardo, Aurora; Rojano, Teresa (1994). "School algebra. Syntactic difficulties in the operativity with negative numbers" en *PME-NA XVI,* vol. 1, 5-8 noviembre, Baton Rouge, Lousiana, EUA, pp. 159-165.

Gallardo, Aurora; Romero, Miguel (1999). "Identification of difficulties in addition and subtraction of integers in the number line", en *PME-NA 21*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor., pp. 275-282.

Gallardo, Aurora; Pinzón, Mario (2000). "Semántica versus sintaxis en la resolución de ecuaciones lineales", en *Educación Matemática*, vol. 12, núm. 2, pp. 81-96.

Gallardo, Aurora; Novoa, Rogelio (2000). "Integers versus fractions: a study with eighth grade student", en *PME-NA 22*, vol. 2, octubre 7-10, Tucson, Arizona, EUA, p. 739.

Galván Salgado, María de la Cruz (1996). *Nubes y relojes en los currícula de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

García Santibáñez y Sánchez, Esperanza (1999). "Diagnóstico de las necesidades de formación de profesores de matemáticas de secundaria". *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática "Elfriede Wenzelburger"*, México, DF: Universidad Pedagógica Nacional, Grupo Editorial Iberoamérica.

García Reyes, Francisco Javier (1996). *Concepciones de azar y de probabilidad entre estudiantes de educación básica: preescolar, primaria y secundaria*. Tesis para obtener el

grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

González Ortega Rivera, Guadalupe (1993). "Intuiciones probabilísticas en alumnos de 11 a 16 años". *Memorias del IV Simposio Internacional en Educación Matemática*, México, DF: UACPYP-CCH/UNAM.

Guevara Plascencia, Alfa Estela (1999). *Potencial de un ambiente letrado para la introducción de dos usos de la literal: como número general y como incógnita*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Gurrola Mireles, Reyes (2000). *Estrategias en la resolución de problemas matemáticos. Un estudio con alumnos de educación secundaria*. Tesis de maestría en Matemática Educativa, Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas.

Guzmán Arredondo, Arturo (1998). *Los conocimientos profesionales del profesor de matemáticas y el aprovechamiento escolar de sus alumnos. Un estudio de educación secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Educación, Centro de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Aguascalientes, Aguascalientes, Ags.

Guzmán Arredondo, Arturo (1999). "Los conocimientos del profesor de matemáticas y el aprendizaje de sus alumnos", en *Memoria del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Aguascalientes: COMIE/UAA.

Heredia Amador, Felipa (1998). *Ideas de combinatoria y su transferencia a un contexto probabilístico. Un estudio con alumnos de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Hoyos Aguilar, Verónica (1994). "Un estudio exploratorio sobre la asignación de sentido a las representaciones básica de la variación, al término de la primaria y el inicio de la secundaria", en *Educación Matemática*, vol. 6, núm. 3, pp. 65-81.

Huesca Esparza, Miguel Benito (2000). *Observaciones de la interpretación sintáctica de los números negativos en alumnos de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Jiménez Mora, José M. (1999). "Un acercamiento a la comprensión de los problemas de matemáticas en alumnos de educación secundaria", en *Memoria del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Aguascalientes: COMIE/ UAA.

Juárez López, José Antonio (2002). *La comprensión del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Landa H, J. Armando; Ursini, Sonia (1999). "Spreadsheet and composition of functions", en en *PME-NA* 21, vol. 1, Cuernavaca, Mor., p. 401.

Mercado Haro, Josefina (1997). "La relación entre las actitudes de los maestros, las actitudes de los alumnos y el éxito escolar en matemáticas", en *Memoria del IV Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Mérida-Yucatán: COMIE/UADY.

Mercado Haro, Josefina (1998). *La relación entre las actitudes de los maestros, las actitudes de los alumnos y el éxito escolar en matemáticas*. Tesis para obtener el grado de maestro en Educación, Centro de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Aguascalientes, Ags.

Mercado Haro, Josefina (1999). "Éxito escolar matemático y factores asociados" en *Memoria del V Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Aguascalientes: COMIE/UAA.

Mochón, Simón; Vázquez Román, Josueth (1995). "Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza", en *Educación Matemática*, vol. 7, núm. 3, pp. 93-105.

Mochón, Simón; Pinzón Turijan, Bonifacio (1999). "Variation and its rate of change: a study with secondary school students", en *PME-NA 21*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor., pp. 378-384.

Mochón, Simón; Rojano, Teresa (1998). "La modelación a nivel secundaria: el puente entre las matemáticas y las ciencias", en Hitt, F. editor, *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 369-380.

Mochón, Simón; Rojano, Teresa (1999). "Teaching math with technologies: a national project in Mexico", en *PME*-23, vol. 1, Haifa, Israel, pp. 300.

Mora Rodríguez, Bonifacio (2001). *Los modos de pensamiento en la interpretación de la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Moreno Armella, Luis (1999). "On representations and situated tools", en en *PME-NA 21*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor., pp. 97-104.

Moreno, Luis; Rojano, Teresa; Bonilla, Elisa; Perrusquía, Elvia (1999). "The incorporation of new technologies to school cultures: the teaching of mathematics in secondary school", en *PME-NA 21*, vol. 2, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor., pp. 827-832.

Navarro Sandoval, Norma Luz; Pérez Quezada, Sandra Elisa (1997). "Actitudes hacia la aritmética, geometría y álgebra de estudiantes de 3° de secundaria", en *Memoria del IV Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Mérida, Yucatán: COMIE/UADY.

Nicanor Ramos, Carlos (1995). *La influencia del juego en la resolución de ecuaciones de primer grado*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Novoa, Rogelio (2000). *De los números naturales y quebrados positivos a los enteros y quebrados negativos. Un estudio con alumnos de segundo de secundaria*. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Morelos.

Oaxaca Sánchez, José Guadalupe (2000). *El papel que desempeña la calculadora en la adquisición de conceptos matemáticos en alumnos de segundo grado de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Ojeda Ánimas, Luis Fernando (1999). *Desempeño en matemáticas de estudiantes zacatecanos de primero y segundo de secundaria*. Tesis de maestría, Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas.

Ojeda Ánimas, Luis Fernando (2001). "Desempeño en matemáticas de estudiantes zacatecanos de primero y segundo de secundaria", en *Memoria del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Manzanillo, Colima: COMIE/UA de C.

Ojeda Salazar, Ana María (1999a). "The research of ideas of probability in the elementary level of education", en *PME-23*, vol. 4, julio 25-30, Haifa, Israel, pp. 1-8.

Ojeda Salazar, Ana María (1999b). "Concept and representation in the research on probability education", en *PME-NA 21*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, Mor., pp. 83-96.

Partida Montiel, María Cristina (1996). *Implementación metodológica y mediaciones didácticas en la construcción del concepto de número entero, sus relaciones y operaciones, desde una perspectiva constructivista y sociocultural*. Tesis de maestría en Educación Cognoscitiva, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente, Guadalajara, Jal.

Pinzón Turiján, Isabel Mario (1997). *El tablero con fichas, un modelo de enseñanza para la resolución de ecuaciones lineales*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Quintero, Ricardo; Reyes, Araceli; Trigueros, María (1994). "Misconceptions of variable", en *PME-NA XVI* vol. 1, nov. 5-8, Baton Rouge, Lousiana, EUA, pp. 185.

Quintero, Ricardo; Ursini, Sonia; Reyes, Araceli; Trigueros, María (1995). "Students' approaches to different uses of variable", en *PME-XIX* vol. 1, julio 22-29, Recife, Brasil, pp. 218.

Ramírez Hernández, Mario Felipe (1997). *El uso de la calculadora gráfica y la resolución de problemas algebraico-verbales, en el estudio de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Rodríguez Gómez, Jaime (1999). *Estrategias de exploración en alumnos de secundaria para el análisis gráfico de funciones, utilizando la calculadora TI-92*. Tesis para obtener

el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Rojano, Teresa (1994). "The case of pre-symbolic algebra and the operation of the unknown", en *PME-XVIII* vol. I, jul. 29- ag. 3, Lisboa, Portugal, pp. 125-128.

Rojano, Teresa; Sutherland, Rosamund (1993). "Toward an algebraic approach: the role of spreadsheets", en *PME-XVII* vol. I, julio 18-23, Tsukuba, Ibaraki, Japón, pp.189-196 .

Rojano, Teresa; Sutherland, Rosamund (1994). "Towards an algebraic notion of function: the role of spreadsheets", en *PME-NA XVI* vol. 1, noviembre 5-8, Baton Rouge, Lousiana, EUA, pp. 278-284.

Rojano, Teresa; Sutherland, Rosamund; Ursini, Sonia; Molyneux, Susan; Jinich, Emanuel (1996). "Ways of solving algebra problems: the influence of school culture", en *PME-XX* vol. 4, Julio 8-12, Valencia, España, pp. 219-226.

Rosas Salgado, J. Rubén (1995). "La comprensión del álgebra y los números racionales", en *Educación Matemática*, vol. 7, núm. 2, pp. 44-59.

San Agustín Coquís, Rocío Beatriz (1996). *Un acercamiento a la noción de función y su expresión en niños prealgebraicos de primero de secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Santos del Real, Annette (2001). "Eficacia y equidad de la telesecundaria", en *Memoria del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Manzanillo, Colima: COMIE/UA de C.

Santos Guillermo, Miguel Ángel (1992). "Problemas algebraicos de los egresados de educación secundaria", en *Educación Matemática*, vol. 4, núm. 3, pp. 43-51.

SEP (1993). *Plan y programas de estudio, educación básica: secundaria*, México: SEP.

Trigueros, María (1994). "Students interpretation of variation problems in graphical setting", en *PME-NA XVI,* vol. 1, noviembre 5-8, Baton Rouge, Lousiana, EUA, p. 187.

Trigueros, María; Ursini, Sonia (1999). "Does the understanding of variable evolve through schooling?", en *PME-23*, vol. 4, jul. 25-30, Haifa, Israel, pp. 273-280.

Trigueros, María; Sonia Ursini y Dolores Lozano (200). "La conceptualización de la variable en la enseñanza media", en Educación Matemática 12(2), México, pp. 27-48.

Torres Galicia, María Mireya (2001). *Introducción del concepto de número negativo en el nivel medio básico mediante la resolución de problemas de tipo aditivo*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Ursini, Sonia (1996). "Creación de un potencial para trabajar con la noción de variable", en Hitt, F. editor, *Investigaciones en Matemática Educativa*, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 423-440.

Valdés Coiro, Eréndira (2000). *Rendimiento y actitudes. La problemática de las matemáticas en la escuela secundaria*. México: Iberoamérica.

Vázquez Roman, Josueth (1994). *Una investigación de las estrategias de cálculo mental utilizadas por niños estudiantes de primaria y secundaria*. Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias especialidad en Matemática Educativa, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.

Bibliografía complementaria

Booth, L.R. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Londres: NFER-NELSON.

Küchemann, D. (1981). "Álgebra", en K.M. Hart, *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, Londres: John Murray.

Matz, M. (1980). "Towards a computational theory of algebraic competence", *The Journal of Mathematical Behavior*, núm. 3.

Anexo estadístico

CARACTERÍSTICAS DE LA INVESTIGACIÓN REALIZADA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA*

Año	Autor	Centro de atención	Contenidos matemáticos	Tipo de trabajo	Institución	Metodología
1992	Santos Guillermo	Alumnos	Álgebra	Artículo	No especificada	Encuesta
1993	Filloy y Hoyos	Alumnos	Geometría	Ponencia	DME/UPN	Entrevista y experimento de enseñanza
1993	Filloy y Rubio	Alumnos	Aritmética y álgebra	Ponencia	DME/CCH	Entrevista y experimento de enseñanza
1993	Gallardo y Rojano	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME	Entrevista
1993	González Ortega	Alumnos	Probabilidad	Ponencia	No especificada	Encuesta
1993	Rojano y Sutherland	Recursos (hoja de cálculo)	Álgebra	Ponencia	DME/U. de Londres	Entrevista y experimento de enseñanza
1994	Caballero Vigueras	Recursos (hoja de cálculo)	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1994	Cedillo	Recursos (calculadora)	Álgebra	Ponencia	UPN	Experimento de enseñanza
1994	Gallardo	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Entrevista y experimento de enseñanza
1994	Gallardo	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME	Entrevista
1994	Gallardo y Rojano	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME	Entrevista
1994	Hoyos	Alumnos	Varios, con énfasis en variación proporcional	Artículo	UPN	Encuesta
1994	Quintero *et al.*	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME/ITAM	Encuesta y entrevista
1994	Rojano	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME	Entrevista y ensayo teórico

* La referencia de las siglas empleadas para las instituciones se encuentra al final de este anexo.

(Continúa)

Año	Autor	Centro de atención	Contenidos matemáticos	Tipo de trabajo	Institución	Metodología
1994	Rojano y Sutherland	Recursos (hoja de cálculo)	Álgebra	Ponencia	DME/ U. de Londres	Experimento de enseñanza
1994	Trigueros	Alumnos	Álgebra	Ponencia	ITAM	Encuesta y entrevista
1994	Vázquez Román	Alumnos	Aritmética	Tesis	DME	Encuesta y entrevista
1995	Cedillo	Recursos (calculadora)	Álgebra	Artículo	UPN	Entrevista y experimento de enseñanza
1995	Cerón Peralta	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1995	Mochón y Vázquez	Alumnos	Aritmética	Artículo	DME	Encuesta y entrevista
1995	Nicanor Ramos	Recursos (juego)	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1995	Quintero	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME/ITAM	Encuesta
1995	Rosas	Alumnos	Aritmética y álgebra	Artículo	UAMOR	Encuesta
1996	Cedillo	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Entrevista y experimento de enseñanza
1996	Gallardo	Alumnos	Aritmética y álgebra	Ponencia	DME	Entrevista
1996	Gallardo	Alumnos	Aritmética y álgebra	Artículo	DME	Entrevista y ensayo teórico
1996	Galván Salgado	Alumnos	Probabilidad	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1996	García Reyes	Alumnos	Probabilidad	Tesis	DME	Entrevista
1996	Partida	Enseñanza	Aritmética	Tesis	ITESO	Otros acercamientos
1996	Rojano *et al.*	Recursos (hoja de cálculo)	Álgebra	Ponencia	DME/ U. de Londres	Experimento de enseñanza
1996	San Agustín Coquís	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Entrevista
1996	Ursini	Recursos (computadora)	Álgebra	Artículo	DME	Experimento de enseñanza

Año	Autor	Centro de atención	Contenidos matemáticos	Tipo de trabajo	Institución	Metodología
1997	Cobian	Enseñanza	Varios con énfasis en la resolución de problemas	Tesis	ITESO	Otros acercamientos
1997	Escareño	Alumnos	Aritmética	Tesis	DME	Encuesta y entrevista
1997	Eudave	Alumnos	Álgebra	Tesis	UAA	Encuesta y entrevista
1997	Mercado Haro	Alumnos y maestros	Varios con énfasis en las actitudes	Ponencia	UPN-Ags.	Encuesta
1997	Navarro y Pérez	Alumnos	Varios, con énfasis en las actitudes	Ponencia	UAA	Encuesta
1997	Pinzón	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Encuesta y entrevista
1997	Ramírez Hernández	Recursos (calculadora)	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1998	Carrión y Arrieta	Enseñanza	Varios	Artículo	U. Aut. de Guerrero	Exp. de enseñanza y ensayo teórico
1998	Eudave, Pérez y Mata	Recursos (computadora)	Geometría	Artículo	Instituto de Educación de Aguascalientes	Encuesta y entrevista
1998	Gallardo	Alumnos	Álgebra	Artículo	DME	Experimento de enseñanza
1998	Guzmán Arredondo	Alumnos y maestros	Varios	Tesis	UAA	Encuesta
1998	Heredia	Alumnos	Probabilidad	Tesis	DME	Encuesta y entrevista
1998	Mercado Haro	Alumnos y maestros	Varios	Tesis	UAA	Encuesta
1998	Mochón y Rojano	Enseñanza	Varios	Artículo	DME	Ensayo teórico
1999	Alvarado	Alumnos y maestros	Varios, con énfasis en resolución de problemas	Tesis	DME	Entrevista

(Continúa)

Año	Autor	Centro de atención	Contenidos matemáticos	Tipo de trabajo	Institución	Metodología
1999	Benítez	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME	Encuesta
1999	Cedillo	Recursos (calculadora)	Aritmética, con énfasis en el sentido numérico	Artículo	UPN	Entrevista y experimento de enseñanza
1999	Cedillo	Recursos (calculadora)	Álgebra	Ponencia	UPN	Experimento de enseñanza
1999	Gallardo y Romero	Alumnos	Aritmética	Ponencia	DME	Encuesta, entrevista y experimento de enseñanza
1999	García Santibañez	Profesores	Varios	Ponencia	UNAM	Otros acercamientos
1999	Guevara Plascencia	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1999	Guzmán Arredondo	Alumnos y maestros	Varios	Ponencia	UAA	Encuesta
1999	Jiménez Mora	Alumnos	Varios, con énfasis en resolución de problemas	Ponencia	UdeG	Entrevista
1999	Landa y Ursini	Recursos (hoja de cálculo)	Álgebra	Ponencia	UA de Chapingo	Experimento de enseñanza
1999	Mercado Haro	Alumnos	Varios	Ponencia	UPN Ags.	Encuesta
1999	Mochón y Pinzón	Alumnos	Aritmética, con énfasis en la variación	Ponencia	DME	Encuesta y entrevista
1999	Mochón y Rojano	Recursos (computadora)	Varios	Ponencia	DME	Experimento de enseñanza
1999	Moreno	Recursos (computadora)	Varios	Ponencia	DME	Ensayo teórico
1999	Moreno, *et al.*	Recursos (calculadora y computadora)	Varios	Ponencia	DME y SEP	Experimento de enseñanza

Año	Autor	Centro de atención	Contenidos matemáticos	Tipo de trabajo	Institución	Metodología
1999	Ojeda Ánimas	Alumnos	Varios	Tesis	U. A. de Fresnillo	Encuesta
1999	Ojeda Salazar	Alumnos	Probabilidad	Ponencia	DME	Entrevista y experimento de enseñanza
1999	Ojeda Salazar	Alumnos	Probabilidad	Ponencia	DME	Ensayo teórico
1999	Rodríguez Gómez	Recursos (calculadora)	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
1999	Trigueros y Ursini	Alumnos	Álgebra	Ponencia	DME/ITAM	Encuesta y entrevista
2000	Gallardo y Novoa	Alumnos	Aritmética	Ponencia	DME	Entrevista
2000	Gallardo y Pinzón	Alumnos	Álgebra	Artículo	DME/SEIEM	Encuesta y entrevista
2000	Gurrola	Alumnos	Varios	Tesis	U A de Zacatecas	Encuesta
2000	Huesca	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Entrevista
2000	Novoa	Alumnos	Álgebra	Tesis	UAMOR	Entrevista
2000	Oaxaca Sánchez	Recursos	Varios	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
2000	Valdéz Coiro	Alumnos	Varios	Reporte	UPN	Encuesta
2001	De la Rosa Nolasco	Recursos (calculadora)	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
2001	Díaz Morales	Alumnos	Varios, con énfasis en resolución de problemas	Tesis	U A de Campeche	Encuesta y experimento de enseñanza

(Continúa)

Año	Autor	Centro de atención	Contenidos matemáticos	Tipo de trabajo	Institución	Metodología
2001	Mora Rodríguez	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Entrevista
2001	Ojeda Ánimas	Alumnos	Varios	Ponencia	U A de Fresnillo	Encuesta
2001	Santos del Real	Alumnos	Varios	Ponencia	CEE	Encuesta
2001	Torres Galicia	Alumnos	Álgebra	Tesis	DME	Experimento de enseñanza
2002	Juárez López	Profesores	Álgebra	Tesis	DME	Entrevista

CCH	Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM
CEE	Centro de Estudios Educativos
CINVESTAV	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
DEM	Departamento de Matemática Educativa-CINVESTAV
DIE	Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV
FFyL	Facultad de Filosofía y Letras-UNAM
INEA	Instituto Nacional de Educación para los Adultos
ITAM	Instituto Tecnológico Autónomo de México (DF)
ITESO	Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Occidente (Guadalajara, Jal.)
UAA	Universidad Autónoma de Aguascalientes
UAMOR	Universidad Autóma de Morelos
UDLA	Universidad de las Américas
UIA	Universidad Iberoamericana
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México
UPN	Universidad Pedagógica Nacional-Unidad Ajusco
UNESCO	Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura
UdeG	Universidad de Guadalajara

CAPÍTULO 3

INVESTIGACIONES SOBRE EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

Luis Manuel Aguayo Rendón

INTRODUCCIÓN

El objetivo principal del presente análisis es dar cuenta tanto de las temáticas como de los enfoques metodológicos dominantes que, en la década de los noventa, caracterizaron la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior. Sin ser un estudio exhaustivo, el análisis expuesto muestra las corrientes dominantes en la investigación en *educación matemática* de este nivel, así como la diversidad que caracteriza a los estudios en este campo. Para realizarlo, hubieron de analizarse 77 publicaciones entre las que se incluyen tesis, artículos y ponencias presentadas en diferentes congresos, dichos trabajos presentan diferente extensión, enfoque y profundidad y, por otra parte, es de mencionarse que las 77 publicaciones revisadas corresponden a 61 trabajos de investigación desarrollados en el nivel.

Para clasificar las investigaciones, se tomaron en cuenta dos criterios: en primer lugar, se optó por atender las dimensiones presentes en el "triángulo didáctico"; en la clasificación derivada de este primer criterio se encontraron investigaciones centradas en el maestro, en el alumno y en el

* Colaboración: Luis Fernando Ojeda Ánimas.

saber. Un segundo criterio consistió en tomar en cuenta el contenido matemático en torno del cual giran las investigaciones revisadas.

Los rasgos tomados en cuenta en el primer criterio, permitieron clasificar los objetos de estudio, las aproximaciones metodológicas y del contenido incluido en las investigaciones. En el cuadro siguiente se muestran los datos referidos a los objetos de estudio.

Categoría	**Objeto de estudio**	**Núm. de inv.**
Estudiantes	Procesos de aprendizaje de nociones de matemáticas, conocimiento matemático, actitudes, etc.	44
Profesores	Concepciones, conocimientos y opiniones de los maestros. Procesos de enseñanza. Formación de maestros.	9
Saber: análisis de conceptos y propuestas	Análisis de conceptos de matemáticas que son objeto de enseñanza. Propuestas de enseñanza sin experimentación.	8
Total		61

Acerca de los resultados expuestos en el cuadro anterior cabe hacer algunas precisiones: por su objeto de estudio ciertas investigaciones podrían ubicarse en más de una categoría, en estos casos, su ubicación corresponde al objeto de estudio prioritario. Los estudios centrados en el profesor, se incluyeron en la categoría referida a las investigaciones sobre los procesos de enseñanza, después de considerarse que es el profesor el responsable del mismo. Finalmente, entre las investigaciones centradas en el saber, se ubicaron también las propuestas de enseñanza sin trabajo experimental, la razón es que, fundamentalmente, las propuestas derivan del análisis del saber o, más precisamente, de las formas en que puede ser llevado al aula.

Como puede observarse en el cuadro, la mayoría de investigaciones (44 de 61) están centradas en el alumno, con frecuencia éstas toman para su estudio a un grupo escolar, aunque también las hay que trabajan con pequeñas muestras de entre 3 y 15 estudiantes, o aquéllas que estudian muestras más amplias de sujetos con diferente edad o nivel de escolaridad. Otro dato relevante es que la mayor parte de estas investigaciones aportan

información acerca de los estudiantes de las escuelas públicas del Distrito Federal, por lo que poca información se tiene de los de escuelas privadas y los de otras entidades del país.[26]

Los profesores, como se puede ver en el cuadro, han sido menos estudiados que los alumnos, 9 de los 61 estudios están centrados en los maestros y, al igual que en el caso de los estudiantes, se tienen más datos sobre los profesores del Distrito Federal, especialmente de aquellos que asisten a los cursos de actualización para la enseñanza de las matemáticas. Los profesores que se encuentran fuera de estos cursos, no obstante su número y su importancia, no han sido suficientemente estudiados, lo mismo puede decirse de los maestros de otras entidades del país. Otro rasgo significativo en esta categoría es el gran número de investigaciones que abordan el estudio de los efectos de la enseñanza, sin analizar los fenómenos que se generan en este proceso. Finalmente, puede observarse que los trabajos centrados en el saber siguen teniendo cierta presencia entre las investigaciones en este nivel, 8 de los 61 estudios corresponden a esta categoría.

Como se mencionó, otro rasgo que orientó esta primera clasificación es la aproximación metodológica, en el siguiente cuadro se presentan los datos sobre este respecto. Al igual que en la distribución por objeto de estudio, en ésta, algunas investigaciones podrían ubicarse en varias categorías, sin embargo, para efectos de clasificación, se consideró el enfoque predominante.

Categorías	**Núm. de inv.**
Estudios de corte cualitativo	44
Estudios teóricos o propuestas	8
Estudios de corte cuantitativo	9

Como puede observarse, la mayor parte de las investigaciones son abordajes realizados desde una perspectiva —que los mismos autores denominan— cualitativa. Los estudios realizados desde este enfoque, se sus-

[26] La falta de información sobre estos estudiantes se debe en parte a la dificultad para recolectar trabajos de investigación realizados en otras entidades del país.

tentan sobre marcos epistemológicos que enfatizan los procesos de apropiación que los sujetos hacen del conocimiento. De las explicaciones sobre estos procesos se derivan también las diversas categorías trabajadas en los estudios, además de los criterios de validación para la investigación; sin embargo, a pesar de que hay un buen número de trabajos que pueden agruparse en esta categoría, existen diferencias entre ellos que tienen que ver lo mismo con sus marcos de referencia como con las metodologías utilizadas. Con base en este último criterio se pueden encontrar investigaciones "cualitativas" de cuatro tipos diferentes:

- Los estudios sobre procesos heurísticos que, mediante la recuperación de las estrategias de resolución de problemas (verbales o escritos), buscan explicar las dificultades y los obstáculos que los sujetos tienen para utilizar un concepto o bien para identificar las representaciones de dicho concepto.
- Aunque menos frecuentes que los anteriores, existen también estudios que, mediante la utilización de cuestionarios o pruebas escritas, realizan una categorización de los niveles de comprensión de un concepto.
- Otros estudios se caracterizan por la exploración, a través de entrevistas de tipo clínico, de los diferentes niveles de conocimiento que los sujetos tienen acerca de un concepto.
- Finalmente, se encuentran también investigaciones basadas en la observación en aula, en ellas el objetivo es dar cuenta de los mecanismos mediante los cuales se desarrollan los procesos de enseñanza. Éstos son los menos numerosos entre los trabajos de corte cualitativo, sólo existen tres trabajos que utilizan esta aproximación.

Otro enfoque metodológico utilizado, aunque en menor medida (9 estudios), es el denominado "cuantitativo". Los trabajos que se realizan desde tal perspectiva se caracterizan porque, mediante el uso de técnicas cuantitativas, se estudian muestras amplias de sujetos. En los trabajos de este tipo pueden advertirse dos tendencias: el uso de estas técnicas para analizar las regularidades de muestras amplias y los estudios que experimentan los efectos de una propuesta de enseñanza mediante el establecimiento del grupo control y otro experimental.

Por otra parte, se puede advertir que los trabajos teóricos o sin datos empíricos tienen también presencia (8 de las 61 investigaciones son de esta naturaleza) entre los estudios de este nivel. Este tipo de trabajos se caracterizan por desarrollar constructos teóricos que posteriormente permitan el

abordaje de los diferentes problemas de la investigación desde nuevas perspectivas, dando lugar a la construcción de nuevos objetos de estudio. En esta categoría también se encuentran investigaciones que, después de un análisis de ciertos conceptos matemáticos, presentan una propuesta para su enseñanza, aunque sin llegar a la experimentación.

Para finalizar con los resultados de la clasificación basada en el primer criterio, en el cuadro siguiente se presenta una categorización que considera el contenido matemático en torno al cual giran las investigaciones.

Contenido matemático	**Conceptos estudiados**	**Núm. de inv.**
Cálculo	Función, variación, derivada, optimización (volumen máximo), continuidad, infinito	24
Álgebra	Lenguaje algebraico, problemas aritméticos y algebraicos, logaritmo, número irracional, concepto de variable, ecuaciones lineales con dos incógnitas, factorización, historia del álgebra	12
Razonamiento matemático	Procesos heurísticos en la resolución de problemas, concepciones sobre las matemáticas y sobre la demostración, actitudes hacia las matemáticas	10
Geometría	La línea recta, relación de orden en el plano, ángulo central inscrito en un círculo, los triángulos y sus medianas, lugares geométricos, espacio geométrico, ubicación espacial	9
Probabilidad y matemático	Probabilidad condicional, eventos independientes, regla del producto de la probabilidad, estadística	6

Tres puntos pueden destacarse de los datos incluidos en el cuadro. El primero tiene que ver con la preeminencia del cálculo, al parecer este contenido sigue siendo una preocupación central entre los investigadores, puesto que más de la tercera parte de las investigaciones están centradas en él. El segundo se relaciona con un importante número de trabajos que toman una temática general para su estudio, en este caso se encuentran las investigaciones ubicadas en la categoría de razonamiento matemático y, por último, como puede observarse, las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad y estadística destacan por su escaso número.

Ahora bien, con el fin de explorar los avances de la investigación en contenidos y conceptos específicos, en lo que sigue, se analizarán las inves-

tigaciones de este nivel articulando las tres categorizaciones anteriores, es decir, se realizará una revisión tomando como eje central al contenido, pero considerando, a la vez, las aproximaciones y los objetos de estudio elegidos.

Cálculo

En la década de los ochenta, la mayor parte de las investigaciones del nivel medio superior estuvieron centradas en el cálculo, en la década de los noventa la situación no es diferente, esta temática sigue siendo una preocupación importante de los investigadores. Como el mayor número de estudios está centrado en este contenido, es en ellos donde se pueden observar con mayor claridad tanto las tendencias como la heterogeneidad que caracterizan a la investigación en *educación matemática* de este nivel educativo. En lo que sigue se presentarán los rasgos más distintivos y los aportes principales de las investigaciones sobre esta temática.

Aproximaciones y poblaciones estudiadas

De las 61 investigaciones analizadas, 24 son estudios sobre la enseñanza o el aprendizaje del cálculo, entre las que se pueden encontrar algunas acerca del aprendizaje de los estudiantes, del conocimiento de los profesores, del efecto del uso de ciertos recursos para la enseñanza y análisis epistemológicos de algunos conceptos del cálculo, también puede observarse que las investigaciones fueron realizadas tomando en consideración diferentes aproximaciones metodológicas. Respecto de éstas, lo que puede observarse es que la mayor parte (19), son estudios de corte cualitativo: análisis de estrategias (verbales o escritas) de resolución de problemas, estudios basados en un cuestionario o una prueba escrita, análisis basados en los resultados de la entrevista clínica, investigaciones que utilizan la observación en el aula y propuestas didácticas con experimentación. Otras aproximaciones utilizadas son los estudios teóricos (4) entre los que se encuentran análisis epistemológicos de conceptos del cálculo, propuestas para la enseñanza sin experimentación y el enfoque cuantitativo (1).

Respecto de las poblaciones elegidas, es de resaltarse que la mayoría de las investigaciones aportan datos sobre los estudiantes,[27] en términos gene-

[27] De las investigaciones revisadas, 17 documentan diferentes aspectos de los estudiantes y 4 son estudios que prueban los efectos de algún recurso para la enseñanza.

rales lo que puede advertirse es que reportan resultados de estudiantes de escuelas públicas del Distrito Federal.[28] Algo similar ocurre en el caso de los estudios sobre los profesores,[29] se tiene más información sobre los del Distrito Federal, particularmente de los que asisten a cursos de actualización.

Estudios centrados en los estudiantes

La investigación centrada en el cálculo en el nivel medio superior ha privilegiado los estudios sobre el estudiante y se han orientado principalmente a explorar las estrategias de solución de problemas y los niveles de conocimiento que los estudiantes tienen sobre un concepto.

Estudios sobre estrategias

La mayor parte de las investigaciones centradas en los estudiantes está dedicada al análisis de las estrategias que utilizan en la resolución de problemas. En éstas, los datos son recuperados, generalmente, a partir de las estrategias escritas o verbalizadas que los estudiantes desarrollan; principalmente, se enfatizan las diferentes rutas intuitivas que utilizan para resolver problemas no convencionales y las dificultades que tienen para utilizar recursos matemáticos en situaciones que así lo requieran. Estas estrategias se han estudiado tanto en el nivel individual como en el grupal, enfatizando el proceso de solución o las interacciones con los compañeros, en relación con el cálculo en general o con ciertos conceptos (función, derivada, límite, etc.) en particular.

A partir de estos trabajos podemos saber —en relación con problemas de optimización (Campos y Estrada, 1999) o del cálculo en general (Santos Trigo, 1995)— que los estudiantes carecen de estrategias efectivas que les permitan verificar las respuestas dadas o validar su proceso de solución, es por esta razón, se indica, que los alumnos se inclinan por utilizar ciertos planes de solución en los que aparece la aplicación directa de algún cálculo aritmético o de alguna fórmula algebraica.

Igualmente, hoy sabemos que frente a la exigencia de mostrar posturas de cuestionamiento o de cambio frente a problemas de cálculo, los estu-

---

[28] No existen trabajos centrados en estudiantes de escuelas privadas y hay sólo uno sobre estudiantes de otras entidades del país.

[29] Entre los estudios sobre el cálculo existen sólo 3 que se centran en los profesores.

diantes muestran fuertes limitaciones para el uso de recursos matemáticos. Sin embargo, a través de las interacciones de un grupo, se ha visto que, cuando aparece una dificultad o una mala comprensión del concepto, la discusión con los maestros o con otros estudiantes es un factor importante para superarlas (Estrada y Santos, 1999). Asimismo, Meza (1999) afirma que la versión tradicional con la que se enseña el teorema fundamental del cálculo ha ignorado la representación del registro gráfico de la relación entre tangentes y áreas, lo que en su opinión puede ser la causa de que, a pesar de tener los suficientes instrumentos formales, los estudiantes no son capaces de reconstruir o identificar tal relación en su forma gráfica si no ha sido trabajada previamente. Otros trabajos de este mismo tipo (Ávila, 1999), exploran las diferencias entre las estrategias desarrolladas por sujetos con diferente edad o nivel de escolaridad, después de estudiar a sujetos desde 5 años de edad hasta profesores universitarios, el autor señala —en relación con los conceptos de función y derivada— que existen siete categorías de obstáculos que se presentan de manera constante entre los sujetos estudiados.

Con diferentes matices, las investigaciones anteriores llegan a conclusiones similares: las estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas muestran un cierto conocimiento intuitivo sobre el concepto y la existencia de algunas dificultades cognitivas que les impiden comprenderlo de mejor manera, además del escaso dominio de los recursos matemáticos que serían estrategias efectivas de solución. Por esta razón, se dice, las estrategias que utilizan los estudiantes son una herramienta que los profesores pueden utilizar para diagnosticar o para evaluar los niveles de conocimiento. Se afirma, por otra parte, que las actividades relacionadas con la solución de problemas y con las argumentaciones que respecto de ellas realizan con sus compañeros, permite a los estudiantes mejorar la comprensión de dicho concepto.

Estudios sobre las interacciones de lo estudiantes

En una de sus variantes, los estudios sobre las estrategias de los estudiantes no sólo toman en cuenta las estrategias individuales, sino que, además, focalizan las interacciones que los estudiantes realizan entre sí en la búsqueda de la solución. En este tipo de trabajos, basados fundamentalmente en la idea de "aprendizaje colaborativo", son las interacciones las que se constituyen como objeto de estudio. Las poblaciones que se estudian en estos trabajos son, por lo general, grupos escolares, aunque también las hay que toman un pequeño número de parejas.

A partir de estas investigaciones, hemos podido saber que, cuando se pone a los estudiantes en equipo para que resuelvan problemas de cálculo, comprenden la importancia del trabajo y lo desarrollan a través de la argumentación; sin embargo, se nos dice también que sus discusiones no se consolidan como justificaciones matemáticas formales rápida ni automáticamente, por lo que se hace necesario manejarlas con cuidado (Oliveros, 1999). Los resultados de otro estudio realizado con una perspectiva similar (Arteaga y Santos, 1999) muestran que la medida en la cual los estudiantes dan sentido a la información adjudicada a las diferentes representaciones no es del tipo de interacciones realizado sino del tipo de entendimiento que han adquirido. Al analizar las interpretaciones y recursos matemáticos de los estudiantes en varios contextos, los autores señalan que, el profesor puede observar las dificultades en sus aproximaciones al problema y que los procesos que los estudiantes desarrollan para obtener un mayor entendimiento en el uso de las representaciones toma tiempo, por lo que deberá ser una meta adicional del instructor.

Otro estudio de esta misma línea (Suárez, 2000) analiza las interacciones de los estudiantes con el objetivo hacer evidente el tipo de conexiones que logran los estudiantes de bachillerato y el tipo de habilidades que desarrollan al enfrentarse a la resolución de problemas de cálculo en un ambiente que propicia el trabajo en equipo y la escritura. Los resultados del estudio —basado en un taller en el que se trabajaba en un ambiente propio para el desarrollo de habilidades intelectuales de alto nivel— nos permiten saber que el trabajo en equipo es diferente a la simple suma de los individuos ya que, más importante que lo que cada uno de los integrantes resuelve, es el conjunto de actividades que el equipo desarrolla durante su trabajo. Además, señala la autora, la elaboración de reportes sobre los procedimientos y reflexiones de los estudiantes en la resolución de problemas son elementos que contribuyen a generar relaciones entre conceptos y procedimientos. Finalmente, se afirma que la resolución de ciertos problemas promueve la aparición en los estudiantes de términos que se constituyen como un puente entre la realidad y los conceptos matemáticos.

Estudios sobre el conocimiento o la comprensión de un concepto

El estudio sobre el conocimiento matemático de los estudiantes es una de las líneas de investigación más antiguas en *educación matemática*, por esta razón es natural que en la década de los noventa, en el contexto específico del cálculo, este tipo de estudios sigue ocupando un lugar preponderante, sin embargo, una de sus características es que, los estudios de este tipo, apa-

rentemente no consideran los resultados de los trabajos realizados en la década anterior, por esta razón, se repiten y por lo general llegan a conclusiones similares, esto es, demasiado generales.

Después de los trabajos sobre las estrategias, las investigaciones sobre la comprensión o el conocimiento de un concepto conforman la categoría más numerosa entre los estudios centrados en los estudiantes.[30] En esta categoría destacan los estudios sobre el concepto de derivada. Las formas como se ha estudiado el conocimiento de los estudiantes sobre este concepto tienen que ver con la aplicación de un examen antes y después de un curso de introducción al cálculo, o bien luego de finalizar un curso ordinario de cálculo diferencial.

Esta última es la perspectiva desde la que Dolores (1998) explora las ideas que 112 estudiantes de preparatoria desarrollan acerca del concepto de derivada. El estudio —sustentado en la aplicación de un cuestionario— informa que los estudiantes tienen una escasa comprensión de la noción de variación y numerosas deficiencias acerca de la comprensión de la derivada como límite. Resultados similares se observaron en lo que respecta al lenguaje algebraico, sólo unos cuantos interrogados interpretaron consistentemente la simbología que se utiliza en la definición de derivada. Se mostraron dificultades similares sobre la interpretación geométrica de la derivada. En cambio al preguntárseles por la pendiente de las tangentes, el 37.5% de los estudiantes contestó dando el valor de la función en el punto dado. Finalmente, pudo saberse que en los cursos ordinarios de cálculo, la derivada no parece estar relacionada con los fenómenos de variación ya que sólo 8% de los estudiantes logran asociarla con la velocidad simultánea y además 74% confunde el valor de la función en el punto solicitado, con el valor de la velocidad instantánea.

Resultados semejantes aporta el estudio de Campos y Balderas (1999) quienes aplican un examen antes y después de un curso de introducción al cálculo a alumnos de preparatoria. En este estudio, al igual que en el de Dolores, lo que se constata son los insuficientes niveles de comprensión que los estudiantes adquieren luego de participar en un curso de cálculo.

Similar a los estudios anteriores es el trabajo de Torres (1997), en el que se exploran los efectos de un curso de cálculo diseñado desde la pers-

[30] De los 24 trabajos sobre cálculo, 6 se refieren al concepto de función; 7 se dedican a temáticas generales sobre el cálculo; 5 se contextualizan en el concepto de derivada; 2 centrados respectivamente en el concepto de variación y volumen máximo, y el resto tienen que ver con el concepto de continuidad e infinito.

pectiva de la resolución de problemas, aunque en éste el concepto fundamental incluido es el de razón de cambio. Las preguntas centrales que se intentaron contestar a través del estudio fueron: ¿cómo se puede aprovechar la resolución de problemas (RP) para la formación de una cultura matemática?, ¿es posible aprender matemáticas centrándose en la RP?, ¿se pueden modificar las imágenes conceptuales de los estudiantes al trabajar con la RP? Después de desarrollar un taller y recuperar información mediante diversos medios, el autor señala que el taller permitió conocer los procesos en los que suceden interacciones entre personas; en su opinión, lo esencial de estas interacciones es el sentido o significado que cada estudiante le da a éstas.

En cuanto a las dificultades de los estudiantes en el manejo del cálculo diferencial, específicamente en la relación pendiente-derivada, García (1998) afirma que la enseñanza de los conceptos del cálculo se presenta organizada de manera lineal, sin tomar en cuenta los tiempos escolares ni las etapas cognitivas de los estudiantes, en su opinión, es por ello que se hace necesario rediseñar el discurso matemático escolar, este estudio tiene como objetivo poner en evidencia la necesidad de dicho rediseño. Para lograrlo, la autora realiza un diseño experimental con alumnos de 5° semestre de vocacional y de ingeniería para obtener información acerca del conocimiento y las dificultades que tienen en el manejo del concepto de pendiente y derivada, así como del de pendiente de la recta tangente. Los resultados del estudio muestran que la comprensión del concepto de derivada no se logra debido a que el concepto de pendiente y su unicidad no es dominado todavía en estos niveles, en opinión de la autora, dicha imposibilidad deriva de la presentación (lineal) que estos conceptos tienen en la enseñanza, es decir, al suponer que los conceptos presentados con anterioridad son cabalmente comprendidos, se genera la incomprensión de los conceptos de la derivada.

En una perspectiva y concepto distintos, Solís (1993) explora mediante entrevistas clínicas en laboratorio, los conocimientos sobre la variación que tres estudiantes (6, 14 y 20 años de edad) despliegan frente a cuatro experimentos relacionados con la disipación del calor.

Los resultados del estudio muestran que la noción de variación depende del contexto donde es usado, lo que permite hablar de un espacio diferenciado que muestra que la idea de una diferencial de temperatura no llega naturalmente, como se hace ver en los programas de estudio. A decir del autor, hablando en términos de su descripción matemática, es el manejo de las ideas de variación lo que hace al fenómeno de disipación de calor más complejo que otros.

Estudios sobre los recursos para la enseñanza (uso de tecnología)

El desarrollo tecnológico actual ha generado el uso de las microcomputadoras en gran parte de las actividades cotidianas, por esta razón, uno de los objetos de estudio que ha ido cobrando importancia en *educación matemática* está relacionado con la utilización de las herramientas de la informática en educación. Las propuestas didácticas, cuyo objetivo es promover el aprendizaje a través del uso de las computadoras, son hoy un objeto que muchos investigadores están estudiando. De hecho, el uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y de aprendizaje es una temática de investigación cuya tendencia en ascenso se observa desde los años ochenta.

Con base en los resultados de las investigaciones de este tipo hemos podido conocer que, con el uso del *Cactusplot* como graficador en situaciones de cálculo, los estudiantes pudieron visualizar los conceptos tratados, lo que influyó de manera significativa en su nivel de percepción; esto, a su vez, permitió que los estudiantes evocaran y relacionaran conceptos en el momento necesario; además, les permitió también alcanzar niveles de abstracción y generalización que otros alumnos no obtuvieron (Balderas, 1993). Similares resultados se observaron cuando los estudiantes utilizaron el *Cabri-Geometre* en la exploración de las propiedades de la gráfica de una variación (función) lineal y su relación con expresiones algebraicas, en este caso se observó que la utilización del *software* permitió que la interacción entre los estudiantes y el concepto se diera con mayor profundidad, lo que se reflejó en mejores niveles de comprensión (Tinoco, 1999).

Existen también estudios que, para probar el uso de la tecnología, toman como sujetos a estudiantes con diferentes edades, uno de ellos es el de Lara y Ursini (1999) quienes analizan las discusiones que 10 estudiantes de entre 14 y 15 años de edad realizan cuando se les pide utilizar la hoja electrónica de cálculo para encontrar el cuadrado de un número y poner etiquetas analíticas referidas a las funciones compuestas en cada columna. Otro, es el de Sacristán (1999), quien plantea a 8 personas (entre los 14 y 35 años de edad), actividades en las que utilizan micromundos de lenguaje de programación *Logo*, que le permiten indagar sus ideas de infinito. En ambos estudios, las conclusiones indican que el uso de la informática proporciona una herramienta que permite profundizar la comprensión de los conceptos puestos en juego.

Parece pertinente destacar tres puntos respecto de los trabajos sobre el uso de la tecnología, uno tiene que ver con la diversidad de objetos de estudio que se están incluyendo en ellos: las estrategias, la comprensión, las representaciones de un concepto y las interacciones de los sujetos en un

ambiente "enriquecido" parecen ser sólo algunos. El segundo está relacionado con la naturaleza de las conclusiones a las que llegan, las visiones optimistas sobre el uso de este tipo de herramientas parece ser la constante en estos estudios. Como es de suponerse, las investigaciones de esta índole irán en aumento y, con ello, es de esperarse que el optimismo inicial encuentre sus primeras dificultades. El tercero se relaciona con una ausencia, al parecer los estudios que analicen el papel del profesor en una clase en la que se utilice la tecnología o las interacciones que se despliegan entre la computadora, el profesor y los estudiantes, son todavía tareas pendientes en esta línea de investigación.

Estudios sobre los profesores

La investigación sobre el conocimiento del profesor y su relación con la enseñanza de las matemáticas, a decir de Gómez (2001), ha pasado por tres fases. En la primera, llamada de la "enseñanza eficiente", se buscó identificar, con base en las opiniones de los alumnos, las características de los buenos profesores; de este modo, se identificaron principalmente características relacionadas con la personalidad. Al tratar de validar estos resultados con el rendimiento escolar de los estudiantes se inició una segunda fase en la que se buscaba relacionar las características del profesor con el aprendizaje de sus alumnos, entre otras cosas, se encontró que el conocimiento matemático del profesor no es un buen indicador del aprendizaje de sus alumnos. En la tercera fase, llamada "del pensamiento del profesor", orientada fundamentalmente por la teoría de los constructos personales de Kelly (en Pope, 1998), se partía del supuesto de que, lo que el profesor hace en el aula depende de lo que él sabe y piensa. En ésta, la reflexión se libera entonces de las ideas que enfatizaban el conocimiento puramente matemático junto con el conocimiento de algunos aspectos generales de pedagogía.

Tomando en consideración las fases anteriores, los estudios sobre el profesor que se realizaron durante los años noventa (3) en su mayoría enfatizan el conocimiento matemático de aquéllos. En ellos se muestra, por ejemplo, el escaso dominio que sobre el concepto de continuidad tienen (Rigo, 1994). También se ha señalado que respecto del área de la superficie de un líquido dentro de un recipiente (concepto de función), existen dificultades para que los profesores pasen del modo gráfico al contexto real o realicen el proceso inverso, esto se considera un indicador de que el concepto de función no es un conocimiento estable en los profesores del estudio, ya que al interaccionar con diferentes representaciones del concepto caen en contradicciones. Estas dificultades y errores son simila-

res entre profesores mexicanos y de Guatemala lo que indica que las conductas observadas pueden ser más generales que lo que la muestra permite concluir (Hitt, 1995).

Por su parte, los trabajos sobre los constructos personales o sobre el conocimiento didáctico del contenido matemático son difíciles de encontrar, el único estudio de esta índole —centrado en el concepto de función— es el de Hitt (1993, 1996, 1999) quien, después de analizar 14 cuestionarios aplicados a 30 profesores y observar los procesos que uno de esos profesores utilizaba para transmitir a sus alumnos la idea de "límite de una función", señala que la mayoría de los profesores no pudieron construir una función usando más de una regla y tampoco consideraron las funciones discontinuas, lo que, en su opinión, fue la causa de que no "rompieran la función" construyendo una función continua o discontinua con dos expresiones algebraicas. Al parecer, matemáticos como Bernoulli o Euler tenían una representación mental del concepto función relacionado sólo con funciones continuas y con expresiones analíticas (fórmula), representación que es similar a la de los profesores estudiados y que se hace evidente cuando se enfrentan a una tarea compleja, momento en el que hay una organización del conocimiento y, posiblemente, en el que la mayoría de las ideas intuitivas u obstáculos emergen produciendo una respuesta correcta o incorrecta. Respecto de los procesos de transmisión del concepto, el autor señala que son las dificultades en la comprensión las que determinan los procesos de transmisión que desarrollan los profesores y, lo que es más, las características del proceso de transmisión se constituyen como obstáculos de tipo epistemológico para los estudiantes.

Estudios sobre el saber

Los trabajos de esta categoría[31] intentan, a través del análisis de la historia o de los fundamentos epistemológicos del contenido, hacer propuestas alternativas para el contenido escolar incluido en los programas, un estudio de este tipo es el de Muñoz y Cordero (1994) en el que se plantean ciertos elementos teóricos para analizar la simbiosis entre la noción y el algoritmo,

[31] Si se considera que un concepto matemático en particular tiene diferentes niveles de complejidad y/o profundidad, puede comprenderse que el análisis epistemológico de cierto concepto es un trabajo de investigación que puede ubicarse en diferente nivel escolar. Por esta razón se ha decidido ubicar en las investigaciones en el nivel medio superior, a ciertos trabajos teóricos que por su naturaleza pueden encontrarse también reportados en otros niveles.

esto es, entre los procesos de abstracción y de aplicación. Para estos autores, la resolución de cada problema de cálculo requiere de ciertos componentes: *1)* los procesos de abstracción; *2)* los modelos matemáticos; *3)* el lenguaje simbólico; y *4)* las teorías que proveen de teoremas, conceptos y algoritmos. El problema, señalan, es que la enseñanza del cálculo generalmente se focaliza en los componentes 2 y 3 dejando de lado los otros que son fundamentales.

También en relación con el lenguaje simbólico, Alarcón (1998) revisa las diversas notaciones del cálculo diferencial así como algunas de sus implicaciones para la enseñanza. Particularmente, intenta mostrar que, más allá de las razones históricas que pueden motivarla, o de las dificultades para ponerse de acuerdo entre una notación intuitiva pero vaga y otra precisa, la persistencia de la notación diferencial, y en general el polimorfismo de las notaciones para la derivada, favorecen el tránsito entre distintas formas de representación matemática, al mismo tiempo que responden a las diversas necesidades discursivas del cálculo y a las de expresión de un desarrollo matemático. Interesado principalmente en las notaciones que acompañan la introducción de la derivada en los primeros capítulos de un curso elemental de cálculo, el autor se centra en el cociente diferencial de Leibniz y la f' de Lagrange.

Después de su análisis, señala que, si bien desde el punto de vista estricto del desarrollo matemático de una teoría las notaciones f y f' para una función y su derivada son suficientes y no haría falta recurrir a la notación diferencial de Leibniz, en la enseñanza elemental del cálculo diferencial e integral, ambas parecen indispensables, por lo que difícilmente puede prescindirse de alguna de ellas ya que no están igualmente adaptadas a las distintas necesidades operatorias, discursivas y de expresión de un desarrollo matemático. En su opinión, la notación de Leibniz favorece los tratamientos tipo cálculo algebraico así como el tránsito entre las representaciones figurales o gráficas de una situación y las llamadas aplicaciones elementales del cálculo diferencial e integral. Las notaciones funcionales, por su parte, permiten referirse en forma general a los nuevos objetos del cálculo (las funciones), primero como fórmulas o expresiones de cálculo en x y, más adelante, como una correspondencia entre dos conjuntos de valores. No obstante la conveniencia de disponer de una notación *intuitiva* y de otra precisa, señala el autor, no existe una enseñanza diseñada para obtener ventajas de su utilización simultánea.

Otro estudio de naturaleza teórica es el de Imaz (1996) quien pretende, mediante el análisis del cálculo, modificar la concepción teórica presente en los programas de estudio para que, la presentación del tema en estos pro-

gramas se ajuste más a las intuiciones aparentemente más desarrolladas en los estudiantes y a aquellas que requieran del uso del cálculo en otras áreas del conocimiento. También, relacionando el cálculo y otras áreas de conocimiento, se sitúa el estudio de Riestra (1998) que analiza el papel que *las cantidades relativas* juegan en la aritmética, la geometría y el cálculo diferencial, particularmente, el propósito del autor es, a partir de la explicación de varios ejemplos, mostrar cómo el concepto de cantidad relativa participa de manera importante en muchas nociones fundamentales.

Álgebra

En el inicio de los años setenta surgió uno de los primeros enfoques que sistematiza los hechos didácticos, se trata del *programa cognitivo* —llamado así por Gascón, *et al.* (2001)—. Esta perspectiva, cuyo referente fue la psicología genética de Piaget, giraba inicialmente en torno de la noción de "aprendizaje significativo" de Ausubel y su principal objeto de investigación era *el conocimiento matemático del alumno y su evolución*. Aunque las corrientes dentro del *programa cognitivo* fueron múltiples y diversas, Gascón distingue principalmente dos: las conceptualistas primitivas y las psicolingüísticas. Las primeras identificaban al álgebra escolar con un sistema de conceptos, mientras que las segundas incluían también la dimensión lingüística del álgebra escolar. Muchas de las investigaciones que se realizaron desde la perspectiva conceptualista, partían del estudio empírico de los errores de los alumnos al pasar de la aritmética al álgebra y de las dificultades para lograr ese tránsito. Por su parte, las perspectivas lingüísticas pusieron el énfasis en la disociación semántica/sintaxis relativa a los conceptos y a los métodos, aunque posteriormente estudiaron las posibilidades que tiene el alumno para "dar sentido a los conceptos" y los métodos que utiliza para desarrollar la actividad.

Una de las principales dificultades del programa cognitivo, a decir de Gascón, es que no tomaba en cuenta la reconstrucción escolar de las matemáticas y, al respecto, se descubrió que muchos de los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas sólo pueden abordarse científicamente si se tienen en cuenta los fenómenos de *transposición didáctica*, que no pueden separarse de los relativos a la producción y utilización de las matemáticas. Con estos descubrimientos surge lo que en un inicio se denominó *enfoque antropológico en didáctica de las matemáticas,* en el que la actividad matemática escolar se integró en la problemática más amplia de las actividades matemáticas institucionales que pasaron a constituirse como el nuevo y más extenso objeto primario de la investigación didáctica.

Si se tomara en cuenta solamente la clasificación anterior, podría decirse que durante la década de los noventa, la investigación sobre el álgebra escolar que se realizó en México se basó en la perspectiva conceptualista del programa cognitivo, lo que generó conocimiento principalmente sobre las conceptualizaciones de los alumnos acerca de ciertos conceptos del álgebra, y de los errores y las dificultades que tenían para manejar el lenguaje algebraico. También atendiendo sólo a esta clasificación, puede decirse que, a pesar de la emergencia del enfoque antropológico, los trabajos que se realizaron en la década que se reseña, mayoritariamente siguen realizándose desde las perspectivas del programa cognitivo.

Aproximaciones y poblaciones elegidas

De las 61 investigaciones revisadas en el nivel, 12 corresponden a la didáctica del álgebra; en éstas, los autores privilegian la aplicación de cuestionarios, en algunos casos las respuestas de los cuestionarios tienen un tratamiento cuantitativo y en otros, mediante un cruzamiento entre la información obtenida de los cuestionarios y de la entrevista clínica (2), se realizan interpretaciones cualitativas que describen el desarrollo de los procesos de comprensión de los conceptos algebraicos. Generalmente, los investigadores arriban a sus conclusiones después de análisis de tipo cualitativo; sólo dos trabajos presentan análisis de tipo cuantitativo (en uno se combinan ambos tipos de análisis), y sólo existe un estudio en el que se propone un modelo teórico para el análisis de la comprensión del lenguaje algebraico.

Estudios centrados en los estudiantes

Como se mencionó, sólo dos estudios de esta categoría utilizan técnicas estadísticas para construir sus conclusiones. Derivado de éstas hemos podido saber que, frente a un cuestionario que busca evaluar la competencia en el uso del lenguaje algebraico, la calificación promedio de 294 estudiantes de preparatoria que participaban en cursos de geometría y trigonometría, fue de 3.8 en un intervalo de 0 a 10; la máxima calificación obtenida (8.5) fue alcanzada sólo por 1 de cada 50 alumnos y solamente 3 de cada 20 obtuvieron una calificación mayor de 6 (Vega, 1995). Estos resultados, señala el autor, demuestran la falta de competencia en el uso del lenguaje algebraico; lo que, en su opinión, podría ser el efecto de que los conocimientos y las habilidades obtenidos por los alumnos en su trayectoria por la escuela secundaria y en el primer año de bachillerato (niveles en los que el ambiente

escolarizado no prepara a los estudiantes para ser usuarios competentes del lenguaje algebraico), son los que definitivamente influyen en el bajo nivel de competencia algebraica que los estudiantes mostraron en el estudio.

En este mismo contexto —el del lenguaje algebraico— Filloy y Rubio (1993) observan las actividades de los alumnos en clase y, como resultado de esto, los clasifican según tres áreas de competencia: aritmética, pre-algebraica, sintáctica y semántica. Después de observar en detalle los alcances logrados durante el ciclo escolar, los autores concluyen que existe una tendencia cognitiva en una gran parte de la población en estudio que se caracteriza por atribuir significado a las representaciones algebraicas cuando se encuentran inmersos en dinámicas de soluciones numéricas. Resultados similares obtienen Castillo y Gallardo (1996), quienes al observar en estudiantes preuniversitarios las formas en que coexisten los lenguajes químico y algebraico en actividades de resolución de problemas, obtienen resultados que les permiten advertir un predominio de las reglas de la sintaxis algebraica sobre las expresiones simbólicas, cuyas fuentes de significados se encuentran en la química.

Otro trabajo que analiza las dificultades en el manejo del lenguaje algebraico es el de Benítez (1999); esta autora, después de aplicar un cuestionario con preguntas que requerían conversiones entre gráficas, tabulaciones y expresiones algebraicas a 55 estudiantes de preparatoria que tomaban cursos de geometría y trigonometría, encuentra que el 38.5% de los participantes realizaron un tratamiento gráfico a través de la selección de puntos individuales, este grupo fue capaz de identificar secuencias numéricas dentro de una tabla, las cuales, identificaban a la curva, pero no fueron capaces de desarrollar ninguna expresión algebraica. Alternativamente, el 61.3% de los participantes propuso expresiones algebraicas después de haber analizado los valores numéricos de la tabla y de trabajar con procedimientos algebraicos para llegar a identificar el modelo que generalizaba el comportamiento algebraico. Por su parte, Hoyos (1998), selecciona tres casos de estudio para explorar la interrelación entre las representaciones (gráfica y algebraica) de la variación de un punto a lo largo de una trayectoria rectilínea y el estado de desarrollo de la sintaxis algebraica. Sus resultados dan cuenta del camino que sigue un pensamiento algebraico fincado en los procedimientos algebraicos básicos (como la resolución algorítmica de ecuaciones) hacia el desarrollo de un pensamiento analítico que usa el álgebra para describir objetos geométricos como la línea recta.

No obstante los resultados expuestos, las dificultades en el manejo del lenguaje algebraico aparentemente no son solamente un problema de los estudiantes mexicanos, un estudio que da cuenta de ello es el de Mochón y

Rojano *et al.* (1996), quienes investigan el papel mediador de las hojas de cálculo para expresar y resolver problemas de modelación en biología, química y física; estos autores exploran las prácticas matemáticas escolares de los estudiantes de ciencias de 16 a 18 años de edad y las influencias culturales basadas en prácticas matemáticas escolares en México y el Reino Unido. Los resultados del estudio muestran que, mientras que podría haber algunos obstáculos invariantes para el aprendizaje de las matemáticas que van más allá de la cultura, hay también muchas maneras en las que la cultura matemática escolar determina las formas en las que los estudiantes atacan los problemas de álgebra y de modelación matemática; en este sentido, señalan los autores, el historial escolar personal del estudiante, que es influido por la cultura escolar, aparece como uno de los factores que más influyen en la forma de trabajar de un estudiante, en su elección de recursos de estructuración y en su elección de representaciones externas.

Las dificultades detectadas en el aprendizaje del álgebra han dado pie a explorar las posibilidades de la función de graficación de las nuevas calculadoras como herramienta que favorezca su comprensión. Sánchez (1998), después de observar las actividades de un taller de matemáticas diseñado para que un grupo de estudiantes de bachillerato utilizara la calculadora gráfica TI-85 en la solución de tareas de factorización, encuentra evidencias de que los estudiantes no hacen las conexiones matemáticas pertinentes entre los conceptos examinados y las conexiones elementales que debieran dar cuenta de niveles de comprensión aceptables. Con base en tales resultados, se diseñó y desarrolló un taller con la calculadora gráfica cuyo propósito era superar las deficiencias percibidas.

También centrado en las tareas que desarrollan los estudiantes con la computadora, Sosa (1999) ha ofrecido resultados señalando que el uso inteligente de un paquete computacional permite conducir al estudiante, mediante actividades de exploración, hacia la comprensión de lo que sucede en las expansiones decimales de números racionales e irracionales.

Entre los estudios centrados en los estudiantes, destaca el de Trigueros y Ursini (1999) ya que su objeto de estudio no es el lenguaje algebraico en general sino un concepto específico, el de variable. Estas autoras exploran la manera en que se desarrolla la comprensión del concepto de variable a través de la escolaridad. Los resultados obtenidos por estas investigadoras muestran que las concepciones de los estudiantes acerca de la variable no mejoran sustancialmente por más cursos de álgebra que se tomen, al parecer las prácticas actuales sobre la enseñanza del álgebra, en lugar de promover una comprensión profunda de la variable, obstruyen el desarrollo de ideas algebraicas intuitivas. Posteriormente estas, autoras (Trigueros

y Ursini, 2001) diseñaron, con base en el análisis de las estrategias que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas relativos al uso de la variable, un modelo teórico llamado 3UV (tres usos de la variable) que involucra un tratamiento de la variable en los tres principales usos que se le da en el álgebra elemental: desconocimiento específico (como incógnita), número general y relación entre variables.

Finalmente, un estudio centrado en estudiantes y profesores es el de Trujillo (1995), quien aplica un cuestionario a profesores y estudiantes del nivel medio superior para analizar las concepciones que tienen respecto del uso aritmético y la utilización funcional de los logaritmos. De acuerdo con Trujillo, en los programas de estudio se plantea el uso del logaritmo como función, se le deriva e integra sin considerar su construcción algebraica o geométrica. Acerca de las concepciones de los sujetos de estudio, esta investigación muestra que ninguno de ellos pudo advertir que las progresiones que les fueron planteadas se podrían completar al efectuar una interpolación entre sus términos por lo que, en opinión del autor, es necesario incluir en los programas un estudio aritmético de las progresiones, con el fin de que permita a los estudiantes establecer las relaciones que el concepto de *función logaritmo* requiere.

Estudios centrados en el profesor

Lo destacable en este tipo de estudios, toda vez que los trabajos sobre los estudiantes muestran bajos niveles de competencia en el manejo del lenguaje algebraico, es el escaso número de investigaciones sobre las prácticas y concepciones de los profesores. El único trabajo encontrado es el de Hernández (2001) quien estudia los mecanismos de enseñanza del álgebra en el bachillerato. Los resultados del estudio nos permiten conocer que el profesor, regularmente, actúa como si tuviese la exclusiva del conocimiento, lo que deriva en la existencia de una sola vía de aprendizaje: la presentación de los conceptos, la explicación de los pasos por seguir para resolver los ejercicios y la realización de los mismos. Por otra parte y respecto de los mecanismos de aprendizaje, se pudo apreciar que, por lo general, la mayoría de los alumnos escucha al profesor, toma algunos apuntes y ejercita operaciones cuando el profesor se los solicita, esto es, la mayoría de los alumnos desarrollan actividades que se centran en la repetición de aquello que dice y hace el profesor. En opinión de la autora, esto genera una actitud de pasividad en los estudiantes, asimismo la actitud del profesor frente a los alumnos influye en la motivación y disposición que puede ejercer. Otra de las conclusiones señala que el aprendizaje es visto por los profeso-

res como un resultado de la "práctica", esto significa que, para muchos profesores, repetir o realizar los ejercicios es una acción que basta para comprender y utilizar posteriormente las matemáticas.

Razonamiento matemático, concepciones y actitudes

El razonamiento matemático fue una línea de investigación que buscó —sin éxito— consolidarse en México al final de la década de los ochenta. Aunque en el ámbito internacional los trabajos de esta línea se ubicaron exclusivamente en el estudio del razonamiento lógico, en México se incluyeron otras temáticas como los procesos heurísticos, el modelaje matemático y el lenguaje. Los estudios sobre procesos heurísticos o estrategias de resolución de problemas y aquellos centrados en la demostración matemática pertenecen a esta vertiente, sin embargo, para efectos de clasificación, se han incorporado en este apartado los estudios sobre las concepciones, las creencias y las actitudes, la razón es que, sin compartir la idea fundamental que da cuerpo a la línea de razonamiento matemático, tienen en común con los trabajos propios de esta línea la preocupación por aspectos genéricos de la matemática, esto es, las temáticas que en ellos se estudian no se corresponden particularmente con un contenido matemático en especial.

A diferencia de la década de los ochenta, en la que sólo se reportan cuatro estudios sobre el razonamiento matemático (uno sobre la formalización del conocimiento matemático y tres más sobre los errores de los estudiantes), en ésta, la producción conceptual se ha incrementado. De las 61 investigaciones revisadas, 10 están orientadas al estudio de las temáticas incluidas en este apartado.

Aproximaciones y poblaciones elegidas

Por la naturaleza de la temáticas abordadas, la mayoría de trabajos (análisis de estrategias) son aproximaciones basadas en análisis cualitativos de las heurísticas desplegadas por los estudiantes; en estos casos, la recolección de datos sigue dos vertientes: las estrategias "con lápiz y papel" y las verbalizadas, sin embargo hay también estudios basados en la aplicación de cuestionarios o entrevistas y otras, en las que se combinan estos recursos con la observación de clases comunes. Sobre las poblaciones elegidas lo que se observa es que los estudios centrados en los estudiantes destacan por su número (7) mientras que 3 están centrados en los profesores.

Estudios centrados en los estudiantes

Uno de los estudios de principio de la década está orientado hacia la exploración de las actitudes de los estudiantes respecto de las matemáticas y de la relación que éstas tienen con las características de los profesores. En dicho trabajo, desarrollado por Eudave (1994), se analizan —sobre la base del coeficiente de contingencia— las relaciones entre las actitudes hacia las matemáticas de 541 estudiantes de diversos bachilleratos y la relación que éstas tienen con las características de los profesores. Los resultados del estudio muestran que más de la mitad de la muestra presenta actitudes favorables, es decir, les gustan, agradan y divierten las matemáticas, pero menos de la mitad de la muestra está de acuerdo en la manera como se les enseñan. No obstante estos resultados, los estudiantes reconocen la importancia de las matemáticas, y que les gustan, pero no les agradaría estudiar en el futuro una carrera en la que se incluyera dicha disciplina. Por otra parte, el estudio muestra también que hay poca relación entre las actitudes de los estudiantes y las características de los profesores.

Otra línea de investigación en esta categoría lo constituyen los estudios sobre las estrategias que los estudiantes utilizan en la resolución de problemas. A partir de estos estudios hemos podido saber que si se enfrenta a los estudiantes con problemas no rutinarios, las tareas matemáticas en las que pueden utilizar diversas ideas matemáticas les permiten, en algunos momentos, interesarse en explorar varias maneras de solución y, además, en la medida que los maestros valoran estas tareas, los estudiantes las aceptan como parte de su experiencia matemática (Santos y Sánchez, 1995). No obstante, el carácter de estos resultados no es general, ya que, comúnmente, los resultado son menos optimistas, ese es el caso del estudio de Bazán y Chalini (1995) quienes al explorar el desempeño de 1,080 estudiantes de reciente ingreso al bachillerato, con relación a la resolución de problemas, encuentran que el desempeño de los estudiantes es poco satisfactorio, menos del 20% dieron respuestas correctas a más de la mitad de los problemas típicos planteados y menos de 9% presentaron un procedimiento de resolución aceptable. Por otra parte, las estrategias dominantes para la resolución de los problemas fueron aquéllas en las que se emplearon recursos gráficos y aritméticos, incluso en problemas algebraicos típicos de los cursos del nivel medio básico.

Ahora bien, las dificultades que experimentan los estudiantes al resolver estos problemas, aparentemente no son un fenómeno exclusivo de los estudiantes mexicanos, ya que cuando estudiantes de escuelas públicas de la provincia de British Columbia, Canadá, interaccionaron con problemas que presentaban varios métodos de solución, experimentaron dificultades

al tratar de resolverlos; sin embargo, pudo verse que, cuando reciben cierta ayuda y explícitamente se les pide pensar en otras formas de solución, generalmente responden y muestran avances significativos en la resolución (Santos, 1996).

Sin embargo, la valoración que los maestros hacen de las actividades de los estudiantes o la ayuda explícita que les brindan no son los únicos elementos que favorecen la construcción de estrategias adecuadas de resolución de problemas, ya que ha podido observarse que, cuando los estudiantes utilizan un *software* dinámico y el instructor los anima para que planteen sus propias tareas y problemas, la identificación de las representaciones y la exploración de diversos comportamientos de relaciones matemáticas mejoran notablemente. El trabajo con el *software* muestra también diferentes cualidades matemáticas de los estudiantes que les permiten explorar sus alcances y limitaciones con este tipo de tareas (Moreno y Santos, 2001). Otro factor determinante para lograr estos efectos es la modelización matemática, como lo muestra el estudio de Carrión y Arrieta (1998), cuando los estudiantes de secundaria y preparatoria realizan tareas de modelización matemática (basada en la elasticidad de un resorte) relacionadas con la comprensión de la linealidad de dos variables, se presentan resultados favorables respecto de dicha comprensión. Entre los resultados que dan cuenta de ello puede mencionarse que, antes de trabajar la situación de modelización, un error que todos los estudiantes cometieron fue aplicar la regla de tres directa, aun cuando la información de una tabla de datos no indicaba un comportamiento lineal. Sin embargo, después de la práctica de modelización, un número cercano al total de estudiantes pudieron identificar cuando una tabla de datos representaba una relación lineal entre variables, y aplicaron en esos casos la regla de tres de manera correcta a la vez que, una gran mayoría pudo establecer la fórmula que correspondía a la tabla. Lo más sobresaliente de esta experimentación es que ningún estudiante pudo modelar un fenómeno lineal antes de la práctica y más de la mitad de ellos fue capaz de hacerlo después de la misma.

Finalmente entre los estudios de este tipo destaca el de Estrada (2000) puesto que su objetivo no es analizar las estrategias o las dificultades que los estudiantes tienen al enfrentar un problema, sino esclarecer los aspectos cognitivos involucrados en la actividad de formulación o reformulación de problemas. Su tesis principal asume que la formulación de problemas es una especie de medio para promover ciertos rasgos del pensamiento, compatibles con la práctica de las matemáticas y también un recurso para su aprendizaje. Para demostrar dicha tesis se observaron las clases "comunes" de un "ambiente natural". Basado en los resultados del estudio el autor seña-

la que debe ponerse mayor atención a la historia que sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas traen los estudiantes, ya que éstos tienen la idea de que se aprende más cuando el profesor formula las preguntas y los problemas, y a ellos sólo les corresponde resolverlos; también se menciona que es necesario dar mayor énfasis a la generación de problemas por parte de los alumnos, ya que éstos pueden tomarse como base para la discusión en el aula con el fin de que los estudiantes aprendan a evaluarlos.

Estudios centrados en el profesor

Dentro de esta categoría identificamos dos estudios con un punto en común, ambos exploran la manera en que los profesores piensan sobre ciertas propuestas en las que la demostración se incluye entre las tareas matemáticas escolares. En uno de ellos, Acuña (1996) presenta a los profesores una propuesta didáctica que vincula el razonamiento deductivo no formal, que generalmente se apoya en las estructuras de constatación y validación empíricas del estudiante, con un razonamiento deductivo, en el que la validación es, necesariamente, la demostración. Los resultados muestran una actitud positiva de los profesores respecto de la utilización de estrategias que involucran pruebas empíricas e intelectuales.

La visión optimista del anterior estudio contrasta con los resultados que obtienen Santos y Mancera (2001). Estos autores documentan las concepciones de seis maestros de matemáticas de secundaria y bachillerato considerados con un "nivel alto de involucración" respecto de la utilización de problemas en la enseñanza de las matemáticas. En los resultados del estudio, se puede ver que todos los sujetos definen el problema como una actividad que debe "sorprender" y que por ello es interesante para el estudiante, o bien tiene la posibilidad de convertirse en un reto o en algo que despierte curiosidad. Los profesores cuestionados coincidieron ampliamente en la necesidad de que el problema planteado a los estudiantes no se resuelva de manera inmediata, pero que esté al alcance, que se entienda y sea posible de abordar, aunque también pudo observarse que los profesores hacen escasa referencia a la definición o creación de problemas por parte de los alumnos. Otros resultados muestran que los docentes que se pueden catalogar de "menos preparados" (en el sentido de poseer poca experiencia frente a grupo), presentan una tendencia a plantear problemas en los que el proceso de resolución es un algoritmo; también se encontró que son los "menos preparados" quienes tienen con más frecuencia a su cargo la capacitación de maestros, por lo que tratan de conciliar su actividad atendiendo a situaciones administrativas. Pero lo que más llamó la

atención, fue que los profesores entrevistados realizan sus actividades docentes con metodologías de enseñanza tradicionales y simulan cierta innovación estableciendo discusiones entre los alumnos después de resolver problemas en un tiempo predeterminado. Por otra parte, la poca importancia que los sujetos dan a los contenidos formales de la matemática y el aparente desdén hacia éstos, contrasta con opiniones como la siguiente: "para enseñar matemáticas hay que saber matemáticas". Los maestros considerados en este estudio, señalan los autores, no se preocupan por las matemáticas como contenidos disciplinarios, sólo enfatizan las posibilidades formativas de la actividad matemática y las habilidades que se pueden lograr con su enseñanza, y consideran que el contenido matemático es solamente un medio para formar a los estudiantes.

Un estudio con objetivos y resultados similares es el de Guzmán (2001) quien analiza el perfil, las concepciones y las prácticas de profesores de matemáticas de un centro de estudios de bachillerato tecnológico. Luego de la aplicación de cuestionarios a estudiantes y profesores y de realizar una entrevista a profundidad con estos últimos, se nos hace saber que por lo general, las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza que tienen los profesores, están basadas en su práctica educativa y en su "formación incidental" (conformada por experiencias anteriores, intuiciones y creencias), lo que propicia la acumulación de información además de privilegiar la memorización y la mecanización. Respecto de la práctica de los profesores, los resultados indican que la "formación incidental" tiene un mayor peso en la forma de impartir la asignatura que los cursos de actualización y capacitación que los profesores han recibido, esto puede percibirse, señala la autora, en las contradicciones que alumnos y profesores manifiestan cuando se les interroga sobre las prácticas de enseñanza que se llevan a cabo.

Geometría

En el análisis de las investigaciones realizadas durante los años ochenta, sólo se reportan dos trabajos[32] sobre geometría, ambos son propuestas de

[32] Cabe señalarse que en el análisis citado, los trabajos sobre geometría pueden encontrarse tanto en los dedicados a esta rama de la matemática, como en los referidos al uso de la microcomputadora, los cuatro trabajos que aquí se mencionan corresponden a la primera de las categorías. Por la naturaleza de sus estructura, es difícil precisar los trabajos relacionados con la geometría que se aluden en la segunda de las categorías mencionadas.

actividades para el desarrollo de ciertas habilidades como la demostración. La casi total ausencia de estudios en esta línea en la década pasada se explicó en razón de los cambios del papel de la geometría en el currículo escolar. En el inicio de la década de los noventa, muchas instituciones incorporaban nuevamente la geometría sintética después de que las "matemáticas modernas" la habían prácticamente desaparecido de las escuelas durante los setenta. Con la emergencia de la geometría sintética, se esperaba que el número de estudios sobre su enseñanza y aprendizaje se incrementara, lo que al parecer sucedió, aunque con limitaciones, ya que en la revisión que aquí se presenta se han encontrado nueve investigaciones que giran en torno de esta temática.

Aproximaciones y poblaciones elegidas

Una característica importante es que de los nueve estudios revisados, casi la totalidad (7), están centrados en los estudiantes. Otro rasgo interesante es que cuatro de los nueve estudios tratan sobre la incorporación de las herramientas de la informática en la enseñanza de la geometría. Respecto de las aproximaciones metodológicas, puede decirse que lo dominante son los análisis cualitativos y, en contraste con la investigación en otras disciplinas matemáticas, el predominio del cuestionario como instrumento para la recolección de datos no es un rasgo distintivo en esta línea; por otra parte, la forma más recurrente de recolectar datos en los estudios sobre la geometría es la observación de las tareas y las actividades que realizan los estudiantes durante una clase en la que se les pide que utilicen una herramienta informática, aunque también hay investigaciones (2) que analizan los datos utilizando técnicas propias de la perspectiva cuantitativa.

Estudios sobre las estrategias cognitivas

Como se mencionó, la mayoría de trabajos en esta línea exploran las tareas que los estudiantes realizan mediante la utilización de alguna herramienta informática; sin embargo, en este apartado se analizarán aquellos que estudiaron las estrategias cognitivas de los estudiantes sin la utilización de dichas herramientas. Un hecho destacable es que, en su totalidad, los trabajos analizados en este apartado fueron realizados por la misma investigadora.

En uno de los trabajos, Acuña (1999) exploró la construcción de conceptos relativos a la relación de orden entre los puntos del plano cartesiano. Entre los resultados puede destacarse que, cuando se les pidió a los alumnos que marcaran un punto con la misma ordenada pero abscisa mayor, los

estudiantes utilizaron el orden entre dos diferentes puntos del plano de dos maneras diferentes: *a)* no identifican ningún signo positivo en el sentido del valor absoluto; y *b)* no piensan en puntos dentro de un espacio bidimensional, solamente reconocen el sentido positivo en la recta real. También Acuña (1998), en un estudio sobre la ubicación espacial en el plano cartesiano, encuentra que, cuando los estudiantes identifican los ejes coordenados, la *positividad* o el intercambio de los ejes, no les representa ningún problema; sin embargo, las tareas se les complican cuando se incluyen indicaciones sobre la ubicación de: la ordenada, la abscisa, los puntos de intersección, los puntos que corresponden a la zona sombreada, la recta que pasa por los puntos y los que están sobre esta recta.

En otro estudio, Acuña (2001) propuso a 206 estudiantes (distribuidos en tres muestras de diferentes instituciones), la construcción de una recta de abscisas positivas, y se utilizó una clasificación semiótica de variables visuales y categoriales para detectar en las respuestas los aspectos relevantes y no relevantes de la tarea. Los análisis sugieren que algunos estudiantes tienen una "concepción unidimensional" sobre el plano euclidiano, es decir, consideran solamente la variación en una de las coordenadas y, esta concepción, tal parece, coexiste con la graficación punto a punto, ya que toman al eje "*y"* como un elemento que ancla su atención y corta al eje *"x"* dejando de un lado a los números negativos y del otro a los positivos. También pudo saberse, con base en este estudio, que los estudiantes utilizan frecuentemente una parte de la gráfica de la recta (la parte *y=x)* pensando en la recta completa.

En esta misma línea, Acuña (2001b) analiza las variables de los registros gráfico y algebraico involucradas en las tareas de conversión entre gráficas y ecuaciones (que no son utilizadas en este estudio desde el punto de vista funcional sino como la descripción de un *lugar geométrico*) a través de la descripción de semiplanos, para hacernos saber que la numerabilidad y la positividad, así como la lectura de la pareja, no son los únicos elementos presentes en la solución de las tareas de identificación y localización de puntos, sino que está presente también una interpretación de la relación *gestalt* que permite orientar la posición de los puntos. Otro de los hallazgos es que algunos estudiantes tienen dificultades para desarrollar una orientación exacta que considere a la positividad y la numerabilidad fuera de los casos de punteo, esto se debe, en opinión de la autora, a que su concepción de la relación *gestalt* es incompleta; por esta razón, los estudiantes no usan el punteo para indagar o corroborar las condiciones generales de los puntos en determinadas zonas, difícilmente los ven como elementos asociados por indicaciones generales, por lo que los semiplanos de estas tareas no

pueden ser vistos por la mayoría de los estudiantes como lugares geométricos. El proceso de decodificación puntual (pareja-punto y punto-pareja) también se ve obstaculizado, debido a que no se reconoce su utilidad al margen del punteo. También se afirma que los estudiantes no cuentan con códigos para identificar las variables visuales (relacionadas con las categoriales) que les permiten interpretar adecuadamente una conversión, razón por la que muchos de ellos no tienen posibilidades de hacer una graficación que involucre la descripción de lugares geométricos.

Estudios sobre la experimentación de software

La utilización de *software* como apoyo para el aprendizaje, es una de las propuestas con resultados de mayor optimismo en la enseñanza de las matemáticas de este nivel; la confianza en los resultados obtenidos con la inclusión de esta herramienta es una constante que no reconoce diferencias entre las distintas disciplinas (geometría, álgebra, cálculo, etc.) en las que se le ha utilizado; sin embargo, esta preeminencia parece enfatizarse con más fuerza en la enseñanza de la geometría.

En el contexto de la línea recta, este tipo de estudios nos ha permitido saber que cuando en dos grupos se desarrollan diferentes propuestas para la enseñanza, en uno (control) siguiendo lo que los mismos autores denominan "los tradicionales métodos de enseñanza" y en otro utilizando un laboratorio de cómputo con el *software* LIREC[33] (un sistema tutorial inteligente), la enseñanza basada en el *software* LIREC es más eficiente que la enseñanza tradicional (Moreno, 1999).

Otro estudio que también muestra resultados favorables con el uso de la tecnología, es el de Mercado y Sánchez (2000), quienes trabajaron con estudiantes que cursaban el segundo grado de bachillerato. Las sesiones se diseñaron para que los estudiantes descubrieran, mediante el uso del *software Cabri-Geometre*, hechos geométricos relacionados con el triángulo y sus medianas. La tarea consistió, además, en formular por escrito las conjeturas que los estudiantes fueran estableciendo, para lo cual necesitaron medir longitudes de varios objetos y detectar los invariantes que les permitieron elaborar sus conjeturas. Finalmente, se pidió a los alumnos que "construyeran una prueba" de sus resultados. Las conclusiones indican diferentes niveles de desempeño en la escritura de proposiciones geométricas; los

[33] En este estudio sólo se analizan los efectos del *LIREC*, el diseño de este sistema tutorial no forma parte de las acciones de esta investigación.

autores concluyen que el *software Cabri-Geometre* proporciona un campo para la experimentación, ya que favorece el conocimiento de resultados geométricos.

Un estudio similar fue realizado por Moreno y Santillán (2000), quienes exploraron la manera en que los estudiantes "prueban" una proposición matemática dentro de ambientes computacionales. Los investigadores trabajaron con estudiantes entre 15 y 17 años de edad, proporcionándoles entrenamiento en la geometría dinámica de la calculadora TI-92. Una de las actividades diseñadas se refería al teorema del ángulo central inscrito en un círculo; el objetivo fue que los estudiantes construyeran la idea de una propiedad invariante. Los resultados de su estudio muestran que los participantes lograron tener éxito en la expresión de las ideas relevantes relativas a los invariantes, pero solamente dentro del ambiente proporcionado por la calculadora.

Finalmente y en correspondencia con los resultados favorables obtenidos en la utilización de la tecnología en la enseñanza, Moreno y Santos (2001), proponen una estrategia para la enseñanza de la geometría basada en la construcción de curvas como lugares geométricos mediante la utilización del CABRI, luego de analizar el papel de los instrumentos informáticos en la educación matemática. A decir de los autores, la utilización de este tipo de estrategias, significa utilizar los recursos estructurantes del medio para posibilitar el establecimiento de conexiones entre distintos fragmentos del conocimiento y a partir de eso producir versiones más generales de una proposición o definición, es decir, producir abstracciones en el sentido clásico del término.

Estudios centrados en el saber

En el contexto de la geometría sólo se encontró un trabajo centrado en el saber, en él Moreno (1998) explora las diferentes concepciones epistemológicas acerca del espacio geométrico. A partir del desarrollo filosófico griego iniciado por Platón (idealismo) y Aristóteles (empirismo), este autor revisa el quinto postulado de Euclides y la historia de los trabajos que para su comprensión fueron realizados durante veinte siglos y cuyo desenlace ha sido el desarrollo de las geometrías no-euclidianas. El autor presenta diferentes concepciones epistemológicas originadas del estudio del quinto postulado, entre otras: *a)* las afirmaciones de Wallis (siglo XVII) que respetan la ontología; *b)* la tematización de la estructura como objeto de estudio de Saccheri; *c)* las ideas de Kant acerca de que la cognición, aunque subordina al objeto, comienza por él; *d)* la separación del problema de la consis-

tencia con la del sistema axiomático del problema de la naturaleza del espacio físico hecha por Gauss; *e)* la afirmación de Lobachevski acerca de que los principios geométricos no se derivan exclusivamente de la razón; con independencia de los objetos materiales.

Probabilidad y estadística

El tratamiento escolar de las ideas de probabilidad permite la construcción de modelos, el desarrollo de procedimientos para calcular y estimar probabilidades así como la resolución de problemas donde interviene el azar o la incertidumbre. Tanto la probabilidad como la estadística adquieren hoy en día una relevancia en el tratamiento de la información, en la realización de predicciones y en la toma de decisiones racionales en situaciones de incertidumbre. No obstante su creciente importancia, los procesos de enseñanza y aprendizaje de estas disciplinas son una de las cuestiones que menos se han investigado en este nivel, en la revisión realizada durante la década de los ochenta, aunque no se le dedica un apartado específico a las investigaciones sobre probabilidad, uno de los datos expresados[34] da cuenta del peso específico de estos trabajos en el campo general de la investigación en *educación matemática*, se dice que, "de las aproximadamente 200 tesis de maestría del DME del CINVESTAV, sólo siete de ellas [...] abordan problemáticas sobre enseñanza de la probabilidad, es decir, el 3.5%..." (Block y Waldegg; 1995: 80).[35]

En correspondencia con las cifras de la década pasada, en esta revisión también se encuentra un número pequeño de investigaciones (6) cuya temática se ubica en la probabilidad o la estadística. Como es de suponerse por el escaso número de estudios, cualquier categorización de los trabajos encontrados representaría un ejercicio de clasificación artificial, por esa razón en este apartado hemos decidido destacar los aportes de cada uno de los trabajos sin agruparlos por categorías. Tomando en cuenta el escaso número de trabajos, podrá comprenderse que, en un balance sintético, lo que puede ponderarse no son los resultados de los estudios existentes sino

[34] Aunque debe mencionarse que no se aclara cuántos de esos trabajos corresponden con el nivel medio superior.

[35] Las siglas DME del CINVESTAV corresponden al Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

la necesidad de investigar con mayor frecuencia, desde diferentes perspectivas y tomando a diferentes sujetos de estudio, los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística.

Estudios centrados en el estudiante

Uno de los estudios sobre probabilidad es el de Ojeda (1996), en él se analiza la comprensión alcanzada por dos muestras de estudiantes de preparatoria (149 y 106), acerca de la noción de probabilidad condicional como resultado de un cierto tipo de enseñanza, particularmente se intenta indagar si después de una enseñanza sobre la probabilidad condicional basada en dos métodos diferentes —uno llamado por la autora de enseñanza tradicional y otro en el que se privilegió el uso de diagramas de árbol y la formulación de problemas— se remontaban las dificultades para poner en juego un *razonamiento de diagnóstico* al resolver problemas que concernían al teorema de Bayes. Los resultados del estudio generan dudas respecto de cuáles preguntas sobre probabilidad de la intersección de eventos no se interpretan como interrogantes propias de la probabilidad condicional, por otra parte se pudo observar que una enseñanza de la probabilidad condicional basada en el empleo de diagramas de árbol y en el planteamiento de problemas isomorfos, favorece la promoción significativa de matematizaciones de los problemas, lo que constituye un logro importante.

También centrado en los estudiantes, el trabajo de Sánchez y Hernández (2000) se enfoca sobre los problemas que pueden ser resueltos por la fórmula $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ o por algún procedimiento equivalente. Estos investigadores diseñaron un cuestionario de 6 reactivos que podían ser resueltos utilizando la regla del producto en probabilidad o mediante el esquema combinatorio de la fórmula de probabilidad clásica. El cuestionario se aplicó a 196 estudiantes de diferentes niveles y de dos centros escolares. El problema dentro de cada reactivo se dividió en dos momentos y, para cada uno de ellos, la probabilidad podía ser calculada; la respuesta correcta era el producto de las probabilidades. A partir de los resultados pudo observarse que muchos estudiantes identificaron los dos momentos y calcularon su respectiva probabilidad; sin embargo, no todos desarrollaron el producto (la estrategia multiplicativa), hubo algunos que realizaron la adición de las probabilidades (la estrategia aditiva), y hubo también algunos otros que aparentemente elaboraron una suma incorrecta de fracciones.

Otro estudio centrado en el producto probabilístico es el de Buendía (1994), en él se exploran los razonamientos que los estudiantes despliegan

frente a problemas que involucran el producto probabilístico. Los resultados del estudio señalan que es importante que sea el alumno quien elija la manera para modelizar sus situaciones y también se advierte que la transferencia de estrategias para la aplicación del producto probabilístico es más sencilla cuando se parte de problemas de combinatoria.

Las ideas de los profesores acerca de la probabilidad

Los únicos trabajos centrados en los profesores son los de Sánchez (1996 y 1998b). El primer estudio constata las dificultades y confusiones que 88 profesores de matemáticas del nivel medio superior y superior de instituciones del interior del país y algunos adultos que habían llevado cursos de probabilidad tienen respecto del concepto de "eventos independientes". A decir del autor, una posible causa de tales confusiones es la falta de referentes adecuados para tratar con este tema.

En el segundo trabajo, Sánchez (1998b) organizó una experiencia en la que se impartió, un curso de probabilidad a 8 profesores del nivel medio superior. Durante el curso, se les recordaron conceptos elementales, incluyendo los de probabilidad condicional e independencia, después del curso se entrevistó a 4 de los 8 profesores participantes. Los resultados muestran que los profesores entrevistados cayeron en las mismas confusiones que habían sido detectadas antes del curso. La pregunta entonces fue: ¿por qué resulta tan difícil que los estudiantes comprendan y apliquen un concepto que analíticamente es muy simple? La respuesta a la que se arribó es que el concepto de "eventos independientes" es muy abstracto y surge relacionado con problemas avanzados de la matemática, mientras que la idea intuitiva de "independencia" se expresa en el concepto de experiencias independientes. De manera entonces que la fusión de ambos en la enseñanza propicia grandes confusiones.

Finalmente, entre los trabajos ubicados en esta línea, el único contextualizado en la estadística es el de Bueno y Cuevas (2001) quienes introducen una propuesta alternativa —un Sistema Tutorial Inteligente (STI)— para apoyar la enseñanza de la estadística. Siguiendo un enfoque de tipo constructivista, estos autores buscan que, a través de su interacción con el sistema, el alumno construya su conocimiento acerca del dominio que se cubre. A decir de los investigadores, el trabajo que se propone en el diseño de este modelo, conlleva una investigación en psicología cognitiva y la propuesta de una teoría didáctica en lugar de tratar de establecer una teoría del conocimiento, como los sistemas tradicionales intentan al proponer un modelo de estudiante.

Balance y perspectivas

Siguiendo con la tendencia que se presentaba desde los años ochenta y no obstante el aumento de estudios en áreas como el álgebra, la mayor parte de las investigaciones en este nivel están contextualizadas en el cálculo, razón por la que se puede suponer que en los próximos años aumentará el número de investigaciones que aborden contenidos hasta hoy poco estudiados, principalmente es deseable un incremento de trabajos en el contexto de la geometría y la probabilidad. Por su parte, y habida cuenta de la tendencia hacia la especificidad, los trabajos relacionados con el razonamiento matemático, las actitudes y las concepciones, al parecer presentan una tendencia decreciente por lo que, es posible que se presente una disminución todavía más significativa en el número de estas investigaciones en el futuro.

Respecto de las poblaciones y las aproximaciones elegidas, lo que se ha podido observar es la preeminencia de las perspectivas de tipo cualitativo; en nuestra opinión, esta tendencia irá en aumento y, al parecer, este crecimiento irá acompañado de una disminución del número de investigaciones de corte empírico cuantitativo. En este sentido, lo deseable es la constitución de un equilibrio entre el número de investigaciones que se realicen desde una u otra perspectiva, es decir, en la tarea de generar conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en este nivel, son necesarios tanto los estudios (de corte empírico cuantitativo) que analizan las regularidades en amplias muestras de estudiantes y/o profesores, como aquellos (los cualitativos) cuyo objeto de estudio precisa de una perspectiva que posibilite el análisis de los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje. Por esta razón, lo deseable es la coexistencia equilibrada de investigaciones realizadas desde diferentes perspectivas.

Por otra parte y no obstante el dominio de los estudios de corte cualitativo, lo deseable es que un cierto número de ellos se aproximen hacía posiciones más cercanas con el enfoque antropológico en didáctica de las matemáticas, en nuestra opinión, este acercamiento permitirá que los estudios de este tipo puedan documentar los fenómenos que se presentan en el seno del "sistema de enseñanza", ya sea en clases "comunes" o de naturaleza experimental. Esta aproximación se complementaría con las perspectivas ligadas a la psicología, que han documentado de manera abundante los procesos de construcción de los conceptos matemáticos tanto de alumnos como de profesores.

Otra característica de la investigación en esta década tiene que ver con las poblaciones seleccionadas, como se ha podido observar, los estudiantes

han sido los sujetos mayormente estudiados (44 de los 61 trabajos analizados están centrados en los estudiantes), las investigaciones sobre ellos, principalmente se han basado en la elección de pequeñas muestras de estudiantes de escuelas públicas del Distrito Federal. Los estudios sobre los profesores presentan características similares, los más estudiados son los que asisten a cursos de formación en el Distrito Federal. Ante esto, una de las tendencias que pueden promoverse es la diversificación de los sujetos de estudio, es decir, una tarea pendiente de la investigación en este nivel, sin desconocer las dificultades que ello implica, es incrementar las investigaciones sobre estudiantes y profesores del interior del país y sobre los de escuelas privadas. Además, es deseable también el incremento del número de investigaciones en las que se tome a ambos sujetos (profesores y estudiantes) interactuando con un contenido matemático específico.

Como se mencionó, al igual que en la década pasada, en ésta los sujetos que más han sido estudiados son los alumnos y, aunque en los trabajos de este tipo se estudia a los sujetos fundamentalmente en el contexto escolar, no toman en cuenta las interacciones que tienen lugar en el seno del sistema de enseñanza; es decir, aunque la recuperación de los datos (estrategias, interacciones o niveles de conocimiento) tenga que ver con acciones metodológicas realizadas en el aula, en general, se realizan sin explorar las relaciones entre el maestro, el contenido y el estudiante. Esto significa que la enseñanza es un objeto de estudio que prácticamente no se ha abordado en esta década. Esta característica puede observarse en lo general, es decir, ya sea en el contexto del cálculo, del álgebra, del razonamiento matemático o de la geometría.

Los resultados de los estudios sobre el conocimiento, las estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas y el uso del lenguaje algebraico, frecuentemente nos muestran el escaso dominio que los estudiantes tienen sobre los conceptos enseñados y las múltiples dificultades para utilizar recursos matemáticos en situaciones que así lo requieren.

Sin embargo, existen pocos estudios que intenten indagar la naturaleza de los procesos de enseñanza que las generan. En su lugar, lo que aparece es un pequeño número de estudios en los que se intentan paliar los efectos desfavorables de una enseñanza que, aunque poco estudiada, presumiblemente no es la adecuada. Junto con lo escaso de su número, los estudios sobre posibles alternativas, por lo general no tienen que ver con los experimentales en los que se tenga como objetivo probar propuestas didácticas en situación escolar (éstas son ausencias notables entre los estu-

dios de esta década), sino trabajos en los que se experimentan los efectos que sobre el aprendizaje tiene el uso de la tecnología. En este tipo de trabajos, que en mayor número se han ubicado en los estudios sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría, es evidente el optimismo sobre las posibilidades de esta herramienta; sin embargo, lo que no hemos podido saber es lo que piensan los profesores acerca de dicha inclusión, tampoco la manera como funciona la dinámica escolar una vez que dichas herramientas son utilizadas por un profesor común; otra cuestión que no se conoce es si, una vez que los profesores utilicen dichas herramientas, las diferencias entre los niveles de comprensión persisten o desaparecen. Éstas y otras interrogantes más, que se relacionan con la inclusión de la informática en ambientes escolares cotidianos, son preguntas que seguramente en los años ulteriores deberán contestarse y, quizá, el optimismo inicial del trabajo entre investigadores y herramienta informática se vea matizado cuando la relación entre profesor y herramienta sea el objeto de estudio privilegiado.

En relación con los estudios centrados en el profesor, lo que se ha podido observar es que lo que se ha privilegiado es la investigación sobre el conocimiento matemático que poseen, o lo que piensan acerca de las propuestas novedosas para la enseñanza (que generalmente incluyen el uso de la tecnología) y sobre las habilidades matemáticas que es deseable promover; sin embargo, las formas en que los profesores adecuan el conocimiento a enseñar o las maneras en las que los transmiten son tópicos escasamente abordados, por esta razón, lo deseable es que en los próximos años se incremente el número de estudios en los que se analice al profesor en situación de enseñanza.

Finalmente, otro hecho que llama la atención tiene que ver con las instituciones en las que se realiza la investigación; al parecer la influencia que el CINVESTAV tiene es decisiva, baste un dato para ilustrarlo, más de las tres cuartas partes de los estudios analizados son autoría —o coautoría— de académicos de esta institución y es también ahí donde se encuentran los escasos investigadores que en esta década realizaron más de un estudio.

Bibliografía

Acuña, Claudia (1996). "Un modelo de tratamiento didáctico para la enseñanza del razonamiento deductivo y de la demostración en el nivel medio superior", en Fernando Hitt (ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa.* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 93-109.

Acuña, Claudia (1998). "La ubicación espacial de conjuntos de puntos en el plano", en Fernando Hitt (ed.) *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 203-223.

Acuña, Claudia (1999). "Conceptions of high school students about smaller abscissa and bigger ordinate between points on the Cartesian plane", en *Proceedings of the Twenty-first Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol. 2, octubre 23-36, Cuernavaca, pp. 445-446.

Acuña, Claudia (2000). "Some different way high school students see the equality of straight lines on the plane", en *Proceedings of the Twenty-second Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol. 1, octubre 7-10. Tucson, p. 264.

Acuña, Claudia (2001). "Highschool students' conceptions of graphic representations associated to the construction of a straight line of positive abscissas", en *Proceedings of the Twenty-third Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, julio 12-17, Utrecht, pp. 341.

Acuña, Claudia (2001b). "Conversión entre gráficas y ecuaciones a través de la descripción de semiplanos", en *Educación Matemática,* 13 (3), México, pp. 75-92.

Alarcón Bortolussi, Jesús (1998). "Sobre las notaciones del cálculo diferencial", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 15-38.

Arteaga, Carlos y Manuel Santos (1999). "Students' understanding of graphical and symbolic representations of functions and its relationships", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, octubre 23-26, Cuernavaca, pp. 524-529.

Ávila, Ramiro (1999). "The (graphic, numerical, analytic and verbal) representations of variation in the formation and development of the Function and derivative concepts", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol 1, octubre 23-26, Cuernavaca, pp. 399-400.

Ávila, Roberto y Ernesto Sánchez (1999). "The reading and tretment of Bivariate data in Contingency Tables", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, octubre 23-26, Cuernavaca, pp. 509-510.

Balderas, Patricia (1993). "Experiencias con el uso de un graficador en la enseñanza del cálculo en la Escuela Nacional Preparatoria", en *Educación Matemática,* 5 (3), México, pp. 125-142.

Bazán, Arturo y Antonio Chalini (1995). "Estrategias utilizadas por estudiantes egresados de secundaria en la resolución de problemas matemáticos", en *Pe-*

dagogía. Revista Especializada en Educación, vol. 10, núm. 5. Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 48-57.

Benítez, Alma (1999). "The role of representations in the construction of algebraic expressions: The case of polynomials", en *Proceedings of the 21 Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, p. 398.

Benítez, Alma (2000). "The scale As a fundamental factor to construct the algebraic expression", en *Proceedings of the Twenty-Second Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol 1, octubre 7-10, Tucson, pp. 163-164.

Buendía, Gabriela (1994). *Observaciones acerca de las respuestas frente a tareas que involucran la regla del producto probabilístico.* Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Bueno, Graciela (1999). *Tutorest, un tutor computacional para la enseñanza de la estadística descriptiva.* Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Bueno, Graciela y Carlos A. Cuevas (2001). "Una propuesta para la construcción de sistemas tutoriales inteligentes para apoyar la enseñanza de las matemáticas: proyecto STI para la estadística", en *Educación Matemática* 13(1), México, pp. 5-16.

Campos, Miguel y Juan Estrada (1999). "Representaciones matemáticas de estudiantes pre-universitarios en la resolución de un problema de optimización", en *Educación Matemática,* 11 (2), México, pp. 32-50.

Campos, Miguel y Patricia Balderas (1999). "Representaciones matemáticas en la resolución de problemas de estudiantes de bachillerato", en *Memoria del V Congreso Nacional de Investigación Educativa,* Aguascalientes, México: COMIE/UAA.

Carrión, Vicente y Jaime Arrieta (1998). "La modelación de fenómenos como proceso de matematización para la formación, tratamiento y conversión de representaciones en diferentes sistemas semióticos", en Fernando Hitt (ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II.* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 225-241.

Castillo, Luis y Aurora Gallardo (1996). "Pragmática de los lenguajes químico y algebraico en el ámbito escolar", en *Educación Matemática,* 8(2), México, pp. 41-56.

Cuevas, A. Carlos y Graciela Bueno (1999). "A proposal for an intelligent tutoring system in a constructivist environment", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol 2, octubre 23-26. Cuernavaca, p. 833.

Dolores Flores, Crisólogo (1998). "Algunas ideas que acerca de la derivada se forman los estudiantes del bachillerato en sus cursos de cálculo diferencial", en Fernando Hitt (ed.) *Investigaciones en Matemática Educativa II.* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 257-272.

Estrada, Juan (2000). *Proceso de diseño y reformulación de problemas o preguntas en el aprendizaje de las matemáticas en el Nivel Medio Superior*. Tesis de Doctorado, CINVESTAV-IPN, México.

Estrada, Juan y Manuel Santos (1999). "Eliciting students' dilemmas through activities that involve posing questions or reformulation of problems", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, octubre 23-26. Cuernavaca, pp. 566-572.

Eudave, Daniel. (1994) "Las actitudes hacia las matemáticas de los maestros y alumnos de bachillerato", en *Educación Matemática* 6 (1), México, pp. 46-58.

Filloy Eugenio y Guillermo Rubio (1993). "Family of arithmetical & algebraic words problems, and the tensions between the different uses of algebraic expressions", en *Proceedings of the Fifteenth Annual Meeting. North American Chapter of the International group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 17-20, Pacific Grove, pp 142-150.

Filloy, Eugenio y Guillermo Rubio (1993). "Didactic models, cognition and competence in the solution of arithmetic & algebra word problems", en *Proceedings of the Seventeenth International Conference of the International group of Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, julio 18-23. Tsukuba, p. 154.

García, M. Dolores (1998). *Un estudio sobre la articulación del discurso matemático escolar y sus efectos en el aprendizaje del cálculo.* Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Guzmán, María. L (2001). "Formación, concepciones y práctica de los profesores en matemáticas", en *Educación Matemática* 13 (3), México, pp. 93-106.

Hernández, Graciela (2001). "Mecanismos de enseñanza-aprendizaje del álgebra en bachillerato", en *Memoria Electrónica del VI Congreso Nacional de Investigación Educativa*, COMIE, Manzanillo, México: COMIE/U de C.

Hitt, Fernando (1993). "Internal and external representations related to the function concept" , en *Proceedings of the Fifteenth Annual Meeting. North American Chapter of the International group of Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 17-20, Pacific Grove, pp. 177-183.

Hitt, Fernando (1995). "Intuición primera versus pensamiento analítico: Dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real y viceversa", en *Educación Matemática,* 7 (1), México, pp. 63-75.

Hitt, Fernando (1996). "Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos didácticos", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 245-264

Hitt, Fernando y Héctor Lara (1999). "Student's unsuitable conceptual structure of the concept of function, limit and continuity: a case study", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, p. 260.

Hoyos, Verónica (1998). "Revisando la construcción de significado en torno de las ecuaciones lineales con dos incógnitas: Observaciones empíricas con estudiantes de 16-18 años de edad", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 343-367.

Imaz, Carlos (1996). "Una alternativa teórica del cálculo", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 17-26.

Landa, Armando y Sonia Ursini (1999). "Spreadsheet and composition of functions", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, p. 401.

Mercado, Miguel y Ernesto Sánchez (2000). "The formulation of conjectures in Geometri-Cal activities with Cabri-Geometre", en *Proceedings of the Twenty-Second Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 7-10, Tucson, p. 306.

Meza, Rafael (1999). "Graphic and algebraic representations at the learning of relationship between tangents and areas", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, pp. 404-405.

Mochón, Simón y Teresa. Rojano *et al.* (1996). "Cultura y cognición: el caso de las matemáticas y la ciencia", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 2-16.

Moreno, Salvador (1999). "LIREC, an alternative for the teaching of the straight line: An experimental Educational research", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, octubre 23-26, Cuernavaca, p. 834.

Moreno, Luis (1998). "La construcción del espacio geométrico. Un ensayo histórico-crítico", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 157-171.

Moreno, Luis y Marco A. Santillán (2000). "Instrumental mediation and Theorems in Geometry", en *Proceedings of the Twenty-Second Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol. 1*,* octubre 7-10, Tucson, p. 307

Moreno, Luis y Manuel Santos. (2001) "The student's processes of transforming the use of technology in mathematics problem solving tools", en *Proceedings of the Twenty-Third Annual Meeting Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, julio 12-17, Utrecht, pp. 57-65

Moreno, Luis y Manuel Santos (2001). "De la herramienta al instrumento: una perspectiva informática", en *Educación Matemática,* 13 (2), México, pp. 78-97.

Muñoz, Germán y Francisco Cordero (1994). "About symbiosis between notion and algorithm in integral calculus", en *Proceedings of the 18 International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1(23), Lisboa, p. 60.

Ojeda, Ana M (1996). "Contextos, representaciones y la idea de probabilidad condicional" en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa.* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 365-388.

Oliveros, Rodolfo (1999). "The Study of the instantaneous rate of change concept situated in the classroom", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 3, octubre 23-26. Cuernavaca, pp. 232-238.

Oliveros, Rodolfo (2000). "How do students use graphical calculators to model and solve speed problems", en *Proceedings of the Twenty-Second Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, octubre 7-10, Tucson, p. 699.

Riestra Velásquez, Jesús A (1998). "Las cantidades relativas y su relevancia en el cálculo", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 67-102.

Rigo, Mirela. (1994) "Elementos históricos y psicogenéticos en la construcción del continuo matemático", en *Educación Matemática* 6 (1), México, pp. 19-31.

Sacristán, Ana I. (1999). "Limits, fractals, and paradoxes of infinity: Making sense of infinite processes through computer-based explorations", en *Proceedings of the twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 23-26, Cuernavaca, pp. 261- 262.

Sacristán, Ana I. (2001). "Students' shifting conceptions of the infinite through computer explorations of fractals and other visual models", en *Proceedings of the Twenty-Third Annual Meeting Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 4, julio. 12-17. Utrecht, pp. 129-137.

Sánchez, Ernesto (1996). "Dificultades en la comprensión del concepto de eventos independientes", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa.* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 389-404.

Sánchez, Ernesto (1998). "La función de graficación de la calculadora para mejorar la comprensión en tareas de factorización", en Fernando Hitt (ed) *Investigaciones en Matemática Educativa II.* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 409-423.

Sánchez Ernesto (1998b). "Investigaciones didácticas sobre el concepto de eventos independientes en probabilidad", en *Recherches en Didactique des Mathematiques,* vol. 20, núm. 3, pp. 305-330.

Sánchez, Ernesto y Román Hernández (2000). "Task variables in a questionnaire on probability's product rule", en *Proceedings of the Twenty-Second Annual Mee-*

ting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 1, octubre 7-10, Tucson, pp. 330-331.

Santos, Manuel (1993). "Students' Difficulties in Applying more than procedural knowledge to solve mathematical problems", en *Proceedings of the 15th Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, oct.17-20, Pacific Grove, p. 278.

Santos, Manuel y Ernesto Sánchez (1995). "Qualitative features of tasks in Mathematical problems solving assessment", en *Proceedings of the 19th International Conference for the for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, julio 22-27. Recife, pp. 138-145.

Santos, Manuel y Ernesto Sánchez (1995). "A College instructor's attempt to implement mathematical problem solving instruction", en *Proceedings of the 19th International Conference for the for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, julio 22-27. Recife, pp. 194-201.

Santos, Manuel (1995). "¿Qué significa aprender matemáticas? Una experiencia con estudiantes de cálculo", en *Educación Matemática,* 7 (1), México, pp. 46-62.

Santos, Manuel (1996). "Análisis de algunos métodos que emplean los estudiantes al resolver problemas matemáticos con varias formas de solución", en *Educación Matemática,* 8 (2), México, pp. 57-69.

Santos, Manuel (1998). "Problematizar el estudio de las matemáticas: Un aspecto esencial en la organización del curriculum y en el aprendizaje de los estudiantes", en Fernando Hitt (editor) *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 425-443.

Santos, Manuel y Eduardo Mancera (2001). "¿Qué piensan los maestros sobre la enseñanza relacionada con resolución de problemas?", en *Educación Matemática,* 13 (1), México, pp. 31-50.

Solís Esquinca, Miguel (1993). "The notion of variation in physical contexts", en *Proceedings of the Fifteenth Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, octubre 17-20, Pacific Grove, p. 273.

Sosa, Evelia (1999). *La problemática de la enseñanza-aprendizaje del concepto de Número Irracional en el Nivel Medio Superior. Una propuesta didáctica.* Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Suárez Téllez, Liliana (2000). *El trabajo en equipo y la colaboración de reportes en un ambiente de resolución de problemas*. Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Tinoco, Guillermo (1999). "Cabri Geometre as a tool to improve the interpretation of linear variation graphs", en *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* vol 1, octubre 23-26. Cuernavaca, pp. 406- 407.

Torres, J. Luis (1997). *Métodos cualitativos en una experiencia de Resolución de Problemas.* Tesis de maestría. CINVESTAV-IPN, México.

Trigueros, María; Sonia Ursini y Araceli Reyes (1996). "College students' conceptions of variable", en *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 4, julio 8-12, Valencia pp. 315-322.

Trigueros, María y Sonia Ursini (1999). "Does the understanding of variable evolve through schooling?", en *Proceedings of the 23rd Conference of the of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, julio 25-30, Haifa, pp. 273-280.

Trigueros, María; Sonia Ursini y Dolores Lozano (2000). "La conceptualización de la variable en la enseñanza media", en *Educación matemática,* 12 (2), México, pp. 27-48.

Trigueros, María y Sonia Ursini (2001). "A model for the uses of variable in elementary algebra", en *Proceedings of the Twenty-Third Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, julio 12-17, Utrecht, pp. 327-334.

Trujillo, Rodolfo (1995). *Problemática de la enseñanza de los logaritmos en el nivel medio superior. Un enfoque sistémico.* Tesis de maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Vega, Enrique (1995). "El uso de lenguaje algebraico en alumnos de bachillerato", en *Educación Matemática,* 7 (3), México, pp. 27-47.

Bibliografía complementaria

Bennet, Neville (1998). "Investigaciones recientes sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula", en Mario Carretero (comp.) *Procesos de enseñanza y aprendizaje*. Aique, Buenos Aires, pp. 31-50.

Gascón, Joseph; Mariana Bosch y P. Bolea (2001). "¿Cómo se construyen los problemas en didáctica de las matemáticas?", en *Educación Matemática,* 13 (3), México, pp. 22-63.

Gómez, Pedro (2001). "Conocimiento didáctico del profesor y organizadores del currículo en matemáticas", en *Congreso Nacional de didácticas específicas. Las didácticas de las áreas curriculares en el siglo XXI,* vol. 2, Grupo Editorial Universitario, Granada, pp. 1245-1258.

Pope, Maureen (1998). "La investigación sobre el pensamiento del profesor: una construcción personal", en Mario Carretero (comp.) *Procesos de enseñanza y aprendizaje*. Aique, Buenos Aires, pp. 51-82.

Waldegg, Guillermina (Coord.) (1995). *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*, vol. 2, La Investigación Educativa en los Ochenta. Perspectivas para los noventa, COMIE-Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano.

Anexo estadístico

CUADRO 1
INVESTIGACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

Tipo de esc.	Metodología	Autor/año	Texto/ inst.
Pública	Análisis cualitativo de 14 cuestionarios relacionados con el concepto de función aplicados a 30 profesores de matemáticas, 2 cuestionarios por semana	Hitt/1993	Ponencia PME (DME-CINVESTAV)
Pública	Análisis cuantitativo, diseño experimental de grupo control y grupo experimental de *pretest-postest* tipo Campbell (para probar los efectos del Cactusplot como graficador) 54 alumnos	Balderas/1993	Artículo revista (UNAM)
Pública	Entrevistas clínicas a tres estudiantes de 6,14 y 20 años, relacionadas con 4 experimentos sobre el fenómeno de disipación del calor.	Solís/1993	Ponencia PME (DME-CINVESTAV)
Pública	Análisis cualitativo de un cuestionario aplicado a 14 profesores egresados de la Escuela Normal Superior, que habían aprobado ya varios cursos de una maestría en matemática educativa.	Rigo/1994	Artículo revista CINVESTAV
Estudio no empírico	Análisis de la historia del cálculo con el propósito de realizar propuestas alternativas sobre la simbiosis entre noción y algoritmo	Muñoz y Cordero/1994	Ponencia PME CINVESTAV
Pública	Análisis cualitativo de las estrategias de solución mediante una tabla que permite cuantificar las diversas fases del proceso. 21 estudiantes que habían cursado la materia de cálculo diferencial (nivel bachillerato con énfasis en física y matemáticas).	Santos/1995	Artículo CINVESTAV
Pública	Estudio cualitativo basado en 32 preguntas y la presentación de12 gráficas (altura contra área seccional de la superficie de un líquido en botellas). 9 profesores de México y 6 de Guatemala	Hitt/1995	Artículo revista CINVESTAV
No se especifica	Análisis de los conceptos del cálculo con el objetivo de explorar la posibilidad de enseñarlo tomando en cuenta las intuiciones de los estudiantes	Imaz/1996	Artículo
Pública	Se diseñó y se experimentó un taller extracurricular basado en la resolución de problemas con temas de cálculo incluidos. El análisis de la experimentación se basó en registros de observación y reportes escritos	Torres/1997	Tesis de maestría CINVESTAV

(Continúa)

Tipo de esc.	Metodología	Autor/año	Texto/ inst.
Pública	El análisis cualitativo se basa en el planteamiento de un problema sobre "el tercero de Tales" a 210 estudiantes de vocacional e ingeniería y la aplicación de un cuestionario sobre la derivada a varios grupos escolares	García /1998	Tesis de maestría CINVESTAV
Estudio no empírico	Análisis de las diferentes notaciones del cálculo diferencial y sus implicaciones en la enseñanza	Alarcón/1998	Artículo CINVESTAV
Estudio no empírico	Análisis del papel que las cantidades relativas juegan tanto en la aritmética como en la geometría y el cálculo diferencial	Riestra/1998	Artículo
Pública	Análisis cualitativo de los resultados de un cuestionario relacionado con la derivada aplicado a 112 estudiantes de las preparatorias de la Universidad Autónoma de Guerrero	Dolores/1998	Artículo UAG
Pública	Análisis de las tareas que requerían investigar la relación entre una función de contexto cotidiano y su derivada. La función se presentaba como tabla y como gráfica., 50 estudiantes deberían discutir en equipo la solución y presentar al grupo sus resultados.	Oliveros/1999	Ponencia PME (UA de Chapingo)
No se especifica	Análisis de las interacciones de los estudiantes mientras realizan tareas relacionadas con el cálculo	Estrada y Santos/1999	Ponencia PME CINVESTAV
Pública	Análisis cualitativo de las estrategias de solución que los estudiantes dan a problemas referidos al teorema fundamental del cálculo	Meza/1999	Ponencia PME
Pública	Análisis de los resultados de dos exámenes, uno antes y otro después de que dos grupos de preparatoria llevaron un curso introductorio de cálculo	Campos y Balderas/1999	Ponencia COMIE
No se especifica	Actividades que permitieran investigar la idea de infinito utilizando micromundos de lenguaje de programación LOGO. Ocho personas desde 14 hasta 35 años	Sacristán/1999	Ponencia PME (DME)

Tipo de esc.	Metodología	Autor/año	Texto/ inst.
Pública	Análisis cualitativo de los procesos de solución a un problema de optimización. 34 estudiantes al inicio de un curso de introducción al cálculo	Campos y Estrada/1999	Artículo revista *Educación Matemática*. vol. 11, núm. 2 (UNAM)
Pública	Se analizan las discusiones que 10 estudiantes de entre 14 y 15 años tienen cuando utilizan la hoja electrónica de cálculo para calcular el cuadrado del número colocado en la celda de la izquierda y etiquetar cada columna utilizando expresiones analíticas.	Lara y Ursini/1999	Ponencia PME (UA de Chapingo-DME)
No se específica	Análisis de las soluciones a problemas relativos a la variación y diseño de situaciones de aprendizaje para validar las conjeturas formuladas. Sujetos desde 5 años hasta profesores universitarios.	Ávila/1999	Ponencia PME (UNISON)
Pública	Análisis de tres evaluaciones escritas sobre el nivel de comprensión de las gráficas de variación lineal. Durante tres sesiones de trabajo con el grupo, se diseñaron actividades con ayuda del software CABRI-GEOMETRE. Un grupo de estudiantes de la preparatoria de Cuautla.	Tinoco/1999	Ponencia PME (UA de Morelos)
Pública	Análisis de las interacciones que 40 estudiantes realizan cuando trabajan con tareas relacionadas con funciones	Arteaga y Santos/1999	Ponencia PME (UNAM-DME)
Pública	Análisis interpretativo-participativo desde la perspectiva de Erickson de las sesiones trabajadas en un taller extracurricular de resolución de problemas con dos propósitos generales en términos matemáticos, preparar algunas situaciones del Cálculo y la creación de un ambiente propio para el desarrollo de habilidades intelectuales de alto nivel. El taller se desarrolló con 32 alumnos de bachillerato (26 de 3er. semestre, 4 de 1er. semestre y 2 de 5º semestre).	Suárez/2000	Tesis de maestría CINVESTAV

CUADRO 2. INVESTIGACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Tipo de esc.	Metodología	Autor/año	Texto/ inst.
Pública	En la primera fase se realiza un estudio exploratorio mediante un cuestionario. En la fase dos se realiza un proceso experimental basada en cinco cuestionarios que fueron utilizados para clasificar a los estudiantes y seleccionarlos para casos de estudios clínicos. Estudiantes entre 15 y 16 años	Filloy y Rubio/1993	Ponencia PME CINVESTAV-UNAM
Pública	Aplicación de un cuestionario con 13 preguntas dirigidas hacia el análisis de las estrategias y la evaluación de la competencia en el uso del lenguaje algebraico. 294 estudiantes de la esc. Preparatoria de la UA de Morelos	Vega/1995	Artículo. UA de Morelos
No se especifica	Análisis cualitativo de las respuestas a un cuestionario aplicado a profesores y estudiantes del nivel medio superior. El objetivo era explorar las concepciones que estos sujetos tenían respecto de el uso aritmético y la utilización funcional de los logaritmos	Trujillo/1995	Tesis de maestría CINVESTAV
No se especifica	Análisis cualitativo de las prácticas matemáticas escolares de los estudiantes de ciencias de 16 a 18 años de México y el Reino Unido sobre el papel mediador de las hojas de cálculo como un medio para expresar y resolver problemas de modelación en biología, química y física	Mochón y Rojano/1996	Artículo
Pública	Aplicación de un cuestionario y entrevistas clínicas individuales. 35 estudiantes de nivel preuniversitario	Castillo y Gallardo/1996	Artículo CINVESTAV
No se especifica	En tres casos de estudio se analiza la relación entre las representaciones gráfica y algebraica de la variación de un punto a lo largo de una trayectoria rectilínea	Hoyos/1998	Artículo UPN
No se especifica	Se analizan las actividades realizadas por un grupo de estudiantes que utilizan la graficadora TI-85 en tareas de factorización después de aplicar un cuestionario de diagnóstico	Sánchez/1998	Artículo CINVESTAV

Tipo de	Metodología	Autor/año	Texto/ inst.
No se especifica	Se analizan las respuestas dadas por 70 estudiantes de bachillerato (35 de tercer semestre y 35 del cuarto) a un cuestionario sobre los números racionales e irracionales. Posteriormente se experimentan situaciones en las que se utiliza la computadora y los resultados se analizan mediante registros y grabaciones	Sosa/1999	Tesis de maestría CINVESTAV
Pública	Análisis cualitativo de las respuestas a un cuestionario escrito con preguntas no comunes referidas a conversiones entre tablas, gráficas y expresiones algebraicas. Estudiantes tomando cursos de geometría y Trigonometría (entre 15 y 16 años de edad)	Benítez/1999	Ponencia PME CINVESTAV
Pública	Cuestionario escrito. Las respuestas fueron clasificadas como: correctas, incorrectas y no contestada, para realizar un análisis cuantitativo global por grupo y por alumno. También se realizó una análisis cualitativo de las respuestas y se entrevistó a algunos de los alumnos participantes. 98 estudiantes entre 12 y 18 años de edad	Trigueros y Ursini/1999	Ponencia PME ITAM-CINVESTAV
Estudio no empírico	Se propone un modelo como marco de referencia teórico que las investigadoras han llamado *Modelo de tres usos de la variable (3UV model)* El modelo consiste en una descripción detallada de los diferentes aspectos que son la razón fundamental de una comprensión básica de los tres principales usos de la variable en el álgebra elemental: desconocimiento específico, número general y variables relacionadas	Trigueros y Ursini /2001	Ponencia PME (DME-ITAM)
Pública	Entrevista a profesores para explorar las actividades planeadas durante el curso y entrevista a 5 alumnos para observar el interés por la materia y la valoración de las actividades. Dos grupos de la preparatoria de la UAEM	Hernández/2001	Ponencia Congreso COMIE (UNAM)

CUADRO 3
INVESTIGACIONES SOBRE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO, CONCEPCIONES Y ACTITUDES

Tipo de escuela	Metodología	Autor/año	Texto/ institución
Pública	Análisis cuantitat entre las actitude alumnos de vario		
Pública	Se analiza el traba rutinarios. 12 estu		
Pública	Análisis cuantitat 1,080 estudiantes		
Pública	Se presenta una p Posteriormente, r propuesta		
Pública	El análisis cualita voluntarios de es		
Pública	Un análisis cualit relacionadas con bachillerato		
Pública	Análisis cualitativ de problemas ma tareas extraclases		
Pública	Empleo de softw para que plantear como las de cada grado		
Pública	Análisis cualitativ la aplicación de u profesores		
Pública	Análisis cualitativ formación y que resolución de pro		

Tipo de escuela	Metodología	Autor/año	Texto/ institución
Pública	Empleo de software dinámico para resolver tareas matemáticas. Más tarde los estudiantes fueron animados para que plantearan sus propias tareas o problemas. Se registraron las interacciones entre los estudiantes así como las de cada alumno mientras que usaba la tecnología para resolver las actividades. 12 estudiantes de 16° grado	Moreno y Santos/2001	Ponencia PME CINVESTAV
Pública	Análisis cualitativo sobre las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza. El análisis estuvo basado en la aplicación de un cuestionario a profesores y estudiantes y en la aplicación entrevistas semiestructuradas a 9 profesores	Guzmán/2001	Artículo
Pública	Análisis cualitativo de entrevistas "a profundidad" aplicadas a 6 profesores que asistían a un curso de formación y que se consideraban como de alto nivel de "involucración" respecto de la utilización de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas	Santos y Mancera/2001	Artículo CINVESTAV-UPN

CUADRO 4
INVESTIGACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Tipo de escuela	Metodología	Autor/año	Texto/ institución
No se especifica	Un análisis cualitativo de las tareas que los estudiantes realizan relacionadas con la ubicación espacial en el plano cartesiano	Acuña/1998	Artículo CINVESTAV
Estudio no empírico	Un análisis de las diferentes concepciones epistemológicas acerca del espacio geométrico. Específicamente, a partir del desarrollo filosófico griego iniciado por Platón y Aristóteles, se revisa el quinto postulado de Euclides	Moreno/1998	Artículo CINVESTAV
Pública	Análisis de las tareas resueltas por 77 estudiantes de bachillerato, relacionadas con la ubicación en el plano cartesiano de un punto con la misma ordenada pero con mayor abscisa que la coordenada (-2,3) y con la ubicación de un punto con la misma abscisa pero ordenada menor que una coordenada. 77 estudiantes de bachillerato	Acuña/1999	Ponencia PME CINVESTAV
Pública	Experimentación con grupo control/experimental, en el experimental se abordó en clase el tratamiento de la línea recta mediante métodos de enseñanza tradicional. En el otro grupo (de control) se trató la enseñanza de la línea recta en un laboratorio de cómputo utilizando el software LIREC. Dos grupos de alumnos	Moreno/1999	Ponencia PME
No se especifica	Análisis cualitativo de las tareas que realizan estudiantes entre 15 y 17 años de edad dentro de ambientes computacionales (calculadora TI-92). El objetivo de las tareas consistía en explorar la manera en que los estudiantes "probaban" una demostración matemática	Moreno y Santillán/ 2000	Ponencia PME CINVESTAV
Pública	Durante 8 sesiones, se propusieron actividades para explorar elementos geométricos relacionados con el triángulo y sus medianas usando el CABRI-GEOMETRE, estas actividades requerían la formulación por escrito de las conjeturas descubiertas por ellos. Se pidió a los alumnos que midieran longitudes en varias figuras para que observaran las invariantes encontradas en sus conjeturas. Finalmente se solicitó a los alumnos que construyeran pruebas de sus resultados. 8 estudiantes cursando segundo grado de bachillerato (16 y 17 años de edad)	Mercado y Sánchez/2000	Ponencia PME CINVESTAV

(Continúa)

Tipo de escuela	Metodología	Autor/año	Texto/ institución
Pública	Se realiza un análisis del papel que los instrumentos informáticos tienen en Educación Matemática, posteriormente se propone una estrategia para la enseñanza de la geometría basada en la construcción de curvas como lugares geométricos mediante la utilización de CABRI	Moreno y Santos/2001	Artículo CINVESTAV
Pública	Se pidió a todos los estudiantes localizar cuatro puntos en el plano cartesiano, considerando que esta tarea es un requisito previo para graficar una línea recta mediante el proceso de ubicar punto por punto. Posteriormente se solicitó la construcción de líneas rectas mediante condiciones establecidas previamente por la investigadora, y en las que siempre se consideraron abscisas positivas. Se analizaron los aspectos relevantes y no relevantes de las respuestas de los alumnos y se realizaron análisis cuantitativos y cualitativos de las respuestas. 206 estudiantes: 87 de CCH Sur (16 años) 77 de CCH Sur (17 años) y 42 del Departamento de Ciencias UNAM (19 años)	Acuña/2001	Ponencia PME CINVESTAV
No se especifica	Análisis cualitativo de las variables del registro gráfico y algebraico de tres muestras de estudiantes que realizan tareas de conversión entre gráfica y ecuaciones que son utilizadas como la descripción de un lugar geométrico	Acuña/2001b	Artículo

CUADRO 5
INVESTIGACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA

Tipo de escuela	Metodología	Autor/año	Texto/ institución
Pública	Luego de realizar tres entrevistas clínicas para conocer el concepto de probabilidad y la definición de probabilidad clásica de los estudiantes. Se aplicó un cuestionario a 16 estudiantes que cursaban el último año de preparatoria. El análisis de las entrevistas fue de corte cualitativo	Buendía/ 1994	Tesis de maestría CINVESTAV
Pública	Se aplicó un cuestionario sobre probabilidad a 88 profesores de matemáticas del nivel medio superior y superior de instituciones del interior del país, interesados en un curso de actualización. Posteriormente e realizaron entrevistas a varios sujetos que habían llevado cursos de probabilidad para explorar sus ideas sobre independencia.	Sánchez/ 1996	Artículo CINVESTAV
No se especifica	Dos muestras de estudiantes mexicanos de preparatoria (149 y 106) recibieron enseñanza sobre probabilidad desde dos enfoques didácticos distintos. El primero recibió una enseñanza tradicional mientras que para el segundo grupo se diseñaron actividades en las que se privilegió el uso de diagramas de árbol y la formulación de problemas	Ojeda/ 1996	Artículo CINVESTAV
Pública	Análisis de un cuestionario con seis preguntas relacionadas con el concepto de la regla del producto en probabilidad, donde esta regla puede ser usada para resolver los problemas, aunque un esquema combinatorio o la fórmula clásica de probabilidad podía ser empleada. 196 estudiantes de diferentes niveles e instituciones	Sánchez y Hernández/ 2000	Ponencia PME CINVESTAV
No se especifica	Se impartió un curso de probabilidad a 8 profesores y posteriormente se entrevistó a 4 de ellos para conocer sus ideas respecto de la probabilidad condicional e independencia	Sánchez/ 2000	Artículo. CINVESTAV
Estudio no empírico	Extrayendo los mejores elementos tanto de los sistemas tutoriales inteligentes como de los ambientes de soporte para el aprendizaje, se diseña un sistema tutorial inteligente desde un enfoque constructivista.	Bueno y Cuevas/ 2001	Artículo (Colegio de Posgraduados IPN)

CAPÍTULO 4

INVESTIGACIÓN EDUCATIVA EN MATEMÁTICAS DEL NIVEL SUPERIOR

Patricia Camarena G.*

INTRODUCCIÓN

Para la elaboración del estado de conocimiento en educación matemática del nivel superior fueron tomadas en cuenta las fuentes más reconocidas en el medio, por lo que se considera que los trabajos que se analizan son representativos de las investigaciones en educación matemática (o matemática educativa) del nivel superior. Sin embargo, como se señaló en la introducción general, la revisión de las investigaciones no es exhaustiva.

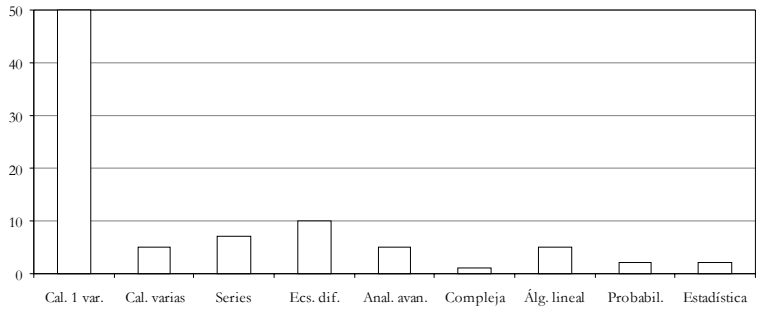
Entre las fuentes consultadas se cuentan la revista: *Educación Matemática* y las memorias de eventos académicos nacionales, como los que organiza la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas (ANPM), mientras que en los internacionales están: Meeting of the International Group of the Psichology of Mathematic Education (PME) y la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME); asimismo, se consultaron las tesis del posgrado en matemática educativa del CINVESTAV. Otros medios de difusión menos conocidos que fueron consultados fue la revista *RELIME*, las memorias del simposium Elfride Wenzelburger, así como publicaciones

* Con la participación de: Claudia Muro Urista

internas de instituciones con posgrados en matemática educativa, los reportes internos de investigación de las instituciones que los hicieron llegar a la comisión que elaboró este estado de conocimiento y libros de investigación. El total de trabajos del nivel superior analizados fue de 114.

Se observa que en el nivel superior, durante la década de los noventa, se realizaron trabajos relevantes en número y calidad. Asimismo, se detectan estudios significativos en más áreas de la matemática que en los años ochenta. De hecho, en esa década se llevaron a cabo investigaciones en las áreas de cálculo, probabilidad y análisis; abordándose solamente cálculo de una variable real y en el análisis matemático series y ecuaciones diferenciales ordinarias (*cfr.* Block y Waldegg, (coords), 1995). En los noventa se abordan las mismas áreas y se incluyen además funciones reales de distintas variables reales, ecuaciones diferenciales parciales, series (Fourier y armónica), transformada de Laplace, transformada de Fourier, variable compleja, álgebra lineal (espacios vectoriales, bases de espacios) y estadística aunque, como veremos adelante, no en el número que fuera deseable. En efecto, es en cálculo diferencial e integral de una variable real donde se localizan el mayor número de estudios (50 de 114; como se ve en la gráfica 1) situación que lleva a que la investigación realizada en el nivel superior no pueda ser agrupada de acuerdo con los tópicos matemáticos abordados, como se hizo en el nivel medio superior. En este nivel, se agrupan las investigaciones al igual que en los niveles de preescolar, primaria y secundaria, de acuerdo con las categorías: alumnos, maestros, saber, recursos para la enseñanza y la enseñanza en sí.

GRÁFICA 1
CONTENIDOS

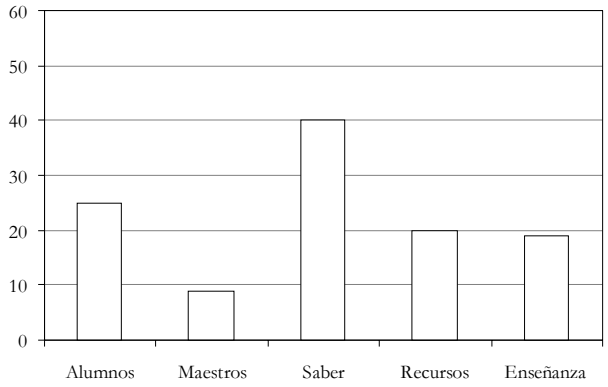


Es importante hacer hincapié en que de los 50 estudios sobre cálculo de una variable real identificados, 13 abordan el cálculo diferencial e integral del nivel medio superior. Se tienen 2 más que versan sobre antecedentes, con lo cual se suman 15 de las 114 investigaciones, que tienen intersección con el nivel superior, los restantes trabajos abordan temáticas propias del nivel.

Solamente se localizaron 5 estudios sobre cálculo de varias variables; 7 más tratan sobre series; 11 acerca de ecuaciones diferenciales; 5 sobre análisis avanzado (se ha denominado análisis avanzado al conjunto formado por los temas: análisis de Fourier, convolución, transformada de Laplace y funciones generalizadas); 1 de variable compleja; 6 de álgebra lineal; 3 de probabilidad; 3 de estadística; 9 que abordan antecedentes de la educación superior y 15 no tratan un tema en particular; estos últimos se han clasificado como temática general.

El mayor número de trabajos se localiza en la categoría de saber, con el 36 % (41 investigaciones), le sigue la categoría de alumnos con el 23 % (26 publicaciones),[36] los recursos para la enseñanza con el 17% (20 trabajos); con el 15% (18) los estudios sobre la enseñanza y a los profesores se dedica el 7% de los trabajos (9), véase la gráfica 2.

GRÁFICA 2



[36] Los términos investigaciones y publicaciones se emplean indistintamente ya que en este nivel, cuando de un trabajo se desprendía más de una publicación, se eligieron las publicaciones más recientes, porque se consideró que estaría más completa la investigación y aportaría más resultados.

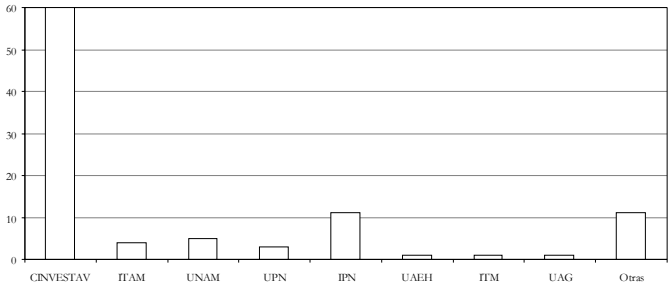
De las 114 publicaciones analizadas, 54 son ponencias, 18 son tesis de maestría, 16 son artículos, 12 capítulos de libro, 7 tesis de doctorado, 4 más son libros y 2 reportes de investigación, así como una publicación interna (véase el cuadro 1). Con las reservas del caso, esta situación hace pensar que en el nivel superior, hay una alta ponderación de los eventos académicos como forma de difusión de los trabajos (47% de ellos).

CUADRO 1

Tipo de publicación	**Núm. de trabajos**	**%**
Artículos	16	14.3
Reporte técnico de investigación	2	1.7
Libros	4	3.5
Capítulos de libros	12	10.5
Tesis de doctorado	7	6.1
Tesis de maestría	18	15.8
Publicación interna	1	0.8
Ponencias en extenso	54	47.3
Total	114	100.0

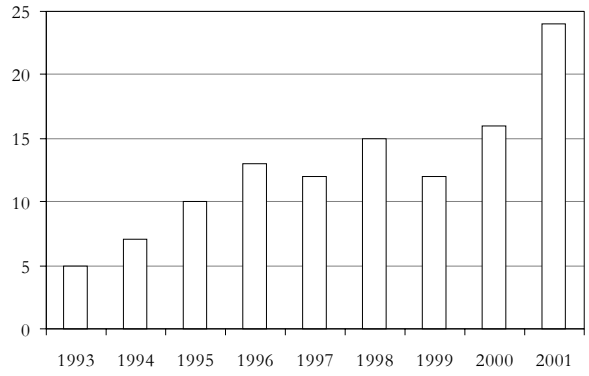
Con base en los trabajos analizados, se detectaron 21 instituciones educativas en donde se realiza investigación en educación matemática del nivel superior, siendo el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN) en donde se concentran 55% de los estudios analizados. Continúa el Instituto Politécnico Nacional (IPN) con 11%, la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) con 6%, con 4% el Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM) y 3% la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). En el resto de las instituciones localizamos un único trabajo, a excepción de Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo y la Universidad de Guerrero donde se localizaron dos estudios en cada una. Esto permite afirmar que de las instituciones identificadas, prácticamente, en cinco se concentran las investigaciones analizadas en educación matemática del nivel superior, véase la gráfica 3.

GRÁFICA 3. INSTITUCIONES



Otra situación detectada fue que 30 de las 114 investigaciones pertenecen a más de un autor. En primera instancia, esto hace pensar que se realizan investigaciones conjuntas o entre instituciones. Sin embargo, al analizar más detenidamente el particular, se encontró que en 18 de los 30 estudios los co-autores son el asesor de tesis y el tesista, por lo que no son investigaciones por colaboración. Además, por lo general los tesistas no consignan en los trabajos el nombre de la institución en la cual laboran y el crédito es exclusivo de la institución en donde se estudia el posgrado del que emerge el trabajo. Sólo 7 de los trabajos publicados en coautoría corresponden a colegas de la misma institución y 5 más a colegas de distintas instituciones, incluyendo algunos que laboran en otros países; luego, solamente el 4.3% son investigaciones interinstitucionales. Esta situación muestra que, prácticamente, no se desarrollan estos trabajos y las investigaciones en ese sentido son aisladas. Otra cuestión que cabe resaltar es el hecho de que conforme avanza la década analizada se incrementa el número de publicaciones, como lo muestra la gráfica 4.

GRÁFICA 4. PUBLICACIONES



INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LOS ALUMNOS

Introducción

Los estudios identificados en esta categoría son 27. Se podría decir que no todas las investigaciones de la categoría centrada en los alumnos abordan los procesos de cognición, ya que tienen diferentes grados de profundidad en la forma de abordar el objeto de estudio.

Los propósitos. Algunas investigaciones buscan verificar si los estudiantes poseen o no determinados conceptos, como por ejemplo el concepto de variable, o de función exponencial. Otras indagan acerca de si los alumnos pueden o no transitar entre diferentes representaciones de un mismo objeto matemático, entre éstas la geométrica siempre está presente. Algunas más, diagnostican sobre los problemas u obstáculos que enfrentan los estudiantes ante un concepto determinado o identifican si el alumno puede relacionar elementos matemáticos con otras disciplinas o situaciones reales, es decir, si puede contextualizar la matemática en otras áreas del conocimiento. Algunos trabajos más versan sobre la resolución de problemas; estas investigaciones indagan sobre métodos y estrategias que emplean los estudiantes ante situaciones dadas o sobre cómo influyen sus creencias y la semántica de otras ramas del conocimiento ante la resolución de problemas. Hay también estudios que llevan a cabo actividades para determinar cómo conciben ciertos conceptos los estudiantes o para buscar que los construyan.

Las metodologías. Por el tipo de actividades que se realizan en el transcurso de las investigaciones incluidas en esta categoría, se observan dos momentos en el desarrollo de las mismas. El primero que corresponde al diseño de instrumentos o experiencias de aprendizaje que serán aplicados a estudiantes y el segundo cuando aquéllos se aplican.

a) Para el diseño de los instrumentos o experiencias de aprendizaje, las menos recurren a metodologías elaboradas por otros investigadores: la ingeniería didáctica, el método APOS,[37] o los pasos metodológicos que

[37] APOS son las iniciales, en inglés, de Acciones, Proceso, Objetos y Esquemas, los pasos metodológicos o conjunto de mecanismos por los que pasa un estudiante para hacer las construcciones mentales mediante las cuales puede desarrollar su entendimiento matemático. Se dice que esta metodología es una forma de interpretar a Piaget para el nivel superior.

ofrece Vergnaud (1996), por ejemplo. La gran mayoría de los investigadores diseñan su propia metodología y hay también quien no especifica la metodología que emplea. Cabe mencionar que algunas investigaciones hacen uso de más de un elemento para el diseño de sus instrumentos.

b) Para aplicar los instrumentos, los procesos identificados en algunas son: el análisis comparativo, las entrevistas o la ingeniería didáctica. Otras investigaciones que mencionan la metodología son estudios longitudinales (un caso). También hay quienes no mencionan la metodología empleada. Al igual que en el diseño de los instrumentos de recolección de información, la metodología para aplicación de estos instrumentos no es única, algunas investigaciones utilizan más de una o la mezcla de dos.

Los instrumentos. Los instrumentos que se emplean en estas investigaciones son cuestionarios, problemas, ejercicios, actividades y situaciones didácticas, predominando el uso de problemas como situación que permitirá obtener información acerca de los alumnos. En este punto, también hay quien emplea más de un instrumento para su investigación.

Las teorías. Las teorías que apoyan las investigaciones de nivel superior son diversas, destacan entre las citadas las de Vergnaud (1996), Schoenfeld (1985), Duval (1993), Brousseau (1983) y Piaget (1976).

Los sujetos de estudio. Los sujetos de estudio en su gran mayoría son exclusivamente estudiantes del nivel superior, pero algunos estudios incluyen además a alumnos del nivel medio superior o trabajan también con profesores.

Las áreas matemáticas de estudio del nivel superior. Las áreas de la matemática que son abordadas son el cálculo diferencial e integral de una variable (a la cual se dedican la gran mayoría de trabajos) y dos variables, álgebra lineal, las ecuaciones diferenciales, la probabilidad, la estadística y la serie de Fourier. Algunas, abordan cuestiones más generales: los pre-requisitos para el nivel superior y la resolución de problemas en general.

Aportes

A continuación se describen los aportes de las investigaciones centradas en los alumnos. Se inicia con el tema de antecedentes a este nivel, en donde se presentan investigaciones que se llevaron a cabo con estudiantes del nivel superior pero que giran sobre temas de niveles anteriores.

Antecedentes del nivel superior

Identificamos cuatro estudios de este tipo. El de Trigueros y Ursini (1998) versa sobre la comprensión que tienen los alumnos al inicio de sus estudios universitarios de la noción de variable, siendo este concepto básico en el álgebra y generador de conceptos del cálculo, así como fundamental para la comprensión del análisis matemático.

Los resultados se basan en el análisis de las respuestas dadas por estudiantes de una universidad privada, así como de las entrevistas con los mismos, encontrándose que, a pesar del nivel de escolaridad, persisten concepciones equivocadas y estrategias de solución de problemas propias de estudiantes con menor escolaridad. Se encuentran evidencias de un anclaje en la acción, lo que impide a la mayoría acceder a niveles de abstracción que les permitan tratar a la variable como un objeto cuya función se puede analizar.

En otra investigación (Guzmán, 1995) a través de entrevistas con alumnos de ingeniería, se indaga acerca de la forma en que influye la semántica de la física en el uso del álgebra. La investigación se lleva a cabo a través de la resolución de problemas contextualizados en la mecánica clásica.

Se concluye que los estudiantes utilizan el álgebra como herramienta más que como medio de verificación y validación de un procedimiento de resolución basado en principios de la física; se afirma además en este estudio, que se hace uso del álgebra como medio de modelación y resolución de problemas con la influencia semántica de la física dándole forma a las expresiones algebraicas formuladas.

En el tercer estudio localizado se reporta el análisis de una situación didáctica que, según afirman los investigadores, ha sido diseñada a través de varios años de trabajo siguiendo la metodología de la ingeniería didáctica. El contenido matemático del estudio es la función 2^x, concluyéndose que en los alumnos que no conocían la gráfica de la función exponencial se propicia la aparición del obstáculo del infinito potencial (Farfán y Ferrari, 2001).

En una cuarta investigación, sustentada en la teoría de Schoenfeld, se elabora un cuestionario para diagnosticar la dificultad que tienen los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos al ingresar al nivel superior. Se informa que los estudiantes tienen tendencia a contestar preguntas dirigidas a calcular, encontrar, determinar o aplicar fórmulas en contraste con los quehaceres típicos de la matemática: probar, demostrar o formular (González, 2000).

Cálculo diferencial e integral de una variable

El peso de los estudios sobre los alumnos y el contendido de cálculo se encuentra en el cálculo diferencial, siendo menos los trabajos acerca de cálculo integral. Así, se tiene un estudio que indaga acerca de los obstáculos respecto a los conceptos de función y derivada vistos éstos como elementos de variación. Para lo cual se presentan problemas contextualizados en física, encontrando que percibir las cantidades variables requiere del desarrollo de la capacidad de abstracción y percibir cómo varía una cantidad representa un dificultad mayor. El uso de los sistemas convencionales de representación de la variación, propiciados por la enseñanza tradicional, no facilita su uso como herramienta para representar variaciones que se presentan en el contexto de las ciencias (Ávila y Hernández, 1996).

Otro estudio, de tipo diagnóstico que también aborda las funciones y sus derivadas vistas como elementos de variación es el que desarrolla Dolores (2001a) sobre el tránsito entre lo algebraico y geométrico en las funciones y sus derivadas. El estudio se fundamenta en las representaciones de Duval concluyendo que es más fácil para los alumnos transitar de lo geométrico a lo algebraico cuando se habla de intervalos y no de situaciones puntuales. En general, es más aceptable transitar de lo analítico a lo geométrico.

Un estudio más en el cálculo diferencial reporta que la noción de variación en funciones, límites y continuidad no está presente en los estudiantes porque aunque ellos pueden estimar o cuantificar el cambio pero no lo consideran como un elemento básico del cálculo (Cáseres, 1997).

En otra investigación, se indaga acerca de la concepción que tienen estudiantes universitarios de diversas carreras sobre el concepto de recta tangente a una curva, concluyéndose que el aprendizaje de este concepto toma mucho tiempo y, por ello, los únicos estudiantes que al final de sus estudios tienen una idea clara del significado de este concepto son aquellos que están en la carrera de matemáticas; los demás estudiantes regresan a sus concepciones primitivas, en particular los de las carreras de administración (Trigueros y Álvarez, 1995).

Por su parte Balderas (2000) presenta un problema en el que se solicitaba a los estudiantes que imaginaran y dibujaran la trayectoria del agua que constantemente fluye del extremo de un tubo conectado a una pipa llena de agua. Se estudia cómo los alumnos conciben los cambios vertical y horizontal en sus visualizaciones de la trayectoria del agua y su relación con la razón de cambio. Balderas encuentra que los estudiantes dan las respuestas a la razón de cambio en términos visuales, aunque pueden hacer uso de otros elementos.

Por otro lado, desarrollando actividades de resolución de problemas contextualizados en la vida cotidiana que dan origen a la relación entre la función y su derivada (relacionado con cambio instantáneo), y promocionando la participación de los estudiantes, se investigó qué tipos de reflexiones y razonamientos se generan en éstos. Se reportó que hubo dificultades para hacer de la clase una comunidad participativa, que las estrategias que emplean los estudiantes son incompletas, que se valora positivamente la manipulación simbólica y de procedimientos, siendo el profesor el "juez de la verdad" (Oliveros, 1999).

Cuando los alumnos universitarios trabajan conjuntamente con diferentes conceptos del cálculo diferencial enfrentan diversos problemas como la integración de éstos; si se les dan propiedades de la función por intervalos o se les dan datos acerca de su derivada no pueden integrar todos los conceptos para construir la función. Esto es lo que reporta un estudio que se llevó a cabo con el método APOS, encontrándose, por otro lado, que éste no es suficiente cuando se requiere más de un esquema. Así, Trigueros, Baker y Cooley (2000) amplían el método APOS para considerar la parte correspondiente a los esquemas cuando la solución de problemas requiere del uso de más de uno de ellos.

Una investigación más pretendió encontrar características del conocimiento de la integral de una variable real involucrando el marco epistemológico, el didáctico y el cognitivo, para lo cual se hizo una exploración con el diseño y aplicación de secuencias didácticas, así como entrevistas a profesores en donde se indaga acerca de las concepciones que poseen de la integral, encontrándose que los alumnos se inclinan por describirla por medio de la resta F(a)-F(b) en vez de considerarla como el límite de una suma (Cordero, 1994).

Por otro lado, Cordero, Dubinski, Hillet y Zazki (1998) analizan las construcciones mentales de los alumnos en medios interaccionistas, abordando cálculo y algunos elementos del álgebra lineal; estos investigadores mencionan que los contenidos del nivel superior requieren de ciertos niveles específicos de construcciones mentales, de diversos modos de pensamiento y de categorías que reflejen las actividades y prácticas sociales.

Cálculo diferencial e integral de varias variables

Hay una sola investigación que se ocupa de explorar aspectos cognitivos de los estudiantes en el tema de campos escalares de dos variables. El eje organizador de la exploración es el comportamiento de las gráficas, con especial importancia no sólo de la variación de las variables sino de los

parámetros de las funciones. Se concluye que los estudiantes no pueden establecer las correspondientes gráficas cuando se modifican parámetros. Además, se afirma que estas exploraciones, al mismo tiempo que permiten indagar, favorecen la construcción del conocimiento en el aula, todo esto se hace con la pretensión de tener elementos que puedan orientar un diseño didáctico (Reséndiz, 1994).

Álgebra lineal

Solamente se encontró una investigación centrada en los alumnos sobre el tema de álgebra lineal. Basándose en los registros de representación de Duval, la investigación detectó que aunque los estudiantes pueden resolver sistemas de ecuaciones lineales con el método de la eliminación Gausiana, calcular determinantes, encontrar la inversa de una matriz y conocen las propiedades de rectas y planos en dos y tres dimensiones, tienen dificultades para reconocer y explorar relaciones estructurales entre los sistemas, su interpretación geométrica y su representación matricial, así como hacer generalizaciones de estos conceptos y sus propiedades (Cristóbal, 1999).

Ecuaciones diferenciales

Dado que el tema de ecuaciones diferenciales forma parte del currículum de muchas carreras profesionales, en particular, de todas las del área de ingeniería, llama la atención que solamente se hayan identificado tres investigaciones sobre la temática.

Una de ellas es la de Trigueros (2000), quien con el método APOS y su ampliación correspondiente a los esquemas y su interacción, analiza el modelo de producción de estudiantes universitarios cuando resuelven problemas relacionados con sistemas de ecuaciones diferenciales y se da cuenta de sus principales dificultades, entre las que se encuentran la integración de diferentes conceptos como la función dada a través de ecuaciones paramétricas con el campo de tangentes del espacio fase.

Otro estudio que aborda las ecuaciones diferenciales es el de Mochón y Godínez (1996) quienes exploran acerca de los métodos que utilizan estudiantes para modelar problemas de situaciones reales, encontrando que la gran mayoría aplica procedimientos aritméticos de tipo lineal, aun cuando los problemas sean de tipo exponencial y típicos de un planteamiento de ecuaciones diferenciales o en diferencias; concluyen que esto habla de la habilidad limitada para aplicar procedimientos diferenciales o incluso algebraicos.

En una tercera investigación, haciendo uso de la metodología de la ingeniería didáctica, se desarrollan situaciones que incluyen a la computadora y versan sobre ecuaciones diferenciales ordinarias. La intención es que el alumno pueda articular los acercamientos numérico, gráfico y algebraico; después de tres semestres de ser aplicadas las situaciones didácticas a diferentes grupos de estudiantes, se concluye que son posibles estos acercamientos cuando se trabaja con ellos desde el inicio del curso, y que también es posible modificar el esquema de enseñanza del curso de ecuaciones diferenciales, recurriendo no sólo a herramientas computacionales sino incorporando los tres acercamientos antes mencionados (Hernández, 1998).

Probabilidad

Se identificaron tres trabajos acerca de probabilidad, los cuales son de corte cognitivo. Llama la atención el hecho de que sean de la misma autora; es decir, en apariencia, solamente una persona se ha preocupado por llevar a cabo estudios sobre probabilidad en el nivel superior.

El primer trabajo indaga sobre las estrategias de solución que utilizan de manera intuitiva los estudiantes universitarios ante diversas situaciones referidas a problemas de probabilidad correspondientes a urnas abiertas con extracción simple. Se parte de referentes teóricos como Piaget —estadios de desarrollo del conocimiento— y Fischbein (1987) —ideas intuitivas—. Para el diseño de situaciones se consideran familias de categorías dirigidas a estructurar diversos aspectos de comparación entre dos espacios muestrales. Para la detección de estrategias de resolución se parte de la teoría de Piaget llegando a la caracterización de dos tipos de estrategias simples:

a) las de centración, donde se consideran elementos totales, favorables o desfavorables,

b) las de relación, que consideran relaciones de equilibrio y de proporcionalidad.

Con base en las estrategias anteriores se obtiene la caracterización de una estrategia compuesta a través de diversas operaciones de tipo lógico (Alatorre, 1994).

El segundo trabajo de Alatorre (1999) refuerza el anterior. Se llevó a cabo de la manera siguiente:

1) El diseño de situaciones de enseñanza, para lo cual se utiliza el modelo de urnas con extracción simple operando entre veinte y cuarenta problemas; cada urna contenía cartas de diferente color y se cuestionó a los estudiantes sobre qué urna escogerían si después de una extracción se deseaba obtener una carta de determinado color.

2) Se analizan estrategias en la construcción del conocimiento y se exploran las dificultades que se presentan ante estas situaciones.

3) Se analizan los métodos de construcción del estudiante, estableciéndose categorías que se presentan en las construcciones mentales, clasificadas de acuerdo a los teoremas "en acto" (en el sentido de G. Vergnaud).

En los resultados se encuentra que los estudiantes presentan dificultades en la concepción del proceso combinatorio y utilizan como estrategias las relaciones de equilibrio y la proporcionalidad como proceso central en la solución de problemas, asimismo, se encuentra que recurren a la algoritmización para buscar la solución.

En un tercer trabajo, Alatorre (2000) aborda la razón de comparación en dos contextos diferentes, mezclas de jugos con agua y azúcar, para estudiar las estrategias intuitivas que emplean alumnos de primer grado que cursan la licenciatura de psicología educativa.

Se reporta que el contexto facilita la comprensión de problemas referidos a procesos combinatorios; la estrategia del uso del concepto de proporcionalidad en los problemas que conllevan un proceso combinatorio apoyan a la comprensión del problema y ayudan a encontrar su solución.

Estadística

En estadística se identificaron dos investigaciones. Una de ellas muestra las dificultades que tenían los alumnos para apropiarse de la idea de aleatoriedad, se parte de la concepción de que los datos estadísticos, por sí solos, no reflejan la naturaleza específica de aleatoriedad, y que es necesario un marco de referencia para mirar esta aleatoriedad. Después de cinco clases de experimentación se encuentra que a través de este proceso, en el que se incluyen problemas reales, se produce conocimiento (De León, 1996).

En otro estudio se buscan indicios de dificultades para hacer predicciones en situaciones aleatorias que implican ideas de regresión y correlación. Se encontró que en las respuestas dadas, tanto por los estudiantes como por los docentes, se utiliza lenguaje cotidiano, no se recurre a

la notación matemática, al empleo de fórmulas, tablas ni gráficas; hay dificultades en reconocer e interpretar propiamente la regresión y los efectos aleatorios. Con base en lo anterior, se afirma que la enseñanza tradicional no es suficiente para tratar el azar ni la búsqueda de una matematización de estos problemas. Tanto estudiantes como maestros tiene dificultades en reconocer e interpretar la regresión y la covarianza (Delgado, 1996).

Serie de Fourier

A través de entrevistas clínicas, Muro (2000) buscó determinar si los estudiantes pueden vincular la serie de Fourier con el proceso de transferencia de masa. Con esto se pretende indagar si pueden establecer la contextualización de la matemática, ya que es la forma como se trabaja la transferencia de masa en la ingeniería química. La autora concluye que los alumnos no pueden vincular estos conceptos debido a los obstáculos epistemológicos de las series trigonométricas: la suma de funciones senoidales, la periodicidad de las funciones y la convergencia de la serie (Muro, 2000).

Resolución de problemas

Se incluye un apartado de resolución de problemas ya que estos estudios abarcan varios temas de la matemática y es imposible ubicarlos en alguno de los apartados anteriores. Además, los estudios que se llevan a cabo con los estudiantes, no necesariamente analizan el contenido matemático, como se puede ver en los resultados que se muestran a continuación.

Teniendo como marco los trabajos de Schoenfeld, se indagó con estudiantes de primer semestre de una carrera de matemáticas acerca de sus creencias matemáticas y cómo intervienen éstas en la resolución de problemas matemáticos. Entre los resultados se tiene: que los estudiantes no manejan una comprensión intuitiva del problema debido a que tienen dificultades para interpretarlo; que no tienen vocabulario geométrico analítico; que no experimentan ni ensayan por lo que no hay reconocimiento de errores y no hay estimación de resultados (García, 1994).

Por su lado, Santos (1995a) lleva a cabo un estudio en donde concluye que muchas de las creencias que los estudiantes desarrollan acerca de la matemática y la resolución de problemas, aunque sean erróneas, en los procesos de resolución de los ejercicios de clases, así como en la mayoría de los problemas que se encuentran en los libros de texto no les interfieren, ya que la educación formal poco contribuye a que el estudiante pueda contrastar o evaluar la información que posee.

En otra investigación se les dan problemas a los alumnos y se les solicita que los clasifiquen; se concluye que la forma de resolverlos está fuertemente influenciada por la categoría en la que clasificó el problema (Benítez, 1999).

Investigación centrada en los maestros

Introducción

Los estudios incluidos en este apartado abordan aspectos diversos relacionados con el maestro, como sus actitudes, conocimientos, formas de trabajar y cursos de formación.

Los propósitos. En esta categoría ubicamos 9 investigaciones, de las cuales 8 son propiamente sobre características de los profesores y 1 sobre el diseño de un curso para docentes. Las temáticas son variadas: una investigación trata sobre las actitudes que tienen los docentes ante el uso de la tecnología, otra sobre la forma de trabajar con la estrategia de resolución de problemas en clase, una más observa a los profesores cuando trabajan con problemas de otras disciplinas; también se da seguimiento al aprendizaje de la matemática de dos profesores en formación para la docencia, las cuatro restantes muestran los conocimientos endebles de matemáticas que tienen algunos profesores.

Las metodologías. Al igual que en la categoría centrada en los alumnos, aquí se encuentran dos momentos en el desarrollo de la investigación: uno en el diseño de los instrumentos y otro para recopilar la información y poner en escena las experiencias planeadas.

a) Para el diseño de los instrumentos se hace uso, por ejemplo, de elementos guía que versan sobre: los modos del pensamiento, los niveles de Van Hiele, la matemática en contexto, la resolución de problemas o la tecnología; también se emplea la ingeniería didáctica y el método APOS.

b) Las metodologías utilizadas en el desarrollo de la investigación son la aplicación de instrumentos, la observación, el seguimiento de los sujetos, o la ingeniería didáctica; muchas no explicitan la metodología que emplean.

Las teorías. Las teorías que se han utilizado en estas investigaciones son la de Schoenfeld y situaciones didácticas de Brousseau. También elementos teóricos como Sierpinska (1985 y 9992) y los niveles de Van Hiele.

Los sujetos de estudio. Hay investigaciones sobre profesores del nivel superior y otras que incluyen profesores del nivel medio superior y superior, algunas no especifican el tipo de maestros.

Las áreas de la matemática. Los estudios versan sobre el cálculo diferencial e integral de funciones reales de una variable real, álgebra lineal, series y la matemática en general.

Aportes

Respecto a las actitudes de los docentes frente a la tecnología se localizó un estudio que analizó la resolución de ejercicios de desigualdades con una calculadora graficadora. Para tal efecto se diseñó una serie de actividades en donde se trabajan desigualdades de forma geométrica las cuales son planteadas a profesores quienes no se adaptaron de inmediato a la tecnología. Se observaron cambios en la actitud de los docentes debido a la influencia de la graficadora; el profesor inicia desde el aprendizaje del manejo del aparato hasta la reflexión acerca de su uso; las actitudes motivadas por este medio propiciaron que con gusto los docentes fueran a la búsqueda de solución de los problemas planteados (Rivera, 1996).

En otro estudio se expone a los docentes a situaciones para provocar reflexión sobre su práctica docente y que incorporen problemas en su didáctica; Balderas y Schafer (1997) instalan un taller en donde les presentan a los docentes experimentos del péndulo simple para que modelen el fenómeno haciendo uso del cálculo diferencial e integral de una variable real y ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, y les preguntan acerca de la factibilidad de que lo incorporen a sus clases. Se concluye que presentar a los profesores fenómenos reales para modelarlos matemáticamente les provoca la reflexión acerca del currículo y la didáctica que emplean para estos temas, y se presenta una reorganización y revisión de los conceptos matemáticos involucrados.

Durante un curso normal de cálculo, en el tema de funciones continuas no diferenciables, Santos (1995b) da seguimiento al desarrollo de un curso en el cual el profesor pretende incorporar la estrategia de resolución de problemas junto con el *Cabri Geometre*, mostrando que, aunque el profesor fue instruido para tal tarea, no tiene consistencia en esta actividad. Santos concluye que al profesor le toma tiempo conceptualizar y aceptar cambios en su práctica docente cotidiana.

Farfán (1997) lleva a cabo un estudio con profesores acerca de las nociones de convergencia planteadas en el contexto de conducción de calor (problema tal y como fue abordado por Fourier); para ello, diseña situacio-

nes haciendo hincapié en las representaciones geométrica, algebraica y numérica. La autora constató que si bien la primera intuición sobre el fenómeno por estudiar es perceptible, ello no ocurre con su representación gráfica ni con el tratamiento analítico, el profesor evita el tránsito de la representación del fenómeno a la representación geométrica. Además, menciona que llegar a distinguir entre lo que varía y lo que produce tal variación es reconstruir la noción de convergencia de la serie de Fourier, para el caso de conducción de calor.

Las investigaciones que abordan el conocimiento matemático de los profesores se refieren a estudios que indagan acerca de una problemática previamente detectada en los estudiantes. Entre éstas, la investigación de Oktac y Chargoy (2000) parte de la hipótesis que, para tener la concepción de base de un espacio vectorial, el individuo debe transitar por los diferentes modos del pensamiento que establece Sierpinska: analítico aritmético, geométrico sintético y analítico estructural con lo cual se estructura una secuencia de actividades para indagar si los profesores pueden transitar por estos modos de pensamiento, verificándose que no ocurre así.

Otra investigación en la misma dirección —y que aplica la metodología de ingeniería didáctica tomando en cuenta la variación de las derivadas— verifica que un grupo de profesores no maneja las concepciones geométricas de la primera y segunda derivada de una función, al igual que un grupo de estudiantes a los que se estudió durante la investigación (González, 1999).

La investigación de Oktac y Cuellar (1997) por su parte, pone de manifiesto que los profesores, cuando son sometidos a experiencias en donde desconocen el tema, presentan el mismo tipo de problemática que los estudiantes. Estos investigadores aplican actividades con la metodología APOS sobre la resolución de ecuaciones algebraicas lineales sobre un campo módulo n, de tal forma que se presenta el conflicto de no tomar en cuenta el campo módulo n y trabajar como si fuera el campo de los números reales.

También se recopiló un estudio que muestra cómo aprenden matemáticas los profesores que no son matemáticos, el cual se desarrolló con dos profesores alumnos de una maestría en docencia de las matemáticas. A partir de las reflexiones sobre su propio proceso de aprendizaje, tareas elaboradas y exámenes efectuados durante dos años de estudio, se observó que en ambos estudiantes fue similar la forma de aproximación al objeto de estudio y que la metodología que se daba en las clases que tomaban influía en su aprendizaje, aunque el desarrollo no fue gradual (Hernández, 1997).

INVESTIGACIÓN CENTRADA EN EL SABER

Introducción

Se detecta una gran inquietud en la comunidad de investigadores por conocer la génesis de los objetos matemáticos, así como por establecer la vinculación de la matemática con las demás ciencias. Esta categoría es la más relevante para el nivel superior, abarca cuarenta investigaciones. Una característica de los estudios centrados en el saber es que recurren al análisis de textos para el desarrollo de la investigación.

Los propósitos. La mayoría de los trabajos son de corte epistemológico; entre éstos se encuentran los que tratan de cómo surge un determinado concepto o tema matemático, bajo el supuesto de que el conocer la génesis de los conceptos y objetos matemáticos ofrece elementos para el diseño de estrategias didácticas, o los que identifican obstáculos epistemológicos. Hay también investigaciones que analizan y comparan los conceptos presentados en textos mexicanos y europeos, mientras que otras se dedican a establecer la vinculación entre la matemática y otras disciplinas, es decir, contextualizan la matemática.

En otra dirección, la gran mayoría de las investigaciones de esta categoría inciden en la matemática en el contexto de las ciencias; hay una que establece una metodología para el diseño de programas de estudio en carreras del nivel superior, en las que no se pretende formar matemáticos.

Las metodologías. La metodología de análisis en esencia es sólo una, la que corresponde al análisis de textos, bifurcándose en textos antiguos y modernos. Para las investigaciones sobre epistemología se analizan textos antiguos y las demás aplican el análisis de libros de texto modernos o se analizan los dos tipos de textos.

Las áreas de la matemática. Una gran parte de estas investigaciones inciden en cálculo diferencial e integral de una variable real (18 trabajos), mientras que son escasas las que tratan cálculo de varias variables, series o ecuaciones diferenciales. Hay dos trabajos que abordan la transformada de Laplace, otro la variable compleja y uno más las funciones generalizadas.

Aportes

Estudios epistemológicos

Hay estudios sobre contenidos matemáticos correspondientes a niveles anteriores al superior que, según argumentan los autores, repercuten en los

estudiantes del nivel superior. Entre estos se encuentran los dos siguientes: el primero de ellos analiza la igualdad $2^0=1$; se determina que ésta es una convención y que en los textos actuales se trata de justificar de diferentes formas, pero que el meollo del asunto está en el hecho de que en el currículum no se pone atención a este tipo de convenciones que establece la matemática, lo cual tiene repercusiones en el desempeño posterior de los alumnos (Farfán y Martínez, 2001).

En el otro estudio que aborda antecedentes del nivel superior se muestran los intentos hechos a través de la historia para probar la regla de los signos de Descartes; se menciona que fue hasta 1828 cuando Carl Frederick Gauss la demuestra recurriendo a métodos algebraicos. Para finalizar, los autores dan una demostración de esta regla que se apoya en una idea de predicción (Cantoral y Ferrari, 2001).

Las siguientes investigaciones abordan temas comunes al nivel superior y al medio superior.

El estudio de Torres (2000), muestra el desarrollo que llevó a John Napier en 1594 a construir los logaritmos neperianos a través de dos sucesiones de números relacionadas de tal manera que cuando una se incrementa en progresión aritmética la otra decrece en progresión geométrica.

Waldegg (1993) analiza los pasajes en los que Aristóteles discute la naturaleza del infinito matemático y su existencia o inexistencia; considera que los objetos matemáticos para él derivan por abstracción de los objetos sensibles, y resalta la posición realista empirista de la epistemología aristotélica.

Dolores (2001b) afirma que Engels, en su *Dialéctica de la Naturaleza*, plantea claramente la diferencia cualitativa entre la matemática de las constantes y la matemática de las variables; en este sentido, señalaba que el punto de viraje de las matemáticas fue la magnitud variable de Descartes, que introdujo en las matemáticas el movimiento, con él la dialéctica y también el cálculo diferencial e integral. Por otra parte, Dolores afirma que lograr el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional en los estudiantes no es tarea fácil.

Otro estudio es el de Rondero (2001) quien indaga sobre los saberes matemáticos que intervienen en el paso del aritmética al cálculo, y como resultado de dicha indagación pone en evidencia que la media aritmética es un elemento de transición de la aritmética al cálculo, y que, como representación del promedio, tiene vinculación con el equilibrio.

Cantoral y Castañeda (2001) llevan a cabo un estudio sobre punto de inflexión, a través de los trabajos de L'Hopital y Agnesi en el que afirman

que sistemáticamente estos legendarios matemáticos incluían ejemplos con la intención de ampliar las explicaciones. Además, Cantoral y Castañeda encuentran que algunas de las formas en las que L'Hopital y Agnesi caracterizaron al punto de inflexión ya no existen en los libros de texto actuales; por ejemplo, mirar a este punto a través de la subtangente máxima, mientras que continúan vivas las caracterizaciones de "el lugar geométrico en donde ocurre un cambio de concavidad", "el punto en donde se cumple que la segunda diferencia es igual a cero".

Cordero y Muñoz (1994), por su parte, analizan el desarrollo epistemológico de la integral para encontrar los elementos que determinan la simbiosis algoritmo y concepto; establecen que para problemas contextualizados se requieren procesos de abstracción, modelos matemáticos y lenguaje simbólico.

En la misma línea se llevó a cabo una investigación sobre el surgimiento del cálculo integral, desde los papiros egipcios pasando por los babilonios, los chinos y llegando a Tales, Pitágoras, Eudoxio, Hipócrates, Demócrito, Arquímedes, Cavalieri y Kepler. El autor de este estudio asegura que es un mito el que Newton y Leibnitz hayan descubierto el cálculo, afirma que solamente lo perfeccionaron, pues desde mil años antes ya se hacían cálculos de áreas limitadas por curvas, de hecho, al igual que otros autores él concluye que el creador del cálculo es Arquímedes (Rosado, 2001). Tomando en consideración lo anterior, el autor pretende que sean incluidos en los cursos de cálculo datos y hechos históricos con el fin de enriquecerlos.

Moreno y Waldegg (1995), por otro lado, analizan el desarrollo conceptual de nociones fundamentales del cálculo, mostrando algunas de las circunstancias centrales que hicieron posible el tránsito de la matemática elemental al cálculo. Proponen un modelo de desarrollo conceptual en donde debe ser incorporada la variación de los fenómenos a los modelos matemáticos: el fenómeno físico (movimiento), afirman estos investigadores, da lugar a una representación que permite la extracción de reglas operatorias en un contexto particular y su generalización permite la descontextualización del concepto.

En un estudio más, se trata de rescatar el origen que le otorga la física al concepto de función y sus derivadas, encontrándose que durante el siglo XIV se creía que las matemáticas eran el instrumento principal para el estudio de los fenómenos naturales, apartándose de la doctrina arsitotélica de la intensión (intensidad) y disminución de las cualidades de las formas y abordando el estudio matemático del movimiento no uniforme cualitativo y local. Por su parte, los filósofos naturales del colegio de Merton en

Oxford estudiaron las variaciones de la intensidad en la cualidad de un cuerpo, desde un punto a otro en el espacio o el tiempo, y el resultado central derivado de estos conceptos fue la regla de Merton de aceleración uniforme (Cantoral y Flores, 2001).

Otros investigadores dedicados a este tipo de estudios son Waldegg, Alarcón y Rigo (1994) quienes analizan los distintos acercamientos al teorema de valor intermedio que permiten apreciar las diferentes concepciones del método analítico. Afirman que hacia la primera mitad del siglo XIX las teorías científicas se calificaban a sí mismas como analíticas —desde la mecánica analítica de Lagrange hasta la prueba puramente analítica del teorema de valor intermedio de Bolzano— el alto nivel de abstracción y generalidad de una teoría estaba sustentado en el uso de los métodos analíticos. Empero, el término "analítico" no tuvo el mismo significado para todos los científicos de este periodo y es posible detectar diferencias notables en los supuestos que fundamentan el empleo de los métodos analíticos para cada uno de los autores.

Riestra (1998), a través de diversos ejemplos explicita cómo el concepto de cantidad relativa hace presencia en nociones fundamentales del cálculo, cubriendo también la aritmética y la geometría; concluye que este hecho debe ser un factor consciente en los docentes por la trascendencia que representa para el entendimiento del cálculo.

El carácter predictivo de la matemática lo pone en relieve Cantoral (1995), a través del análisis de textos, en donde trata de rescatar los elementos didácticos que se manejaban en la antigüedad respecto a la serie de Taylor, encontrando que la serie tiene un carácter predictivo.

Las investigaciones que continúan inciden en temas propios del nivel superior como lo es el cálculo de funciones de varias variables, ecuaciones diferenciales, etc. En este terreno, Ulín (2001) extiende el trabajo de Riestra a través de un análisis de textos antiguos sobre cálculo de una y varias variables, y determina la injerencia de las cantidades relativas en el origen de estos temas. Concluyendo con la demostración del teorema fundamental de cálculo en términos de cantidades relativas, asimismo, rescata de los orígenes del cálculo el concepto de "contacto" el cual está estrechamente ligado con la serie de Taylor; menciona el autor que con los conceptos de contacto y de cantidades relativas se puede retomar el gradiente, la divergencia y el rotacional para llevarlos a las aulas como una razón de cambio.

Aun en esta línea epistemológica, la investigación de Rivera (1998) se orienta a rescatar los desarrollos que se llevaron a cabo a lo largo de cien años acerca de la representatividad de polinomios en varias variables, no negativos, como suma de cuadrados de polinomios; esto para contar con

una versión menos sofisticada para los alumnos de carreras de matemáticas, ya que la versión que generalmente se presenta es la de Hilbert de 1888, la cual se basa en curvas algebraicas que no son accesibles para alumnos de los primeros semestres de carreras en matemáticas.

Por su parte, Benítez (1993) pone de manifiesto la búsqueda de significados para las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden a través de su génesis, para lo cual se estudian escritos de los siglos diecisiete y dieciocho, en particular los originales de Leonhard Euler. Benítez encuentra que un elemento central en el surgimiento de estas ecuaciones fue el diferencial, situación totalmente ignorada en los textos que abordan este tema.

Acerca de variable compleja se cuenta con el estudio de Soto (1998), que analiza el desarrollo de los logaritmos de números negativos y la variable compleja, llevando a cabo un análisis de la controversia entre Leibnitz y Bernulli en 1712, así como entre Euler y el mismo Bernulli en 1728.

Un análisis epistemológico acerca de la transformada de Laplace, muestra que el factor exponencial en la definición de la transformada se debe a la necesidad de la búsqueda de factores de integración en ecuaciones diferenciales de orden mayor a uno; surge el caso general de la integral de la transformada de Laplace para cualquier valor de los límites, acotándolos para los valores de cero e infinito, como los incluye la definición formal de la transformada. Esta investigación pretende buscar elementos que favorezcan la enseñanza de este tema en el medio educativo (Miranda, 1996).

Otro estudio de tipo epistemológico, que también se encuentra en la búsqueda de lineamientos que contribuyan al diseño de una alternativa didáctica, es el que se dedica a funciones generalizadas. A través de esta investigación se pone de manifiesto que las distribuciones de Schwartz no es el único sustento teórico de aquéllas, están los modelos infinitesimales y las sucesiones de Mikusinski. Se concluye que hay cuatro posibles alternativas didácticas para impartir las funciones generalizadas y todas ellas están correlacionadas con los sustentos teóricos de dichas funciones (Camarena, 2001b).

En la misma investigación Camarena (2001b) determina un constructo teórico de orden epistemológico, menciona que un contenido de saber a enseñar que está destinado a utilizarse en la ingeniería sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para las aplicaciones en esa ingeniería, se le llama: *saber de aplicación*. Así, el saber didáctico se extrae del dominio escolar para insertarse en el ámbito de la ingeniería, convirtiéndose en saber de aplicación. Al conjunto de transformaciones que sufre un saber para pasar del saber a enseñar al saber de aplicación la autora le denomina: *transposición contextualizada,* la cual

modifica este saber a enseñar a un saber de aplicación; es decir, el saber en el ámbito escolar es uno y otro en el contexto de la ingeniería en donde se le utilizará.

En una dirección completamente distinta se desarrolla la investigación de Camacho (2001) quien lleva a cabo un análisis de textos antiguos con el propósito de determinar los contenidos matemáticos del cálculo que se estudiaban en los siglos XVIII y XIX en México con respecto a lo que estudiaban en esa misma época en Europa. La metodología de análisis que emplea involucra las variables: social, cultural e institucional. Camacho encuentra que el conocimiento en México se encontraba elementarizado con respecto al que se impartía en Europa. Otro resultado relevante en esta investigación acusa que mientras que todos los textos tenían un tratamiento infinitesimalista variable, el libro de Díaz Covarrubias incluía para las derivadas incrementos constantes no infinitesimalistas obteniendo los mismos resultados.

También diferente es la dirección del estudio de Waldegg (1995), quien analiza el papel de la epistemología en la investigación en didáctica, examinando el caso de las paradojas del infinito de Bolzano; con base en este estudio, Waldegg concluye que la investigación en didáctica exige la integración de la historia, la matemática, la lógica y la epistemología.

Varios estudios versan sobre la determinación de obstáculos epistemológicos, entre éstos se encuentra el de Hitt (1997) quien menciona que las ideas sobre el infinito potencial y el actual estaban presentes desde el inicio de la matemática griega, sin embargo, el no entendimiento del infinito actual hizo que se restringiera la matemática al uso del infinito potencial; el surgimiento tardío del infinito actual y su utilización sistemática se dio en el siglo XIX y XX, lo que sugiere que los problemas de aprendizaje del concepto de límite, en el caso de límites que involucren al infinito, en los alumnos se deben a obstáculos epistemológicos. Asimismo, Hitt sugiere que a través de ciertos acercamientos didácticos se pueden enfrentar estos obstáculos.

Farfán y Villalobos (2001) se cuentan entre otros investigadores que han estudiado los obstáculos epistemológicos; ellos llevan a cabo una investigación documental en donde exponen los obstáculos epistemológicos que enfrentó el concepto de función, presentando los obstáculos que describe Sierpinska: los cálculos prácticos son menospreciados, la producción de tablas de relaciones numéricas no son meritorias de ser un objeto de estudio.

Waldegg (1996) investiga acerca de los trabajos de Bernard Bolzano (1781-1848) los cuales muestran una concepción de la matemática que se adelantó notablemente a su época. En las *Paradojas del infinito* Bolzano es el primero en considerar la posibilidad de introducir el infinito en la matemá-

tica como un objeto operatorio coherente al interior de una estructura axiomática. Por otro lado, la teoría de funciones continuas, así como la concepción de los números reales de Bolzano preludian un movimiento que fue predominante en la matemática de la segunda mitad del siglo XIX. La manera de concebir la matemática y la ciencia en general, permite a Bolzano superar muchos de los obstáculos que sus contemporáneos no imaginaron, pero al mismo tiempo actuó como una barrera que le impidió acceder a formas diferentes de imaginar la geometría. Concluye la autora diciendo que ciertas concepciones sobreentendidas de la naturaleza de los objetos, ya sean naturales o formales, pueden en un cierto momento, dificultar la transición hacia otro nivel de comprensión de una teoría. Estas concepciones ontológicas se revelan más resistentes que otras ideas intuitivas que explican los fenómenos o las relaciones formales en términos de relaciones con objetos cercanos. Así, se muestra que cierto tipo de convicciones actúan como obstáculos epistemológicos para acceder a un nivel superior de la teoría.

Por otro lado, se han llevado a cabo investigaciones para determinar los obstáculos epistemológicos por los que se ha pasado en el desarrollo de objetos o conceptos matemáticos y con ello diseñar situaciones didácticas para que sean superados estos obstáculos por los estudiantes. En esta actividad se pone en juego una interacción del alumno con las situaciones, donde el sujeto somete a revisión sus conocimientos anteriores, los complementa o los rechaza para formar concepciones nuevas. Entre estos estudios se encuentra la convergencia de series cuyos obstáculos son, en esencia, el predominio de la noción de sucesión sobre la noción de serie, el infinito como obstáculo para la noción de suma de una serie infinita, y el infinito potencial como obstáculo para el infinito actual (Albert, 1996).

En este sentido, Farfán (1993) lleva a cabo una investigación que pone de manifiesto un obstáculo epistemológico de trascendencia en el estudio de las series trigonométricas: el adjudicar la naturaleza de los términos de la serie a la suma. Este obstáculo impide el cálculo de sumas de series numéricas infinitas.

La investigación de Camarena (2001b), sobre las funciones generalizadas descrita en el apartado anterior, pone de manifiesto el obstáculo epistemológico tan grande que enfrentó la función delta de Dirac la cual no fue aceptada por el gremio de los matemáticos hasta después de más de cincuenta años de su existencia; de la misma manera, los alumnos no la aceptan por contradecir sus conocimientos previos.

La investigación de Waldegg (2001) determina que Bolzano fue contemporáneo de los fundadores de las geometrías no euclidianas y de la

renovación de la geometría proyectiva; si embargo, no participó en el movimiento transformador de conceptos y métodos que cristalizó en un nuevo orden de la geometría a principios del siglo XIX, por el contrario, él trató de demostrar el quinto postulado de Euclides. Dos convicciones epistemológicas tuvieron el papel de obstáculo y le impidieron imaginar la posibilidad de que pudiera existir una geometría no euclidiana. En primer lugar Bolzano pensaba que la geometría euclidiana tenía una estructura intrínseca y que la descripción de esa estructura contenía la existencia de una conexión objetiva entre las verdades geométricas. La autora concluye que las concepciones de carácter ontológico producen obstáculos más resistentes de superar que aquellas basadas en la percepción o el aprendizaje, elementos que rescata del análisis que lleva acabo.

Análisis de libros de texto modernos

Los estudios de este tipo tienen diferentes propósitos. Algunos buscan elementos variacionales; otros buscan establecer la contextualización de la matemática con otras disciplinas para contar con lineamientos didácticos, y otros más indagan acerca de los infinitesimales.

En la primera clasificación se encuentra el trabajo de González (1996) quien busca determinar cuáles son las representaciones más usadas acerca de las integrales dobles ya que, señala el autor, el discurso de Vergnaud acerca de las relaciones homomorfas entre diferentes representaciones de un mismo concepto permite atender el problema de la enseñanza de la matemática. González encuentra que la integral doble tiene más de una significación y más de una representación; las antiderivadas parciales dominan la representación; si se considera a la función como una relación entre cantidades variables, entonces la forma de acercase a la integral doble es a través de la comparación de estados.

Un estudio más de este tipo es el de ecuaciones diferenciales ordinarias en el contexto de flexión de vigas, con el que posteriormente se indaga si el estudiante se apropia de un pensamiento variacional cuando trabaja con esta contextualización (Cantoral y Flores, 1999).

En las investigaciones que se comentan a continuación se establece la contextualización de la matemática en otras ciencias. A través del análisis de textos modernos de otras disciplinas se indaga sobre cómo se modela con la matemática, con el objeto de establecer la vinculación de esta disciplina con las demás ciencias. En este terreno está el trabajo que establece la vinculación de la derivada de una función con la elasticidad como instrumento explicativo de modelos económicos (Del Río, 1995), así como el que

aborda el cálculo de funciones de una y dos variables en el contexto de la termodinámica (Bravo, 1997). Otro estudio del mismo corte es el de Ongay (1997) quien diseña un curso sobre cálculo de varias variables en el contexto de la teoría electromagnética.

En otro trabajo se muestra el carácter de modelo (según la concepción tradicional) en diferentes contextos de una misma ecuación diferencial parcial, con el propósito de contar con material de matemáticas contextualizadas, para lo cual se recurre al fenómeno de transferencia de calor y el de vibración de una cuerda (Corral y Pérez, 2000).

Hay dos investigaciones en donde se muestra que con el establecimiento de la contextualización de la matemática en otras disciplinas no sólo la matemática adquiere significado sino que otorga significado al fenómeno que está modelando. Una se refiere a la transformada de Laplace en el contexto de los circuitos eléctricos (Suárez y Camarena, 2000) y la otra a la serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa (Muro, 2000).

Las dos investigaciones que se comentan en seguida indagan sobre los infinitesimales. La primera consiste en un estudio histórico realizado en el marco de la transposición didáctica, en donde se muestra que en el nivel superior la forma de introducir y manejar los infinitesimales (el caso particular de los diferenciales) nada tiene que ver con la forma como son empleados en la física; se describe que la forma de matematizar los conceptos de esta disciplina se sustenta en el cálculo de Leibniz (Pulido, 1998). Mientras que en la segunda se lleva a cabo un análisis de textos de matemáticas y de ingeniería para detectar la inclusión que hacen éstos de los infinitesimales, concluyéndose que los textos actuales de matemáticas ni siquiera los mencionan, mientras que los libros de ingeniería hacen uso de éstos, lo que apoya la propuesta de un curso de cálculo con infinitesimales (Arcos, 1996).

Modelos matemáticos

Hay una corriente de investigadores que abordan el tema de los modelos matemáticos. Entre los más activos en esta dirección se encuentran Mochón (1997), quien define a grandes rasgos un modelo matemático como una representación de un fenómeno real basada en relaciones matemáticas, y Camarena (2000), quien a través del análisis de textos de la ingeniería, los caracteriza como aquella relación matemática que describe objetos o problemas de la ingeniería. Esta investigadora, además, establece la diferencia conceptual entre modelos matemáticos y matemática en con-

texto, considerando a los modelos una de las etapas de la matemática en contexto. Camarena clasifica los modelos de acuerdo con el uso que les otorga la ingeniería, que pueden ser dinámicos o estáticos; y en función de las áreas del conocimiento de la ingeniería, los cuales se diversifican en los llamados modelos de primera generación (los que emergen de datos experimentales y dan origen a las leyes o fórmulas de comportamiento de los fenómenos), de segunda generación (los que emplean a las fórmulas establecidas), tercera generación (los que modelan sistemas) y cuarta generación (los relacionados con la simulación de fenómenos).

Asimismo, Camarena (2000) menciona que la matemática en el contexto de las ciencias, al proporcionar conocimientos integrados, favorece el entendimiento de las otras disciplinas que actúan conjuntamente; dicho de otra forma, la matemática ayuda a dar significación a los fenómenos que modela. Mientras que para Mochón (1997) los modelos matemáticos ayudan a entender mejor los fenómenos que describen, desarrollando la intuición sobre su funcionamiento; además, afirma este investigador, sirven para predecir lo que pasaría en la situación real.

Currículo (como programas de estudio)

Se abre un espacio para mencionar una investigación de Camarena (1998) orientada al área curricular y de la cual emerge una metodología para el diseño de programas de estudio de matemáticas en carreras en donde la matemática no es una meta en sí misma. La metodología se compone de tres etapas:

a) La central, que se ocupa del análisis de los contenidos matemáticos, tanto explícitos como implícitos, en los cursos específicos de la carrera en estudio, para lo cual se utiliza la metodología de análisis de texto de las asignaturas propias de la carrera.

b) La precedente, a través de la cual, mediante un cuestionario se diagnostica el nivel de conocimientos de matemáticas que tienen los alumnos a su ingreso a la carrera.

c) La consecuente, que con encuestas y entrevistas a egresados en ejercicio de su carrera e investigadores recoge información sobre el uso que tienen de la matemática en su labor profesional.

A través de esta metodología, denominada DIPCI**N**G (Diseño de programas de estudio en carreras de ingeniería) que ha sido aplicada a diversas carreras

de ingeniería (comunicaciones y electrónica, sistemas computacionales, robótica industrial, ambiental, bioelectrónica, etcétera), se pretende ofrecer una matemática significativa la cual favorecerá la formación integral del estudiante, y se han establecido resultados comunes que determinan categorías de los contenidos matemáticos. Así, por ejemplo, en cada carrera hay objetos, conceptos y temas matemáticos que son de apoyo a las áreas teóricas de la ingeniería, mientras que hay otros que apoyan a las materias de aplicación de la ingeniería y a la actividad profesional del ingeniero, con lo cual se establece una diferencia entre temas de matemáticas en los que el alumno debe desarrollar habilidades para su manipulación y aplicación, y temas en los que no es necesario este desarrollo.

Con la metodología, se determina el enfoque de cada concepto y tema de matemáticas, el cual depende de la carrera en estudio; asimismo, la nomenclatura específica que los otros ámbitos científicos le confieren a los objetos matemáticos. Se obtiene también el número de asignaturas de matemáticas que requiere cada carrera, la ubicación de estos cursos y la vinculación de antecedentes y consecuentes con otras asignaturas del mapa curricular de la carrera de que se trate. Se define la vinculación matemática y curricular tanto interna como externa. Siendo la interna la que se establece entre las asignaturas de la matemática con las ciencias básicas (física, química y biología) y las ciencias básicas de la carrera, así como entre la matemática y las especialidades de la carrera. Se establece la vinculación externa que existe entre el nivel superior y el nivel medio superior; el superior con el postgrado y el superior con la industria.

INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LOS RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA

Introducción

Es importante mencionar que, en la década de los noventa, las innovaciones tecnológicas y la creciente disponibilidad del internet han alentado el desarrollo de materiales y medios para favorecer la educación; en particular, han incidido en cambios sustanciales en lo que compete a las modalidades de enseñanza, entre las que se cuenta la enseñanza virtual.

La enseñanza virtual se adopta como una solución al problema de crecimiento exponencial del conocimiento en la sociedad contemporánea, así como al crecimiento de la matrícula y la problemática que enfrentan traba-

jadores de lugares lejanos a las grandes urbes, y la poca disponibilidad de tiempo en horarios laborales.

En general, es notorio el uso de los recursos tecnológicos los cuales han desplazado a prácticamente cualquier otro tipo de material de apoyo didáctico. En el nivel superior, todas las investigaciones reportadas en esta categoría (21) se relacionan con la tecnología electrónica.

Los propósitos. Es pertinente mencionar que, con la tecnología electrónica, no solamente se habla de recursos para la enseñanza sino también para el aprendizaje. Hay investigaciones que emplean recursos tecnológicos para la enseñanza y que en esencia se concretan a emplear *software* ya diseñado. Mientras que otras, se dedican al diseño de *software*, en particular, los llamados programas tutoriales.

Las metodologías. Las metodologías se asocian a los dos momentos que se detectan en las investigaciones:

a) La metodología en el diseño de *software* tiene como principal hilo conductor las ideas acerca del constructivismo; en las investigaciones que usan para su desarrollo *software* ya diseñado, se elaboran actividades enmarcadas en la corrientes teóricas que dan la pauta para el diseño.

b) Para la recolección de información durante la aplicación del *software* se recurre a la observación, a la aplicación de cuestionarios y entrevistas, al registro de datos, a analizar ejemplos, o no se especifica la metodología que empleada.

Las teorías. En tres de las investigaciones en donde se diseña *software*, según afirman los investigadores, se sigue a Piaget y en una a Vigotsky; en las restantes se afirma que el marco teórico es el constructivismo. Los trabajos que utilizan *software* ya diseñado recurren a Goldin y Kaput, Brousseau (1983), Duval (1993) o Douady (1986).

Los sujetos de estudio. En las investigaciones que emplean el *software* ya diseñado, se tiene que seis trabajos lo aplican a estudiantes del nivel superior y en una se aplica a estudiantes y profesores de posgrado. Las investigaciones que desarrollan el *software* sólo especifican a quién está dirigido, teniendo tres casos para estudiantes del nivel superior, otros tres para estudiantes de los niveles superior y medio superior, uno para profesores del nivel superior y uno más para profesores tanto del nivel superior como medio superior.

Las áreas de la matemática. Los temas matemáticos abordados son cálculo diferencial e integral de una y varias variables (tres casos, de los

cuales uno es de varias variables, probabilidad, estadística, ecuaciones diferenciales y álgebra lineal.

Con el uso de *software* ya diseñado se aborda el concepto de infinito, cálculo diferencial de una variable, vectores, ecuaciones diferenciales ordinarias, series, convolución y programación lineal.

Aportes

Estudios cuyo propósito es el diseño de software

En los últimos años, la inteligencia artificial se ha utilizado como un auxiliar en el proceso de enseñanza y aprendizaje, para lo cual se han llevado a cabo investigaciones que se sustentan en diferentes modelos de enseñanza y aprendizaje como lo son: aprendizaje constructivista, aprendizaje por reflexión, enseñanza uno a uno, aprendizaje cooperativo, etcétera.

Entre los *software* que emergen del marco constructivista se tienen los llamados "ambientes interactivos de aprendizaje"; se encuentran aquí los "sistemas tutoriales inteligentes", cuya función es reproducir el comportamiento de un tutor humano, adaptando su enseñanza al ritmo y forma de aprendizaje más conveniente para el usuario por medio de un sistema experto y modelos de conocimiento sobre el dominio, métodos de enseñanza y los perfiles de los estudiantes (Sheremetov, 1998). Entre estos tutoriales se cuenta con uno para la enseñanza de la estadística en los niveles educativos medio superior y superior (Bueno y Cuevas, 2001); u otro denominado LIREC que apoya la enseñanza del concepto de derivada para funciones de una variable real en estudiantes de nivel medio superior y superior (Cuevas, 1996). El tutorial CALCDIFE es para la enseñanza de cálculo diferencial de funciones de una variable real (Andreu, Cuevas y Mejía, 2000). Mientras que el tutorial SIETEDO está diseñado para la enseñanza de la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en forma simbólica (Castillo, 1997).

Asimismo, se ha elaborado *software* que apoya la enseñanza de la matemática con la exploración de los objetos matemáticos a través de la visualización y corroboración de conceptos dados en clases. En particular hay un *software* denominado "matemática visual" que apoya la enseñanza del cálculo, el álgebra lineal, la probabilidad y la estadística (Reyes, 1998).

En el marco del aprendizaje colaborativo se elaboró un *software* para el diseño de plataformas educativas tecnológicas a través de las cuales se puede participar en foros de discusión síncronos o asíncronos, entre otros. En México se han desarrollado dos de estas plataformas: la del CIIDET deno-

minada SIVED (Campos, Cruz y Díaz, 1999) y la del IPN denominada esta última EVA (Espacios Virtuales de Aprendizaje) (Núñez Esquer, 1998).

Con el uso de la tecnología las modalidades de enseñanza se han incrementado, en particular la modalidad virtual. Estas modalidades inciden en varias áreas del conocimiento incluyéndose la matemática; en el nivel superior el peso se ha centrado en la formación de profesores, contándose con la maestría en ciencias con especialidad en enseñanza de las ciencias, del sistema de tecnológicos, coordinado por el Centro Interdisciplinario de Investigación en Docencia y Educación Tecnológica CIIDET, la cual se inserta en la plataforma tecnológica diseñada para tal efecto (Campos, Cruz y Díaz, 1999).

Por otro lado, el sistema EVA (Espacios Virtuales de Aprendizaje), diseñado por Núñez Esquer (1998) y su equipo de investigación, es un *software* que define un aula virtual de enseñanza y aprendizaje cooperativo. Los principales factores del sistema EVA que se han analizado desde una perspectiva pedagógica son los conocimientos (dominio experto), el modelo de aprendizaje del estudiante, la estrategia de comunicación y la interfaz con el alumno. En el caso de las matemáticas en el nivel superior, el estudiante puede crear diferentes tipos de objetos matemáticos, encontrar y establecer las relaciones entre los objetos matemáticos y sus propiedades; puede desarrollar habilidades para hacer descubrimientos tales como proponer problemas, generar hipótesis, recoger observaciones, demostrar y explicar hipótesis.

Según Núñez Esquer, se verificó que con el sistema EVA se mejora significativamente la velocidad y habilidad de aprendizaje en los estudiantes.

Investigaciones con uso de software ya elaborado o con calculadora

Los *software* que se emplean en las investigaciones identificadas son: Cabri-Géomètre, LOGO, Mathcad, DERIVE y Maple.

Con base en las corrientes constructivistas se han elaborado actividades para la adquisición de conceptos como el entendimiento del infinito con Cabri-Géomètre (Díaz Barriga, 2001b) o con LOGO (Sacristán, 1999). En ambos casos se muestran series y sucesiones para que el estudiante vea los comportamientos tanto algebraicos como gráficos.

La investigación de Sacristán (1999) reporta que los estudiantes pudieron deducir la convergencia de la serie armónica, primero a través de la observación del comportamiento visual y después coordinando el elemento visual con el numérico. Con Cabri-Géomètre, nuevamente Díaz Barriga (2001a) elabora actividades que consisten principalmente en visualizar la

gráfica de vectores y su álgebra en tres dimensiones y correlacionarla con el tratamiento numérico.

En otro estudio del mismo corte se diseñaron actividades con base en la idea de que, para la convolución de funciones, el factor dinámico es esencial. Se propuso una estrategia de enseñanza apoyada en el *software* DERIVE para mostrar diferentes representaciones de este concepto al simular el movimiento mediante diferentes señales eléctricas. Se pretende que, en primer lugar, el estudiante construya la imagen de la convolución como un caso continuo y después como un caso discreto para regresar al caso continuo. En el estudio se informa que el estudiante maneja diferentes registros para la función de convolución, llegando a construir la expresión analítica de la convolución y su correspondiente gráfica (Miranda, 2000).

También se ha aplicado el *software* ya existente con el propósito de favorecer la articulación entre los registros geométrico y algebraico, a través del diseño de actividades. Entre estas investigaciones se tiene la de Hernández (1995) quien haciendo uso de Mathcad diseñó actividades para que el alumno enfrente el obstáculo cognitivo que subyace en la articulación de los marcos gráfico y algebraico en el concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria. Se llegó a la conclusión de que la computación es una poderosa herramienta para la articulación de estos dos marcos.

En este apartado se incluyeron también las investigaciones que emplean la calculadora gráfica. Por ejemplo, la de Balderas (1998), quien diagnostica sobre las representaciones de razón de cambio con la calculadora graficadora TI, analizando las representaciones internas de alumnos con respecto a las representaciones externas que se le muestran. La investigación se fundamenta en las integración cognitiva que lleva a cabo el estudiante, y se encuentra que los alumnos se mueven lentamente de representaciones verbales y numéricas, conectas entre sí, a conexiones entre representaciones verbales y simbólicas.

El diseño de situaciones didácticas para el aprendizaje de funciones trigonométricas, moviéndose en las representaciones algebraica y gráfica, y haciendo uso de una calculadora gráfica, fue objetivo de la investigación de Zúñiga (1993). En este estudio se informa que la calculadora es de gran utilidad para visualizar el comportamiento de las funciones, tales como crecimiento, decrecimiento, valores máximos y mínimos, además de que los estudiantes recurren de forma espontánea a mirar la gráfica para corroborar sus procedimientos analíticos. También se han diseñado actividades con la calculadora gráfica para que los alumnos puedan establecer la relación entre las operaciones elementales de funciones no constantes y funciones constantes con sus gráficas, las cuales dan origen a desplazamientos verti-

cales y horizontales, y reflexiones sobre los ejes horizontal y vertical (Martínez, 1996).

Otros estudios, como el de García (2000) se han dedicado a analizar el efecto que tiene la calculadora graficadora como facilitadora de la construcción de relaciones entre los registros gráfico y algebraico de funciones cuadráticas. Después de aplicar las actividades a través de cuestionarios y entrevistas, se concluye que el manejo de la graficadora facilita en los alumnos la construcción entre los dos registros; y el hecho de permitirles hacer variaciones en los parámetros de las ecuaciones y observar su correspondencia gráfica, les ayuda a hacer interpretaciones globales acerca de las gráficas.

Con el uso de la tecnología electrónica también se han diseñado cursos de matemáticas, los cuales se inscriben en la corriente constructivista. Es el caso de un curso de cálculo diferencial e integral, tanto para el nivel medio superior como para el nivel superior con *Maple* (Argueta y Linares, 1999), o de otro de programación lineal en la especialidad de economía con un tutorial (Moreno T, 1999).

Algunos trabajos son de corte general, como por ejemplo el de Moreno y Lupiáñez (2001) quienes afirman, de acuerdo con los enfoques psicológicos de corte sociocultural, que la acción cognitiva humana es siempre una acción mediada por alguna forma de herramienta. Un aspecto importante en este proceso es el entendimiento de la instrumentación de las tecnologías informáticas, como un proceso de enriquecimiento, no como sustitución, tratando de mejorar capacidades cognitivas, no de sustituirlas.

El estudio de Cordero y Suárez (2001) establece que la introducción de la tecnología de la información obliga a plantearse preguntas de interés para la matemática educativa, como las relacionadas con los cambios en las interacciones entre los participantes a través de un medio virtual. Estos autores reportan un trabajo exploratorio acerca de los foros de discusión electrónicos sobre el concepto de espacio vectorial, y afirman que la principal ventaja sobre una discusión presencial es que en el ambiente virtual la discusión queda plasmada de manera inmediata en un registro textual, lo que permite contar con este material para posteriores discusiones.

Finalmente, está el trabajo de Moreno y Santos (2001) quienes realizan un conjunto de reflexiones acerca del papel de los instrumentos informáticos en la educación matemática, a partir de ejemplos diseñados en un ambiente de geometría dinámica. Estos investigadores concluyen que la importancia de las herramientas computacionales para la educación matemática está asociada a su capacidad de ofrecer medios alternativos de expresión matemática y formas innovadoras de manipulación de los obje-

tos matemáticos. Lo anterior, dicen, permite no solamente amplificar el currículum sino reorganizarlo. Empero, también advierten, cuando se usa la tecnología en la escuela, hay que reconocer que no es la tecnología en sí misma el objeto central de interés, sino el pensamiento matemático que pueden desarrollar los estudiantes bajo la mediación de dicha tecnología.

INVESTIGACIÓN CENTRADA EN LA ENSEÑANZA

Introducción

Las investigaciones sobre la enseñanza (18) no refieren al análisis de la enseñanza en condiciones "naturales", se trata de trabajos de tipo experimental, algunos de los cuales se quedan sólo como propuesta, por ello se clasifican en: *a)* propuestas que son puestas en escena para mirar su eficiencia y *b)* aquellas que quedan a nivel meramente propositivo; siendo seis de una clase y doce de la otra.

Los propósitos. El propósito de todos los trabajos es único, todos persiguen desarrollar propuestas de enseñanza, sólo que algunas permanecen como propuestas y otras sí se han experimentado.

Las metodologías. *a)* El diseño de la propuesta didáctica motivo de investigación se lleva a cabo con la metodología de la ingeniería didáctica, con el método APOS, o mediante las etapas de la matemática en contexto. Los restantes casos se guían por nociones como: la transposición didáctica, la transposición contextualizada, la resolución de problemas, o el análisis de textos, entre otras. *b)* Cuando las propuestas son puestas en escena se emplea la metodología de la ingeniería didáctica, la observación, el análisis comparativo o las entrevistas; hay casos en que no se hace explícita la metodología.

Las teorías. Las teorías que a decir de los autores sustentan los trabajos son las de R. Douady, la transposición didáctica de Y. Chevallard (1997), las situaciones didácticas de G. Brousseau, la de Schoenfeld y la de Polya (1976).

Los sujetos de estudio. Los sujetos de estudio en las siete propuestas probadas, en su mayoría, fueron alumnos del nivel superior (5 casos), aunque también se trabajó con profesores de este nivel. Las propuestas que sólo se diseñaron son para estudiantes de los niveles medio superior y superior; para profesores de los niveles medio superior y superior; para profesores y alumnos del nivel superior, o para profesores y alumnos tanto del nivel superior como del nivel medio superior.

Las áreas de la matemática. Los temas matemáticos que se abordan son: cálculo de una variable real (6 casos), cálculo de una y varias variables (1 caso), series (2 casos), ecuaciones diferenciales ordinarias (2 casos), análisis de Fourier (1 caso) y todo el análisis matemático (1 caso). Los restantes estudios abordan más de uno de estos temas.

Aportes

Propuestas didácticas puestas a prueba

Con base en un estudio realizado por Aguilar (2000), se pudo determinar que, después de realizar las actividades diseñadas, los estudiantes son capaces de identificar efectos de los coeficientes de una función, de buscar tendencias y encontrar relaciones de comportamiento de las funciones, que reconocen patrones de comportamiento gráfico y algebraico ya que identifican las gráficas de la función y su derivada sin conocer su expresión analítica.

En otro estudio sobre las series de potencias se determinan elementos propios de la ingeniería para delinear una propuesta didáctica en el marco de la matemática en el contexto de la ingeniería, a través del constructo teórico de la transposición contextualizada. Se encontró que, en la ingeniería, las series de potencias son usadas como representación de las funciones y como aproximación de las mismas, su aplicación se lleva a cabo con series convergentes y funciones analíticas, con lo cual se concluye que dado su uso y aplicación en ingeniería no son necesarias las sucesiones para abordar las series de potencias. Se diseñan actividades que hacen uso de la representatividad de funciones y aproximación de las mismas a través de la serie de Taylor, encontrándose, a través de entrevistas, que con las actividades el estudiante concibe las series de potencias a través de procesos gráficos y numéricos, así como una convergencia intuitiva que es el inicio para la concepción de convergencia de series, lo que para fines de la ingeniería es suficiente (García y Camarena, 2001).

Otra investigación se ocupó de analizar si un escenario físico geométrico simulado por computadora permite superar algunos obstáculos epistemológicos, tales como el principio de permanencia de Leibniz, y asimismo, analizar si esta simulación apoya a la construcción en los estudiantes de la convergencia de nociones sobre series trigonométricas. Se reporta que el escenario permitió la interacción de los marcos gráfico y algebraico, lo cual permitió a los estudiantes asociar nociones como la convergencia, derivabilidad y discontinuidad (Moreno J, 1999).

Por su parte, Camarena (1995) lleva a cabo una investigación para analizar la incidencia de la propuesta didáctica de la matemática en contexto en el aprendizaje de los alumnos. A un grupo piloto se le imparte por un semestre el curso de ecuaciones diferenciales lineales en el contexto de los circuitos eléctricos y al siguiente semestre el tema impartido fue el análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas (Camarena, 1993). Al grupo testigo se le impartieron estos contenidos de forma tradicional. El análisis comparativo de los grupos arrojó diferencias de tipo cualitativo más que cuantitativo; en el seguimiento de estos estudiantes a lo largo de tres semestres posteriores a haber llevado los cursos de experimentación, se observó que en los alumnos que habían llevado los cursos contextualizados, la forma de trabajar los cursos propios de la ingeniería era con destrezas matemáticas inherentes a la ingeniería, con seguridad de sí mismos y con mejores calificaciones en las asignaturas de la ingeniería que requerían de los temas matemáticos estudiados.

Por otro lado, Farfán y Lezama (2001) estudian los fenómenos que se presentan cuando una situación didáctica es puesta en marcha en diferentes escenarios y por diferentes profesores. Comentan que es necesario conocer los elementos que intervienen para que se reproduzca la misma situación en cada caso y se puedan establecer comparaciones. Se concluye que el papel del docente es fundamental, desde el punto de entendimiento del material hasta las costumbres de clase e ideas sobre el papel del profesor.

Propuestas no experimentadas

Hitt y Hernández (1994) elaboran una propuesta de enseñanza de las ecuaciones diferenciales haciendo uso de las aproximaciones numéricas, algebraicas y geométricas que propone Douady a través del *software* DERIVE. Mientras que Rivera (1999) investiga acerca de la serie armónica para ofrecer un acercamiento que constituya una propuesta didáctica para este tema. Dicho acercamiento presenta la relación de la serie con la función logaritmo natural y la constante g de Euler. Las sumas parciales de la serie mostradas a través de la computadora con el *software* Mathematica es un elemento revelador del comportamiento asintótico de la serie y tiene un papel importante en la adquisición del conocimiento.

Cantoral y Farfán (1998) por su parte, llevan a cabo un estudio que recopila varias investigaciones previas acerca de la variación; buscan construir una base de significaciones para procesos y conceptos del análisis matemático; para tal efecto, señalan estos investigadores, se debe incluir la predicción de fenómenos de flujo continuo en la naturaleza, debiendo con-

siderar la diversidad de contextos en los que puede suceder la variación; es decir, se busca la predicción de los sistemas complejos que presentan cambio y que se precisan como una necesidad de variación por encima de la variable misma. Se asegura que, con estos elementos, se favorece el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional, además, que estas ideas han permitido que la serie de Taylor sea el soporte principal, es decir, el objeto matemático que predice el estado futuro de una situación variacional. Mediante estos acercamientos del pensamiento y lenguaje variacional se dota a la investigación de una aproximación sistémica que permite incorporar cuatro componentes: la naturaleza epistemológica, la dimensión sociocultural, el plano cognitivo y los modos de transmisión vía enseñanza, a las que llaman un acercamiento socioepistemológico.

En la misma dirección de los autores anteriores Cordero (2001), retoma el término de socioepistemológico para la enseñanza del cálculo y sostiene que hay varios elementos (que él denomina categorías) del conocimiento matemático escolar con los cuales se pueden abordar las dimensiones didáctica, cognitiva, epistemológica y social. Comenta este investigador que las actividades del ser humano dan la pauta para reconstruir la didáctica del cálculo a través de las categorías a que hace referencia: la noción de predicción (aproximación, derivación y serie de Taylor), la noción de acumulación (integración y teorema fundamental del cálculo) y noción de estado permanente (convergencia). Cabe mencionar que, dentro de la categoría, de predicción se localiza el concepto que ha denominado comportamiento tendencial, refiriéndose con esto al comportamiento que tienen las funciones cuando se hacen variar sus parámetros o variables (Cordero, 1998).

Por otro lado, la resolución de problemas como estrategia didáctica ha cobrado mucho interés en el nivel superior, en particular en aquellos docentes que, a través de la reflexión de su quehacer académico, han visto que una alternativa para este nivel es la matemática en contexto. Los investigadores de la línea de resolución de problemas entre los que destaca Santos (2000) han realizado investigaciones que tratan de apoyar la práctica docente del profesor, mostrando los elementos teóricos que intervienen en la resolución de problemas, como la cognición, las creencias, la metacognición y las heurísticas.

Santos (1998) afirma que una de las principales dificultades por las que pasan los docentes que incorporan la resolución de problemas en clase es construir problemas y las actividades instruccionales para su aplicación, para lo cual muestra una estrategia de construcción de problemas a través de la visión retrospectiva que plantea Polya respecto a la solución de los

problemas. Es decir, Santos sugiere que, explícitamente, el alumno se plantee preguntas y dilemas que generen una discusión abierta de argumentos y explicaciones en donde ponga en perspectivas sus conocimientos; dicho de otra forma: que problematice su propio aprendizaje. Asimismo, comenta Santos (1997) que en la actualidad se acepta que es importante que el estudiante relacione sus conceptos o ideas matemáticas con eventos que suceden en la sociedad.

En el terreno eminentemente teórico se encuentra la investigación de Imaz (1998) quien trata con los infinitesimales. Este investigador realiza todo un cambio en la estructura de la matemática, específicamente del análisis matemático, con la finalidad de presentar una matemática acorde con las necesidades de las ciencias que requieren de cantidades infinitamente pequeñas para su modelado, y que la matemática tradicional no proporciona. Imaz afirma que el tener que trabajar con cantidades infinitas, hace que se retome el camino de los infinitos e infinitesimales, el cual da origen al llamado análisis no estándar. Más aún, señala Imaz, la matemática tomó en cuenta a los infinitesimales desde antes de Newton y Leibniz, mas los fue abandonando conforme se fue formalizando esta disciplina.

Asimismo, se puede observar, a través de la historia, que la física, para su estudio requiere de considerar cantidades "muy pequeñas", de hecho, cantidades infinitesimales, este elemento no se ha podido sustituir por otro concepto matemático que sea de igual utilidad, por lo que éste es otro factor de peso para retomar la teoría infinitesimal en la enseñanza de la física y la ingeniería. Además de que en los cursos de física se continúan utilizando las cantidades infinitesimales, independientemente de que las asignaturas de matemáticas las ignoren. Por otro lado, el análisis matemático tradicional mitifica el infinito y desprecia los infinitesimales, aunque hace uso de ellos, como se observa desde la expresión $f'(x)=df/dx$, en donde la derivada de la función f es el cociente de dos cantidades infinitamente pequeñas, es decir, el cociente de dos cantidades infinitesimales.

Imaz (1996) dice que se trabaja en desarrollar un modelo de cálculo infinitesimal muy apegado a la concepción general que manejaba Leibniz y sus seguidores, usando, desde luego, los hiperreales, pero sin tomar en cuenta el problema de su fundamentación, es decir, utilizándolos como algo dado a *priori*. Dentro de este modelo, la relación conceptual variable-función adquiere nuevos matices, se retoma la diferencial como cambio o incremento, se retoma la integral como suma, se da un nuevo enfoque al problema de existencia y unicidad de las soluciones de ecuaciones diferenciales, se unifican ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, así como la serie de Fourier; la transformada integral de Fourier y la transformada

discreta de Fourier también se unifican. Otra ventaja del modelo infinitesimal es la solución de ecuaciones diferenciales lineales con término independiente igual a una función generalizada, en donde no se necesita recurrir a la transformada de Laplace o de Fourier, como es usual. Asimismo, menciona (Imaz, 2001) que esta propuesta ha permitido proponer alternativas didácticas en los temas de cálculo de una y varias variables reales, ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, transformada de Fourier discreta y continua, así como funciones generalizadas.

En una línea distinta, Camarena (1999) toma como hipótesis de investigación que la matemática, en carreras en donde ésta no es una meta en sí misma, es una herramienta de apoyo a las asignaturas propias de la carrera que cursa el alumno, sin dejar a un lado el carácter formativo que ésta ofrece. Con base en tal hipótesis, estudia la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, para contar con una matemática significativa, con conocimientos duraderos (con la connotación de Ausubel, 1983) y que ofrezca una formación integral al estudiante que le ayude a desarrollar habilidades cognitivas de orden superior, mediante el trabajo con conocimientos integrados, que le permitan la transferencia del conocimiento.

La matemática en el contexto de las ciencias, dice Camarena, permite dotar de significados a los objetos y temas de la ingeniería, al mismo tiempo que permite significar a la matemática dentro de las ciencias que modela. Esta línea de investigación aborda tres fases: la curricular, la didáctica y la epistemológica (Camarena, 2001a). La fase didáctica se refiere a la forma como se imparten los cursos de matemáticas; no es simplemente el ofrecer aplicaciones, sino desarrollar la teoría matemática a las necesidades y ritmo que dictan los cursos de la ingeniería.

Balance y perspectiva

Un balance de las investigaciones del nivel superior que se reportan en este estado de conocimiento permite observar que falta trabajar más los temas centrados en la enseñanza, los maestros y los recursos para la enseñanza y el aprendizaje. Adicionalmente, las investigaciones reseñadas no inciden en todos los temas de la matemática del nivel superior, la mayoría se centran en cálculo diferencial e integral de una variable real.

Es también sobresaliente el hecho de que más de 50% de los estudios son sobre epistemología, hecho que habla acerca de la importancia que se le ha dedicado en el nivel superior a conocer más acerca de la génesis de los

contenidos. Por otro lado, el contar con una metodología para diseño de programas de estudio de matemáticas en el nivel superior, en donde la matemática tiene una connotación diferente a los otros niveles educativos, presenta un avance significativo en esta disciplina.

Pero así como se puede hablar de una función específica de la matemática en el nivel superior, también existe una problemática específica respecto a los docentes. En el nivel universitario no se le prepara al docente para tal actividad; además, la gran mayoría de los profesores de matemáticas no son matemáticos, de ahí que tengan grandes deficiencias matemáticas que son transmitidas a sus estudiantes, como se detecta en los escasos estudios sobre maestros. Por ello, sería deseable que los estudios relacionados con los maestros aumentaran en número.

Es claro que se está viviendo una época en la que todo estudiante está relacionado de alguna forma con los medios tecnológicos, en particular con la computadora, por lo que éste es el medio natural para los muchachos que están en edades escolares. Esta situación invita a los investigadores de la década actual a elaborar más materiales de apoyo didáctico con este medio, al igual que diseñar cursos que se encuentren en línea o estudios en la modalidad virtual.

De los resultados presentados se puede observar que hay cuatro vertientes de investigación que se miran prometedoras para un cambio en la enseñanza de la matemática en el nivel superior que favorezca el aprendizaje de los alumnos. La que se ubica en la resolución de problemas, la que incorpora la variación, la que aborda la matemática en el contexto las ciencias y la que estructura un cambio radical en el contenido matemático a través de los infinitesimales.

Un elemento más de reflexión es respecto a la forma de abordar muchas de las investigaciones en el nivel superior, al parecer no se hace uso de la formalidad metodológica de investigación, ya que los investigadores no especifican el tipo de sujetos de estudio con los que trabajan, no mencionan cuál es la muestra de la población en estudio, no dan el tamaño de la muestra y tampoco describen los métodos de análisis de la información, sin embargo, inducen los resultados a poblaciones que incluyen a "todos" los estudiantes de un cierto nivel educativo.

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar V., Antonieta (2000). *Relaciones entre la derivada y su primitiva, un estudio a la luz del comportamiento tendencial de las funciones.* Tesis de maestría en ciencias con

orientación en la enseñanza de las matemáticas. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México.

Alatorre F., Silvia (1994). *Respuestas intuitivas de los adultos a problemas de probabilidad, algunas aportaciones metodológicas*. Tesis de maestría en educación, línea de educación matemática, Universidad Pedagógica Nacional, México.

Alatorre F., Silvia (1999). "Adult's intuitive answers to probability problems, a methodology". *Proceedings of the Nineteenth Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematical Education,* vol. 2, Morelos, México. p. 451-457.

Alatorre F., Silvia (2000). "Ration comparison in two different contexts, a methodology for study of intuitive strategies". *Proceedings of the XXII Annual Meeting of the PME-NA Group*, vol. 1, Tucson, 2000, EUA. p. 362-370.

Albert H., José (1996). *La convergencia de series en el nivel superior, una aproximación sistémica*. Tesis de doctorado en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Andreu I., M. Eugenia; Cuevas, V. Armando y Mejía, V. Hugo (2000). "CALDIFE-II, propuesta de un entorno computacional inteligente para la enseñanza del cálculo diferencial", en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol. 13, Grupo Editorial Iberoamérica, México. p. 541-548.

Arcos Q, Ismael (1996). "El acercamiento infinitesimal como una alternativa para la enseñanza del cálculo en escuelas de ingeniería", en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Puerto Rico, pp. 127-132.

Argueta V., Héctor y Linares, A. María (1999). "Taller de cálculo diferencial e integral con Maple V" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 12, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 120-124.

Ávila G, Ramiro y Hernández L. Víctor (1996). "Detección de algunos obstáculos que dificultan la asimilación y comprensión de los problemas sobre variación" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa,* Puerto Rico, pp. 121-126.

Balderas, Patricia y Schafer, Rudiger (1997). "Un matemático hidrogeólogo desea modificar la enseñanza del cálculo, pero cómo le pregunta a una profesora de matemáticas" en *Actas de la undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 33-37.

Balderas, Patricia (1998). "Formas de representación del conocimiento matemático en el aprendizaje del cálculo" en *Memorias del Foro Las Matemáticas en la Enseñanza de la Ingeniería*, Instituto Politécnico Nacional, México, pp. 67-74.

Balderas, Patricia (2000). "Visualizing rates of change for water trajectory: case study with pre calculus and under graduate students" en *Proceedings of the XXII Annual Meeting of the PME-NA* Group, vol. 1, Tucson, 2000, USA.

Benítez, Lorenzo (1993). *Significación de los objetos matemáticos centrados en las ecuaciones diferenciales de segundo orden.* Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Benítez, David (1999). "The role and importance of students' initial perceptions in mathematical problem solving" en *Proceeding of the 19 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, vol. 2, Morelos, México.

Bravo, Ana (1997). *La representación de los significados de las diferenciales en termodinámica, un estudio epistemológico*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México

Bueno, Graciela y Cuevas, V. Armando (2001). "Una propuesta para la construcción de sistemas tutoriales inteligentes (STUI) para apoyar la enseñanza de las matemáticas, proyecto STI para la estadística", en *Educación Matemática*, vol. 13, núm. 1, abril, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 5-16.

Camacho, Alberto (2001*). "*Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX, de la noción de cantidad al concepto de límite", capítulo de la *Serie Antologías núm. 1, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*, México, pp. 67-98.

Camarena, Patricia (1993). *Curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas*. Editorial ESIME-IPN, México, pp. III-VI.

Camarena, Patricia (1995). "La matemática en contexto" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa,* Cuba, pp. 41-46.

Camarena, Patricia (1998). "Metodología para el diseño de programas de estudio de matemáticas para ingeniería" en *Memorias del Foro de las Matemáticas en la Enseñanza de la Ingeniería,* IPN, México, pp. 157-165.

Camarena, Patricia (1999). "Hacia la integración del conocimiento: matemáticas e ingeniería" en *Memorias del 2º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas,* ESIME-IPN, México, pp. 950-954.

Camarena, Patricia (2000). *Los modelos matemáticos como etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería.* Reporte de investigación con núm. de registro 200731 ante la Coordinación General de Posgrado e Investigación del Instituto Politécnico Nacional, México, pp. 6-13.

Camarena, Patricia (2001a). "La matemática en el contexto de las ciencias", en capítulo de la *Serie Antologías núm. 1, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,* México, pp. 149-170.

Camarena, Patricia (2001b). *Las Funciones generalizadas en ingeniería, construcción de una alternativa didáctica.* Colección Biblioteca de la Educación Superior, Serie Investigaciones. Editorial ANUIES, México, pp. 125-129.

Campos, Ricardo; Cruz, Iliana y Díaz, David (1999). "El sistema virtual de educación a distancia SIVED, una experiencia de desarrollo" en *Memoria del séptimo Congreso Internacional de Investigación y Desarrollo Educativo en Educación Superior Tecnológica*, Querétaro, México.

Cantoral, Ricardo (1995). "Acerca de las contribuciones actuales de una didáctica de antaño, el caso de la serie de Taylor" en *Mathesis*, vol. 11, núm. 1. México, pp. 55-101.

Cantoral, Ricardo y Farfán, M. Rosa (1998). "Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis" en *ÉPSILON*, núm. 42, España, pp. 353-369.

Cantoral, Ricardo y Flores, H. Ramón (1999). "Un caso complejo de variación". *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol 12, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 25-28.

Cantoral, Ricardo y Castañeda, Apolo (2001). "Estudio didáctico del punto de inflexión, una aproximación socioepistemológica" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 370-377.

Cantoral, Ricardo y Ferrari, Marcela (2001). "La predicción y la regla de los signos de Descartes" en capítulo de la *Serie Antologías núm. 1, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*, México, pp. 8-48.

Cantoral, Ricardo y Flores, R. María (2001). "Resignificación de la segunda derivada en un contexto físico" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 513-516.

Cáseres, Teodoro (1997). *Pensamiento y lenguaje variacional, estudio exploratorio de ideas variacionales entre jóvenes escolarizados*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Castillo, Edgar (1997). "Sistema experto tutorial en ecuaciones diferenciales ordinarias" en *Memorias del VI Simposio Internacional en Educación Matemática Elfride Wenzelburger*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 228-235.

Cordero, Francisco (1994). *Cognición de la integral y la construcción de sus significados*. Tesis de Doctorado en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Cordero, Francisco y Muñoz, Germán (1994). "About symbiosis between notion and algorithm in integral calculus" en *Proceedings of the 18 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Lisboa.

Cordero, Francisco (1998). "El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis, el caso del comportamiento tendencial de las funciones" en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *RELIME*, vol. 1, núm. 1, International Thomson Editores, México, pp. 56-74.

Cordero, Francisco; Dubinsky, Ed; Hillel, J. y Zazkis, R. (1998). "Theories and Experiments in Collegiate Mathematics Education" Research. Panel Working

Group. In Berenson, S., Dawkins, K, Blanton, M, Coulombe, W., Kolb, Nowood, K. and Stiff, I. (Eds*). Proceedings of the XX Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, Carolina del Norte, EUA, pp. 65-77.

Cordero, Francisco y Suárez, T. Liliana (2001). "Los foros de discusión electrónicos en matemáticas" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 455-459.

Cordero, Francisco (2001). "La distinción entre construcciones del cálculo, una epistemología a través de la actividad humana" en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME,* vol. 4, núm. 2, International Thomson Editores, México, pp. 103-128.

Corral, Leticia y Pérez, H. Antonio (2000). "Fenómenos físicos implicados a través de las condiciones de frontera en las ecuaciones diferenciales parciales gobernantes" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol. 13, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 118-123.

Cristóbal, César (1999). "On the representations used in the learning of the linear algebra" en *Proceeding of the 19 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, vol. 2, Morelos, México, pp. 259.

Cuevas, Armando (1996). "Sistema tutorial inteligente Lirec". *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Puerto Rico, pp. 369-374.

De León, José (1996). "Comprensión de la idea de ley de los grandes números en estudiantes del nivel superior" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Puerto Rico, pp. 503-508.

Delgado, Ignacio (1996). "Comprensión de las ideas de covarianza y regresión bajo incertidumbre en estudiantes de licenciatura y profesores de nivel medio superior y superior" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Puerto Rico, pp. 509-514.

Del Río, Jaime (1995). "Elasticidad y derivada, una correspondencia económica". en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Cuba, pp. 89-94.

Díaz Barriga A., Eugenio (2001a). "Geometría y álgebra de vectores en tres dimensiones, un reto de visualización con Cabri-Géomètre" en *Memorias del III Simposio de Educación Matemática*, Buenos Aires, Argentina. Editor Jorge Sagula. Publicación en CD ROM, D:/artículos/DMC-5/DMC-5.htm.

Díaz Barriga A., Eugenio (2001b). "La manipulación geométrica del infinito, seis ejemplos con Cabri-Géomètre" en *Memorias del III Simposio de Educación Matemática,* Buenos Aires, Argentina. Editor Jorge Sagula. Publicación en CD ROM, D:/artículos/DMC-2/DMC-2.htm.

Dolores, Crisólogo (2001a). "El desarrollo del pensamiento variacional con estudiantes universitarios" en *Acta latinoamericana de Matemática Educativa,* vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica*,* México, pp. 337-345.

Dolores, Crisólogo (2001b). "Los significados del lenguaje variacional en el aprendizaje de la matemática" en capítulo de la *Serie Antologías núm. 1, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,* México, pp. 171-180.

Farfán, M Rosa (1993). *Construcción de la noción de convergencia en ámbitos fenomenológicos vinculados a la ingeniería, estudio de caso.* Tesis de Doctorado en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa en el CINVESTAV-IPN, México.

Farfán, M Rosa (1997). *Ingeniería didáctica y matemática educativa, un estudio de la variación y el cambio.* Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Farfán, M Rosa y Ferrari, Marcela (2001). "Ingeniería didáctica un ejemplo construido para la función 2^{x}" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 408-415.

Farfán, M Rosa y Lezama, Javier (2001). "Un estudio de reproductibilidad de situaciones didácticas"en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 546-551.

Farfán, M Rosa y Martínez, Gustavo (2001). "Sobre la naturaleza de las convenciones matemáticas, el caso del exponente cero" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 524-531.

Farfán, M Rosa y Villalobos, M. Amelia (2001). "Identificación de obstáculos en la construcción de gráficas de funciones" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 396-399.

García, Luis y Camarena, Patricia (2001). "Contextualización de las series en ingeniería, estrategia didáctica" en *The Journal of Electromechanical Engineering*, vol. 5, núm. 4, IPN, México, pp. 201-205.

García, Martha (2000). *Construcción de relaciones entre variables visuales y algebraicas de funciones cuadráticas utilizando la calculadora* graficadora. Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

García, Raymundo (1994). *Identificación de creencias matemáticas y algunas habilidades requeridas para la resolución de problemas en un curso de cálculo de la licenciatura en Física y Matemáticas*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

González, Arturo (1996). *Representaciones de la integral doble en el medio escolar*. Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

González, Vera (2000). *Competencia matemática en los estudios universitarios*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

González, Rigoberto (1999). *La derivada como una organización de las derivadas sucesivas, estudio de la puesta en funcionamiento de la ingeniería didáctica de resignificación*. Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Guzmán, José (1995). *El conocimiento matemático en los procesos de resolución de problemas de mecánica clásica, estudios de casos con alumnos de ingeniería*. Tesis de doctorado en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Hernández, María (1997). "Niveles epistemológicos en el aprendizaje de las matemáticas" en *Educación Matemática*, vol. 9, núm. 2, agosto 1997, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 43-64.

Hernández, Arturo (1995). "Un estudio experimental sobre el concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria, obstáculos cognitivos en la articulación de los marcos gráfico y algebraico" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa,* Cuba, pp. 71-76.

Hernández, Arturo (1998). "Una propuesta y estudio experimental sobre la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias" en *Investigaciones en Matemática Educativa II, Didáctica,* Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Hitt, Fernando (1997). "El concepto de límite y la importancia del infinito potencial y actual" en *Memorias del VI Simposio Internacional en Educación Matemática Elfride Wenzelburger,* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 31-38.

Hitt, Fernando y Hernández, Arturo (1994). "Articulations between the settings, numeric, algebraic and graphic related to the differential equations"en *Proceedings of the XVI Annual Meeting of the PME-NA Group,* vol. 1. Louisiana, 1994, USA, pp. 95-101.

Imaz, Carlos (1996). "Una alternativa teórica del cálculo" en *Investigaciones en Matemática Educativa,* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 17-26.

Imaz, Carlos (1998). "Breve teoría infinitesimalista de las ecuaciones diferenciales" en *Investigaciones en Matemática Educativa II, Didáctica*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 363-367.

Imaz, Carlos (2001). "¿Qué pasa con el infinito?" en *Avance y Perspectiva*, vol. 20, septiembre-octubre de 2001, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México, pp. 305-311.

Martínez, Armando (1996). "Explorando transformaciones de funciones con una calculadora graficadora" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Puerto Rico, pp. 557-561.

Miranda, Raúl (2000). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la convolución*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Miranda, Eduardo (1996). "Génesis y desarrollo de la transformada de Laplace" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa,* Puerto Rico, pp. 329-334.

Mochón, Simón y Godínez, Jerónimo (1996). "Un estudio sobre los métodos que utilizan los estudiantes universitarios para modelar situaciones reales" en *Memorias de la X Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa,* Puerto Rico, pp. 305-310.

Mochón, Simón (1997). "Modelos matemáticos para todos los niveles" en *Actas de la undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 42-45.

Moreno, Luis y Santos, T. Manuel (2001). "De la herramienta al instrumento, una perspectiva informática" en *Educación Matemática,* vol. 13, núm. 2, agosto 2001, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 78-97.

Moreno, Luis y Lupiáñez, José (2001). "Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas" en *Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática: Homenaje al Profesor M. Castro,* Universidad de Granada, España, pp. 291–300.

Moreno, Luis y Waldegg, Guillermina (1995). "Variación y representación del número al continuo" en *Educación Matemática*, vol. 7, núm. 1, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 12-28.

Moreno, Tomás (1999). "Software tutorial para el curso de programación lineal en la especialidad de economía de la Escuela Superior de Ciencias Sociales" en *Memorias del XV Congreso Nacional de Enseñanza de las Matemáticas*, México.

Moreno, Julio (1999). *Estudio de la noción de convergencia de series trigonométricas en un ambiente de simulación*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Muro, Claudia (2000). *Significación de la serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa*. Tesis de maestría en Ciencias con orientación en la Enseñanza de las Matemáticas. Universidad Autónoma de Estado de Hidalgo, México.

Núñez, Gustavo (1998). "Utilización de tecnologías avanzadas de información para generar ambientes integrados de enseñanza, el proyecto EVA" en *Memorias del Foro de las Matemáticas en la Enseñanza de la Ingeniería,* Instituto Politécnico Nacional, México, pp. 115-126.

Oktac, Asuman y Cuellar, Raúl (1997). "Un acercamiento constructivista a los conceptos del álgebra" en *Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 135-138.

Oktac, Asuman y Chargoy, E Rosa (2000). "Modos de pensamiento sintético y analítico, el caso de la base de un espacio vectorial" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 13, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 163-171.

Oliveros, José (1999). *El estudio de la tasa de cambio instantánea en el entendimiento de la derivada situado en el salón de clase*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Ongay, Fausto (1997). *Los teoremas fundamentales del cálculo y la teoría del electromagnetismo*. Documento interno de investigación del Centro de Investigación en Matemáticas A. C., México, pp. 1-3.

Pulido, Ricardo (1998). *Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar, la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar*. Tesis de doctorado en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Reséndiz, Evelia (1994). *Cognición del cálculo en dos variables, una experiencia en el aula*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Reyes, Jorge (1998). "Matemática Visual" en *Memorias del Foro de las Matemáticas en la Enseñanza de la Ingeniería,* Instituto Politécnico Nacional, México, pp. 139-142.

Riestra, Jesús (1998). "Las cantidades relativas y su relevancia en el cálculo" en *Investigaciones en Matemática Educativa II*, *Didáctica,* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 67-102.

Rivera, Andrés (1996). *Acerca de la relación entre el saber y los efectos de la tecnología, una investigación con profesores sobre sus actitudes y creencias*. Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Rivera F., Antonio (1998). "Sobre la representabilidad de los polinomios en varias variables, no negativos, como sumas de cuadrados de polinomios" en *Investigaciones en Matemática Educativa II,* Didáctica, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 133-156.

Rivera, Antonio (1999). "Divergencia de la serie armónica" en *Educación Matemática*, vol. 11, núm. 3, diciembre 1999, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 89-94.

Rondero, Carlos (2001). *Epistemología y didáctica: un estudio sobre el papel de las ideas germinales, ponderatio y equilibrium, en la constitución del saber*. Tesis de doctorado en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Rosado, Encarnación (2001). "Desarrollo y evolución del cálculo integral, durante (1600-1780), las aportaciones de Newton y las de Leibniz" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* vol. 14, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 326-330.

Sacristán, Ana (1999). "Investigando el comportamiento de procesos infinitos a través de modelos y representaciones en un micromundo computacional" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 12, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 115-119.

Santos, Manuel (1995a). "La transferencia en el uso del conocimiento, un paso necesario en el aprendizaje de las matemáticas" en *Memorias de la IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, Cuba, pp. 279-284.

Santos, Manuel (1995b). "A college instructor's attempt to implement mathematical problem solving instruction" en *Proceeding of the 19 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, vol. 2, Morelos, México, pp. 194-201.

Santos, Manuel (1997). "Problemas en la resolución de problemas, ¿qué aspectos ayudan a promover una reflexión matemática en el salón de clases?" en *Memorias del VI Simposio Internacional en Educación Matemática Elfride Wenzelburger,* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 70-78.

Santos, Manuel (1998). "Problematizar el estudio de las matemáticas, un aspecto esencial en la organización del curriculum y en el aprendizaje de los estudiantes" en *Investigaciones en Matemática Educativa II,* Didáctica*,* Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 425-443.

Santos, Manuel (2000). "Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas" en *Serie Didáctica, lecturas*, 2ª edición, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 31-46.

Sheremetov, Leonid (1998). "Tecnologías de inteligencia artificial y de agentes computacionales en la educación" en *Memorias del Foro de las Matemáticas en la Enseñanza de la Ingeniería,* Instituto Politécnico Nacional, México, pp. 97-114.

Soto, Miriam (1998). *Una experiencia de redescubrimiento acerca de los logaritmos de números negativos y los orígenes de la variable compleja.* Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Suárez, Virginia y Camarena, G. Patricia (2000). "La transformada de Laplace en el contexto de la ingeniería" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 13, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 124-129.

Torres, Juan (2000). "Los logaritmos neperianos, los logaritmos naturales y la integral de uno a x de la expresión $1/t$" en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 13, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 130-135.

Trigueros, María y Álvarez, T. M. (1995). "El concepto de tangente en estudiantes de administración" en *Memorias del V Simposio de Educación Matemática*, UNAM, México, 1995, pp. 47-55.

Trigueros, María y Ursini Sonia (1998). "Dificultades de los estudiantes universitarios frente al concepto de variable" en *Investigaciones en Matemática Educativa II*, Didáctica, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 445-463.

Trigueros, María; Baker, B y Cooley, L. (2000). "A calculus graphing schema" en *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 31, núm. 5, 2000, EUA, pp. 557-578.

Trigueros, María (2000). "Student's conceptions of solution curves and equilibrium in systems of differential equations" en *Proceedings of the XXII Annual Meeting of the PME-NA Group,* vol. 1. Tucson, 2000, EUA, pp. 93-97.

Ulín, Carlos (2001). *Un estudio del papel de las cantidades relativas en el origen y desarrollo de los conceptos fundamentales del cálculo*. Tesis de doctorado en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México.

Waldegg, Guillermina (1993). "El infinito en la obra aristotélica" en *Educación Matemática*, vol. 5, núm. 3, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 20-38.

Waldegg, Guillermina; Alarcón, Jesús y Rigo, Mirela (1994). "La ciencia analítica en la primera mitad del siglo XIX, el teorema del valor intermedio" en *Mathesis*, X (1), México, pp. 47-92.

Waldegg, Guillermina (1995). "L´épistémologie dans la recherche en didactique, est-ce qu´on peut choisir?" en *Contrtibution á une approche historique de l´enseignement des mathématiques*, IREM de Fanche Comté Besançon, Francia, pp. 447-457.

Waldegg, Guillermina (1996). "La géométrie de Bolzano, convictions ontologiques et obstacles épistémologiques", en *Historia e Educaçao Matemática*, vol. II, Braga, Potugal, pp. 154-161.

Waldegg, Guillermina (2001). "Ontological convictions and epistemological obstacles in Bolzano's elementary geometry" en *Science and education*, vol. 10 (4) julio, Dordretcht, pp. 409-418.

Zúñiga, Leopoldo, (1993). *Competencia, cognición y currículo en precálculo en un ambiente gráfico, un acercamiento cualitativo a las funciones trigonométricas en el marco de la ingeniería didáctica*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa.CINVESTAV-IPN, México.

Bibliografía complementaria

Ausubel, David; Novak, Joseph y Hanesian, Helen, (1983). *Psicología Educativa, un punto de vista cognoscitivo*. México:Trillas.

Block, David y Guillermina Waldegg (coords.) (1995). "Matemáticas", en *Procesos de enseñanza y de aprendizaje II*, colección la investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa, México, COMIE-Fundación SNTE.

Brousseau, G, (1983). "Obstacles épistémologiques et les problémes en mathématiques" *en Recherches en didactique des mathématiques*, 7 (2). La Pensée Sauvage. Grénoble.

Chevallard, Y, (1997). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado.* Argentina*:* Aique Grupo Editor S. A.

Douady, R. (1986). "Juego de marcos y dialéctica herramienta-objeto". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 7, núm. 2, versión en español Sánchez E. y Zubieta G. *Lecturas en didáctica de las matemáticas*, CINVESTAV-IPN.

Duval, R. (1993). "Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento" en *Annales de didactique et de siences cognitives*, 5. IREM de Strasbourg, traducción: Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN.

Fischbein, Efraim (1987). *Intuition en Science and Mathematics: an Educational Approach*. D. Reidel Publishing Co, Dordrecht, Holanda.

Goldin, G. y Kaput, J. (s/f). "A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics", en Steffe, Nesher, Cobb, Goldin (Eds.) *Theories of mathematical learning*, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Nahwah.

Piaget, Jean (1976). *Problemas de psicología genética*. México: Ariel.

Polya, G. (1976). *Cómo platear y resolver problemas*. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Inc.

Sierpinska, A. (1985). "Obstacles epistemologiques relatif a la notion de limite", en *Recherches en didactiques des mathématiques*, vol. 6, núm. 1. La Pensée Sauvage. Grénoble.

Sierpinska, A. (1992). *On understanding in mathematics*. The Falmer Press.

Vergnaud, G. (1996). "The Theory of conceptual fields", en Steffe, Nesher, Cobb, Goldin (Eds.) *Theories of mathematical learning,* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Nahwah.

Vigostky, S. (1979). *Pensamiento y lenguaje, teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. México: Quinto Sol.

Anexo estadístico

Cuadro 2
Investigación centrada en los maestros

CAPÍTULO 5

BALANCE Y PERSPECTIVAS[38]

Alicia Ávila

ANÁLISIS CUANTITATIVO

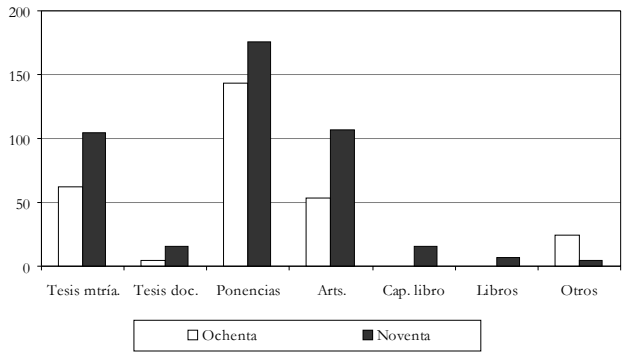
Una comparación numérica con la investigación difundida en los años ochenta muestra un avance en la magnitud de la producción en la década de los noventa.

PRODUCCIÓN DE LAS ÚLTIMAS DOS DÉCADAS

Década	Tesis de maestría	Tesis de doctorado	Ponencias	Artículos	Capítulos	Libros	Otros	Total
Ochenta	62	5	143	53	0	0	24	287
Noventa	105	16	176	107	16	7	4	431
	167	21	319	160	16	7	28	718

[38] Algunas de las categorías que se utilizan en este apartado fueron tomadas de Díaz Barriga, Ángel (coord.) (1995) "La investigación en el campo del currículo 1982-1992", en Ángel Díaz Barriga (coord.) *Procesos curriculares, institucionales y organizacionales.* México: COMIE, pp. 23-174.

GRÁFICA 1
COMPARATIVOS DE DOS DÉCADAS



En la década de los ochenta se reportaron un poco más de 330 trabajos,[39] mientras en la actual el número llegó a 431. Empero, la distancia entre las cifras se amplía al considerar que en el primer caso fueron incorporados alrededor de 30 escritos no publicados (documentos e informes técnicos); 20 propuestas didácticas (publicadas); y 5 tesis de licenciatura y/o especialidad, niveles estos últimos que en el presente recuento no fueron considerados. De haberse guiado esta indagación por los criterios de ese entonces, la producción incluida en el periodo 1993-2001 se habría visto acrecentada de manera importante; pero en esta oportunidad, como se habrá observado a lo largo del escrito, fue recuperada sólo la producción derivada del trabajo investigativo que estuviese constituida en tesis de posgrado o que hubiese sido publicada.

Tipo de publicaciones

Es cierto que la cantidad de publicaciones refleja un avance en el quehacer investigativo realizado en la última década, no obstante, con el fin de que la percepción sea más precisa conviene detenerse en el análisis del tipo de escritos producidos y las tendencias observadas a lo largo de los años noventa.

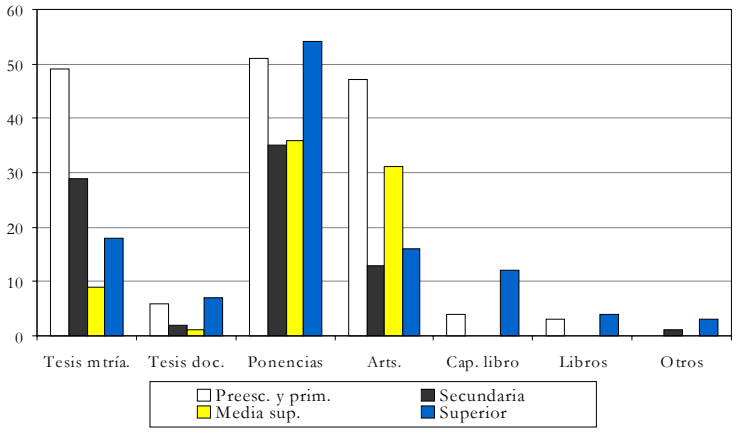
[39] En el estado de conocimiento (Block y Waldegg, (coords), 1995, citado en otros capítulos) se afirma que la producción asciende a 400 trabajos empero, este número incluye la bibliografía citada por los autores.

TIPO DE PUBLICACIONES. AÑOS NOVENTA

Nivel	Tesis maest.	Tesis doctorado	Ponencias	Artículos	Capítulos de libro	Libros	Otros (rep. inv.)	Total
Presc.-prim.	49	6	51	47	4	3	0	160
Secundaria	29	2	35	13	0	0	1	80
Media sup.	9	1	36	31	0	0	0	77
Superior	18	7	54	16	12	4	3	114
	105	16	176	107	16	7	4	431

Como puede verse en los cuadros, en el nivel de educación preescolar y primaria se recopiló un número mayor de escritos, mientras que la menor cantidad de ellos corresponde a educación media y media superior. Empero, es esencial señalar que prácticamente toda la investigación correspondiente a los niveles iniciales del sistema educativo está concentrada en la educación primaria y que el nivel de preescolar y la educación básica de adultos (también analizada en este apartado) son territorios escasamente examinados. Por otra parte, no conviene insistir en análisis comparativos de este orden entre uno y otros niveles educativos ya que, como se ha señalando reiteradamente, nuestra forma de trabajo no implicó exhaustividad. Es más pertinente mencionar que prácticamente todos los tipos de publicación incluidos se incrementaron en los años noventa.

GRÁFICA 2
PRODUCCIÓN AÑOS 90



La excepción la hace el rubro *otros*, en el cual se incluyen cuadernos y reportes de investigación publicados, géneros que prácticamente desaparecieron en los pasados diez años por razones que nos son desconocidas. Esto constituye una pérdida pues tal forma de presentación permitía a los lectores conocer con detalle los procesos de recopilación y análisis que dieron lugar a unas ciertas conclusiones. En la década que recontamos, este formato queda sólo en las tesis de posgrado cuya circulación es mucho más restringida.

Las tesis de doctorado son una modalidad de indagación que se triplicó en el período. Es también digno de mención el aumento en el número de tesis de maestría y los artículos los cuales, *grosso modo*, duplicaron su número y nutren de manera importante al campo, empero, estos últimos no alcanzan el número que fuera deseable. Por otro lado, como podrá verse, aunque la publicación de ponencias no aumentó de manera importante y su peso relativo disminuyó, éstas continúan como forma privilegiada de difundir los resultados de la investigación, 41% del total de los trabajos se presentan en esta modalidad.

Tal cuestión llama a señalar los límites que indudablemente marca esta forma de exposición: dificultad de presentar trabajos amplios, con una presentación clara de sus fundamentos y metodología, con casos suficientes, y argumentaciones también suficientemente amplias. Los artículos, en los cuales, en principio, en virtud de su extensión podrían resolverse las dificultades señaladas, tampoco se presentan en el número que fuese deseable. Un aspecto positivo es la emergencia de los libros o capítulos de libro como vehículo de difusión del conocimiento, aunque aún son poco considerados en tal sentido.

Poblaciones y aproximaciones metodológicas

En cierto tipo de investigaciones (las centradas en el saber, por ejemplo) es irrelevante el lugar o contexto en que se realicen, en otras, en cambio, las circunstancias que rodean a la investigación son esenciales. Así, pues, haremos algunas reflexiones sobre aquéllas que están en este último caso.

En cuanto a la ubicación de las poblaciones estudiadas, independientemente del nivel educativo al que se vinculen, la gran mayoría de los trabajos refieren a estudiantes o profesores de escuelas públicas del Distrito Federal. Muy escasamente se han indagado docentes o estudiantes de otros estados de la república y todavía menos los que habitan en el medio rural. Merece también comentario el hecho de que casi todos los profesores par-

ticipantes en los estudios, desde el nivel preescolar hasta el superior, son quienes asisten a cursos de formación y actualización. Lo anterior, sobra decirlo, deja interrogantes importantes sin resolver y marca límites al conjunto de la investigación realizada.

Ahora bien, las estrategias de investigación identificadas consisten principalmente en enfoques llamados *cualitativos* por los propios investigadores. Este adjetivo cobija una gama importante de acercamientos cuyo rasgo común es la ausencia de cuantificaciones en el análisis de los datos. Los enfoques denominados cualitativos comportan por ejemplo la realización de entrevistas, la presentación de problemas matemáticos, o la aplicación de cuestionarios cuyas respuestas, además de cuantificadas, son luego interpretadas. Por lo general, la atención está puesta en los procesos cognitivos de los sujetos y en las estrategias que utilizan para resolver los problemas que se les plantean durante las investigaciones. Dentro de este rubro se incluyen, además, las indagaciones basadas en el registro y examen de sesiones de clase, o las sustentadas en la construcción y prueba de situaciones didácticas. Muy escasos estudios utilizan la estadística para sustentar el análisis y las conclusiones. Pero más allá del recuento detallado de las formas de investigar, la diversidad de metodologías identificada merece una reflexión.

La cuestión del rigor y los criterios para obtener ciertos resultados y validar las conclusiones derivadas del análisis de un cuerpo de datos es un asunto espinoso y difícil, empero, algunas cuestiones no pueden soslayarse. En la investigación en educación matemática se encuentran por igual trabajos basados en un número razonable de entrevistas cuidadosamente estructuradas y con un nivel importante de profundidad, aplicadas a un número también razonable de sujetos, que investigaciones sustentadas en una única entrevista a un sujeto también único. De la misma manera, si de situaciones experimentales se trata, ciertos trabajos basan sus resultados en el estudio cuidadoso de las condiciones a las cuales se enfrentará a los alumnos y en secuencias prolongadas de intervención (incluso ajustadas y corregidas en función del análisis desarrollado durante el trabajo), mientras que otros no justifican sino muy escasamente el porqué de las opciones experimentales y derivan conclusiones de unas cuantas sesiones de intervención didáctica, e incluso de una sola.

Los estudios basados en encuestas —que en principio buscan abarcar poblaciones más amplias que aquellos sustentados en entrevistas— provocan comentarios similares. Los hay que recogen datos de un único grupo escogido bajo criterios tales como el vínculo del investigador con el docente, y se identifican paralelamente los que pretenden cierta representatividad

en la población estudiada mediante la selección, basada en criterios, de un número relativamente amplio de grupos o de escuelas. Finalmente, aunque pocos, también consignamos trabajos cuya metodología resulta poco clara para el lector.

En síntesis, los criterios de calidad de los trabajos que constituyeron nuestro cuerpo de datos son bastante desiguales. Si bien prácticamente todos ellos pueden considerarse investigaciones, al parecer, la comunidad y los órganos de difusión que utiliza, no han considerado suficientemente la cuestión antes anotada y corre por cuenta de los investigadores, en lo individual, definir el rigor, la calidad y la profundidad de los aportes que ofrecen. Esto debería ser una cuestión a debatir en el seno de la comunidad.

Diversidad de aproximaciones y aportes de la investigación

Educación preescolar y primaria (de niños, y de jóvenes y adultos)

La línea más antigua de investigación, centrada en los aprendizajes y procesos cognitivos de los estudiantes, se mantuvo viva durante la década de los noventa. Esta línea nos dejó saber de las formas en que los niños interpretan las escrituras numéricas o las producen, de las dificultades para comprender el valor posicional, o de cómo las fracciones siguen siendo el gran reto de la educación primaria.

Vinculada también a la cognición, se abrió en la década una vertiente de investigación interesada en el pensamiento del profesor. Gracias a los estudios aún escasos sobre el tema, sabemos de las deficiencias de los docentes acerca de la geometría, de su limitada concepción de volumen, o de su escaso manejo de la proporcionalidad. Estos datos, sin embargo, corresponden a profesores en situaciones de formación o actualización, no sabemos por lo tanto de la permanencia de eventuales modificaciones gracias a los procesos vividos o el perfil de profesores no asistentes a eventos de superación profesional.

Hoy también sabemos que determinadas situaciones producen ciertos aprendizajes. Con base en estos hallazgos, se está en posibilidad de ofrecer a los docentes mejores instrumentos para hacer su trabajo y a los niños mejores condiciones para aprender. Queda por indagar más profundamente el funcionamiento de dichas situaciones cuando pasan a manos de los profesores. Esto último es fundamental, porque gracias a la investigación sabemos de distancias importantes entre el hacer magisterial y la intención

oficial concretada en materiales educativos; también tenemos noticia de que los aprendizajes escolares siguen siendo modestos a pesar de las reformas educativas.

De manera hasta cierto punto inexplicable, la computadora o la calculadora no han constituido objetos de investigación en este nivel sino de manera eventual. Los investigadores de la educación primaria han preferido estudiar la utilidad y uso de los libros de texto, quizás la fuerte presencia de los gratuitos distribuidos por el Estado han marcado esta orientación.

Ahora bien, como constataremos adelante, es en la educación primaria en donde se observa una mayor diversidad metodológica y conceptual: la etnografía, la teoría de situaciones, la antropología cognitiva, entre otros, son marcos que han posibilitado acercamientos que se suman al más antiguo: el análisis de la cognición. Empero, la riqueza de orientaciones y acercamientos observada no quita las limitaciones que, en otro sentido pudiesen adjudicarse a la investigación de este nivel. Una nos parece fundamental: la centrada en los números naturales y sus operaciones y las fracciones. El escaso conocimiento en relación con otros temas de la educación primaria y, en general, sobre la educación preescolar y la educación de adultos, hace indispensable abrir la indagación hacia dichos temas. Adicionalmente, las aproximaciones observadas en muchas investigaciones, llaman a profundizar en el análisis de los contenidos matemáticos objeto de investigación.

Educación secundaria

La centralización en el sujeto cognoscente orienta la investigación en este nivel educativo. Más de 60% de los trabajos localizados versan en tal sentido. Se distinguen a su vez el álgebra y la pre-álgebra como temas privilegiados por los investigadores, sólo la aritmética registra un número considerable de investigaciones y emerge la probabilidad como tema incipiente de indagación.

La orientación cognoscitiva, sin duda ha derivado en importantes beneficios: ha permitido reconceptualizar el aprendizaje de un tema nodal de la educación secundaria (el álgebra) e incorporar a planes y programas de estudio nuevas propuestas de enseñanza. Empero, también producto de la centralidad mencionada, poco se sabe de lo que ocurre con el aprendizaje o la enseñanza de otros temas propios de este nivel. También escaso es el conocimiento sobre cómo se suceden los eventos en las clases que se imparten en escuelas comunes, sobre los obstáculos específicos para llevar a cabo las reformas educativas o sobre los eventuales avances que éstas han

acarreado. La investigación, en cambio, ha proporcionado evidencias acerca del cómo ciertos instrumentos, principalmente la computadora o las calculadoras gráficas pueden colaborar en mejorar el estado de cosas existente. Porque en secundaria, de manera distinta a lo que ocurre en la educación primaria, la puesta a prueba de nuevas tecnologías abre y delinea trayectorias de enseñanza y de aprendizaje inéditos.

Como puede verse, la investigación realizada en la educación secundaria es relativamente distinta a la ocupada de preescolar y primaria (de niños o de adultos); refleja, por una parte, la prevalencia del modelo cognitivo (relación entre el alumno y el saber) como núcleo del trabajo de investigación, de ahí que contemos con amplios conocimientos sobre el tránsito de la aritmética al álgebra, el manejo de la noción de variable, o las dificultades para manejar el lenguaje algebraico. Son importantes también los progresos que las nuevas tecnologías permiten suponer. Empero, el hecho de que los resultados han sido logrados por lo general en situaciones experimentales, apartadas de las condiciones reales de nuestras escuelas, deja prácticamente pendiente el estudio de los eventuales beneficios de estos recursos en el seno de las condicionantes que le imponen el sistema educativo y sus actores.

Así pues, queda abierto para la década que se inicia, el estudio de la transposición que los profesores habrán operado en las propuestas oficiales, o sus reacciones a la incorporación de las innovaciones tecnológicas cuyas bondades hasta hoy, ya señalamos, por lo general se han examinado en situaciones controladas.

Educación media superior

En el nivel medio superior, el predominio del enfoque cognitivo no tiene lugar a dudas. De entre 61 investigaciones realizadas en este ámbito educativo, 44 se dedicaron a examinar los niveles de conocimientos matemáticos que poseen los alumnos o a detectar y caracterizar las estrategias que utilizan para resolver los problemas que los investigadores les presentan. Adicionalmente, una característica de la investigación desarrollada en este nivel es que el cálculo constituye el contenido matemático más abordado: a él se dedican casi la mitad de las investigaciones identificadas.

Por otra parte, producto de lo centrado en lo cognitivo, las pocas veces que se estudia a los profesores, los trabajos también exploran los conocimientos que aquellos poseen (principalmente sobre nociones de cálculo) y muy escasamente se estudian los procesos de enseñanza o la interacción establecida con los estudiantes. Como bien lo señala Luis Manuel Aguayo

al hacer el recuento de los trabajos realizados en el nivel medio superior, éstos:

> [...] frecuentemente nos muestran el escaso dominio que los estudiantes tienen sobre los conceptos enseñados y las múltiples dificultades para utilizar recursos matemáticos en situaciones que así lo requieren. Sin embargo, existen pocos estudios que intenten indagar la naturaleza de los procesos de enseñanza que las generan. En su lugar, lo que aparece es un pequeño número de estudios en los que se intenta paliar los efectos desfavorables de una enseñanza que, aunque poco estudiada, presumiblemente no es la adecuada.

Estos estudios, principalmente ocupados de valorar las potencialidades de la calculadora gráfica o cierto tipo de *software* educativo —y que han tomado la geometría como contenido privilegiado— por lo general se realizan en condiciones experimentales, fuera de las circunstancias que cobijan los procesos escolares cotidianos y sin el concurso de profesores comunes. Los resultados obtenidos mediante el uso de estos recursos ha generado gran optimismo entre los investigadores. Al igual que en secundaria, es tarea pendiente el traslado de dichas experiencias al ámbito natural de las escuelas públicas de nuestro país, es probable que entonces las conclusiones sean modificadas, o al menos matizadas.

Como se habrá podido apreciar, las diferencias entre la investigación realizada en preescolar o primaria y la desarrollada en secundaria señaladas antes también son válidas para este nivel, con la observación que los problemas de corte "pedagógico" se desdibujan aún más.

Educación superior

La investigación sobre la educación superior comparte un rasgo con la realizada en el nivel medio superior: la centralización en el cálculo. Empero, la orientación predominante diferencia a los trabajos de uno y otro nivel; en el superior el interés está puesto en el análisis del saber; se estudia la génesis histórica de ciertos conceptos, se analiza la forma en que éstos fueron plasmados en textos antiguos, se examinan las maneras en que son presentados en textos modernos, o se identifican obstáculos epistemológicos propios de las distintas nociones examinadas. Todo esto, afirman los investigadores, con el interés de obtener elementos para la construcción de opciones de enseñanza.

En este nivel educativo, los estudios sobre los procesos de adquisición o el dominio de ciertos conceptos por parte de los alumnos se cuentan en

mucho menor número que en el nivel educativo antecedente. Lo mismo ocurre con las investigaciones sobre los profesores que, al igual que los que refieren a educación media superior, tienden a destacar los limitados conocimientos con que aquéllos cuentan para impartir sus clases.

La enseñanza, en la educación superior es abordada mediante la metodología experimental, es decir que se exploran las bondades de las nuevas tecnologías o se plantean propuestas de organización de contenidos en situaciones controladas. Las condiciones en las que se realiza la enseñanza común no han constituido tema en este nivel.

Como se habrá advertido, los objetos de estudio y las aproximaciones metodológicas son diversas y se modifican de nivel a nivel. La preocupación más pedagógica y social, propia de la investigación en educación primaria, se atenúa progresivamente hasta casi desaparecer en la superior, donde se privilegia el saber como objeto primario de investigación.

De manera inversa, el contenido matemático no siempre es tratado con la profundidad requerida en los estudios emprendidos en la educación primaria (de niños o de jóvenes y adultos) corriendo el riesgo de convertirse en un elemento transparente en la investigación. Ahora bien, mirados de conjunto, los trabajos realizados en la década definen el perfil de la investigación y, concomitantemente, la noción de educación matemática que orienta el quehacer de los investigadores. A precisar esta situación dedicamos el siguiente inciso.

Actividad de investigación y delimitación del campo de la educación matemática

Una preocupación de los estudiosos de la educación matemática —propia de todo nuevo campo disciplinario— ha sido la caracterización y delimitación del campo de estudio. En el estado de conocimiento correspondiente a los años ochenta (Block y Waldegg (coords) 1995), se citaba a diversos autores en el intento de llegar a una relativa claridad acerca del significado de la noción *educación matemática*.

El conjunto de referencias incluidas denota el interés por alcanzar una delimitación compartida, pero la diversidad contenida expresa también las dificultades para lograrlo. De hecho, la conclusión final es precisamente la imposibilidad de llegar a un acuerdo. El debate al respecto, sin embargo, parece haberse diluido con el paso del tiempo, en la década que recién transcurrió no se produjeron artículos que llamasen a tal reflexión y la cuestión continúa abierta.

No obstante lo anterior, y como ya se señaló, en esta ocasión procedimos de otro modo, en lugar de pretender definir el campo de la *educación matemática* sobre la base de opiniones expertas, buscamos desentrañar su sentido mediante el análisis de la producción difundida. Esto es, intentamos identificar las concepciones de educación matemática que refleja la actividad de los investigadores.

Es importante aclarar, antes de continuar, que no hacemos equivaler la intención con la acción, muy probablemente los investigadores tienen en mente nociones más amplias del campo de la educación matemática que la reflejada en su hacer, empero, es esta noción *de facto* la que recuperamos, conforme a la metodología seguida estaríamos lejos de poder hablar de la que está en el pensamiento de los investigadores.

Ahora bien, en el conjunto de la investigación en educación matemática cuyos productos recopilamos, se observa el privilegio de ciertos objetos de indagación:

a) La cognición de los alumnos y, a últimas fechas, también la del profesor;

b) El análisis (histórico, epistemológico, transposicional) del saber;

c) Las situaciones didácticas y los beneficios eventuales que ciertos recursos puedan acarrear al aprendizaje;

d) La enseñanza, en tanto que fenómeno situado en condiciones específicas y determinado por las instituciones y las historias personales de los participantes; y aunque en escasa medida:

e) El conocimiento matemático producto de la experiencia vital.

Sin duda las tendencias identificadas expresan tanto el interés como el capital de formación de los investigadores que se enfrentan al examen de los fenómenos por ellos mismos delimitados. Sin embargo, parece haberse constituido también una coincidencia conceptual y metodológica al interior de algunos grupos o instituciones que empujan ciertas formas de ver los fenómenos. Por ejemplo, se observa en ciertas instituciones la conformación de un programa cognitivo, de marcada centralidad en los procesos intelectuales de los alumnos y en los de los profesores; se identifica también la prevalencia de la epistemología e historia de los conceptos matemáticos, del análisis del saber. De manera distinta, otras instituciones privilegian el estudio de la enseñanza en situaciones comunes o sus resultados, o la educación de adultos, mientras que algunas más focalizan su quehacer en el estudio de la enseñanza en situación experimental. Lo anterior

no significa que los investigadores, en los individual, delimiten sus objetos de estudio o consideren la educación matemática de la manera o maneras que aquí se destacan; tampoco que la indagación en cada una de las instituciones mantenga una orientación uniforme; es el quehacer de la comunidad, en su conjunto, el que muestra que ciertas orientaciones prevalecen.

Como se habrá podido advertir, el campo de la educación matemática es amplio y es diverso, la complejidad de los procesos de apropiación y trasmisión de dicho saber ha dado lugar a múltiples enfoques, conceptos y formas de pensar lo que conviene escudriñar. Es posible afirmar que en el nivel superior prácticamente ha desaparecido el interés por los problemas estudiados en la educación primaria y es casi inexistente la consideración de factores relacionados con ambientes no-escolares y las condiciones materiales o sociales en las que se realiza la educación superior. Es decir, a medida que se transita en los distintos niveles del sistema educativo los objetos de investigación son paulatinamente transformados hasta que, finalmente, constituyen los que parecieran campos disciplinarios disjuntos, apenas emparentados por la presencia —débil o avasalladora— de la matemática.

Los actores

Conforme al recuento de la investigación realizada en los años ochenta, alrededor de 180 autores alimentaron el campo de la educación matemática en esa década.[40] De entre estos investigadores, 96 contribuyeron con únicamente un trabajo de investigación. En los noventa las cifras se modificaron, la comunidad de estudiosos de la educación matemática se amplió, llegando el número de autores o co-autores a 237. En este caso, quienes sólo aportaron una investigación ascendió a 166. Al leer estas cifras se puede concluir que en realidad el número de investigadores "instalados" no creció, el incremento se ubica en el número de estudiantes graduados por los investigadores de profesión pues, de hecho, por lo general la "investigación única" reportada consiste en la elaboración de una tesis para obtener el grado de maestría.

En los distintos niveles educativos, hay un número relativamente amplio de investigadores "instalados", es decir, académicos cuya tarea profesional es precisamente la de investigar, al menos en una parte de su

[40] En estas cifras no se toman en consideración los autores de propuestas didácticas ya que éstas no constituyen aportaciones al conocimiento en estricto sentido.

tiempo laboral. Algunos de entre estos investigadores pueden considerarse "principales", en el sentido de cubrir varios de los siguientes rasgos: han mantenido una producción constante, algunos de entre ellos cuentan con una nutrida producción desde la década pasada e incluso la acrecentaron en esta última, han delineado o marcado tendencias de investigación, grupos de investigadores jóvenes se han formado bajo su tutela, sus trabajos han repercutido en el sistema educativo, y son reconocidos por otros investigadores. No son demasiados los que cubren dicho perfil.

En cambio, la gran mayoría de quienes han contribuido a la constitución del campo de la educación matemática, son investigadores de una única investigación, por lo general la tesis de maestría a la cual se agrega alguna ponencia publicada de manera independiente o en co-autoría con el asesor, según la usanza adoptada en algunas instituciones; a estos investigadores, cuya contribución al campo se limita a su "ópera prima", los hemos llamado "investigadores en tránsito" pues, al parecer sólo están de paso, a la espera de un grado académico que seguramente tiene significado laboral.

Para fortuna de la educación matemática, se observa en la producción de los últimos años la emergencia de un grupo de investigadores que presumiblemente no están "en tránsito" y que, de sostener su producción, harán aportes importantes al ámbito de la educación matemática en distintas vertientes y niveles educativos. El panorama se vislumbra con mayor optimismo si se considera que de entre dichos investigadores, algunos laboran en diversas regiones de la república y podrán, en principio, contribuir a romper la dependencia hacia las instituciones consolidadas e "investigadores principales", casi todos concentrados en el Distrito Federal. Sería deseable que los investigadores noveles iniciaran líneas de investigación hasta hoy no trabajadas y que resultan necesarias para un mejor conocimiento de los fenómenos asociados a la educación matemática. Ésta, empero, no es cuestión sencilla bajo un modelo de formación que implica la inserción en líneas de investigación ya establecidas. La incorporación de temáticas distintas de las hasta ahora definidas podría favorecerse con la promoción de estudios en el extranjero.

Instituciones, grupos y comunicación

Se constata que los acercamientos preeminentemente cognitivos son propios de ciertas instituciones, mientras que el análisis y puesta a prueba de situaciones didácticas predominan en otras, al igual que la preocupación por la educación de adultos o el análisis de la prácticas de enseñanza son

interés de otros centros de trabajo. Esta situación tiene dos caras, una, positiva que autoriza a pensar que con el paso del tiempo esas orientaciones constituyen tradiciones sólidamente sustentadas y desarrolladas. La otra, más bien negativa, es que —agregados indicadores como serían las citas y referencias bibliográficas— la comunidad de investigadores en educación matemática no se comunica sino con el grupo naturalmente constituido (al interior de las instituciones) o con investigadores académica o personalmente afines. Se desaprovecha así la riqueza potencial de la confrontación de las diferencias. Dicho con otras palabras, la comunicación entre los grupos que constituyen la comunidad de estudiosos de la educación matemática enfrenta dificultades que pueden erigirse en obstáculo para la consolidación y ampliación conceptual del campo.

Reflexión final

El recuento de la investigación aquí presentada muestra progresos considerables en relación con la década de los ochenta. No obstante la relativa juventud del campo (la educación matemática, como ámbito de investigación en nuestro país, no cumple aún 30 años) destaca la vigorosa producción y el número importante de investigadores que en ella participan. Asimismo, el conjunto de la indagación ha proporcionado conocimientos importantes acerca de los fenómenos de transmisión y apropiación del saber matemático, entendidos en toda su complejidad y amplitud. Hoy sabemos (al menos en los temas privilegiados por los investigadores) qué saberes previos tienen los alumnos, cómo resuelven los problemas matemáticos propios de los distintos niveles, qué condiciones favorecen la aparición de ciertos conocimientos, o qué dificultades enfrentan en la adquisición de ciertos saberes; empezamos también a desentrañar la lógica del acto de enseñar y a conocer las concepciones e historias previas de quienes se hacen cargo de este acto.

Empero, los distintos niveles del sistema educativo muestran fortalezas diversas y acusan también debilidades distintas: la centración en el análisis del saber, propia del nivel superior, es distinta del interés por la cognición o la puesta a prueba de medios tecnológicos como potenciadores de los aprendizajes en la educación media, o el análisis de la enseñanza como fenómeno situado en las escuelas comunes, propio de la educación primaria. De hecho, sobre todo cuando se miran los extremos, pareciera que se está ante campos disciplinarios disjuntos. Los hallazgos y las metodologías características de unos grupos no permean a los otros. Así

pues, entre las tareas que la comunidad ha de anotar en su agenda están la construcción de vasos comunicantes entre los investigadores de los distintos niveles educativos. El rigor también espera a ser seriamente discutido. Sin demeritar la riqueza conceptual y los aportes que la indagación ha ofrecido, ciertas cuestiones mencionadas a lo largo del trabajo nos parecen muestra de que la comunidad aún no ha alcanzado la madurez que los cautelosos aún buscan y los optimistas ya pregonan.

Parte II
Educación en ciencias naturales

Coordinador:

Ángel D. López y Mota
Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco

Autores:

Jesús Manuel Cruz Cisneros
Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM,
Estancia de investigación en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico-UNAM

Fernando Flores Camacho
Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico-UNAM

Leticia Gallegos Cázares
Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico-UNAM

Ana Isabel León Trueba
Instituto de las Ciencias, las Artes y la Imaginación

Ángel D. López y Mota
Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco

Diana Patricia Rodríguez Pineda
U*niversidad de Caldas, Manizales, Colombia*
y estudiante del doctorado en Educación de la UPN-Ajusco

Silvia Valdés Aragón
Universidad Autónoma de Sinaloa.
Estancia de investigación en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico-UNAM

Introducción

Ángel D. López y Mota

Este documento tiene como propósito establecer y describir los elementos y criterios de elaboración del estado de conocimiento en el campo de la "didáctica de las ciencias naturales". En primer lugar se define la naturaleza del ejercicio de revisión, acorde con lo señalado por el Comité Académico de los estados de conocimiento, con algunas precisiones. En segundo lugar, se busca lograr una aproximación al campo de estudio, con el propósito de delimitarlo y brindar elementos para lograr una identidad propia más clara. Para ello se recurre a una breve síntesis de las dos grandes tradiciones dentro del campo: educación en ciencia[1] y didáctica de las ciencias.[2] Y al final se esboza una aproximación a definir el campo. En tercer lugar se definen los campos de búsqueda que se utilizan para organizar el reporte del estado de conocimiento y se dan razones para modificar la utilizada en el reporte de los estados de conocimiento de la década pasada. Y se enfatiza la necesidad de contar con un marco de referencia externo —de la literatura especializada de carecer internacional— para darle dimensión al trabajo realizado en nuestro país. En cuarto lugar, se refiere la estructura que mantiene cada sección temática en el reporte. En quinto y último lugar, se describe la manera como se realizó la captura de información y la manera como se organizó el trabajo de reporte.

[2] Del inglés *Science Education*.

[3] Del francés *Didactique des Sciences*.

Naturaleza de la actividad

Se entiende[3] como estado del conocimiento "el análisis sistemático y la valoración del conocimiento y de la producción generada en torno a un campo de investigación durante un periodo determinado". Esta definición prioriza la valoración del estado de conocimiento, si bien abre la puerta —a juicio de cada grupo encargado de la elaboración de los reportes— a la revisión del estado de la investigación. La revisión del estado de conocimiento implica el análisis y la valoración de productos de investigación públicos, accesibles y arbitrados; esto es, que se les puede acceder ampliamente en publicaciones que tienen establecido un proceso de evaluación mediante árbitros conocedores del campo en cuestión. En cambio el análisis y la evaluación "de la producción" implica la revisión de todos aquellos productos de la investigación generados, aunque puedan ser semiprivados, no tengan un procedimiento de arbitraje establecido o estén orientados al desarrollo educativo y no a la generación de conocimientos. Tal es el caso de reportes internos de investigación, que pueden no tener procesos de validación interna, o las tesis de grado, que si bien cuentan con una validación académica, pueden estar orientadas al desarrollo educativo y no a la generación de conocimiento. Realizar un análisis y evaluación de la investigación en el campo a nivel nacional, significa una tarea compleja debido a lo reducido de la comunidad de investigadores en el campo, la falta de sistemas de información que permitan el acceso real a ella independientemente de donde esté y la prácticamente inexistente presencia de programas de posgrado para la formación de investigadores en el campo.[4] Así, esta segunda actividad de análisis y evaluación, presenta severos problemas logísticos, ya que implica la búsqueda de productos de indagación —informes internos, tesis, ponencias no publicadas, etcétera— que, por su naturaleza y perspectiva, quedan limitados a un ámbito muy restringido de circulación y no son puestos a disposición de la comunidad científica de manera

---

[3] Lineamiento generado al interior del comité académico responsable de la orientación y coordinación de los "estados de conocimiento" en diversas áreas dentro del COMIE.

[4] Existen programas de maestría para formar mejores docentes de las asignaturas científicas en Morelos, Nuevo León, Puebla, Sinaloa y varias ciudades de la república, mediante la UPN, por citar sólo algunos. En el nivel de doctorado están los esfuerzos del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV y de la Universidad Pedagógica Nacional en conjunción con el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la UNAM.

abierta y asequible para su discusión. En este sentido, es preferible dar cuenta pormenorizada de lo que sí cumple con estándares mínimos de disponibilidad, apertura y arbitraje que permitir una revisión defectuosa del estado de la investigación.

Sin embargo, el motivo más profundo para realizar una revisión que cumpla con los cánones de lo que significa valorar los conocimientos en el campo, tienen que ver con la manera en que éste se produce. Para prevalecer en el campo, el pretendido conocimiento tiene que estar sometido a un proceso de la crítica proveniente de los pares académicos que se encuentran investigando, por lo que la revisión a realizar debe de estar acorde con ello. De esta manera, las revistas especializadas y en algún caso la publicación de ponencias emanadas de congresos —sobre todo cuando sólo algunos trabajos son publicados previo arbitraje— y tesis de doctorado, son las fuentes idóneas para llevar al cabo este trabajo —si bien el(los) responsable(s) de alguna sección pudo(ieron) haber incluido alguna tesis de maestría o licenciatura si así lo creyó(eron) pertinente—.

Por otro lado, es necesario reconocer que en México existen otros esfuerzos por realizar labores de investigación y documentar sus resultados que no cumplen con la premisa básica de que sean evaluados académicamente para su publicación y después puestos a consideración de la comunidad científica. Sin embargo, este es un problema de desarrollo que no le toca resolver a esfuerzos como el presente; si acaso, éstos deben subrayar la importancia de publicar los resultados de investigación en medios idóneos que cuenten con procesos de arbitraje rigurosos y la necesidad de contar con programas de formación de investigadores en el campo al nivel de doctorado. Por ello, ante la escasez de la producción científica y lo limitado en su apertura a influencias exteriores, parece necesario contar con algún punto de referencia que permita valorar de manera más contextualizada los esfuerzos de investigación que se realizan en nuestro país. De ahí que el estado de conocimiento en este campo deba de incluir un análisis de los problemas y temáticas que, a nivel internacional, se han abordado hasta el momento. Así, la producción nacional podría ser evaluada con mayor pertinencia y le otorgaría mayores posibilidades de orientar su desarrollo y abordaje de temáticas y problemas.

Objeto de estudio del campo

Es necesario empezar este ejercicio de análisis de la investigación realizada, a partir de tratar de circunscribir, en un primer intento, el ámbito de estu-

dio que corresponde al campo. Es importante señalar, en primer lugar, en qué no consiste la educación en ciencia o didáctica de las ciencias (López y Waldegg, 2002). Para ello se parte del supuesto de que este campo está constituido con los aportes de unas disciplinas,[5] pero que no se identifica completamente con ninguna de ellas. Ciertamente, una parte de la dificultad de abordar el objeto de estudio al que se dedica el campo, consiste en esclarecer las relaciones que presentan las disciplinas contribuyentes al mismo y los fenómenos de estudio que se pueden encontrar reportados en las principales revistas y *journals* especializados.

Una visión del campo no poco común entre un buen número de estudiantes, educadores y hasta algunos investigadores, es el de considerar la didáctica de las ciencias o educación en ciencias centrada en el proceso de enseñanza y por lo tanto considerar que el campo se distingue por su naturaleza predominantemente metodológica. Por lo tanto, desde este punto de vista, lo importante consiste en la elaboración de estrategias metodológicas de enseñanza. Esta aproximación al campo está dominada por una atención centrada en el profesor, en términos de elaborar normas pedagógicas de comportamiento del docente que mejoren el aprendizaje de las ciencias —posición muy cercana a la pedagogía tradicional y a sus conceptos derivados de didáctica general y didácticas particulares—.

Existe otra visión centrada en el conocimiento de los procesos psicológicos que tienen lugar en los que aprenden, los que sirven de base para el diseño de estrategias de enseñanza que ayuden a mejorar el aprendizaje, pero que pierden de vista los conocimientos científicos que son objeto de enseñanza y aprendizaje. Este es el punto de vista de muchos psicólogos y teóricos del aprendizaje.

En el caso de que la atención esté puesta en los contenidos científicos objeto de enseñanza, la prioridad está en las disciplinas científicas. Esto deriva comúnmente en establecer como requerimiento para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, que los profesores conozcan la disciplina de enseñanza; lo cual es muy frecuente entre científicos preocupados por estos fenómenos educativos.

En el tenor de la argumentación delineada, existen vinculaciones naturales de ciertas disciplinas —pedagogía, psicología, disciplinas científicas como la biología, la física y la química—, sin embargo dichas relaciones no agotan los elementos para definir el objeto de estudio; ya que existen interacciones entre ellas que sobrepasan las vinculaciones aisladas.

---

[5] Biología, física y química.

Para ir delineando el campo con mayor propiedad es necesario recurrir a otros elementos que den pauta al tratamiento de las dos mayores tradiciones de investigación que han dominado. En primer lugar, hay que distinguir entre dos fenómenos que no siempre han sido bien diferenciados: la enseñanza y el aprendizaje. Si bien se encuentran articulados, la enseñanza es el proceso por el cual un profesor propone una estrategia docente y cumple un rol para que, en el contexto del aula, los alumnos aprendan lo que es objeto de enseñanza. El aprendizaje de los contenidos —conceptos, habilidades cognitivas, actitudes— es realizado al interior de los individuos —si bien por interacción con el profesor u otros alumnos, con ayuda de materiales o dispositivos y en el marco de la estrategia dispuesta por el docente—. Para ser todavía más precisos, las estrategias del docente, debieran de estar fundadas en el conocimiento de cómo aprenden los sujetos —en este caso los alumnos—, ya que no se puede instrumentar ninguna acción docente exitosa si no se tiene en cuenta la manera de pensar de los estudiantes —que son el centro de la acción educativa—.

Las perspectivas de investigación en el campo y la conformación de corrientes o tradiciones en el mismo —*science education o didactique des sciences*— están básicamente influenciadas de manera marcada por uno de estos dos fenómenos: el aprendizaje o la enseñanza, pero claramente matizadas por los conocimientos científicos en biología, física y química y la importancia otorgada a las representaciones de los sujetos acerca de estos mismos conocimientos científicos (López y Waldegg, 2002).

Por ejemplo la tradición francesa pone un énfasis primordial en la transformación de un "estado de cosas" —la enseñanza y el aprendizaje— en el ámbito escolar. Algunos investigadores estarían dispuestos a afirmar que la didáctica de las ciencias estudia "los procesos escolares de enseñanza y aprendizaje de las ciencias que se sitúan en la interacción de los tres elementos del llamado triángulo didáctico, a saber el que forman los contenidos científicos, la actividad educativa o docente del profesor y las actividades de aprendizaje de los alumnos" (Waldegg, 2002). Esta perspectiva de investigación privilegia los acercamientos metodológicos basados en los marcos e instrumentos de carácter antropológico y etnográfico, ya que destaca el estudio de "conjuntos naturales de individuos donde se desarrolla la enseñanza y el aprendizaje", pues consideran que es en el aula donde existe la posibilidad de transformación del "estado de cosas". Es decir, el propósito de la investigación está colocado en la transformación o desarrollo, por oposición a la investigación como generación de conocimiento. Es de notarse que, al estar centrada la atención en lo que sucede dentro del aula, esta postura está adoptando ciertos supuestos. Como por

ejemplo el que la vía de acceso al aprendizaje es grupal y no individual —si bien echan mano de resultados de investigación, como los producidos por Piaget, que da cuenta del problema de la construcción del conocimiento en los individuos, sin negar la influencia de lo social—. Por ello, existen autores dentro de esta corriente que se interesan por la construcción social del conocimiento dentro de las aulas escolares.

En cambio, la tradición de *science education* tiene como motor de la investigación el propósito de generar conocimiento, en primer lugar, y después considerar las implicaciones que ello tiene para la enseñanza y el aprendizaje de la ciencia en las escuelas. Así, el énfasis podría estar en la parte del aprendizaje o cognición. No el aprendizaje escolar en las aulas como "conjunto natural", sino la manera como los individuos elaboran o construyen sus conocimientos. Ello parte de la adopción de un principio filosófico constructivista, el cual implica que los sujetos para conocer interpretan la realidad. Esta postura ha derivado en proyectos de indagación donde se busca establecer las maneras de pensar de los individuos acerca de fenómenos y conceptos científicos y ha desarrollado nomenclaturas como "ideas previas", "preconceptos científicos", "ideas infantiles", "marcos alternativos", "ciencia ingenua", etcétera; lo que ha llevado a plantear el problema de la transformación conceptual o estructural —si está influenciada por Piaget— de la manera de pensar de los estudiantes, para acercarlos a las nociones elaboradas por la actividad científica o presentada como conocimiento curricular en los programas de estudio. En este ámbito anglosajón de realizar investigación, existen una variedad de temáticas que forman parte del campo, como lo señalan Fraser y Tobin (1998): asuntos relacionados con los profesores —sus concepciones de ciencia y de aprendizaje, sus conceptualizaciones de procesos y conceptos científicos, así como los procesos de formación y actualización—, estudiantes —representaciones mentales de conceptos y fenómenos científicos y modelos que las expliquen—, escuelas —formas como se desarrollan las clases de ciencias en las aulas y su relación con la gestión escolar—, museos, medios impresos, radiales y televisivos, libros de texto, tecnología educativa, tecnologías de la informática y la comunicación, pedagogía, currículo y evaluación, así como temas relacionados con género y equidad. De esta manera, muchos de los esfuerzos realizados hasta ahora, se circunscriben a la revisión minuciosa de las representaciones de los sujetos en diversos campos disciplinarios —física, química y biología— y a la construcción de los primeros modelos que den cuenta de por qué los estudiantes proceden a conocer la ciencia como lo hacen; quedando las aplicaciones sustantivas a la enseñanza más o menos supeditadas a estos avances.

Una vez abordado el problema de la conformación de un objeto de estudio para el campo y vislumbrado algunas de las cuestiones que ya se notan en dicho ejercicio, conviene proporcionar una posible definición que concrete la presentación previa y sirva de guía para la revisión del conocimiento que aquí se realiza:

> Estudios que permitan, en perspectiva, mejorar la enseñanza de las ciencias naturales —física, química, biología— y su aprendizaje en individuos —alumnos, futuros docentes— y grupos escolares y en diversos niveles educativos, a partir de considerar los procesos cognitivos de representación de los alumnos relativos a la adquisición y desarrollo de conceptos, habilidades y actitudes de los estudiantes y su repercusión en distintos aspectos de la educación —*curriculum*: como estructura y como proceso, formación y actualización de profesores, gestión escolar, tecnología educativa, evaluación del aprendizaje, diferencias étnicas y de género, entre otros aspectos—, desde perspectivas teóricas y metodológicas diversas que se nutren de tradiciones identificadas de investigación.

Esta posición permite integrar las dos tradiciones descritas y dar pie a la revisión de la producción de investigación en nuestro país, con un marco de referencia; a reserva de que el grupo de investigadores interesados en el campo se ocupe, posteriormente, en la discusión y circunscripción de nuestro campo de estudio.

Ámbitos de búsqueda

La determinación de los ámbitos de búsqueda que debiera considerar este campo, está obviamente relacionada con la manera de circunscribir el campo mismo. Esta delimitación ha estado marcada por la denominación "enseñanza y aprendizaje de las ciencias naturales"[6] y ha abordado las temáticas de "estudios sobre el profesor", "estudios sobre el alumno", "estudios sobre el contenido", "las metodologías de enseñanza" y "materiales instruccionales y condiciones de trabajo" (León, 1995). Estas agrupaciones temáticas —influidas por una visión de "actores" educativos— reflejan, por una parte, una influencia muy marcada del proceso de enseñanza

[6] El campo es denominado así en la revisión realizada entre 1982 y 1992 para los estados de conocimiento.

de las ciencias naturales[7] por su visión muy centrada en la docencia y aspectos curriculares, al abarcar de alguna manera los "estudios sobre el profesor", los "estudios sobre el contenido" y las "metodologías de enseñanza", un menor peso hacia el aprendizaje, con "estudios sobre el alumno" y, como apoyo hacia la docencia, el "estudio sobre materiales instruccionales y condiciones de trabajo".

Esta visión no le otorga el lugar que actualmente tiene el aprendizaje, ya que a partir del constructivismo dentro de la epistemología, ha sido posible enfatizar el papel fundamental que desarrolla el sujeto que conoce al afirmar la construcción o elaboración de sus conceptos y conocimientos. De esta manera, el aprendizaje y el papel del estudiante en el proceso de construcción del conocimiento escolar se constituyen en el punto de referencia para pensar la docencia y transformar el rol del profesor hacia una manera distinta de como se venía haciendo al centrar la atención en los "contenidos" o en el "profesor".

También tiene la desventaja de que no divide analíticamente las cuestiones de estructura y las de proceso dentro del *currículum*; no brindando oportunidad para que se aborden, separada aunque articuladamente, cuestiones relacionadas con los objetivos, estructura y organización del mismo y, cuestiones relativas a la manera como se desarrolla tal currículo dentro del salón de clases en la escuela. Este último, el desarrollo del currículo, da precisamente cuenta de la docencia en diferentes facetas.

Con objeto de otorgar el peso que actualmente tiene el aprendizaje —sin demeritar el crucial papel de la enseñanza— y los procesos de la cognición inherentes al mismo, se propone una nueva forma de conformar las temáticas de investigación en el campo. Así, se adopta la visión del currículo dividido, como se ha dicho, en aspectos estructurales y de proceso, con objeto de darle su lugar a las discusiones de por qué aprender ciencia y de cómo debería estructurarse y organizarse el conocimiento para diversas necesidades educativas. Asimismo, para poder atender los aspectos relacionados con la enseñanza o docencia de los profesores en varios aspectos: metodologías de enseñanza, desarrollo del *currículum* en condiciones de operación reales, la construcción social del conocimiento por profesores y alumnos, entre algunos aspectos. También se enfatiza el aprendizaje y los procesos cognitivos asociados a él, al abordar investigaciones que tienen que ver con las representaciones mentales —sobre conceptos y fenómenos científicos— de los sujetos pertenecientes a diversas poblaciones educativas como son alumnos y profesores, las teorías que sustentan la elaboración

[7] Consultar Alan McCormack, 1992.

de estas conceptualizaciones y su transformación, así como la influencia de planteamientos epistemológicos sobre la práctica docente —concepciones sobre ciencia y, por extensión, de aprendizaje— y de la heurística de la historia de la ciencia en la construcción de conceptos en los sujetos que aprenden ciencia. De esta manera, se deja un gran tercer grupo de investigaciones que atiende a la evaluación de los ambientes de aprendizaje —que bien podrían verse desde la perspectiva del desarrollo del currículo— y las cuestiones de equidad educativa respecto al género y las etnias.

Además, para proporcionar una visión menos restringida a los problemas locales y más amplia en temáticas y perspectivas, se ha optado por ofrecer una estructura que tome en cuenta una mirada internacional de un campo de investigación que ya tiene casi cuarenta años de desarrollo a nivel mundial. Por lo tanto, se establecen como elementos del reporte del estado de conocimiento, las siguientes temáticas desprendidas de los manuales internacionales más recientes:[8]

1) Currículo:

Incluye aspectos estructurales y de proceso como:

- los principios, fundamentos, orientación y esquemas de organización del *currículum* en ciencias;
- el diseño y desarrollo de estrategias pedagógicas amplias y validadas para la enseñanza de las ciencias naturales, así como descripciones y evaluaciones que den cuenta de las condiciones de desarrollo y éxito de tales propuestas;
- el diseño, desarrollo y prueba de métodos y estrategias de enseñanza mucho más específicos que abarquen una temática, fenómeno o concepto científico, resolución de problemas;
- las interacciones entre profesores y alumnos en el salón de clases en la construcción del conocimiento escolar.

2) Aprendizaje, teorías, historia y filosofía de la ciencia

Contiene:

- el estudio de los problemas en el aprendizaje de las ciencias naturales, de la naturaleza de las representaciones que elaboran los sujetos que aprenden y las maneras como puede plantearse la posibilidad de transformar las mismas, así como de los modelos elaborados para explicar el origen y desarrollo de tales representaciones;

---

[8] Por ejemplo: Fraser y Tobin (1998), con su *International Handbook of Science Education*.

- el estudio de la naturaleza y transformación de las concepciones de ciencia y aprendizaje que presentan distintas poblaciones, de igual manera que las formas en que contribuyen la epistemología y la historia de la ciencia en la construcción de una heurística para el abordaje de distintas cuestiones relacionadas con el campo de la educación en ciencia;
- y también el estudio de metodologías diversas en el abordaje de los fenómenos concernientes al campo.

3) Ambientes de aprendizaje, evaluación y equidad

Abarca:

- el estudio de todos aquellos elementos que permiten caracterizar un entorno de aprendizaje, los cuales van desde aspectos de la organización y gestión escolar, el "clima" escolar, hasta la conformación y uso del laboratorio, y el aprovechamiento de tecnologías computacionales, de la información y de telecomunicaciones en el ámbito escolar;
- el estudio de la evaluación del aprendizaje, desde su naturaleza y desarrollo hasta sus modalidades y resultados;
- el estudio de los fundamentos y fenómenos relacionados con la equidad educativa en términos de la diversidad étnica y cultural, así como de género en los aspectos relacionados con la educación en ciencia.

ESTRUCTURA DE CADA SECCIÓN DENTRO DEL REPORTE

La valoración de los documentos a ser revisados requiere del establecimiento de criterios para el desempeño de esta tarea. Para ello, se adoptó que el reporte se realizara, por cada uno de los agrupamientos temáticos señalados, de la siguiente manera:[9]

1) Descripción de temáticas, abordaje teórico y metodológico de las mismas y retos que enfrenta, de acuerdo con parámetros internacionales.

2) Descripción de temáticas y abordaje de las mismas de acuerdo con lo encontrado en México, a partir de la revisión de campo realizada y te-

[9] Se previene al lector que la estructura presentada sólo se cumple para los capítulos 1a, 1b y 2, pero no para los capítulos 3a, 3b y 3c; ya que en estos últimos la producción nacional es prácticamente inexistente.

niendo en cuenta perspectivas teóricas, aproximaciones metodológicas y principales resultados.

3) Aportaciones.

4) Desafíos pendientes (en el contexto nacional y por referencia al internacional).

Captura y desarrollo de la revisión

El proceso de captura de información estuvo conformado por la solicitud a los autores de reportes —libros y revistas especializadas— de investigación publicados en el periodo, para que remitieran sus trabajos al grupo que realizó este estado de conocimiento; a partir de la base de datos de asistentes a los congresos nacionales de investigación educativa organizados por el COMIE. También se realizó una revisión, lo más exhaustiva posible, de las revistas nacionales e internacionales que nos permitieran detectar las aportaciones al conocimiento en este campo. Entre las nacionales se encuentran *Perfiles Educativos* y *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Entre las internacionales: *International Journal of Science Education, International Journal of Research in Science Teaching, Science y Education* y *Science Education*. Para este trabajo de rastreo se contó con la colaboración de cuatro tesistas.[10] Se recibieron muchos más trabajos que los aquí reportados. Para su selección, privó el criterio de que fueran reportes de investigación que mostraran una clara sustentación teórica, describieran la manera de proceder para allegarse la información, ofrecieran una presentación ordenada de los datos convertidos en información, así como un análisis y conclusión de los resultados. Muchos trabajos no reportados adolecen de varios de los elementos aquí señalados, convirtiéndose más en publicaciones con tintes de divulgación, de debate o, en general, de opinión. Así, se recopilaron 104 trabajos repartidos entre artículos en revistas, libros y capítulos de libros y tesis de doctorado. De ellos, 36.53% fueron identificados como de investigación, los cuales fueron reportados en este estudio —artículos en revistas (57.89%), libros (31.57%) y tesis (10.52%)—.

El procedimiento de revisión de investigaciones publicadas en el periodo 1992-2002, consistió en abordar las temáticas nacionales e

[10] Brenda Valencia Ciprés, Liliana Valladares Riveroll, Margarita Pacheco Hernández y Tathali Urueta Ortiz.

internacionales por los bloques conformados en el inciso de "ámbitos de búsqueda", bajo la conducción de un responsable; el cual se indica al inicio del texto motivo de colaboración para este estado de conocimiento. En estricto sentido, la revisión de la década sólo se ciñe al lapso señalado en el caso de los trabajos nacionales, ya que en el caso de los internacionales, si bien se toman como referencia revisiones publicadas en 1998 con el trabajo de Fraser y Tobin, éstos utilizan en algunos casos referencias anteriores a la década mencionada.

De antemano se ofrecen disculpas por las omisiones involuntarias que se hayan podido presentar en la revisión de los trabajos de la década, las cuales son producto de una reducida y concentrada comunidad de investigadores en el Distrito Federal, así como de muy estrechos recursos para la realización de esta investigación. Es nuestro mayor deseo que este trabajo contribuya en algo a ensanchar los límites de esta naciente comunidad al tomar ventaja de este trabajo y acercarse a la gran variedad de textos que se han referenciado para ventaja del público lector.

REFERENCIAS

Fraser, B. y Tobin, K. (eds.) (1998). *International Handbook of Science Education*, (vols. 1 y 2), Dordrecht: Kluwer Academia Publishers.

León, A. I. (1995). Educación en Ciencias Naturales. Contexto Educativo 1982-1992, en G. Waldegg (coord.), *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa, pp. 35-39, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano.

López, A. y Waldegg, G. (2002). "La didáctica de las ciencias como campo de estudio", en G. Waldegg, A. Barahona, B. Macedo y A. Sánchez (coords.), *Retos y perspectivas de las ciencias naturales en la escuela secundaria,* pp. 135-151, México: Secretaría de Educación Pública.

McCormack, A. (1992). "Trends and issues in science curriculum", en *Science Curriculum Resource Handbook*, pp. 16-41, Millwood, Nueva York: Kraus International Publications.

Waldegg, G. (2002). Comunicación escrita.

CAPÍTULO 1

CURRÍCULO COMO ESTRUCTURA Y PROCESO

INTRODUCCIÓN

Ángel D. López y Mota

El contenido de esta sección comprende los dos grandes aspectos del currículo señalados en el título de la misma: la estructura y el proceso. El abordaje de los mismos se hará en este mismo orden en contribuciones separadas, pero con supuestos comunes acerca de la pertinencia de reportar los dos ámbitos del currículo.

El currículo puede ser desagregado en dos grandes elementos o aspectos curriculares: los de diseño o estructurales y los de proceso o desarrollo. La parte que comprenden los estudios interesados en los elementos estructurales, está fundamentalmente interesada en todos aquellos aspectos que sirven como:

- referentes teóricos —ya sea de carácter epistemológico, sociológico o cognitivo— a la conceptualización de la disciplina que se quiere enseñar, a la contextualización de la misma respecto del entorno social al que se quiere impactar y a la postulación de los supuestos cognitivos que sirven de base para orientar la enseñanza de la disciplina;
- enunciados normativos que señalan los grandes objetivos, los logros a alcanzar y los indicadores que permiten juzgar en detalle si los alumnos presentan determinados comportamientos señalados como deseables;
- criterios organizativos para determinar ejes y áreas de avance en la formación, la duración del programa, créditos, etcétera;

- referentes temáticos que consideran los criterios de selección y organización de los temas motivo de enseñanza, a partir de los mencionados referentes teóricos para ser abordados, posteriormente, por los docentes;
- referentes de evaluación, a partir de conocer las condiciones de implantación y desarrollo de una reforma curricular, con el fin de acumular conocimiento útil para reorientar, implantar y evaluar subsiguientes propuestas curriculares. Si bien éste pudiera ser considerado como proceso, no lo es así, por pensarse que su contribución es al diseño de una nueva propuesta estructural mejorada.

Por otro lado, el currículo también tiene un aspecto de desarrollo o de proceso, ya que debe ser llevado a la práctica por los docentes en las aulas. En la práctica, el currículo tiene que ser administrado con criterios académicos, los cuales son o debieran ser responsabilidad de las instituciones escolares. Para ello, éstas debieran decidir el énfasis otorgado a los contenidos curriculares, las políticas institucionales de uso de instalaciones —laboratorios—, selección de los mejores perfiles profesionales para la enseñanza de la disciplina, duración de las sesiones escolares y de laboratorio, de acuerdo con su particular proyecto educativo institucional —como es realizado en diferentes países—. De esta manera, puede haber estudios que aborden los asuntos escolares de la enseñanza de la disciplina desde distintos ángulos y reporten investigaciones centradas en:

- la forma en que se realiza la gestión escolar referente a las formas de planear la enseñanza por los profesores, asumir la orientación teórica del programa, distribuir los "tiempos educativos", asignar los profesores de los distintos cursos en las áreas científicas, etcétera;
- la manera en que los profesores enfrentan, en condiciones reales, la enseñanza de la disciplina y para lo cual reportan cómo interaccionan los profesores con los alumnos, éstos entre sí mismos y de qué manera enfrentan ambos la tarea conjunta de elaborar conocimientos en relación con las temáticas o disciplinas curriculares, entre otras;
- los desarrollos didácticos o formas de enseñanza emprendidos por los docentes mismos o los diseñados por investigadores y puestos en práctica por los profesores(as) en condiciones de aula para su validación;
- el dominio de los contenidos disciplinares implicados en el currículo y mostrados por los profesores en el desarrollo de la clase; y
- las concepciones de ciencia y aprendizaje propiciadas por los profesores(as) y sus implicaciones en la práctica docente.

La posición aquí adoptada para agrupar los contenidos de las investigaciones revisadas tiende a reflejar lo que es la producción real de investigación y no la organización que de ellos pueda hacer una particular perspectiva teórica, orientación o "escuela" de investigación. Entre los estudios que pueden ubicarse dentro de la categoría de "enseñanza" están los mencionados anteriormente, exceptuando el correspondiente a la gestión para la enseñanza. Esta posición es concordante con la expresada por Tobin (1998) en el *International Handbook of Science Education*, en el cual apunta que la perspectiva adoptada sobre el capítulo de enseñanza de la ciencia que escribe mantiene dos perspectivas: una, hermenéutica, que aborda las cuestiones relativas a las mentes de los docentes y, otra más fenomenológica que describe la enseñanza en términos de los "haceres" de la comunidad educativa en el salón de clases. Así, las tendencias en investigación se han agrupado en diferentes rubros, dependiendo del énfasis otorgado al aprendizaje efectivo en las aulas por los estudios revisados. La manera de proceder en este abordaje será primero considerar la situación de la investigación en el concierto internacional de esfuerzos en ese ámbito y después realizarlo con los esfuerzos nacionales en la década 1992-2002.

Referencias

Tobin, K. (1998). "Issues and Trends in the Teaching of Science", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, vols. 1 y 2, pp. 129-151, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

1a. El currículo como estructura: una visión retrospectiva

Ana Isabel León Trueba

El objetivo de este escrito es aportar elementos para la reflexión sobre el desarrollo de la investigación educativa en el campo del currículo de ciencias naturales. Pretendo abordar el problema desde una perspectiva histórica, reconociendo de antemano que no se trata de un análisis exhaustivo ni riguroso, sino de revisar la información sobre la historia de la educación en ciencias a mi disposición, con el objetivo de contribuir a ubicar las propuestas curriculares o las nuevas tendencias en la investigación curricular, en el contexto social e histórico al que están necesariamente enlazadas.

Es importante señalar que la historia de la educación en ciencias y de la investigación en este campo en EUA es la más documentada. Entre los primeros esfuerzos encontramos *The Digests of Investigations on the Teaching of Science*, que cubren las investigaciones realizadas desde 1906 hasta 1937 (Curtis, 1926; 1931; 1939) y entre los más recientes tenemos el *International Handbook of Science Education* (Fraser y Tobin, 1998), de manera que contamos con información de lo ocurrido en EUA a lo largo de casi todo el siglo XX. En Europa también hay este tipo de trabajos, por ejemplo Layton (1973) estudia la escolaridad en ciencias en Inglaterra y Wales en el siglo XIX y Jenkins (1979) lo hace para el siglo XX. En nuestro país la historia de la educación en ciencias naturales está poco documentada, lo mismo ocurre con la investigación realizada en el campo. Un esfuerzo inicial se realizó en el contexto de la elaboración del estado de conocimiento correspondiente al periodo 1982-1992 (León *et al.,* 1995). Por lo anterior, para el análisis que presento sobre los movimientos de reforma curricular y las investigaciones curriculares en el campo de la educación en ciencias naturales, utilizo como base lo ocurrido en EUA y complemento el análisis con la información que poseo de los procesos europeos y mexicanos.

La investigación sobre el currículo en ciencias naturales ha estado vinculada con una dimensión propositiva, con la construcción de un objeto: el currículo de ciencias y con la pretensión de incidir en la realidad educativa que se pretende transformar. Resulta difícil separar la reflexión sobre la investigación en el campo del currículo de la reflexión sobre los procesos de diseño, desarrollo, operación y evaluación curricular. Comenzaremos por la descripción y el análisis de los movimientos de reforma curricular para después analizar la investigación educativa en este campo.

Los movimientos de reforma curricular en la educación en ciencias naturales

Un aspecto importante a revisar para comprender cómo se han dado los procesos curriculares en el campo de la educación en ciencias naturales, es analizar qué respuestas se han dado a las preguntas sobre qué enseñar y para qué enseñarlo. Una forma en que estas respuestas se concretan, es a través de las metas o propósitos educativos,[11] que se expresan explícita o implícitamente en el currículo.

[11] Los términos meta o propósito educativo pueden entenderse de diversas maneras. Aquí los utilizaremos como sinónimos y en relación con el qué y para qué aprender.

Roberts y Chastko (1990) encuentran que la prioridad relativa que se da a las metas educativas y la forma en que éstas se organizan dentro de una propuesta curricular, determinan la estructura de esta última. Por lo tanto, siguiendo a estos autores, es posible establecer las diferencias entre diversos currículos y analizar los cambios que éstos han tenido en cierto periodo comparando la organización interna de sus propósitos.

Por otra parte, en el estudio sobre los estados de conocimiento de la investigación sobre el currículo en el periodo 1982-1992 en México (Díaz *et al.*, 1995: 31), se plantea, citando a Ruiz (1993), que la concepción de currículo determina en gran medida el carácter de su diseño y evaluación, así como la idea y el método de la investigación curricular. Señalan tres concepciones de currículo presentes en la década de los ochenta: como producto, como proceso o como práctica social y educativa. Estas categorías resultaron muy útiles para el análisis sobre las concepciones de currículo que prevalecieron en la educación en ciencias naturales durante los últimos 40 años.

Otra línea de análisis que tuve presente fue el papel que se ha dado a las ciencias en el currículo, en diferentes movimientos de reforma. Wallace y Louden (1998) señalan tres modos de entenderlo: la ciencia en el currículo como una disciplina de conocimiento, como un conocimiento relevante y como uno imperfecto.

No es posible dejar de lado en un análisis sobre las reformas curriculares la concepción de aprendizaje en que éstas se sustentan, sin embargo, existe en este documento una sección dedicada a analizar las investigaciones sobre los procesos de aprendizaje, de manera que en este escrito sólo haremos mención de ellas cuando sea necesario para caracterizar los movimientos curriculares.

Si se realiza una revisión de los programas y acciones tendientes a diseñar, desarrollar, poner en práctica y evaluar el currículo de ciencias en los niveles preuniversitarios, encontramos que en el último siglo se han generado, desde diversas perspectivas, una gran cantidad de propuestas curriculares. Varios autores han analizado los procesos que se han llevado a cabo en diversos países, en particular en los desarrollados (McCormack, 1992; Akker, 1998; Wallace y Lounden, 1998; Bybee y DeBoer, 1994). Algunos de estos análisis presentan una perspectiva histórica de los procesos de reforma curricular y proporcionan una visión suficientemente clara de lo que ha ocurrido en este ámbito, sobre todo en la última mitad del siglo XX.

Bybee y DeBoer (1994) revisan las metas que se han propuesto en los currículos de ciencias. En su análisis encuentran, a lo largo de los dos últimos siglos, tres propósitos educativos principales (*ibid*: 358-359):

1) Desarrollo personal y social. Los autores consideran dentro de la categoría de desarrollo personal los propósitos que se refieren al crecimiento intelectual del individuo, a la satisfacción personal y a la construcción del carácter moral. Dentro de la categoría de desarrollo social incluyen propósitos relacionados con el mantenimiento de la salud pública, de una economía productiva, de una sociedad estable y ordenada y de una nación segura.

2) Conocimiento de hechos y principios científicos. Para los autores esta categoría está relacionada con los hechos, conceptos, principios y teorías acerca del mundo natural que deben ser motivo de enseñanza. El aprendizaje del conocimiento científico ha sido considerado como uno de los principales propósitos de la educación en ciencias que no requiere justificación.

3) Métodos y habilidades científicas y su aplicación. Otro propósito importante ha sido la comprensión de los métodos de la ciencia y el desarrollo de las habilidades que permiten aplicarlo. La enseñanza del método científico se ha justificado por tres razones principales: es un camino para desarrollar el intelecto, un método general para enfrentar problemas y un medio para aprender los conocimientos científicos.

Es interesante analizar la información histórica que nos presentan Bybee y DeBoer (1994) y observar que estos tres propósitos han estado presentes desde el siglo XIX hasta nuestros días en los currículos de ciencias naturales, lo que no significa que no haya habido profundas transformaciones en las propuestas curriculares a lo largo de este periodo. De acuerdo con estos autores los cambios se deben a la importancia relativa que estos propósitos tienen en las diferentes propuestas curriculares.

Los propósitos para la enseñanza de las ciencias naturales en el s. XIX

En el siglo XIX hubo cambios profundos en los sistemas educativos. Estos habían estado basados en la enseñanza religiosa característica de la edad media y en los estudios clásicos del renacimiento (Bybee y DeBoer, 1994: 360), con la industrialización y el desarrollo de la ciencia y la tecnología se generó una presión social hacia las instituciones educativas para que prepararan a los estudiantes de acuerdo con las exigencias de las sociedades modernas. Se cuestionó que la enseñanza se centrara en la lectura, la escritura, la aritmética (nivel elemental) y la literatura y lenguas clásicas (niveles superiores) argumentando que las ciencias naturales deberían tener la misma importancia en el currículo que las materias tradicionales.

Dentro del movimiento general para dar mayor importancia a las ciencias naturales en los currículos escolares se pueden distinguir movimientos que generaron propuestas distintas dependiendo de los objetivos que proponían para la enseñanza de esta área del conocimiento. Por ejemplo en Estados Unidos, Bybee y DeBoer distinguen tres movimientos (*ibid*: 365): dos de ellos, los movimientos "lecciones de objetos" y "estudio de la naturaleza" tuvieron como meta principal el desarrollo individual y social de los estudiantes.

El movimiento "lecciones de objetos"

Se genera alrededor de 1860 y es uno de los primeros esfuerzos por sistematizar la enseñanza de las ciencias. Estuvo fuertemente influido por las ideas del pedagogo suizo Pestalozzi quien sostenía que el principal objetivo de la educación era el desarrollo de una actividad propia e independiente por parte de los alumnos. Ellos deberían aprender del mundo natural a través de la investigación y la experimentación y no mediante la memorización de las lecciones impartidas desde una posición de autoridad. El plan de estudios se integraba mediante lecciones, cada una de las cuales se enfocaba al estudio de un fenómeno o hecho natural y era independiente de las otras. Es importante señalar que a pesar de la gran cantidad de literatura que se difundió sobre esta propuesta, las "lecciones de objetos" no fueron incorporadas por los profesores a su práctica docente.

El movimiento "estudio de la naturaleza"

Tuvo gran influencia de las ideas de educadores europeos como Comenius, Rosseau, Pestalozzi y Froebel. Pone en el centro al niño y su participación directa en el estudio del medio ambiente que lo rodea. Prioriza el análisis de los hechos cercanos al estudiante más que el estudio de las generalizaciones científicas, enfatiza la apreciación sobre los fenómenos más que la clasificación, la experimentación y la organización sistemática de los conocimientos. Este movimiento responde, entre otras cosas, a la necesidad de disminuir la migración de la población rural a las ciudades y de promover el interés de los niños de las ciudades por la naturaleza.

El movimiento "ciencia elemental"

Tuvo como propósito principal la enseñanza del conocimiento y del método científico, puso énfasis en la generalización científica más que en la presentación de hechos e información. Responde a la exigencia de recursos

humanos calificados que requería el proceso de industrialización en Estados Unidos. W.T. Harris y E.G. Howe son importantes representantes de este movimiento. Por ejemplo, Harris (1896) fue el primero en proponer un currículo completo para la enseñanza de la escuela elemental y, al igual que Howe (1894), enfatizó el aprendizaje de conceptos fundamentales de las disciplinas científicas, se preocupó por un enfoque interdisciplinario y por los intereses y necesidades psicológicas del estudiante.

Las dos tendencias ejemplificadas con los tres movimientos descritos convivieron durante las últimas décadas del siglo XIX y las primeras del XX manteniendo un debate que sigue presente hasta nuestros días: enseñar ciencias para entender los conocimientos y métodos de la ciencia o para el desarrollo individual y social de los estudiantes.

Este debate se dio con mayor fuerza para el caso de la educación media superior debido a que las universidades veían en el bachillerato la preparación de los estudiantes para su ingreso a las universidades, a diferencia de muchos educadores que pensaban que los cursos de ciencia muy especializados no eran adecuados para la mayoría de los alumnos, ya que sólo un pequeño porcentaje de ellos ingresaba a la educación superior.

Se podría decir que durante el siglo XIX se consolidó la enseñanza de las ciencias naturales como parte de los currículos de educación formal en los niveles básicos de educación.

Con relación al papel que se le daba a la ciencia en el currículo, es interesante señalar que encontramos dos de las concepciones mencionadas por Wallace y Louden: la concepción del papel de la ciencia como disciplina del conocimiento que podría estar detrás del movimiento "ciencia elemental" y del conocimiento relevante que parece sustentar los movimientos "lecciones de objetos" y "estudio de la naturaleza".

En cuanto a las concepciones de aprendizaje y de enseñanza tuvieron influencia las ideas de educadores europeos como Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Froebel, Herbart y Huxley.

Los propósitos para la enseñanza de las ciencias naturales en el siglo XX

Las primeras décadas

Para ejemplificar la presencia de las dos tendencias que surgieron en el siglo XIX, durante las primeras cinco décadas del siglo XX y la vigencia del debate mencionado en el apartado anterior, analizaré dos propuestas que tuvieron

gran influencia por más de 30 años en el medio educativo de la época, principalmente en EUA y cuya influencia llega hasta nuestros días.

En la década de los veinte Gerald Craig retoma el trabajo de Harris y desarrolla un currículo que intenta cubrir las principales disciplinas científicas. A partir de sus investigaciones sobre los principios científicos que aparecen en las preguntas de los niños (Craig, 1927), propone una serie de conceptos, principios y generalizaciones que debían ser el centro de un programa de ciencias para la escuela elemental. Craig pensaba que la lectura era el medio más rápido y eficiente para cubrir la información científica organizada, por lo que propuso que la enseñanza se basara en la lectura de textos estructurados en relación con las generalizaciones científicas. En el modelo curricular de Craig, la generalización y los principios científicos fueron la meta principal para la enseñanza de las Ciencias y fue el antecedente de las propuestas curriculares de los años cincuenta, que basaban la enseñanza en los principales esquemas conceptuales de las ciencias.

Al mismo tiempo que el modelo de Craig se difundía con gran éxito, las ideas de John Dewey eran retomadas por los educadores que simpatizaban con propuestas cercanas al movimiento "estudio de la naturaleza". Dewey priorizó la meta del desarrollo personal y social del estudiante sobre la meta de aprender el conocimiento científico, pero sobre todo colocó el método científico en un lugar muy importante en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias naturales.

Para Dewey (1944, citado por Bybee y DeBoer, 1994) el fin último de la enseñanza de las ciencias era hacernos conscientes de lo que constituye el uso más efectivo de la mente y la inteligencia. En la propuesta de Dewey el pensamiento reflexivo se concreta en la presentación de un problema, la formulación de hipótesis, la experimentación para obtener datos y la elaboración de conclusiones. Las dificultades se presentaron cuando se intentó generalizar la operación de la propuesta en los salones de clases, una de las razones que se argumentó es que los profesores no contaban con las condiciones de infraestructura que les permitieran llevar a cabo las actividades (Hurd, 1969).

La primera revolución en la enseñanza de las ciencias naturales

A finales de los años cincuenta ocurre una transformación radical en el campo de la educación en ciencias, conocida como la primera revolución en la enseñanza de las ciencias. Esta se genera por la preocupación de los gobiernos de países como EUA y Gran Bretaña, entre otros, por formar recursos humanos para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. La escasez

de científicos y el lanzamiento del primer satélite artificial, el *Sputnik*, por la URSS, son los detonantes del movimiento. Desde el gobierno de EUA y a través de instituciones como la Fundación Nacional para la Ciencia (NSF)[12] se convoca a científicos, psicólogos y educadores para que evalúen la situación de la enseñanza de las ciencias en las escuelas y elaboren propuestas para mejorarla. A la cabeza del movimiento estuvieron los científicos y es desde su perspectiva que se analizan los problemas y se construyen las propuestas. Las ideas del psicólogo Jerome Bruner (1960) fueron una influencia muy importante. La mayoría de los proyectos tenía como meta principal la enseñanza del conocimiento científico y esto se lograría a través de los métodos de las ciencias. En términos generales sostenían que los datos obtenidos en el laboratorio y no el libro de texto debían ser la fuente primaria del conocimiento, se debían estudiar los conceptos fundamentales a profundidad y no muchos tópicos de manera superficial, se enfatizaba el pensamiento inductivo para llegar, a partir de los datos, a respuestas razonables y a los conceptos científicos. El desarrollo individual y social de los estudiantes no fue un propósito de importancia por lo que el debate entre ambas tendencias entra en un periodo de letargo.

Desde mediados de los setenta y durante la década de los ochenta se realizan estudios para evaluar los resultados de los proyectos operados en los años anteriores (Helgeson, Blosser y Howe, 1977; Research Triangle Institute, 1977; Stake, Easley y Anastasiou, 1978; National Commission on Excellence in Education, 1983; Kyle, 1985), los resultados de éstos mostraron que los cambios en los salones de clase habían sido mínimos y el número de estudiantes interesados en estudiar una carrera científica continuaba siendo muy bajo. Además, muchos estudiosos del tema realizaron críticas muy fuertes desde una perspectiva psicopedagógica y epistemológica. Se podría decir que este gran movimiento de reforma había fracasado a pesar de la gran cantidad de recursos financieros invertidos y del esfuerzo de cientos de profesionales.

Por otra parte, la concepción de currículo que subyace a las propuestas de este periodo fue la que equipara la noción de currículo a la de plan de estudios. La preocupación estaba en elaborar una nueva propuesta y preparar a los profesores en su manejo, en el discurso de esa época no estaba presente aún la idea de currículo como proceso. Fue la sensibilidad que se tuvo para poder ver y documentar lo que ocurría en los salones de clases y para aceptar la casi nula influencia de las nuevas propuestas en las prácti-

[12] Por las siglas en inglés: *National Science Foundation*.

cas de los profesores, lo que posibilitó pensar el currículo de una forma distinta.

En México los grupos que participaron en las reformas curriculares que se realizaron durante la década de los setenta recibieron la influencia de este movimiento. Por ejemplo, en la educación básica la reforma educativa realizada durante el sexenio de Echeverría, en lo que corresponde a ciencias naturales, estuvo a cargo de un equipo coordinado e integrado básicamente por científicos y muchas de las características del programa de estudio y los libros de texto corresponden a las señaladas para las propuestas que surgieron durante este periodo (Candela, 1991a; Gutiérrez, 1982; León y Solé, 1982; Núñez *et al.*, 1983).

La segunda revolución en la enseñanza de las ciencias naturales

Por lo menos tres factores se sumaron para que se produjera una ruptura con el primer movimiento de reforma: el fracaso de los proyectos curriculares, los cuestionamientos psicopedagógicos y epistemológicos que se hicieron a la concepción teórica en que se sustentaba la reforma (Ausubel, 1978; Giordan, 1978) y la conciencia que la sociedad estaba adquiriendo sobre los problemas ambientales que las sociedades modernas estaban generando y la importancia de los conocimientos científicos y tecnológicos para la toma de decisiones. En este ambiente resurgen las metas de desarrollo individual y social y se propone que la sociedad necesita una cultura científica más que una élite científica. Surge un nuevo término: "alfabetización científica", que se asocia con los movimientos de reforma que promueven como meta de la educación en ciencias la formación de ciudadanos capaces de desarrollar y utilizar sus habilidades intelectuales y sus conocimientos sobre el mundo, para crear un ambiente favorable al ser humano (Hurd, 1970: 14). Se propone que la ciencia sea entendida como una fuerza social y no sólo como un conjunto de principios, conceptos y métodos. Desde esta visión se plantean diversas metas educativas a lo largo de la década de los setenta y ochenta. El proyecto "ciencia para todos" (AAAS, 1989) y el movimiento ciencia, tecnología y sociedad (CTS) (Gallagher, 1971) se encuentran dentro de esta perspectiva.

La década de los ochenta se caracteriza por la reflexión, los debates y las propuestas para resolver problemas específicos. En más de 300 reportes se clama por una nueva reforma (Bybee y DeBoer, 1994: 382) y se proponen diversas medidas para mejorar la educación en ciencias naturales. Las propuestas varían según el grupo que las propone, algunas de ellas que han influido significativamente en el medio son: "ciencia para todos",

el proyecto de la NSTA[13] "enfoque, secuencia y coordinación" (Aldridge, 1992), el reporte de la NCISE[14] sobre la educación media (Bybee *et al.*, 1990) y el movimiento CTS.

Es interesante observar la vigencia del debate que surgió desde el siglo XIX entre aquellos que sostienen como meta prioritaria la enseñanza de las disciplinas científicas y aquellos que consideran que lo fundamental es que la ciencia apoye el desarrollo social e individual de los estudiantes. Este debate podemos observarlo en dos de los proyectos más importantes que se están llevando a cabo actualmente en EUA: "ciencia para todos" (AAAS, 1989) y los "estándares nacionales" (National Research Council, 1995). Si comparamos los criterios que se utilizaron en ambos proyectos para seleccionar los contenidos que se proponen para los currículos de ciencia podemos ver con facilidad la presencia de las dos tendencias:

CUADRO 1
VISIÓN SINTÉTICA DE DOS PROYECTOS CURRICULARES EN EUA

Ciencia para todos	**Estándares nacionales**
Criterios para la selección de los contenidos:	Criterios para la selección de los contenidos:
Utilidad. ¿Es útil al ciudadano para tomar decisiones? ¿Amplía las posibilidades de empleo?	Se utilizaron tres criterios:
Responsabilidad social. ¿Ayuda al ciudadano a participar de manera inteligente en la toma de decisiones políticas y sociales sobre asuntos relacionados con la ciencia y la tecnología?	1. El compromiso con el campo de las ciencias. Los estándares de contenidos correspondientes a las ciencias físicas, de la vida, de la Tierra y del espacio son centrales para la educación científica y deber ser precisos.
Valor intrínseco del conocimiento. ¿Sin ellos una educación general quedaría incompleta?	2. El compromiso de realizar estándares adecuados al desarrollo y las habilidades de aprendizaje de los estudiantes.
Valor filosófico. ¿Contribuye a la capacidad de las personas de ponderar los asuntos permanentes de significado humano, como vida y muerte, percepción y realidad, bien individual vs. bienestar colectivo, certidumbre y duda?	3. El compromiso de presentar estándares de manera que fueran utilizables para quienes los van a desarrollar.
Enriquecimiento de la niñez. ¿Mejora la niñez?	

[13] Por sus siglas en inglés: *National Science Teaching Association*, de EUA

[14] Por sus siglas en inglés: *National Center for Improving Science Education*, de EUA

Se observa una diferencia fundamental, mientras en la propuesta "ciencia para todos" la meta de desarrollo individual y social se concreta en criterios para la selección de los contenidos, en los "estándares nacionales" el criterio fundamental es el contenido de las disciplinas científicas y los aspectos relacionados con el desarrollo individual y social se consideran a través de una de las ocho categorías de contenido: "la ciencia en la perspectiva personal y social". Si se comparan los contenidos que se seleccionaron en cada una de estas propuestas, se puede analizar cómo la prioridad que se da a cada una de las metas determina el tipo de contenido y el enfoque con el que se propone sea tratado.

En relación con la concepción de currículo hay un cambio importante con respecto a la que imperaba durante la primera revolución, tanto en lo que se refiere a la construcción misma como a los aspectos que la idea de currículo abarca. Por ejemplo, el proyecto "ciencia para todos" se concibe como a largo plazo y tiene como eje una reforma a los planes de estudio pero que se propone modificar todos los ámbitos del sistema educativo que estén involucrados en el logro de una cultura científica para todos los ciudadanos.

Se considera fundamental para el éxito de la reforma que los profesores y otros responsables de operar las escuelas se incorporen como parte del proceso de construcción del currículo. Además, el ambiente escolar deberá adecuarse a las metas propuestas: los horarios del personal, la participación continua de expertos externos, la participación de los alumnos en las actividades de la comunidad o para realizar trabajo de campo, los recursos para la enseñanza, etcétera.

Por su parte, los estándares nacionales en EUA no sólo se proponen para los contenidos de enseñanza sino también para la enseñanza, para el desarrollo profesional de los profesores, para la evaluación, para el sistema de educación en ciencias y para los programas mismos de educación científica.

Otro hecho importante fue el cuestionamiento a la concepción conductista del aprendizaje y a la concepción positivista de la ciencia en que se sustentaban la mayoría de las propuestas surgidas durante la primera revolución. La filosofía de Lakatos, Feyerabend y Popper, la psicología cognoscitiva y las investigaciones sobre las concepciones de los estudiantes acerca de los fenómenos naturales y los conceptos científicos, así como los trabajos sobre el cambio conceptual fueron determinantes para que tal cuestionamiento ocurriera. Actualmente existe un gran interés por estudiar cómo aprenden los alumnos y cómo deben organizarse los contenidos en el currículo si se toman en cuenta los procesos de aprendizaje.

Reflexiones finales sobre los procesos de reforma curricular

Desde el siglo XIX y hasta la fecha ha estado presente el debate sobre las metas de la educación en ciencias naturales. Durante el siglo XIX y la mitad del siglo XX se discutió sobre cuál debería ser la meta prioritaria: si enseñar ciencias para entender los conocimientos y métodos de la ciencia o para el desarrollo social e individual de los estudiantes. En ese periodo coexistieron movimientos curriculares que enfatizaban una u otra meta, generando estructuras curriculares distintas. En el periodo de la llamada primera revolución, ante la exigencia social de preparar recursos humanos que impulsaran el desarrollo de la ciencia y la tecnología, así como, la coordinación de muchos de los proyectos por los científicos, la enseñanza de las disciplinas científicas y de sus métodos se convirtió en la meta principal para casi la totalidad de las propuestas curriculares.

El fracaso de este movimiento de reforma y la conciencia social cada vez mayor acerca de los problemas ambientales generados por las sociedades actuales, hizo resurgir las metas de desarrollo social como fundamentales para la educación en ciencias naturales. Parecería que se estaba construyendo un consenso sobre ello, no había oposición a la idea de promover una cultura científica. Sin embargo, cuando Avi Hofstein y Robert Yager (1982) proponen organizar el currículo alrededor de aspectos sociales, se genera una gran controversia. El punto de debate no era si se incluyen o no aspectos sociales, hay acuerdo en que deben ser incluidos; la discusión radica en cómo se seleccionarían y organizarían los contenidos en el currículo. Por un lado están aquellos que sostienen que deben ser los aspectos sociales y no la lógica de las disciplinas científicas los que determinarán los criterios de selección y organización y por el otro, quienes señalaban que si los contenidos se organizan con base en problemas sociales relevantes no habría un marco teórico lógicamente ordenado y sería imposible que se entendiera la estructura de la ciencia.

Existen trabajos con una u otra orientación y también los que intentan establecer los criterios de selección de los contenidos de enseñanza a partir de una reflexión de aspectos epistemológicos, socioculturales y sobre los procesos de aprendizaje (González *et al.*, 1997; Nieda y Macedo, 1998), sin embargo, el problema no ha sido resuelto, el debate sigue abierto y la investigación curricular podría contribuir a su solución.

Por otra parte, si tomamos las categorías propuestas por Wallace y Louden (1998) sobre el papel que se le da a la ciencia en el currículo, el análisis realizado nos permite suponer que la concepción del papel de la ciencia como disciplina aparece ligada a las propuestas curriculares que tienen

como meta principal la enseñanza de los conocimientos y métodos de la ciencia, mientras que la concepción del papel de la ciencia como conocimiento relevante se relaciona con las propuesta cuya meta principal es el desarrollo social e individual de los estudiantes. La concepción del papel de la ciencia como conocimiento imperfecto es muy reciente y surge de una reflexión sobre la filosofía de la ciencia y la psicología cognoscitiva.

Podemos relacionarla con propuestas que se sustentan en un enfoque constructivista de la ciencia, de su enseñanza y del aprendizaje. Sin embargo, también desde esta concepción se han cuestionado las posiciones constructivistas y se han abierto nuevas problemáticas, todas ellas importantes para el desarrollo del campo. Por ejemplo, el problema de la diversidad racial, étnica y de género de la población infantil ¿Cómo atender la diversidad desde la ciencia moderna que es una cosmovisión occidental y masculina? ¿Puede la ciencia moderna proveer de un marco de referencia inclusivo para todas las culturas? (Cobern, 1993; Wallace y Louden, 1998). ¿Están mejor los alumnos en una clase constructivista si los mensajes epistemológicos que reciben acerca de sí mismos y de su medio son idénticos a los mensajes que reciben en una clase tradicional? (O'Lounglin, 1992).

Con relación a la concepción de currículo, el análisis sobre la información que tenemos a nuestra disposición, permite suponer que la concepción de currículo como sinónimo de plan de estudios fue la dominante hasta la década de los setenta. El fracaso de la primera revolución en la enseñanza de las ciencias naturales, obligó a volver la mirada hacia lo que ocurría en los salones de clase y a observar la distancia que había entre lo que se pretendía en la propuesta curricular y lo que sucedía en las escuelas. Esto volvió más sensibles a los investigadores y responsables de las reformas curriculares hacia las teorías y debates sobre el currículo que se realizan en el campo educativo. Actualmente existen propuestas interesantes, con una concepción de currículo como proceso, como el proyecto "ciencia para todos", pero este es un problema que aún no se debate explícitamente entre la comunidad de investigadores y educadores en el campo de la educación en ciencias naturales.

Por último no quisiera dejar de señalar que en México tenemos como tarea pendiente realizar un estudio histórico de los procesos de reforma curricular en el campo de la educación en ciencias naturales. Por el momento tenemos a nuestra disposición muy poca y dispersa información al respecto. Esta situación es de alguna manera el reflejo de la casi inexistencia de una comunidad de investigadores y educadores interesados en el ámbito curricular en este campo de la educación y de una política muy centralizada por parte de las autoridades de la Secretaría de Educación Pú-

blica (SEP) y/o de los grupos responsables de elaborar las propuestas y ponerlas en práctica.

La investigación curricular en el campo

Al revisar la investigación curricular en EUA, el Reino Unido y México se encuentran diferencias interesantes, una de ellas es el momento en que la investigación en el campo de la educación en ciencias naturales surgió en cada uno de estos países. Mientras en EUA su origen se remonta a principios del siglo XX, con una larga tradición en la investigación cuantitativa, empírica y con una influencia importante de la filosofía positivista y de la psicología conductista, en Europa, Jenkins (1999) considera que la investigación en este campo surgió hasta finales de los años sesenta y principios de los setenta, cuando se realiza la primera reunión de profesionales de la educación en ciencias naturales y surgen las primeras revistas especializadas en el campo, por ejemplo, *Studies of Science Education* aparece en 1974 y *European Journal of Science Education* en 1979 (ahora *International Journal of Science Education*), situación que es un indicador de la existencia de una comunidad de investigadores que se estaba consolidando.

En México es aún más reciente el surgimiento de la investigación en el campo que nos ocupa. En un trabajo anterior (León, A. *et al.*, 1995: 85) se plantea que los setenta se caracterizaron por la formación de grupos de trabajo para participar en el diseño y desarrollo de planes de estudio y libros de texto y se realizaron investigaciones aisladas muy vinculadas con estos procesos y en los ochenta se empezaron a gestar y a consolidar proyectos y grupos de investigación en algunas instituciones como el CINVESTAV y la UNAM.

Otra diferencia importante es que tanto en México como en el Reino Unido, los procesos de reforma curricular de gran envergadura preceden a la investigación curricular, situación que no ocurre en EUA donde los primeros procesos curriculares puestos en marcha a gran escala se llevan a cabo durante la llamada primera revolución en la enseñanza de las ciencias naturales, después de varias décadas de investigación sobre la educación en ciencias naturales.

Desde mi punto de vista, la diferencia en el momento histórico en que surge la investigación en educación en ciencias naturales en México con respecto a otros países y la influencia que los grupos de investigación incipientes reciben del exterior y en algunos casos de investigadores educativos nacionales que trabajan en otros campos, son factores determinantes de las características que adquiere esta investigación en nuestro país.

Para argumentar esta idea primero analizaré brevemente el desarrollo de la investigación curricular en el campo que nos interesa en EUA, para después volver a retomar la reflexión sobre el caso de México y otros países.

En Estados Unidos

Tomaré como punto de partida la primera revolución en la enseñanza de las ciencias naturales. En el momento en que se inicia este proceso de reforma, ya existía una comunidad de profesionales dedicada a la educación en ciencias naturales y una comunidad de investigadores.[15] Una buena parte de ellos enfocaron su atención e incluso fueron partícipes del movimiento de reforma, muchos estudios se realizaron para evaluar las experiencias y resultados de los estudiantes con las nuevas propuestas curriculares. Wallace y Louden (1998) señalan que los criterios principales para comparar las propuestas fueron los resultados que obtenían los estudiantes, así, se comparaban los logros en el dominio de los conocimientos, las actitudes, las habilidades experimentales, el razonamiento lógico, las habilidades para resolver problemas alcanzado por los alumnos en los diferentes proyectos curriculares. Estos autores señalan que de 90 estudios publicados, entre 1965 y 1975, que examinan los cursos de ciencias, 82 usan los resultados de los alumnos como criterio principal de evaluación.

Akker (1998: 425) señala que en 1976 la NSF suspende el financiamiento para nuevos programas curriculares y promueve una serie de evaluaciones a gran escala para conocer el impacto que los programas de reforma habían tenido en los salones de clase. Se realizan evaluaciones nacionales como el trabajo de Stake, Easley y Anastasiou (1978) que mediante once estudios de caso muestran la naturaleza conservadora de la escuela y el papel que tienen los profesores en los procesos de reforma curricular. Weiss (1978, citado por Akker, 1998) entrevista a profesores y otros participantes sobre el uso del currículo, los cursos que se ofrecen y las prácticas de enseñanza. Welch (1979, citado en Wallace y Louden, 1998) hace una revisión de 20 años de propuestas curriculares y llega a la conclusión de que "a pesar del gasto de millones de dólares y de la participación de brillantes científicos, las clases de ciencias hoy son muy poco diferentes de las de hace 20 años" (citado en Wallace y Lounden, 1998). A partir de los resultados de estos estudios surgió la demanda de un nuevo movimiento de reforma curricular en Estados Unidos.

---

[15] La asociación de investigadores: *National Association for Research in Science Teaching*, se creó en 1928.

Parece que el golpe de gracia a la primera revolución en la enseñanza de las ciencias naturales, lo dieron los resultados obtenidos por los estudiantes de las escuelas norteamericanas, en el trabajo comparativo realizado por: *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* cuyos resultados fueron difundidos en 1983 en el reporte: *The Nation at Risk* (citado por Akker, 1998).

Es importante señalar nuevamente que detrás de la mayoría de las propuestas de reforma curricular y de la investigación curricular que se realizó durante este primer movimiento de reforma, está una concepción de currículo como sinónimo de plan de estudios. De la misma manera, como las propuestas curriculares buscaban racionalizar las prácticas, las investigaciones indagaban sobre el grado de adecuación de los resultados de los estudiantes y de las prácticas de los profesores a lo indicado en las propuestas. Como los datos mostraban que la operación no correspondía a lo que se había planeado se empezó a generar una reflexión que cuestionaba no sólo la eficacia en la operación de las propuestas, sino la concepción misma que se tenía de currículo y de investigación curricular.

Cuando menos otros dos factores más se entrelazaron para provocar un cambio de paradigma en la investigación curricular en EUA, el cuestionamiento, desde las posturas filosóficas de Lakatos, Feyerabend y Popper entre otros, a las concepciones positivistas de la ciencia que sustentaban las propuestas curriculares de la primera reforma y la emergencia del enfoque constructivista del aprendizaje que puso en tela de juicio la concepción conductista del aprendizaje dominante en ese periodo.

El cambio de una concepción de currículo como sinónimo de plan de estudios a una como proceso, generó el cambio en el uso de las metodologías cuantitativas a las cualitativas. El interés principal ya no fue la medición de los resultados obtenidos por la aplicación de las propuestas. La mirada de los investigadores comenzó a dirigirse hacia problemas específicos, los procesos que ocurrían en el aula cobraron importancia y la investigación curricular diversificó tanto sus objetos de estudio como las metodologías utilizadas.

Por ejemplo, empezaron a surgir estudios de caso que centraron su atención en explicar los procesos que ocurren cuando se desarrolla una propuesta curricular. Anderson y sus colegas (Anderson, 1996; Hameyer *et al.*, 1995) realizaron un trabajo de investigación durante cuatro años, en escuelas que habían resultado exitosas en la aplicación de la reforma curricular, con el objetivo de analizar los medios por los cuales la reforma se había puesto en práctica. Para obtener información tuvo estancias de por lo menos 20 días en los planteles, durante las cuales observó clases,

entrevistó profesores y estudiantes, asistió a reuniones de profesores, revisó los productos del estudio de los alumnos y recolectó documentos.

Los aportes de los estudios que se realizaron desde una visión más amplia y profunda de los procesos curriculares mostraron la complejidad de los procesos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias naturales y la necesidad de abordar los problemas curriculares desde diversas perspectivas, con el apoyo que pueden brindar disciplinas como la sociología, la antropología, la psicología y la filosofía entre otras. Esta ampliación de la visión a la vez desdibujó las fronteras de lo que podríamos considerar procesos propiamente curriculares. El estado en que se encuentra la investigación nos permite cuestionar una visión restringida de currículo pero todavía no nos da la claridad suficiente para poder delimitar con mayor claridad el objeto de la investigación curricular de otros objetos de la investigación en la educación en ciencias naturales, como podrían ser los procesos de aprendizaje o de enseñanza de los conocimientos y métodos de la ciencia.

En países europeos

Cuando la primera revolución en la enseñanza de las ciencias naturales es fuertemente cuestionada, tanto en sus fundamentos teóricos como en los resultados obtenidos en su operación, aún no existía en el Reino Unido y otros países europeos una comunidad de investigadores en el campo de la educación en ciencias naturales.

Como ya se señaló, Jenkins (1999) ubica los años setenta como la fecha de surgimiento en Europa de la investigación en educación en ciencias naturales. Considera que se caracteriza por la diversidad de objetos de estudio (relacionados con los profesores, los estudiantes, el currículo, la evaluación, aspectos pedagógicos, entre otros) y de metodologías utilizadas. Considera que los investigadores han estado más interesados en las escuelas que en las universidades y en la educación media más que en la primaria.

Identifica dos tradiciones en los últimos 30 años, que denomina: pedagógica y empírica. La tradición pedagógica tiene como objetivo la mejora de la práctica de la enseñanza, se considera que al mejorar la enseñanza se mejora el aprendizaje. Para evaluar dicha mejora se utilizan cuestionarios para conocer el nivel de aprovechamiento y la motivación de los estudiantes. Generalmente no hay un diseño de investigación riguroso ni un sustento teórico de la investigación. Esta tradición está muy cercana a la práctica pero es difícilmente transferible a otros contextos. La tradición empírica, según Jenkins, es más característica de EUA que de Europa, pues

si bien ha estado presente en este continente, ha disminuido su influencia en los últimos 30 años. Esta tradición es asociada con el positivismo y busca el "dato objetivo" para comprender y transformar la realidad educativa. Actualmente hay un intento de comprender la complejidad de los problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias naturales en los salones de clase. En las últimas dos décadas el constructivismo ha sido una influencia muy importante, la investigación ha estado dominada por los resultados de los estudios sobre el aprendizaje y la comprensión de los fenómenos y conocimientos científicos por parte de los alumnos. Para el caso de la investigación curricular la preocupación está en encontrar los puentes entre las ideas alternativas de los alumnos y los conocimientos formales de la ciencia.

En México

La investigación curricular en educación en ciencias naturales en nuestro país es muy reciente. En los estados de conocimiento 1982-1992 correspondientes al campo que nos ocupa (León *et al.*, 1995) se reportan únicamente 12 trabajos; de éstos 5 estudian aspectos curriculares en la educación primaria, 3 en el bachillerato y cuatro en el nivel superior. No se encontraron trabajos para el nivel de preescolar y de educación secundaria. Para la elaboración de los estados de conocimiento 1992-2002, el equipo responsable seleccionó únicamente 10 documentos; de ellos, 5 se refieren a la educación primaria y 5 a la superior.

Al analizar ambos periodos encontramos que sólo un programa de investigación ha tenido continuidad, se trata del programa de investigación sobre la construcción colectiva de conocimientos en los salones de clase, bajo la responsabilidad de Antonia Candela, que se desarrolla en el Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV. Este programa se origina con la tesis de maestría de Candela en 1991, produce 4 de los 5 documentos[16] sobre educación primaria (Candela, 1990, 1991a, 1991b, y 1993) analizados en el periodo 1982-1992 y 5 trabajos correspondientes al periodo 1992-2002 (Candela, 1994, 1995, 1996, 1997, 2001). Se suman además 2 trabajos con la misma orientación teórica pero que analizan la problemática en el nivel superior (De la Chaussée, 2000; De la Chaussée y

[16] El trabajo restante es una tesis de maestría que analiza la construcción de significados en clases de ciencias naturales de educación primaria (Hernández, 1991) y su autor no ha continuado trabajando en esta dirección.

Candela, 2000). Estos trabajos son analizados a profundidad en la sección escrita por Ángel López por lo que aquí sólo me referiré a ellos en el contexto de la discusión general sobre la investigación curricular.

Los tres documentos del periodo 1992-2002 que abordan el nivel superior centran su análisis en la Facultad de Química de la UNAM. Dos de ellos (Garritz *et al.*, 1996 y 1997) están relacionados con el Programa de Alta Excelencia Académica (PAEA) y con el Subprograma de Atención Diferenciada a Alumnos de Primer Ingreso (SADAPI) creados en 1992 y 1993, respectivamente, en dicha facultad. El trabajo restante analiza el Plan de Estudios 1989 de la carrera de Química Farmacéutico Biológica (QFB) de esa institución (González, Pérez y Barragán, 1998).

Garritz y sus colaboradores revisan los resultados del programa SADAPI. Este consiste en ofrecer a los estudiantes tres alternativas para cursar las cuatro materias del primer semestre, de acuerdo con los resultados que obtuvieron en un examen diagnóstico que se les aplica al ingresar por primera vez a la facultad: *a)* para los alumnos con una calificación mayor que 50 aciertos la opción es cursar las cuatro materias en grupos de "alta exigencia académica"; *b)* a los alumnos con menos de 40 aciertos pero más de 20 (muestra *triage)* se les propone cursar las cuatro materias en dos semestres: en el primero cubrirían el curso de álgebra y la mitad de los cursos de química general y de cinemática-dinámica, en el segundo concluirían estos dos últimos cursos y el curso de cálculo, también se les ofrecen clases especiales de problemas en las cuatro asignaturas; *c)* los alumnos cuyo número de aciertos no cae dentro de los señalados en los incisos anteriores o que no quisieron participar en dichas opciones cursarán sus materias como se hace normalmente y serán considerados como grupos testigo.

Los autores plantean como hipótesis central que la eficiencia de la adecuación curricular realizada puede medirse al comparar el avance escolar de los alumnos de la muestra *triage* y el de los grupos testigo (medido a través del porcentaje de créditos de la carrera que han cubierto). Concluyen que los resultados muestran que la deserción temprana se reduce en los alumnos de la muestra *triage* y que existe una relación significativa entre las calificaciones del examen diagnóstico y la participación en la muestra *triage* con el desempeño de los estudiantes durante la carrera. Estos alumnos a pesar de utilizar un año para aprobar las materias del primer semestre, logran alcanzar a los alumnos de los grupos testigos y concluir la carrera en tiempos menores.

Por su parte, González, Pérez y Barragán (1998) presentan una reflexión sobre algunos datos estadísticos del desempeño de los estudiantes de la carrera de QFB en la UNAM, con el objetivo de contribuir a un diagnós-

tico de dicha carrera que serviría de base para modificar el plan de estudios. Analizan algunos aspectos curriculares (distribución del tiempo entre enseñanza teórica y experimental, carga académica de cada área) y algunos indicadores estadísticos del desempeño de los estudiantes (índice de aprobación de las asignaturas, matrícula, abandono escolar, eficiencia terminal, titulación). A partir de este análisis proponen recomendaciones generales como la necesidad de elevar la calidad de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias naturales en la educación media superior y superior, la necesidad de que exista equidad en el ingreso a la UNAM de estudiantes que provienen de su propio bachillerato y de otros planteles nacionales, la necesidad de flexibilizar el plan de estudios de QFB, entre otras.

Si analizamos la concepción de currículo que subyace a los documentos revisados correspondientes tanto al periodo 1982-1992 como al 1992-2002 en un intento por caracterizar la investigación curricular en el campo de la educación en ciencias naturales en México, podemos distinguir dos tendencias claramente diferenciadas: en una primera tendencia se concibe el currículo como sinónimo de plan de estudios, se pone el acento en el estudio de las estructuras formales y en los componentes del plan de estudios, así como en los resultados obtenidos de su aplicación y no en los procesos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias naturales. Generalmente se usan metodologías cuantitativas (demográficas, estadísticas, a través de encuestas o cuestionarios) y en muchos casos se carece de marcos teóricos bien fundamentados. En esta tendencia se ubican casi todos los trabajos reseñados que analizan el nivel medio superior y superior. En una segunda tendencia se sustenta una idea de currículo como proceso. El objetivo es analizar los procesos que ocurren en los salones de clases cuando se enseñan las ciencias naturales. Podemos clasificar los trabajos de Candela y De Chaussée en esta tendencia.

Si se analizan algunas de las características de los autores de los documentos revisados y de las instituciones donde realizan su trabajo podemos encontrar algunos indicios que nos permitan explicar la existencia de ambas tendencias. Los autores de los trabajos clasificados dentro de la primera tendencia son, en su mayoría, científicos que trabajan en instituciones de educación superior y que han incursionado en la investigación en educación en ciencias. El capital cultural con el que se aproximan al análisis de los problemas curriculares proviene, en gran medida, de su formación dentro de las disciplinas científicas y de su investigación y/o docencia en ese campo. En muchos de los casos los autores han tenido poco contacto con las diversas posturas teóricas acerca de los fenómenos educativos prove-

nientes del campo de lo social. Las metodologías que le son más cercanas son las cuantitativas.

Es frecuente que los autores de los trabajos pertenecientes a la segunda tendencia, tengan una formación inicial en alguna disciplina científica (física, química, biología o afines) y hayan realizado estudios de posgrado en el campo propiamente educativo. Generalmente han trabajado en centros de investigación en contacto con investigadores que analizan desde diversas perspectivas teóricas problemas educativos también diversos. Sus intercambios académicos los realizan con mayor frecuencia con investigadores del campo educativo que abordan los problemas desde una perspectiva sociológica, antropológica, y/o psicológica.

Estas diferencias se observan también en los espacios donde se suele publicar, por ejemplo, los autores de los trabajos analizados en ambos periodos 1982-1992 y 1992-2002 que hemos clasificado en la primera tendencia publican sus trabajos preferentemente en revistas vinculadas con las comunidades científicas del campo de las ciencias naturales, por ejemplo: *Revista Mexicana de Ciencias Farmacéuticas*, *Educación Química*, *Chemical Education*, entre otras. Los trabajos de los autores clasificados en la segunda tendencia buscan publicar en revistas relacionadas con el campo de las ciencias sociales, de la conducta, por ejemplo: *Investigación en la Escuela, Infancia y Aprendizaje*, *Human Development*, publicaciones del DIE-CINVESTAV, entre otras.

Con base en lo señalado anteriormente, es posible pensar que existen dos espacios de investigación bastante diferenciados entre sí, con orígenes y actores distintos, con aproximaciones (teóricas y metodológicas) a los problemas curriculares distintas y, hasta el momento, con poco intercambio académico entre sí.

ALGUNAS CONCLUSIONES

La investigación en el campo de la educación en ciencias naturales es muy reciente en México. Los grupos de investigación que se han creado y consolidado durante las últimas dos décadas se han interesado poco en la investigación curricular. Se encontró sólo un programa de investigación localizado en una institución de la capital del país, que ha tenido continuidad durante una década. Este programa ha concentrado sus esfuerzos en un problema específico: la construcción colectiva del conocimiento en el aula. La mayoría de los estudios son esfuerzos aislados de docentes y/o investigadores que no tienen como actividad fundamental la investigación curricular en la educación en ciencias naturales, sino que ésta es una activi-

dad secundaria subordinada a la docencia o a la investigación en el campo de las disciplinas científicas. Los documentos que llegan a producirse son en la mayoría de los casos documentos internos o de difusión muy escasa.

Las experiencias curriculares en los diferentes niveles educativos ocurren en el plano de la intervención institucional, las comisiones responsables del diseño y desarrollo del currículo generalmente no tienen relación con la investigación curricular y en muchos casos desconocen sus aportes. Tenemos una idea muy superficial del funcionamiento de dichas comisiones, sin embargo, al analizar sus productos podemos observar la gran distancia que existe entre el nivel de desarrollo alcanzado por la teoría curricular y las características de los productos y procesos de intervención curricular en el campo de la educación en ciencias naturales. Por otra parte, se carece de evaluaciones sistemáticas previas, durante y posteriores a la implantación de las reformas curriculares.

La investigación curricular en el campo de la educación en ciencias naturales ha tenido un desarrollo interesante en otros países, en particular en EUA. En este documento iniciamos su análisis, es importante profundizar nuestro conocimiento sobre sus aportes y sus limitaciones. También es fundamental revisar críticamente los debates actuales, algunos ya fueron señalados en párrafos anteriores.

Las experiencias de otros países deben ser una fuente de reflexión pero debemos evitar la salida fácil, que hemos tomado con demasiada frecuencia, de importar problemas y soluciones. Ingle y Turner (1981) después de examinar currículos de ciencias naturales de varios países, señalan que ha habido una gran transferencia de contenidos y métodos principalmente de los países desarrollados a los del Tercer Mundo, este proceso y sus resultados están siendo seriamente cuestionados desde una corriente de pensamiento (Olugbemiro y Akinsola, 1991; Masakata, 1995; Atwater, y Riley, 1993) que critica la tendencia a la homogenización de propuestas curriculares de educación en ciencias, que hoy en día se concreta en la implantación de estándares nacionales. Desde una posición que toma en cuenta la diversidad cultural se cuestiona que la ciencia occidental deba ser considerada como universal, proponen definirla como una subcultura de la cultura occidental (Aikenhead, 1997) y considerarla como tal en los currículos de ciencias naturales, dando cabida a conocimientos que provienen de otras culturas, en particular de la cultura de origen de los estudiantes a los que va dirigido el currículo. Dada la diversidad cultural y étnica que existe en nuestro país este es un debate que no podemos soslayar.

Para finalizar quisiera señalar que en México existe una importante producción en el campo de la teoría y la investigación curricular, que responde

a la problemática que se vive en el país. Es indispensable que los participantes en los procesos de diseño y desarrollo curricular en el campo de la educación en ciencias naturales conozcan esta producción y establezcan relaciones de intercambio académico con sus autores. Si bien es necesario reconocer la especificidad del campo de la educación en ciencias naturales, resulta fundamental reconocer que forma parte del campo educativo y que sin el recurso de las ciencias de la educación difícilmente podremos tener una comprensión profunda de los fenómenos implicados en la enseñanza y el aprendizaje de ciencia.

Referencias

Aikenhead, G. (1997). "Towards a first nations cross-cultural science and technology curriculum", en *Science Education*, 81, 217-238.

Akker, V. (1998). "The science curriculum: between ideals and outcomes", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education,* 1, pp. 421-447, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.

Aldridge, B. (1992). "Project on scope, sequence and coordination: A new synthesis for improving science education", en *Journal of Science Education and Technology,* 1, 13-21.

American Association for the Advancement of Science (1989). *Science for All Americans*, Washington: AAAS.

Anderson, R. (1996). *Study of Curriculum Reform*. Washington, DC: Government Printing Office.

Atwater, M. y Riley, J. (1993). "Multicultural science education: perspectives, definitions and research agenda", en *Science Education*, 77 (6), 661-668.

Ausubel, P. (1978). *Psicología Educativa*, México: Trillas.

Bruner, J. (1960). *The process of education*, Nueva York: Vintage.

Bybee, R., Buchwald, C., Crissman, S., Heil, D., Kuerbis, P., Matsumoto, C. y McInerney, J. (1990). *Science and technology education for the middle years: frameworks for curriculum and instruction*. Washington: National Center for Improving Science Education.

Bybee, R. y DeBoer, G. (1994). "Research on goals for the science curriculum", en D. Gabel (ed.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning*, pp. 357-387, Nueva York: Macmillan Publishing Company.

Candela, A. (1990). "Investigación etnográfica en el aula: el razonamiento de los alumnos en una clase de ciencias naturales en la escuela primaria", en *Investigación en la Escuela,* 11, 11-23.

Candela, A. (1991a). *La necesidad de entender, explicar y argumentar: los alumnos de primaria en la actividad experimental,* México: Departamento de Investigaciones Educativas-CINVESTAV.

Candela, A. (1991b). "Argumentación y conocimiento científico escolar", en *Infancia y Aprendizaje,* 55, 13-28.

Candela, A. (1993). *Demostraciones y problemas en la enseñanza de las ciencias naturales. Su transformación en el aula,* México: DIE-CINVESTAV.

Candela, A. (1994). "La enseñanza de la ciencia y el análisis del discurso", en M. Rueda, G. Delgado y Z. Jacobo (eds.), *La Etnografía en Educación. Panorama, prácticas y problemas*, pp. 149-169, México: CISE-UNAM.

Candela, A. (1995). "Transformaciones del conocimiento científico en el aula", en E. Rockwell (ed.), *La escuela cotidiana***,** pp. 173-195, México: Fondo de Cultura Económica.

Candela, A. (1996). *La construcción de la ciencia en la interacción discursiva del aula.* México: Departamento de Investigaciones Educativas-Cinvestav.

Candela, A. (1997). "Demonstrations and Problem-solving Exercises in School Science: Their Transformation within the Mexican Elementary School Classroom", en *Science Education,* 81(5), 497-513.

Candela, A. (2001). "Earthly Talk". *Human Development,* 44, 119-125.

Cobern, W. (1993). "Contextual Constructivism: The Impact of Culture on the Learning and Teaching of Science", en K. Tobin (ed.), *The Practice of Constructivism in Science Education*, pp. 51-69, Washington, DC: AAAS Press.

Craig, G. (1927). *Certain Techniques Using in Developing a Course Study in Science for the Horace Mann Elementary School,* Nueva York: Bureau of Publications, Columbia University.

Curtis, F. (1926). *A Digest of Investigations in the Teaching of Science.* Filadelfia: Blakiston and Co. Inc.

Curtis, F. (1931). *Second Digest of Investigations in the Teaching of Science.* Filadelfia: Blakiston and Co. Inc.

Curtis, F. (1939). *Third Digest of Investigations in the Teaching of Science.* Filadelfia: Blakiston and Co. Inc.

De la Chaussée, M. E. (2000). *Los alumnos y la construcción de la química orgánica en dos facultades de química públicas mexicanas*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Iberoamericana, Plantel Golfo Centro, México.

De la Chaussée, E. y Candela, A. (2000). "La analogía como recurso discursivo docente en la construcción universitaria del significado de la química", en: M. Rueda y F. Díaz (eds.), *Evaluación de la docencia*, México: Paidós Educador**.**

Díaz, A., Guzmán J., Díaz Barriga F., Torres R., Spitzer, T y Ysunza M. (1995). "La investigación en el campo del currículo 1982-1992", en Á. Barriga (ed.), *Proce-*

sos Curriculares, Institucionales y Organizacionales, pp. 23-174, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

Fraser, B. y Tobin K. (1998). *International Handbook of Science Education*. Londres: Kluwer Academic Publishers.

Gallagher, J. (1971). "A Broader Base for Science Teaching". *Science Education,* 55*,* 329-338.

Garritz, A., Cornejo, R., Domínguez, R., Garza, R., Llano, M., Montagut, P., Nieto, E., Rius, P. y Valle, R. (1996). *Antecedentes escolares y avances en la educación superior*, México: Colección Temas de Hoy en la Educación Superior (14), ANUIES.

Garritz, A. A., Cornejo, R., Domínguez, R., Garza, R., Llano, M., Montagut, P., Nieto, E., Rius, P. y Valle, R. (1997). "Resultado de un "Triage" educativo en el primer semestre de la educación universitaria de ciencias". *Memorias del V Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias.* Murcia, Revista Enseñanza de las Ciencias, España.

Giordan, A. (1978). *La Enseñanza de las Ciencias.* España: Siglo XXI.

González, J., León, A. y Venegas, N. (eds.) (1997). *Contenidos relevantes de ciencias naturales para la educación básica.* México: Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano.

González, N; Pérez A. y Barragán, E. (1998). "Evaluación del plan de estudios 1989 de la carrera de Química Farmacéutico Biológica de la UNAM", en *Revista Mexicana de Ciencias Farmacéuticas,* 29 (3), 30-35.

Gutiérrez, J. (1982). "Reflexiones sobre la enseñanza de las ciencias naturales en la escuela primaria", en *Educación,* 42, 13-32.

Hameyer, U., Akker, V., Anderson, R. y Ekholm, M. (1995). *Portraits of Productive Schools*, Albany, Nueva York: SUNY Press.

Harris, W. (1896). "Course of Study from Primary School to University". *NEA Proceedings*, Washington (153-154).

Helgeson, S.; Blosser, P. y Howe, R. (1977). *The Estatus of Pre-college Science, Mathematics and Social Science Education: 1955-75.* Science Education 1. Columbia: Center for Science and Mathematics Education, Ohio State University.

Hernández, J. (1991). *La enseñanza de las ciencias naturales: entre una redescripción de la experiencia cotidiana y una resignificación del conocimiento escolar.* Tesis de maestría, Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV-IPN, México.

Hofstein, A. y Yager, R. (1982). "Social Issues as Organizer for Science Education in the 80s", en *School Science and Mathematics,* 82,539-547.

Howe, E. (1894). *Systematic Science Teaching.* Nueva York: Appleton.

Hurd, P. (1969). *New Directions in Teaching Secondary School Science*. Chicago: Rand-McNally.

Hurd, P. (1970). "Scientific Enlightenment in an Age of Science", en *Science Teacher,* 37 (1), 13-15.

Ingle, R. y Turner, D. (1981). "Science Curricula as Cultural Misfits", en *European Journal of Science Education,* 3 (4), 357-371.

Jenkins, E. (1979). *From Armstrong to Nuffield. Studies in Twentieth Century School Science Education in England and Wales.* Londres: Murray.

Jenkins, E. (1999). "Research in Science Education in Europe: Retrospect and Prospect". *ESERA Conference*, Kiel.

Kyle, W. (1985). "What Became of the Curriculum Development Projects of the 1960's", en D. Holdzkum y P.B. Lutz (eds.), *Research within Reach: Science Education*, pp. 3-24, Washington, DC: National Institute of Education.

Layton, D. (1973). *Science for the People. The Origins of the School Science Curriculum in England,* Londres: Allen and Unwin.

León, A. y Solé, M.(1982). "¿Enseñamos realmente a investigar la naturaleza?", en *Educación,* 42, 167-186.

León, A.; Goñi, H.; Domínguez, A.; Flores, F.; Gallegos, L.; González J.; López, A. y Rojano, R. (1995). "Ciencias Naturales y Tecnología", en G. Waldegg (ed.), *Procesos de Enseñanza y Aprendizaje II,* pp. 23-120, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

Masakata, O. (1995). "Science Education in a Multiscience Perspective", en *Science Education,* 79 (5), 583-593.

McCormack, A. (1992). "Trends and Issues in Science Curriculum", en *Science Curriculum Resource Handbook*, pp. 16-41, Millwood, Nueva York: Kraus International Publications.

National Commission on Excellence in Education (1983). *A Nation at Risk: The Imperative for Education Reform,* Washington: Government Printing Office.

National Research Council (1995). *National Science Education Standards*, Washington: National Academy Press.

Nieda, J. y Macedo, B. (1998). *Un currículo científico para estudiantes de 11 a 14 años*, México: SEP.

Núñez, M.; Solé, M.; León, A. y Dávila, M. (1983). *Desarrollo de un modelo de enseñanza de las ciencias experimentales y la tecnología de la escuela primaria*, Informe general dela investigación, no publicado, Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV, México.

O'Loughlin, M. (1992). "Rethinking Science Education: Beyond Piagetian Constructivism Towards a Sociocultural Model of Teaching and Learning", en *Journal of Research in Science Teaching,* 29, 791-820.

Olugbemiro, J. y Akinsola, P. (1991). "The Relationship Between African Traditional Cosmology and Students' Acquisition of a Science Process Skill", en *International Journal of Science Education,* 13 (1), 37-47.

Research Triangle Institute (1977). *National survey of Science Education curriculum usage*, Nueva York: Research Triangle Institute.

Roberts, D. y Chastko, A. (1990). "Absorption, refraction, reflection. An exploration of beginning science teacher thinking", *Science Education,* 74 (2), 197-224.

Ruiz, E. (1993). *Propuesta y desarrollo de un modelo de evaluación para el nivel superior,* Tesis de maestría no publicada, Facultad de Psicología, UNAM, México.

Stake, R. E.; Easely, J. y Anastasiou, C. (1978). *Case studies in science education,* Champagne-Urbana: University of Illinois. Center for Instructional research and Curriculum Evaluation.

Wallace, J. y Louden, W. (1998). "Curriculum changes in science: riding the waves of reform", en B. Fraser y K. Tobin (eds.),_*International Handbook of Science Education 1,* pp. 471-485, Londres: Kluwer Academic Publishers.

1B. EL CURRÍCULO COMO PROCESO

Ángel D. López y Mota

ÁMBITO INTERNACIONAL

La mirada internacional de la investigación que se ofrece en esta sección, se basa en el trabajo de coordinación realizado por Kenneth Tobin, en la sección 2 ("Enseñanza") para el *International Handbook of Science Education* editado por Barry Fraser y Kenneth Tobin en 1998. De dicha sección se han seleccionado las colaboraciones de Tobin; Baird; Roth; Hewson, Beeth y Thorley; Hobden; y Lunetta. Las razones para no reportar las otras dos contribuciones —Harlen y Gabel— consistieron en que los contenidos de ellas abordaban cuestiones muy específicas de un ciclo educativo, el primer caso y, de una disciplina científica en el otro; y no cuestiones relacionadas con el desarrollo del currículo de ciencias en su conjunto. No se escogió, sin embargo, la revisión editada por Dorothy Gabel en su *Handbook of Research on Science Teaching and Learning,* debido a que está más centrada en las contribuciones norteamericanas y menos actualizada por haber aparecido en 1994; en cambio, la versión de Fraser y Tobin representa una visión más internacional y más actualizada.

Por motivos de enriquecimiento de perspectivas y de facilidad en la búsqueda por los lectores de este texto, se mantienen la mayoría de las referencias originales utilizadas por los autores en sus colaboraciones; por lo cual se recomienda no satisfacerse con la síntesis aquí contenida, sino acceder a los trabajos originales para juzgar el valor de sus contribuciones.

Enseñanza y su relación con factores sociales y culturales

El tipo de investigaciones llevadas al cabo por Tobin (1998) hasta los años setenta, asumía que siempre "hay una mejor manera de enseñar ciencia y un camino óptimo para aprender". Sin embargo, sus trabajos sufrieron un cambio notable al utilizar investigación interpretativa diseñada para explorar la enseñanza y aprendizaje de la ciencia. Ello refleja una evolución en los presupuestos teóricos de los focos de atención y los métodos para conducir investigaciones. Fue la influencia del constructivismo radical, el que le llevó a centrarse en la manera en que profesores y alumnos toman conciencia de sus roles y propósitos para desarrollar el currículo y mejorar el aprendizaje. Así, el objeto natural de estudio fueron los salones de clase y el marco conceptual fue extendido hasta incluir teorías sociales y culturales; para que sirvieran de nuevas ventanas que permitieran analizar asuntos sobresalientes de la enseñanza y el aprendizaje.

En el mismo texto, Tobin señala que a partir de enfrentar problemas prácticos del aula —como puede ser solucionar problemas de indisciplina—, pueden cambiarse prácticas del currículo establecido: al generar una metáfora y aplicarla en la enseñanza. Así, por ejemplo, metáforas como "capitán del barco", "entretenedor", "director de actividades sociales", "juez justo", pueden mostrar su potencial como transformadoras de la práctica docente. Tal potencial está en relación directa con los procesos de reflexión del profesor(a) como docente, la construcción de un modelo mental consistente con sus creencias sobre la naturaleza de la ciencia y el aprendizaje y, con las imágenes de su manera de aproximarse a la enseñanza, los cuales se plasman en una metáfora que pueda aplicarse en la administración o gestión de un grupo.

Estas imágenes o representaciones de los profesores acerca de la ciencia y el aprendizaje y, de la manera de enfrentarse a la enseñanza, han recibido una creciente atención, expresada en los estudios que vinculan creencias de los profesores de ciencias y sus prácticas en las aulas (Ritchie, Tobin y Hook, 1997; Tobin, Kahle y Fraser, 1990; Tobin, Tippins y Hook, 1994). Por ejemplo, McRobbie y Tobin (1995), revelan que un profesor todo lo que requería de sus alumnos era memorización de un conjunto de hechos de la ciencia y que sus interconexiones y comprensiones asociadas eran pensadas como una natural emergencia de ellos de la mente de los estudiantes. Por ello, la incapacidad del profesor en construir un modelo mental para la comprensión, en vez de la memorización, hizo difícil la alteración de sus prácticas docentes para ayudar a sus alumnos a entender la química. Asimismo, Tobin y McRobbie (1996) describen la forma en que

mitos culturales de los profesores de ciencias, constituyen un sistema referencial que favorece la retención de prácticas tradicionales de enseñanza. También, Tobin, McRobbie y Anderson (1997) reportan que un profesor puede creer que sus alumnos construyen el conocimiento, aceptar que deben de mantener un alto grado de autonomía en las tareas emprendidas en clase y permitir que aprendan unos de otros, pero cuando se trata de la comprensión de la física, los estudiantes y el profesor se encuentran relativamente indefensos respecto del estatus del conocimiento científico; al ser juzgado como falso o verdadero, sin atender al sentido común de estudiantes y profesor y, sin importar si comprenden la física o no.

Tobin concibe a la ciencia como una tarea grupal y un discurso que evoluciona y tiene implicaciones importantes para su aprendizaje; ya que este discurso involucra maneras de hablar, actuar, interactuar, valuar y creer, así como espacios y artefactos usados por la comunidad para llevar al cabo sus prácticas sociales. Lemke (1995: 8) dimensiona esta actividad al señalar que el discurso es una "actividad social de producir significados con el lenguaje y otros sistemas simbólicos en una situación particular o entorno", "es una especie de "hacer" que es realizado de maneras características a la comunidad y su ocurrencia es lo que mantiene unida a la misma, convirtiéndola en un sistema de "haceres", más que de "hacedores".

Con objeto de que los estudiantes aprendan ciencia como un discurso, es preciso que adapten sus recursos lingüísticos al mismo tiempo que practican ciencia mediante la realización de actividades que implican coparticipación (Roth, 1995a; Tobin, 1996). Esta coparticipación, implica, la presencia de un lenguaje compartido al que pueden acceder todos los participantes para comunicarse entre sí todos los aprendizajes significativos que ocurran.

El lenguaje común es concebido como negociado y evoluciona con los participantes al aprender unos de otros y al comprometerse con las actividades de la comunidad en el salón de clases. Así, conocimientos no comprendidos son clarificados y discutidos hasta que los estudiantes (idealmente) quedan satisfechos con su comprensión y tienen autonomía para preguntar cuando no entienden; estando la atención en lo que los estudiantes hacen y cómo representan lo que saben.

La incorporación del lenguaje al problema del aprendizaje de la ciencia, requiere para ser efectivo, dice Tobin, de que los estudiantes tengan oportunidades de ensayar el lenguaje de la ciencia en sus términos más amplios y recibir retroalimentación. Ello permitiría, idealmente, que profesores y alumnos se asistan unos a otros a adaptar su conocimiento y aplicarlo de maneras consistentes con la ciencia canónica. En este sentido, Gee (1990)

distingue entre discurso primario y secundario. El primario refleja el lenguaje materno y la historia cultural del estudiante. En cambio, el secundario, es construido cuando los estudiantes entran y aprenden a participar en una variedad de comunidades en donde cada una es caracterizada por un discurso.

La medida en que un alumno pueda desarrollar un discurso secundario que es científico, refleja su propio conocimiento y la medida en que la comunidad escolar puede facilitar el desarrollo de un lenguaje compartido que, idealmente, evoluciona continuamente en una forma que es cada vez más parecida a la científica. La posibilidad de construir un segundo discurso está fundada en la adquisición del primero, por lo que el desempeño en el idioma materno, afecta el aprendizaje de la ciencia de acuerdo con Gee. Este rol del lenguaje en el aprendizaje de la ciencia se vuelve crítico, cuando alguien se encuentra en situación de minoría lingüística. Así, Lee, Fradd y Sutman (1995) notaron que los estudiantes con antecedentes diferentes a los de la mayoría —lengua, cultura, estatus socioeconómico, etcétera—, tienen mayores dificultades con el conocimiento científico y su vocabulario, comparado con el de estudiantes monolingües en inglés.

Para explicar la imposibilidad de los alumnos de utilizar de manera sustantiva en clase su propio idioma, dice Tobin, se ha recurrido al concepto de "violencia simbólica" al estilo de Bordieu (1992). Éste utiliza el término para describir los problemas de participantes periféricos dentro de una comunidad y concluye que su capital cultural no es valorado en un contexto de apoyo insuficiente que les permita participar en la comunidad. Esto sucede más frecuentemente, dice Tobin, cuando el centro del currículo consiste en cubrir los contenidos, apoyándose frecuentemente de manera considerable en la lectura de los capítulos del libro de texto. Por ello, se plantea que los profesores deben de identificar —para un aprendizaje efectivo— los recursos discursivos de los estudiantes de las minorías —étnicas, culturales lingüísticas, etcétera—, para conformar sus metas, acciones e interacciones en una comunidad. En el caso de que no haya un idioma compartido, las diferencias en las historias culturales de profesores y alumnos es mucho mayor y aumentan la dificultad respecto de lo que los estudiantes saben y pueden hacer con su capital cultural.

El papel del lenguaje como factor fundamental en el aprendizaje de la ciencia, se observa de acuerdo con Tobin, en la forma que el profesor toma el papel de mediador. Sus intervenciones pueden tomar la forma de conversaciones con los alumnos, durante las cuales puede ocurrir una revisión de las actividades emprendidas y de lo aprendido hasta el momento. La enseñanza efectiva, dice, requiere usualmente de una revisión de procedi-

mientos y estrategias para afrontar determinadas tareas. En este sentido está la cuestión de la equidad en las interacciones con el conjunto de toda la clase. Por ejemplo, Tobin y Gallagher (1987a) han identificado estudiantes-objetivo que dominan las actividades en clase y las interacciones con el profesor, siendo frecuentemente los alumnos-hombres más dotados quienes lo hacen.

Desde el punto de vista de la equidad, esto puede verse como injusto para las mujeres y otras minorías, ya que no tienen la oportunidad de comprometerse y beneficiarse de las actividades emprendidas al nivel de toda la clase. Por ello es importante que, para que un profesor(a) sea efectivo en actividades que involucran toda una clase, él (ella) tenga que enseñar a sus alumnos a monitorear su nivel de coparticipación y ellos tengan que señalarle cuando otros no pueden comprometerse en las actividades como debieran.

Otro aspecto señalado por Tobin como crucial para una enseñanza efectiva y que involucra el lenguaje, es el de clase social. Éste, supone factores tales como el estatus ocupacional, el nivel del ingreso, y las relaciones de propiedad de capital físico y cultural, la estructura de la autoridad en el trabajo y la sociedad, así como los contenidos y procesos del trabajo en el cual los individuos se comprometen. Aquí también se recupera por Tobin la visión del problema presentada por Bordieu (1977). Éste afirma que los estudiantes de clases medias y altas tienen ventajas sobre los de clases bajas, debido a su mayor exposición a instituciones culturales que los preparan mejor para el éxito en clase. Sin embargo, una concepción dinámica de clase social, puede considerar a las familias como constructoras y negociantes de su propio futuro, a menudo bajo condiciones opresivas; siendo la escuela un enclave estratégico para esta negociación.

Bajo esta perspectiva, un estudio de Anyon (1981), sugiere que las expectativas de los profesores pueden tener un papel significativo en la reproducción cultural. Pero también son señalados como importantes los componentes del capital cultural que los estudiantes traen a la escuela y los discursos asociados con la vida en sus hogares. Así, White (1996) sugiere el uso del lenguaje negociado —que permite a los alumnos aprender ciencia utilizando el lenguaje oral y escrito—, incorporando términos "personales y coloquiales", mostrando que el conocimiento científico está conectado con lo que ellos conocen.

White argumenta que el profesor puede, a través de acciones explícitas, hacer que el lenguaje y las relaciones encontradas en la ciencia del currículo, se conviertan en "menos míticas" y dentro del alcance de la mayoría de los estudiantes.

Enseñanza y metacognición

Baird (1998) presenta una visión del aprendizaje efectivo, basado en un mejoramiento metacognitivo que los profesores pueden utilizar para estructurar su propio desarrollo metacognitivo sobre la enseñanza. Su perspectiva está basada en el desarrollo de los proyectos PEEL[17] y TLSS[18] y sustentada en la creencia de que la enseñanza y el aprendizaje efectivos requieren de reflexión sistemática y acción centradas en la práctica personal y en la acción colaborativa con otros profesores. Así, la idea consiste en que, para mejorar su práctica, el profesor tiene necesidad de reconceptualizar sus roles y responsabilidades en el salón de clases.

Baird identificó en dichos proyectos una serie de "malos hábitos de aprendizaje" —atención superficial, atención impulsiva, cierre prematuro de actividades, etcétera— y encontró una misma causa: la incompetencia del que aprende en realizarse preguntas evaluadoras —¿Qué, por qué, cómo, dónde y para qué estoy haciendo esto?—. De acuerdo con sus conclusiones, esta inadecuada conducta metacognitiva lleva a la pasividad, dependencia e insatisfacción, por lo que realizar las preguntas anteriores puede mejorar los resultados cognitivos y afectivos del aprendizaje y alcanzar una enseñanza de calidad. Ya Dewey (1933) había adoptado una posición similar con su "pensamiento reflexivo". Este concepto vincula el pensamiento —a partir de un estado de duda, vacilación, perplejidad, dificultad mental— y acción, mediante un proceso de investigación; indagación para encontrar material que resuelva la duda o calme la perplejidad. Más recientemente (Calderhead y Gates, 1993; Russell, 1993) han revisado el concepto de reflexión en el contexto del aprendizaje.

La investigación de Baird mostró que si las preguntas evaluadoras no son realizadas, el estudiante no alcanza un nivel adecuado de metacognición respecto del aprendizaje y por lo tanto no está dispuesto ni capacitado para aceptar responsabilidad sobre su aprendizaje. Por ello, argumenta, la metacognición ha tomado una creciente importancia en los estudios sobre aprendizaje y su desarrollo. Este concepto tiene en la literatura generalmente dos componentes principales de conocimiento: *a)* el conocimiento metacognitivo mismo y *b)* la autorregulación de la cognición (Nelson, 1992). Baird subsume dentro del componente autorregulatorio los términos de "conciencia" a través del cuestionamiento y "control" por medio de la toma de decisiones. De esta manera enfatiza el rol central del cuestiona-

[17] Por sus siglas en inglés: *Project for Enhancing Effective Learning*.
[18] Por sus siglas en inglés: *Teaching and Learning Science in Schools*.

miento propositivo y reflexivo en la generación de conciencia de la naturaleza, propósito y progreso de las tareas de aprendizaje en turno. Según él, la conciencia es una condición necesaria para tomar control sobre el aprendizaje. Asimismo, llama la atención sobre la relación entre afecto y cognición en los procesos metacognitivos y sus resultados (Pintrich y Schrauben, 1992), pues los elementos afectivos, dice, contribuyen de manera significativa a la autorregulación y control de la cognición.

Como se dijo, el papel que tiene la investigación en los procesos de reflexión, metacognitivos, es determinante en la estrategia. En este sentido, Baird enfatiza la investigación colaborativa en sus proyectos (PEEL). Por este método los profesores se reúnen con otros y con académicos universitarios para investigar la enseñanza y aprendizaje en el salón de clases. El proyecto proveyó a los profesores con ocasiones para la reflexión, acción, observación y evaluación del ciclo investigación-acción y les otorgó la posibilidad de practicar estrategias para mejorar su conocimiento, conciencia y control de su propia enseñanza. Asimismo, les ofreció un foro para reflexionar sobre sus actividades de planeación —condiciones cognitivas para el cambio— y soporte mutuo para mantener motivación y confianza —condiciones afectivas del cambio—.

La investigación-acción de carácter colaborativo, dice Baird, parte de una noción que se remonta a los años cuarenta, en la cual una tarea basada en un problema con vertientes sociales puede contribuir a la emergencia de una teoría del cambio social. Este carácter de la investigación ha incrementado su popularidad a partir de los años sesenta, debido principalmente a la pretensión de la escuela centrada en la indagación y a la figura del profesor-investigador (Stenhouse, 1975) y a las ventajas de la acción en colaboración (Agyris y Schön, 1976).

En PEEL, dice Baird, los profesores desarrollaron un marco de referencia para estructurar un reemplazo de malos hábitos de aprendizaje por otros buenos. Éstos son descritos como conductas observables de aprendizaje, que los profesores desean que sus estudiantes muestren menos a menudo en las lecciones de clase. Así, los profesores pueden identificar dos o tres de tales conductas y centrarse en mejoras del aprendizaje que son necesarias, observables y de envergadura manejable. Como siguiente paso en el desarrollo del proyecto, diseñó e implantó procedimientos de enseñanza con el propósito expreso de estimular buenos hábitos de aprendizaje.

Los criterios de la base conceptual para el desarrollo metacognitivo de profesores y alumnos, emergieron de PEEL: el profesor como un promotor con visión activa y generadora de aprendizajes, bajo la premisa de que las percepciones de los estudiantes —pensamientos, creencias y sentimientos

acerca de uno mismo, de otras personas y eventos—, influencian directamente los comportamientos de aprendizaje, que a su vez influencian los resultados del aprendizaje. Los hallazgos de PEEL llevaron a un segundo nivel la pregunta autoevaluadora y se preguntaron ahora acerca del profesor: ¿cómo es que busca explícitamente promover los comportamientos de buen aprendizaje que ha identificado previamente, como los que un alumno de este nivel educativo debe adquirir?

Sin embargo, para que la estrategia metacognitiva de cambio dé resultado, dice Baird, los estudiantes se tienen que sentir desafiados en lo que hacen para que puedan aprender activamente. Define el "desafío personal" como una combinación de componentes cognitivas y afectivas, por lo que en TLSS desarrolla esta idea en el contexto de la investigación colaborativa. Según él, el proyecto demostró que profesores y estudiantes, en conjunto, pueden identificar cambios que promueven el bienestar afectivo de los estudiantes y su comprensión de las lecciones; permitiendo la instrumentación de los cambios en el aprendizaje de manera constructiva y colaborativa.

Como resultado del proyecto, identificó que la mayoría de los estudiantes se desencanta con las clases de ciencia, porque los profesores fallan en desafiarlos suficientemente. Su noción de desafío abarca dos componentes: demanda cognitiva/metacognitiva —pensamiento— y demanda afectiva —sentimiento— llamada interés/motivación. El desafío productivo se produce cuando el que aprende percibe que las dos demandas son establecidas a niveles deseables para desencadenar su acción de conocer. La argumentación consiste en que el establecimiento de las percepciones de los estudiantes respecto de aspectos específicos del trabajo en clase y, la optimización del desafío personal, la clase sobrepasa las dificultades mediante la aplicación de sí mismos, divirtiéndose y entendiendo más de ciencia.

La percepción de los estudiantes acerca de varios aspectos del salón de clases y de las condiciones de las tareas a desarrollar, son importantes determinantes del "desafío personal". Estas percepciones se relacionan con las preguntas mencionadas acerca de lo que debe ser hecho —naturaleza de la tarea—, por qué, cómo, cuándo y dónde y por quién debe ser hecho. Datos provenientes de TLSS indican que cada uno de los factores asociados con estas preguntas-categorías, influencia la predilección de los estudiantes por comprometerse en un aprendizaje activo y participativo. Sin embargo, resulta fundamental que tales factores puedan ser identificados mediante un diagnóstico (Baird, 1994) y permita a los profesores centrarse explícitamente en la influencia de cada factor en la naturaleza y alcance del desafío estudiantil, por lo que así el profesor contará con una mejor estructura de conocimientos para acercarse al mejoramiento de la enseñanza.

La enseñanza como actividad cotidiana

En este apartado se presentan las perspectivas teóricas de la práctica docente en donde los profesores actúan como miembros de una comunidad autónoma de la práctica —pedagogos— y como representantes de la comunidad científica —especialistas en una disciplina científica—, en donde la principal suposición consiste en que las prácticas humanas son inaccesibles a la descripción. Por lo tanto, desde este punto de vista, lo único que hay que hacer es permitir la cooperación entre estudiantes, expertos de la práctica docente y científicos, para inducir patrones de conducta cada vez más acordes con la ciencia canónica.

Roth (1998) presenta dos diferentes perspectivas respecto de la enseñanza de la ciencia y la formación de profesores que —dice— se disputan el campo: *a)* aquellos que creen que el conocimiento de los profesores puede ser establecido en forma de proposiciones y heurística y clasificarse —en conocimiento de la disciplina que se enseña, en conocimiento de contenido pedagógico específico para la enseñanza de la ciencia y en conocimiento pedagógico general—, bajo la presunción de que el conocimiento del profesor puede ser establecido en forma explícita y, *b)* aquellos que creen que algunos aspectos esenciales de la enseñanza son de carácter tácito y por lo tanto no puede ser evaluado respecto de algunos criterios externos a la misma enseñanza, si bien la maestría —destreza— y excelencia puede ser rápidamente reconocida por otros miembros competentes de la comunidad.

Así, Roth bosqueja las perspectivas teóricas de la práctica, que incluyen las nociones de práctica, actividad reflexiva de los practicantes y los dilemas de enseñar una práctica y ofrece ejemplos de su propia investigación acerca de la práctica de la enseñanza de la ciencia.

Desde el punto de vista teórico, las prácticas humanas de cualquier tipo tienen elementos que son inaccesibles a la descripción (Jordan y Linch, 1993; Roth, 1996). Esto las hace imposibles de traducción por medio del análisis o de enseñanza directa de alguno de sus elementos más importantes, aunque su análisis científico las representa como "recetas", en una especie de "pasos" discretos. Un segundo problema con este tipo de análisis, consiste en que provee de una vista sinóptica de la práctica, al entresacar juntos aspectos que nunca se presentan de manera simultánea en ella. Estos aspectos pueden ser lógicamente incompatibles, pero sin embargo ser compatibles en la práctica, lo que da pie a acciones aparentemente irracionales, inconsistentes, ilógicas o conflictivas; cuando son comparadas dentro de distintas situaciones. Bordieu (1990) argumenta que la linearidad

y temporalidad de la práctica, así como el principio de economía de la lógica, permite la posibilidad de dos aplicaciones contradictorias de un esquema en una misma persona; ya que estas aplicaciones nunca están "cara a cara" en la misma situación práctica. Por ello, razona, la enseñanza de prácticas "auténticas", de manera explícita, es mucho más difícil, ya que casi siempre están referidas a situaciones específicas.

De esta manera, para resolver el problema de la "irrepetibilidad" de las situaciones de enseñanza y la imposibilidad de explicitar la práctica en sus elementos más importantes, Roth plantea el problema de la relación entre práctica y reflexión. Empieza diciendo que los practicantes competentes se caracterizan por su disposición y habilidad práctica para realizar decisiones "en el lugar" —en el aula—. La pertinencia de tales decisiones es alcanzada mediante "disposiciones" (Lave, 1988) o mediante "reflexiones en acción" (Schön, 1987). Los practicantes competentes —profesores de ciencia— aplican estas disposiciones en sus acciones, las cuales se presentan sólo en la práctica y en relación con situaciones ya vividas. Sin embargo, como ya se dijo, los aspectos más importantes de la práctica competente no pueden ser llevados al dominio del discurso (Dreyfus, 1992). Esto, debido a que cuando los practicantes reflexionan sobre su práctica, pierden automáticamente toda posibilidad de expresar completamente su maestría sobre los hechos, al tener que "parar y pensar"; al tener que distanciarse del fenómeno para permitir aprender del aprendizaje. Por ello, la literatura sobre enseñanza reflexiva y formación reflexiva de los profesores, ha tenido que ver con la "reflexión en acción" (Munby y Russell, 1992); ya que han encontrado una diferencia fundamental entre experimentar una situación en acción, por contraposición de "mirar hacia atrás". Para Bordieu (1990) la retrospección es una ilusión sobre la naturaleza de la vida, ya que hace aparecerla como la realización de una esencia pre-existente y trascendente; en contra de una visión fenomenológica de la práctica docente que los autores mencionados han venido argumentando. Desde este punto de vista, la enseñanza apropiada es un fenómeno que se "mueve", como lo hacen los objetos sociológicos, mediante una serie de pequeñas rectificaciones y enmiendas inspiradas por el "saber hacer"; el cual consiste en un conjunto de principios prácticos que orientan las elecciones a cada momento decisivo de la acción práctica (Bordieu y Wacquant, 1992).

Ante la imposibilidad de enseñar la maestría de la práctica —por su representación inadecuada de elementos fundamentales—, la inmediatez, sorpresa e impredictibilidad de la práctica —debidas a los aspectos tácitos de su dominio— y la resistencia de la práctica a ser medida —por los mismos implícitos señalados—, señala Roth, sólo queda que los estudiantes se

"enganchen" en la práctica antes de que puedan conocer lo que hacen. Así, no existe sustituto para el aprendizaje de los principios fundamentales de la práctica, más que el "engancharse" junto con un practicante como un guía o *coach*, que modela y ofrece andamiaje, provee de retroalimentación y corrige en el lugar, con referencia a un caso específico (Bordieu y Wacquant, 1992; Lave y Wenger, 1991; Schön, 1988). De esta manera, al ser omnipresentes la enseñanza y el aprendizaje en cualquier actividad contextualizada de la comunidad docente, mucho del conocimiento no articulado del practicante experto puede ser "recogido" por algún principiante. Por lo que, la participación de miembros de distinto nivel de destreza y diferentes niveles de competencia es utilizada para la conformación de grupos con distribuciones traslapadas de conocimiento y dominio.

Shulman (1987), con su distinción entre conocimiento pedagógico y conocimiento de la disciplina científica, permite visualizar la práctica docente de los profesores como una actividad que se desenvuelve en el marco de dos comunidades: la autónoma de la práctica —en la cual la sociedad ha delegado la reproducción de la misma— y la científica —que tiene sus propias prácticas intelectuales que los estudiantes deben de aprender—. Para Roth, la cognición contextualizada muestra que el conocimiento es esencialmente frágil e inútil para la vida diaria fuera de la escuela. Así, la función del profesor como pedagogo, tiene poco que ver con inducir a los estudiantes hacia las prácticas auténticas del conocimiento y más con funciones de control, producción y reproducción de desigualdades sociales, que se reflejan en factores como género, raza, o clase socioeconómica; siendo los profesores parte de un mecanismo que construye fracaso, limitada movilidad social y una sociedad estratificada (Brookhart Costa, 1993); Eckert, 1990; Lemke, 1990). Sin embargo, Roth ha podido documentar las actitudes positivas que desarrollan los estudiantes cuando éstos se hacen cargo de su aprendizaje; tal y como lo hace la gente común fuera de las escuelas (Roth, 1994; 1996; Roth y Roychoudhury, 1994). En cambio, los profesores como representantes de la comunidad científica, pueden actuar como practicantes de la ciencia e inducir a los estudiantes hacia prácticas específicas. Esto significa que los estudiantes y profesores forman parte de situaciones abiertas y vagamente definidas, como las que caracterizan las actividades diarias de los científicos. El mismo Roth (1995b, 1996), junto con otros autores (Roth y Bowen, 1995; Roth y Roychoudhury, 1992; 1994b), afirman que las actividades del profesor como científico son necesarias para que el estudiante practique y desarrolle ciencia y que los profesores puedan comprender y reorientar las interacciones con los estudiantes, para que el discurso canónico de la ciencia emerja.

Los supuestos teóricos sobre la práctica elaborados por Roth, lo han llevado a plasmar dichos supuestos en la práctica misma. Así, ha realizado acciones conjuntas entre alumnos de grado, investigadores con formación en ciencias y experiencia en la enseñanza de las mismas y profesores de primaria, en un contexto de estudio con bases socioculturales y buscó (1996) que la práctica de los profesores fuera consciente a través de reflexionar en la acción, induciéndolos a reconocer ciertos comportamientos en la acción y buscar transformarlos.

Por último, Roth señala que las prácticas corrientes de enseñanza de las ciencias y de la formación de docentes en ciencias, están en una situación contrastante con respecto de otras prácticas; ya que la mayoría de los profesores trabajan solos y no en grupo. De acuerdo con la teoría de la práctica sostenida por Roth y fundada en Bordieu, no hay mejor manera de aprender los principios fundamentales de la práctica, que la de embarcase en la práctica misma con la asistencia de un guía; el cual provee seguridad, establece ejemplos y corrige mediante preceptos aplicados en la práctica a casos particulares a mano (Bordieu y Wacquant, 1992). Así, la enseñanza en equipo puede ser el vehículo ideal para lograr el desarrollo profesional y la formación de los futuros practicantes. De manera consecuente, los investigadores podrán empezar a preguntarse de qué manera se puede seguir la pista de la forma como los practicantes novatos van "pescando" el conocimiento tácito que los profesores expertos han ido desarrollando en el aula. O responder a la pregunta de cómo pueden los investigadores acceder a la reflexión en acción, sin tener que recaer en la reflexión sobre la acción de profesores y alumnos.

Enseñanza para el cambio conceptual

La enseñanza para el cambio conceptual se encuentra sustentada, en gran parte, en el supuesto de que la enseñanza efectiva requiere de estar fundada en la comprensión de cómo es que los estudiantes aprenden y construyen sus conocimientos. Esta relación entre aprendizaje y enseñanza no es simple, no es única, ni es causal (Driver, Asoko, Leach, Mortimer y Scott, 1994).

Hewson*, et al.* (1998) utilizan el modelo de cambio conceptual propuesto inicialmente por Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1982) y discutido posteriormente en otros ámbitos (Hewson, 1981, 1982; Hewson y Thorley, 1989; Strike y Posner, 1985, 1992), con objeto de pensar el significado de aprendizaje como cambio conceptual. Los conceptos centrales en este modelo son los de "estatus" y "ecología conceptual". El primero es una indicación del grado con el que una persona conoce o acepta una idea.

El segundo, comprende todo el conocimiento que una persona mantiene, reconoce que éste está constituido por diversos tipos y centra su atención en las interacciones dentro del conocimiento-base e identifica el rol que tales interacciones juegan en la definición de "nichos" que soportan ciertas ideas —levantan su "estatus"— y desalienta otras —disminuye su "estatus"—. En consecuencia, el aprendizaje consiste en elevar el estatus de las ideas-base en el contexto de su "ecología conceptual". En este sentido, la enseñanza para el cambio conceptual significa que ésta se propone explícitamente ayudar a los estudiantes a experimentar un aprendizaje de cambio conceptual y establece directrices —que más adelante se mencionan— consistentes con el modelo de cambio conceptual. El uso de tal modelo, no significa que haya una sola manera de llevar al cabo la enseñanza, sino una familia de modelos de enseñanza.

Hewson *et al.,* ofrecen un panorama de la investigación sobre cambio conceptual y lo relacionan con otras discusiones: el constructivismo (Cobb, 1994; Phillips, 1995), las aproximaciones al aprendizaje vía el individuo —construcción personal— o el grupo —proceso social de culturalización—, los conocimientos concebidos como resultados ubicados en la mente del individuo o en una actividad intersubjetiva (Lave y Wenger, 1991). En la revisión realizada por Scott, Asoko y Driver (1992) y referida por Hewson *et al.*, identifican la importancia otorgada al conocimiento de los estudiantes previa la instrucción, si bien existen diferentes puntos de vista con respecto al rol del conflicto cognitivo en la enseñanza y diferencias acerca del origen de las concepciones.

El foco de atención de las perspectivas personalistas sobre cambio conceptual es el individuo, por lo que ha resultado importante buscar representar aquellos elementos clave de las concepciones de una persona y utilizar tales representaciones para considerar la naturaleza del cambio conceptual. La manera de entenderlas ha llevado a diversos autores a ofrecer una forma diferenciada de concebir la naturaleza del cambio conceptual (Chi, 1992; Thagard, 1992; Dykstra, Boyle y Monarch, 1992).

Otra aproximación al cambio conceptual es pensar en términos del individuo como totalidad, sin centrarse exclusivamente en el aspecto cognitivo de la persona. Pintrich, Marx y Boyle (1993) y Strike y Posner (1992), realizan críticas al modelo puramente cognitivo, al señalar que una visión estrictamente racional del aprendizaje de la ciencia resulta en una negligencia de los factores motivacionales y contextuales del mismo.

Un énfasis diferente se presenta en la perspectiva social-constructivista y del "aprendizaje cognitivo" sobre el cambio conceptual, en donde el objetivo consiste en la participación competente del que aprende en la "co-

munidad de práctica" —ver sección anterior— (Newman, Griffin y Cole, 1989). De acuerdo con Driver, Asoko, Leach, Mortimer y Scott (1994), esta corriente reconoce que el aprendizaje implica ser introducido en un mundo de lo simbólico, donde el profesor tiene la tarea de proveer de experiencias apropiadas a los alumnos y hacer disponibles las herramientas culturales y las convenciones de la comunidad científica.

Hay en cambio quienes han propuesto una síntesis de posturas respecto del cambio conceptual (Tobin y Tippins, 1993), quienes sustentan que el conocimiento es personalmente construido pero socialmente mediado y Cobb (1994) tampoco ha forzado una decisión entre ambas, al considerarlas visiones complementarias.

Hewson *et al.,* proponen otorgar énfasis al individuo que aprende, que está situado en un contexto social y físico y localizan el conocimiento en primera instancia en la mente del individuo. Esta postura le confiere poder al individuo para tomar control de su aprendizaje, volverse consciente de sus compromisos epistemológicos, representar claramente sus concepciones a sus compañeros y al profesor y, monitorear sus propias interpretaciones de los fenómenos estudiados por la ciencia y expresar sus puntos de vista a otros. El aspecto metacognitivo de estas acciones es reconocido a continuación, en el establecimiento de directrices para la enseñanza por el cambio conceptual. Es claro, dicen Hewson *et al.*, que tales actividades están mediadas por un ambiente social y que el rol de los profesores es crear este ambiente, así como hacer disponibles a los estudiantes los estándares científicos de la evidencia, las formas de explicación, los métodos de indagación y los resultados de la investigación.

Derivadas de la intención de buscar el cambio conceptual en la enseñanza, Hewson *et al.,* presentan una serie de directrices para la enseñanza, las cuales emergen de la literatura de investigación y las presenta como principios: *1)* las ideas de estudiantes y profesores deben ser una parte explícita del currículo, *2)* el discurso en clase debe considerarse como explícitamente metacognitivo, *3)* el "estatus" de las ideas de los estudiantes debe ser discutido y negociado y, *4)* la justificación de las ideas y su "estatus" tiene que ser un componente explícito del currículo. Estos principios son desglosados a continuación en el mismo orden.

En la enseñanza para el cambio conceptual se requiere que el rango de ideas de los alumnos relacionadas con el tópico abordado y mantenidas por distintos alumnos en clase, sea explícito. En el proceso de explicitación, alumnos y profesores toman conciencia, comprenden y se comprometen —idealmente— con ideas que no habían previamente encontrado o considerado seriamente. En cuanto a la manera de evocar las concepciones de

los estudiantes, la literatura presenta una variedad de posiciones: algunas adecuadas para el salón de clase (Minstrell, 1982; *Children's Learning in Science Project*, 1987; White y Gunstone, 1992), mientras que otras están mejor diseñadas para un contexto de investigación. El caso en el que el discurso en clase incluye la discusión entre alumnos de sus ideas y explicaciones, diluye la distinción entre evocación de las ideas de los estudiantes y otros aspectos de la enseñanza (Smith, Blakeslee y Anderson, 1993; Thijs, 1992).

La metacognición está relacionada con el conocimiento de los propios procesos cognitivos y productos (Flavell, 1976), aunque también es considerada como el conocimiento, conciencia y control del propio aprendizaje (Baird, 1990) o, cómo hacer los propios pensamientos "objetos de cognición" (Khun, Amsel, y O'Loughlin, 1988). Asimismo, dicen Hewson *et al.*, se ha utilizado una útil distinción entre "metacognitivo" y "metaconceptual", para referirse a la reflexión sobre los procesos cognitivos y sobre el contenido de las concepciones mismas. Las razones que lo "metacognitivo" y lo "metaconceptual" deriven en directrices para la enseñanza por el cambio conceptual, consisten en que ambos aspectos de la metacognición son inherentes al proceso del cambio conceptual y al hecho de que comentar, comparar y contrastar explicaciones ofrecidas por los estudiantes acerca de sus ideas, son actividades metaconceptuales (Hewson y Thorley, 1989). Otra razón es que las actividades metaconceptuales son el único medio por el cual los estudiantes proveen evidencia del "estatus" de las ideas aprendidas, además de que permite a los profesores monitorear el proceso de aprendizaje. El carácter crítico de la relación entre metacognición y cambio conceptual ha sido estudiado por algunos investigadores (Gunstone, 1992, 1994; White y Gunstone, 1989). Otro aspecto relevante de la metacognición, consiste en preguntarse respecto de qué deben de comportarse metacognitivamente los estudiantes: *a)* las concepciones científicas (respiración, corrosión...), *b)* las concepciones sobre la naturaleza del aprendizaje (Gunstone, 1994; Scott, 1987) y de la ciencia (Carr, Barrer, Bell, Biddulph, Jones, Kirkwood, Pearson y Symington, 1994; Scott, Asoko y Driver, 1992; Smith, 1987), aspectos que recomiendan debieran incluirse explícitamente en el currículo. También pueden encontrarse en la literatura algunas estrategias pedagógicas que buscan alentar el proceso de la metacognición en la enseñanza para el cambio conceptual (Trumper, 1990, 1991; Jiménez-Aleixandre, 1992; Clement, 1993; Gustafson, 1991).

El "estatus" de una idea es una indicación del grado —de estimación o desestimación— otorgado por una persona al sostenimiento, aceptación y utilidad de una idea (Hewson, 1981). Existen diferentes aspectos relacionados con el "estatus": inteligibilidad, plausibilidad y fertilidad. La enseñanza

por el cambio conceptual implica la consideración de distintas ideas que probablemente llevan a la necesidad de realizar decisiones informadas acerca de las mismas, las que al cambiar de "estatus" harán que unas sobresalgan y otras tiendan a disminuir en apreciación. Las actividades dirigidas a elevar el "estatus" de ciertas ideas, deben ser parte de la enseñanza por el cambio conceptual: presentar y desarrollar ideas, promover ejemplos de ellas, aplicarlas en otras circunstancias, ofrecer diferentes caminos para pensar acerca de ellas, vincularlas con otras ideas, etcétera. Aquellas pensadas para disminuir el "estatus" de otras ideas, también deben formar parte de la enseñanza por el cambio conceptual: inaceptabilidad de sus implicaciones, consideración de experiencias o fenómenos que no pueden explicar o encontrar maneras de pensar acerca de ellas respecto de su inadecuación. No está por demás señalar que la conciencia del "estatus" de las propias ideas involucra ser metacognitivo. Existen diversas maneras de determinar el "estatus" de las ideas de los estudiantes (Hewson y Hewson, 1992). Algunos autores, al estudiar el efecto de ciertas aproximaciones de enseñanza sobre el cambio conceptual, han utilizado el discurso acerca de la ciencia para determinar el "estatus" de las concepciones de los estudiantes (Gustafson, 1991).

La justificación de las decisiones por las ideas y su "estatus", debieran ser un componente explícito del currículo. Para proveer una justificación acerca de una idea, los estudiantes utilizan uno o más criterios para hacerla. Estos criterios y el conocimiento requerido para aplicarlos, son componentes significativos de la "ecología conceptual" de cada persona. Si bien la justificación es una directriz implícita en la directriz anterior, es necesario incluirla por sí misma para enfatizar el rol esencial que diferentes contribuyentes de la "ecología conceptual" de una persona tienen en el aprendizaje por cambio conceptual. Así, el proceso de justificación y los componentes relevantes de las "ecologías conceptuales" de los estudiantes deben ser parte explícita del currículo, por el rol esencial que la determinación de "estatus" juega en el aprendizaje por cambio conceptual —sobre todo en la forma de conocimiento acerca de la naturaleza de la ciencia (Smith, 1987; Scott, Asoko y Driver, 1992; Carr*, et al.*, 1994; Samarapungavan, 1993; Hesse y Anderson, 1992; Larochelle y Desautels, 1992).

Una manera poderosa de integrar los conceptos de "estatus" y "ecología conceptual" es a través de la noción de autoridad, en la medida en que se relaciona con las preguntas quién, qué decide o qué cuenta como conocimiento válido en el salón de clases. Por autoridad, Hewson *et al.,* entienden las bases sobre las cuales una persona decide aceptar o rechazar información en el proceso de adquisición de conocimiento. La interna es aquella autoridad intrínseca y directa que se hace presente cuando alguien hace

personal una idea, la cual es condición indispensable para la comprensión de un fenómeno o concepto científico y es un tipo de autoridad primaria —la persona misma que conoce—, de gran importancia para el constructivismo personal. La autoridad externa tiene varias formas: *a)* la de la disciplina —que proviene de los tipos de métodos usados para producir conocimiento y los conjuntos de valores para validar el conocimiento producido por individuos o comunidades de profesionales y donde la cuestión crítica es cómo "pasa" esta autoridad de la disciplina a los alumnos—; *b)* la curricular —proveniente de los contenidos curriculares y material de enseñanza en clase—; y *c)* la cultural —aquellas normas culturales y maneras de conocer en una comunidad, así como de valores desarrollados y adquiridos de diversas maneras a través del tiempo—.

Las directrices acerca de la enseñanza para el cambio conceptual, relativas a las "ideas" de los estudiantes y a los procesos de "metacognición", tratan predominantemente, dicen Hewson *et al.*, la comprensión de la autoridad interna de la comprensión —la persona que conoce—. La directriz relativa al "estatus" constituye un puente entre la autoridad interna y externa, donde los estudiantes exploran las razones del atractivo hacia distintas ideas. La dirigida a la justificación, está dirigida primordialmente hacia cuestiones de autoridad externa. En todas las actividades sugeridas en estas directrices, está su naturaleza social; esto es, estudiar las ideas de alguien, implica interaccionar con quienes las sostienen. El mayor desafío para los profesores consiste en ayudar a los estudiantes a integrar diversas nociones de autoridad unas con otras. Hewson *et al.,* reconocen que generalmente la autoridad cultural es desconocida, lo que ha llevado a considerar la ciencia desarrollada en occidente como superior e impuesta a estudiantes de otras culturas, sin miramiento por su propia herencia cultural (Baker y Taylor, 1995; Hewson, 1988). Sin embargo, otros autores (Orgunniyi, 1988) han encontrado que cuando la ciencia occidental es adecuadamente presentada, los estudiantes aprecian su valor y quieren usarla como herramienta poderosa para conocer el mundo, sin exclusión de otras formas de conocimiento.

La instrumentación práctica de las directrices para la enseñanza, señaladas anteriormente, requiere de cambios significativos en la ciencia de los salones de clase: en el rol del profesor —en el currículum, en las interacciones de clase y en las formas de evaluación—, en el rol del estudiante —mayor responsabilidad y participación—, en relación con la naturaleza del discurso en clase y por implicación, el currículum —centrado en los hechos de la ciencia, por igual que en la forma como el conocimiento es validado y aceptado—.

La enseñanza de problemas numéricos rutinarios

La solución de problemas, dice Hobden (1998), es central en la enseñanza y el aprendizaje de la ciencia física [aunque no sólo para ella] en la escuela secundaria, ya que ocupa una buena proporción de tiempo curricular y toma un rol central en la experiencia de los estudiantes en el salón de clases. Ellos han sido largamente utilizados de manera acrítica como estrategia de enseñanza (Watts y Gilbert, 1989). El supuesto detrás de esta optimista estrategia pareciera estar en que el éxito en problemas numéricos, crea una comprensión implícita de la ciencia (Osborne, 1990). La intención declarada de Hobden en esta contribución consiste en discutir por qué los problemas numéricos rutinarios son utilizados en la enseñanza, el contexto en el cual éstos son utilizados, su efectividad y los posibles caminos para transformar la práctica docente tradicional.

El significado de problemas numéricos rutinarios puede ir desde ejercicios estándar, hasta problemas mal estructurados (Stenberg y Davidson, 1994), por lo que Hobden se remite al significado de solución de problemas presente en la práctica docente de las escuelas en Sudáfrica y el de los lugares que tienen exámenes centralizados para la acreditación de los estudios. Así, define problemas rutinarios como los trabajos asignados por el profesor que invariablemente involucra algún tipo de cálculo por medio de alguna fórmula y manipulación algebraica de un número dado de variables.

Según Hobden, las creencias o supuestos que soportan el uso de los problemas rutinarios consisten en: *1)* el aprendizaje de la ciencia consiste en resolver este tipo de problemas; *2)* el dominio de estos problemas es una preparación necesaria para posteriores estudios en ciencia; *3)* los problemas son el medio para desarrollar comprensión de la materia de estudio; *4)* la solución de problemas ofrece indicios de comprensión; *5)* estos problemas preparan a los estudiantes para los exámenes y otras formas de evaluación para la acreditación; y, *6)* la solución de problemas es vista como una de las habilidades generales en el aprendizaje de la ciencia que deben de ser dominadas (Schoenfeld, 1988). Estos supuestos no deben ser vistos como objetivos en sí mismos, si no nos sirven para alcanzar nuestras metas, como puede ser alcanzar comprensión de los conceptos y procedimientos de la ciencia.

Los factores, según Hobden, que influencian su uso en la enseñanza son la tradición docente existente, las prácticas de evaluación y la formación de profesores, los cuales son descritos a continuación. Es contrastante que, mientras el mundo de la ciencia ha sufrido cambios dramáticos, los problemas rutinarios no lo han hecho en mucho tiempo (Brink y Jones,

1986). Una posible razón de la falta de cambio reside posiblemente en la concepción de aprendizaje reinante: que el contenido disciplinario de enseñanza sea delineado lo más claramente posible y reducido a pequeños pedazos (DiSessa, 1988) y provea de instrucciones explícitas y práctica sobre dichos "pedazos" de conocimiento que los alumnos deben dominar (Schoenfeld, 1992); por lo que un conjunto de problemas rutinarios embona perfectamente en una concepción de currículo y pedagogía como la mencionada. La evaluación también tiene un papel muy importante en la determinación de los problemas utilizados en clase y en la determinación de los contextos planeados por los profesores; puesto que ellos se sienten encerrados en el sistema central de acreditación, dice Hobden. Por ello, es lógico que sacrifiquen aprendizaje con comprensión por metas inmediatas, al insistir en aquellas cosas en que los estudiantes van a ser examinados (Webb, 1988), sucediendo lo mismo en donde existen sistemas centralizados de acreditación (Contreras, 1993; Deacon, 1989; Helgeson, 1993). La calidad de la formación de los profesores también afecta la utilización de problemas rutinarios en clase, al reducir los problemas numéricos a una representación matemática de relativa dificultad en su manipulación y atraer a los profesores en su uso al mostrar dificultad con los contenidos de enseñanza; esto es, lo que enseñamos está limitado por lo que podemos enseñar (Osborne, 1990).

Diversos aspectos deben analizarse dentro del contexto en el cual son utilizados los problemas numéricos rutinarios, prosigue Hobden. La evidencia disponible, dice, sugiere que las prácticas docentes en los salones donde se enseña ciencia, son muy similares en la mayoría de las escuelas secundarias. Asimismo, la manera en que los alumnos enfrentan tales problemas es bastante estándar (Gallagher, 1989; Tobin y Gallagher, 1987b). La secuencia de resolución de problemas puede ser como ésta: el profesor provee un contexto en la forma de descripción de un fenómeno o problema, introduce el mismo —desnudado de todo detalle "irrelevante" y enfocado a desplegar su "esencia"—, introduce la fórmula asociada —ilustrada la técnica de solución por el profesor, con limitada participación de los estudiantes y desarrollados por él uno o dos problemas— y los alumnos son requeridos de resolver un número determinado de problemas. El propósito implícito de tal secuencia consiste en alentar la capacidad de resolución de problemas que se les puedan presentar a los jóvenes (Hammer, 1989). Así, los sujetos son motivados a participar en la secuencia descrita, bajo el argumento de que deben de prepararse para los tests y los exámenes (Tobin, Tippins y Gallard, 1994). De igual manera, los profesores parecen convencidos de que el éxito en resolver problemas indica

comprensión conceptual, bajo el supuesto de que esta secuencia de enseñanza permita a los estudiantes añadir conocimiento y comprensión al aprendizaje de la ciencia, de manera no especificada; ya que es la forma "normal" de enseñar y aparece como efectiva cuando los alumnos pasan los exámenes.

Otro aspecto del contexto consiste en las expectativas que los alumnos mantienen en clase: el "contrato didáctico" establecido implícitamente por el profesor con sus alumnos, determina el rol de los problemas en la enseñanza y el correspondiente aprendizaje. Así, por ejemplo, en la tarea de determinar la distancia a la que se detiene un automóvil, la actividad se convierte en una acción de naturaleza diferente dependiendo de sus relaciones sociales (Erickson y Schultz, 1992; Reusser, 1988). De esta manera, aduce Hobden, el significado de la actividad no es fijado por la tarea misma, sino que los estudiantes ofrecen soluciones aceptables al contexto o expectativas establecidas por los profesores; por lo que los estudiantes no están construyendo conocimientos, sino brindando satisfacción a los profesores.

La conformación de estos "contratos sociales" también conforma expectativas en los alumnos ya que esperan que los problemas: *1)* les sean familiares —similares o idénticos a los previamente resueltos en clase y cuya solución puede ser alcanzada aplicando el procedimiento apropiado (Schoenfeld, 1988) y, los que no lo son, son considerados como "truculentos", según Hobden—; *2)* tengan respuestas con números enteros —ya que les da pistas acerca de la utilización de la estrategia correcta (Reusser, 1988)—; *3)* estén bien definidos —al poder utilizar los números ofrecidos en el problema para su solución—; *4)* estén referidos a un tópico específico para resolver problemas dentro de un contexto específico, por ejemplo *momentum*, y utilizar éste como clave para saber qué técnica de solución utilizar (Reif, 1981); *5)* sean solucionables dentro de un corto periodo de tiempo —de otra manera batallarán con ellos—; *6)* tengan un método correcto de solución —por contraposición a que tenga sentido para ellos—; y, *7)* tengan diferentes estatus —ya que les asignan mayor estatus a los problemas de la evaluación más reciente—.

Ahora bien, ¿son los problemas numéricos rutinarios la herramienta más efectiva de enseñanza? Hobden contesta que hay pocos estudios sobre el uso y efecto de tales problemas como estrategia de enseñanza en el aprendizaje de la ciencia física. Sin embargo, hay una creciente evidencia de que las actividades tradicionales de solución de problemas son inefectivas para promover aprendizajes de la ciencia con comprensión. Los alumnos pueden aprender los procedimientos de solución enseñados por el profe-

sor (Hammer, 1989), pero no muchos de aquellos necesariamente comprenden las estrategias, algoritmos y la ciencia involucrada en ello; ya que los estudiantes memorizan procedimientos de solución que son simplemente recordados por reconocimiento de los ejemplos-tipo u otras características superficiales (Webb, 1988), por lo que hay una aparente comprensión que, a la menor desviación del problema rutinario, confunde al estudiante quien es incapaz de recordar el procedimiento estándar de solución o adaptarlo (Joshua y Dupin, 1991). Sin embargo, a pesar de todos los esfuerzos de los profesores por enseñar mediante el uso de problemas rutinarios, los alumnos fallan en resolverlos debido a que requieren un significativo y bien fundamentado proceso de conocimiento-base (Hauslein y Smith, 1995); por lo que muchos estudiantes presentan un conocimiento fragmentado y desarticulado de la materia de estudio, a pesar de ganar dominio en cierto número de procedimientos-tipo (DiSessa, 1988; Pickering, 1990).

También se ha esgrimido que la resolución de problemas ayuda al desarrollo de la comprensión conceptual, sin embargo, hay evidencia de que es un inapropiado medio para desarrollar un conocimiento-base bien organizado (Clement, 1981; Heller y Hollabaugh, 1992; Sawrey, 1990) y aun contraproducente para aprender física (Sweller, 1989). Otra creencia que promueve el uso de problemas rutinarios en la enseñanza es que los estudiantes ganan habilidades que los hacen más competentes solucionadores de problemas científicos —con problemas no rutinarios o problemas auténticos—, pero hay poca evidencia que soporte esta creencia y los estudiantes tienen graves dificultades en transferir habilidades a nuevos contextos. Si bien puede existir la intención de promover la adquisición de habilidades generales de solución de problemas, la verdad es que los problemas tienden a ser dependientes del contexto y sólo son útiles cuando el contexto está claramente delineado (Campione, Brown y Connell, 1988). Además, tal habilidad pretendida de construir caminos de solución, queda anulada cuando les son presentados nuevos problemas a los alumnos (Noddings, 1988). Por otro lado, los problemas del mundo científico real, no tienen respuestas de corte preciso, no tienen solución en un corto tiempo, sin errores, ni con un desempeño mecánico, lo que contrasta con los problemas a los que son expuestos generalmente los alumnos (Webb, 1988). Por ello, una de las más serias consecuencias de basar la enseñanza de la ciencia en problemas rutinarios es que los sujetos desarrollan perspectivas distorsionadas respecto de la naturaleza de la ciencia; de esta manera, los hechos y algoritmos aprendidos, son fácilmente olvidados, dice Hobden.

La transformación de la práctica tradicional de enseñanza, requiere de respuesta a preguntas como: ¿qué tipo de problemas son requeridos y qué contextos de aprendizaje deben de ser creados, si los estudiantes debieran de estar comprometidos con la comprensión y no sólo con el dominio de hechos y algoritmos? Una posible salida a ello está en la adaptación de problemas tradicionales al desarrollo de la comprensión conceptual (Heller y Hollabaugh, 1992; van Heuvelen, 1992). Las estrategias en este sentido están en: expandir los problemas hacia situaciones más comprehensivas con un conjunto de preguntas cuidadosamente estructurado de la situación completa, con la cual el problema original está relacionado; alentar a los estudiantes a utilizar múltiples representaciones cualitativas como los diagramas junto con las de carácter matemático (van Heuvelen, 1992) y a la comprensión de la estrategia de solución como una totalidad, más que en la memorización de un número de fases o etapas. Mientras que las estrategias mencionadas empiezan la transformación de los problemas asignados a los alumnos es necesario transformar el contexto mismo de los problemas. Más aún, los sujetos debieran ser alentados a traer sus contextos a clase. Sin embargo, los estudiantes no se sienten a gusto siendo escudriñados por el profesor mientras intentan dominar nuevos conocimientos (Erickson y Schultz, 1992), por lo que los profesores deben de proveer una atmósfera de apoyo en clase para que los estudiantes ganen confianza, se arriesguen a mostrar sus incompetencias y conozcan sus esfuerzos dirigidos a la solución de los problemas considerados.

La enseñanza en los laboratorios escolares

Desde principios del siglo XIX, según Lunetta (1998), las actividades de laboratorio han sido reportadas como apoyo a los estudiantes para realizar observaciones acerca del mundo natural y ofrecer bases para la realización de inferencias fundamentadas en la información recolectada. En los primeros años del siglo XX se abanderó una aproximación basada en la investigación y, durante esa época los manuales de laboratorio adquirieron una orientación utilitaria y de aplicación generalizada. A mediados de ese mismo siglo, las actividades de laboratorio fueron utilizadas abundantemente para ilustrar y confirmar información presentada por el profesor o el libro de texto. Durante los años sesenta se promovieron proyectos de desarrollo curricular —tanto de experimentos de laboratorio en EUA, como de actividades prácticas en aula en Gran Bretaña—, los que involucraron a los estudiantes en la investigación e indagación, como partes centrales del estudio de la ciencia. Los experimentos de laboratorio y las actividades prácticas se

refieren principalmente a experiencias escolares en la que los alumnos interactúan con materiales para observar y comprender el mundo natural. Las características de estas actividades han variado desde varios puntos de vista: *1)* el propósito —verificar un principio establecido en clase o una relación entre variables o proponer la verificación de una hipótesis mediante una actividad experimental—; *2)* el formato —desde actividades altamente estructuradas, hasta indagaciones abiertas—; *3)* la forma de trabajo —individualmente, en pequeños grupos o la totalidad de la clase—; y, *4)* instrumentación —uso de instrumentos altamente sofisticados y la cuidadosa negación de su uso—. En general, las actividades prácticas en la enseñanza de la ciencia, han ofrecido importantes experiencias de aprendizaje que no están disponibles en otras disciplinas escolares. Así, estas actividades han buscado promover la comprensión de conceptos científicos, el desarrollo de habilidades científicas prácticas y habilidades en la solución de problemas, así como el interés y la motivación entre los estudiantes. Recientemente se le ha incorporado a la finalidad de estas tareas o actividades, la meta de mejorar la comprensión de los estudiantes acerca de la naturaleza de la ciencia misma (Duschl, 1990).

Sin embargo, a pesar de todos estos laudables propósitos se ha encontrado en la práctica falta de armonía entre los propósitos de la enseñanza, los comportamientos de los sujetos y los resultados de aprendizaje. En décadas relativamente recientes, finales de los años setenta en el siglo XX, el rol del laboratorio en la enseñanza y aprendizaje de la ciencia, ha sido crecientemente cuestionado (Bates, 1978; Hofstein y Lunetta, 1982). Tales cuestionamientos provienen de diferentes fuentes, dice Lunetta: existencia de nuevo conocimiento acerca del desarrollo infantil, nueva información acerca del aprendizaje de conceptos científicos y nuevas perspectivas acerca de la naturaleza de la ciencia, las cuales han generado muchas preocupaciones respecto de la manera de promover la comprensión de la ciencia. Asimismo, cambios sustantivos en la computación y otras tecnologías han ofrecido recursos sustancialmente nuevos para la enseñanza y aprendizaje de la ciencia. En relación con estos desencuentros entre objetivos de la enseñanza y los resultados del aprendizaje, los investigadores han reportado que los estudiantes tienden a: percibir el seguimiento de instrucciones o la obtención de la respuesta correcta como el principal propósito de las tareas científicas en las escuelas —fallando en la percepción de los objetivos conceptuales o de la estrategia de procedimiento—, fallar en la comprensión de la relación entre el propósito de la investigación y el diseño del experimento que han desarrollado —no conectando el experimento con lo que han hecho previamente y desapercibiendo las discrepancias entre los

propios conceptos, los conceptos de sus compañeros y los de la comunidad científica (Champagne, Gunstone y Klopfer, 1985; Eylon y Linn, 1988; Tasker, 1981)—, trabajar en el laboratorio como técnicos al seguir "recetas de cocina" que requieren habilidades de bajo nivel —a pesar de los propósitos reformadores del currículum (Tamir y Lunetta, 1981)— y, a no ser evaluados en las actividades práctica —pues no son requeridos de describir o explicar sus hipótesis, metodologías o la naturaleza de sus resultados en las investigaciones realizadas (Hofstein y Lunetta, 1982)—.

A través de los años se ha buscado una mayor consistencia entre objetivos de enseñanza, teorías y prácticas docentes, dice Lunetta. Así, los educadores en ciencia han buscado organizadores teóricos que informen el desarrollo curricular y la enseñanza. El patrón predominante de enseñanza que se ha utilizado ha sido el de contar el "relato" de la ciencia y embarcar a los estudiantes en procedimientos rituales que verifiquen tal "historia"; por lo que han tenido poca libertad para explorar y descubrir. En los años sesenta del siglo XX, los proyectos curriculares más importantes —PSSC,[19] BSCS,[20] Nuffield— utilizaron las ideas de Bruner y Piaget para justificar un marco de trabajo que enfatizaba la indagación; en donde el laboratorio era un lugar para indagar, desarrollar y probar afirmaciones y para practicar a la manera de los científicos.

El gran objetivo de estos proyectos curriculares consistió en desarrollar los conceptos científicos de los estudiantes. Pasados veinte años, en los ochenta, cuando fluía evidencia de que los alumnos mantenían muchas concepciones alejadas de las de la ciencia (Nussbaum y Novick, 1982), sugirieron que el laboratorio promoviera el cambio conceptual significativo entre los estudiantes. Incluso algunos estudios señalaron que los alumnos sostenían puntos de vista tan fuertemente influenciados por sus conceptualizaciones, que sus observaciones en el laboratorio estaban influenciadas por tales creencias (Champagne, Gunstone y Klopfer, 1985). Después, en los mismos ochenta, la influencia del constructivismo apareció en el aprendizaje y ha servido como organizador teórico para plantearlo —los que aprenden construyen conceptos y patrones que explican sus experiencias y continuamente comprueban estos patrones con sus experiencias y las modifican de acuerdo con ellas—. Es creciente la sensación de que el aprendizaje es contextualizado —a lo que ayuda el uso del laboratorio— y que los que aprenden construyen conocimiento mediante la resolución de proble-

[19] Por sus siglas en inglés: *Physical Science Study Committee.*

[20] Por sus siglas en inglés: *Biological Sciences Curriculum Studies.*

mas significativos —como lo pueden ser los del laboratorio— (Brown, Collins y Duguid, 1989), así como que el aprendizaje de los procesos científicos y productos —conceptos— son interdependientes y está entrelazados (Metz, 1995).

El constructivismo social también impactó el uso del laboratorio, pues algunos autores (Millar y Driver, 1987) recomendaron el uso de investigaciones extensas y reflexivas que promovieran la construcción de conceptos científicos más significativos, basados únicamente en el conocimiento "llevado" por los alumnos a las clases.

Las investigaciones también sugieren que, si las comprensiones de los estudiantes han de ser transformadas hacia las aceptadas por la ciencia, entonces la intervención y negociación con la autoridad —profesor— es esencial (Driver, 1995). Otros investigadores (van der Berg, Katu y Lunetta, 1994) reportaron que las actividades prácticas que desarrollaron —circuitos eléctricos, por ejemplo— frecuentemente llevaron al conflicto cognitivo a los estudiantes; sin embargo, ellas no fueron suficientes por sí mismas para permitir que el sujeto desarrollara un modelo científico completo —para un circuito eléctrico—. Para ello se necesita, dicen, un mayor uso de organizadores conceptuales como analogías y mapas conceptuales, que pueden resultar en el desarrollo de conceptos más científicos —en electricidad básica, para el mismo caso—. Más estudios (Dupin y Joshua, 1987) reportaron resultados similares cuando las actividades de laboratorio integraron otras experiencias metacognitivas; como las demostraciones de "predecir-explicar-observar" (White y Gunstone, 1992), que incorporan la manipulación de ideas y no sólo de materiales y cumplimiento de procedimientos.

Las experiencias prácticas de laboratorio, dice Lunetta, cuando están desarrolladas apropiadamente, pueden tener consecuencias para la enseñanza como las siguientes: *a)* permitir a los estudiantes comparar y discutir datos que ellos mismos u otros han colectado, discutir diferentes explicaciones causa-efecto, efectuar diversas consideraciones respecto del tamaño de la muestra, del uso de metodologías alternativas, del origen de fuentes de error y sobre la validez y posibilidad de generalizar los resultados encontrados; *b)* abordar diversos niveles de indagación; *c)* incorporar en la investigación diversos grupos de actividades; *d)* impactar los contextos de enseñanza; *e)* tener implicaciones para la evaluación; y *f)* contar con la posibilidad de emplear diversas tecnologías.

La naturaleza de las interacciones entre estudiantes y profesores, en el laboratorio de la escuela, puede mejorar o inhibir la construcción de conceptos científicos y los resultados del aprendizaje, por lo que se ha

reportado que una mejor integración entre actividades de clase y de laboratorio mejora el aprovechamiento, el desarrollo de habilidades y el sentido de autoestima (Lunetta, 1990; Quin, Johnson y Johnson, 1995) cuando los profesores utilizan estrategias cooperativas de aprendizaje. Sin embargo, la naturaleza de estas interacciones implica que los alumnos, al aprender, reorganizan y construyen sus propios conceptos y pueden modificar su comprensión a través del diálogo, por lo que debe de proveerse de tiempo para generar preguntas, planear en grupo, realizar discusiones acerca de la naturaleza y significado de los datos y discutir las implicaciones de los hallazgos (Krajcik, Blumenfeld, Marx y Solloway, 1994).

La investigación promovida en los laboratorios escolares, puede variar respecto del tipo de indagación realizada por los estudiantes: desde una investigación individual sobre diferentes preguntas, hasta la de una sola pregunta que involucre a la clase entera. Sobre las bases de una investigación extensa y abierta, Roth (1995b) describe la manera como las actividades permiten a los estudiantes el aprendizaje en pequeños grupos y cómo las actividades son más productivas cuando los profesores ven y conducen las experiencias como co-exploradores, más que como diseminadores del conocimiento. En contraste, Dekkers y Thijs (1993) sugieren que el principal objetivo del profesor es promover la comprensión de conceptos científicos específicos, por lo que, una buena y controlada conducción de una demostración, puede ser más productiva que las actividades de laboratorio que involucran indagaciones abiertas.

El desarrollo de las actividades prácticas puede implicar una serie de fases para su desarrollo: *a)* planeación y diseño, *b)* desarrollo, *c)* análisis e interpretación y *d)* aplicación —en los casos en que los estudiantes formulan hipótesis, hacen predicciones y aplican las técnicas desarrolladas en clase a nuevos problemas (Lunetta y Tamir, 1979)—. Sin embargo, es difícil que los alumnos puedan iniciar, continuar y comprender investigaciones completas, si los profesores disponen de alrededor de cuarenta minutos para las experiencias de laboratorio en las escuelas y pretenden promover una serie ambiciosa de resultados del aprendizaje. Por ello, van der Berg y Giddins (1992) han promovido el delineamiento de distintos tipos de actividades de laboratorio, cada uno enfatizando objetivos únicos y metodologías de enseñanza distintas. Así, los profesores pueden identificar actividades en las cuales es apropiado centrarse en subconjuntos de las fases mencionadas anteriormente. Katu, Lunetta y van den Berg (1993) reportaron un estudio que incluía una estrategia de desarrollo conceptual en la que los estudiantes vuelven cíclicamente sobre las cinco fases de actividad ya mencionadas.

La evaluación escolar de la ciencia aprendida en el laboratorio, ha utilizado preferentemente instrumentos de lápiz y papel que no examinan habilidades prácticas, comprensión de la naturaleza de las investigaciones científicas o la interpretación y justificación de los resultados de la investigación (Giddins, Hofstein y Lunetta, 1991). Por otro lado, una evaluación comprehensiva y válida debiera examinar la comprensión holística de los alumnos en estos asuntos y evaluar las habilidades prácticas y el conocimiento adquirido en el contexto de las tareas para las cuales el alumno puede comprender y compartir sus propósitos (Black, 1995).

El laboratorio escolar ofrece oportunidades de ocupar a los estudiantes en el uso de tecnologías que apoyen el aprendizaje de la ciencia. Así, por ejemplo, está el potencial de las hojas de cálculo para computadora, asociada con gráficos, lo que ayuda a los estudiantes a visualizar, organizar, interpretar y discutir datos de laboratorio. Su uso puede facilitar discusiones sobre los efectos del tamaño de la muestra, sobre errores metodológicos y experimentales y sobre distribuciones estadísticas, así como sobre comparaciones de resultados individuales y de grupo (Pogge y Lunetta, 1987); asimismo, los estudiantes pueden examinar los efectos de modificar variables o relaciones funcionales y realizar predicciones.

Heid y Zbiek (1995) reportan que el uso regular de gráficas generadas por computadora, ha tenido efectos positivos sobre el aprovechamiento del estudiante. Los sistemas de laboratorios basados en la microcomputación, pueden capacitar a los estudiantes para conducir investigaciones extensas, precisas e interesantes. Así, existe la posibilidad de integrar datos provenientes de diferentes participantes en el laboratorio, a través de diferentes intentos y duraciones temporales (Friedler, Nachmias y Linn, 1990). Por otro lado, el uso de las telecomunicaciones (Krajcik, Blumenfeld, Max y Solloway, 1994) capacita a los estudiantes en compartir información. Lunetta y Hofstein (1991) notan que la interacción con un simulador de enseñanza puede ayudar a comprender un sistema real, un proceso o un fenómeno.

Sin embargo, las simulaciones pueden ser diseñadas para proveer representaciones significativas de las experiencias de laboratorio que no son siempre posibles con materiales reales. Además, el realizar simulaciones toma considerablemente menos tiempo que hacerlo con las actividades reales equivalentes (Lunetta y Hofstein, 1991). El uso de la tecnología, advierte Lunetta, tiene estas posibles ventajas, sin embargo, antes de realizar recomendaciones más comprometedoras de cuándo y cómo realizar las simulaciones para complementar investigaciones realizadas con materiales se requiere de investigaciones más centradas en lo pedagógico.

Ámbito nacional

En la sección de contribuciones internacionales en la temática del currículo se abordaron cuestiones relacionadas con distintos aspectos del desarrollo del currículum en las aulas en donde se enseñan ciencias naturales: la enseñanza y su relación con factores sociales y culturales, la enseñanza y la metacognición, la enseñanza como actividad cotidiana, la enseñanza para el cambio conceptual, la enseñanza de problemas numéricos rutinarios y la enseñanza en los laboratorios escolares. Como puede percibirse de estas temáticas se abarcan cuestiones que pueden identificarse como muy funcionales —aunque en realidad no lo sean— como la resolución de problemas numéricos y las actividades prácticas en los laboratorios, hasta asuntos relacionados con la cognición o el aprendizaje, con el cambio conceptual y la metacognición, pasando por cuestiones sociales, culturales y lingüísticas. El espectro de temáticas de investigación en el rubro que aquí nos concierne, en cuanto a la temática nacional, es más reducido; razón por la que introdujimos la visión internacional del campo y el lector pueda, en consecuencia, comparar ambas producciones y enriquecer sus horizontes de investigación y no para demeritar la naciente producción del país.

Las temáticas de investigación encontradas en los estudios nacionales pueden ser ubicadas dentro de dos grandes rubros: *1)* estudios sobre estrategias didácticas, *2)* estudios sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en condiciones naturales de clase y *3)* estudios sobre concepciones de los profesores que impactan la práctica docente. Los primeros, proponen desde diferentes perspectivas la enseñanza de contenidos desde una justificación teórica y ofrecen —en su caso— los resultados obtenidos de la aplicación. Los segundos, dan cuenta de las interacciones discursivas entre profesores y alumnos, basados en una construcción social del conocimiento escolar en las clases de ciencias naturales. Los terceros, relacionan las concepciones de ciencia y aprendizaje que tienen los profesores y la manera como afectan la imagen de ciencia transmitida a los alumnos y el rol adoptado por ellos.

Estrategias didácticas

Las estrategias didácticas han sido un frecuente campo de preocupación profesional entre profesores e investigadores, aunque por distintas razones. Los primeros, debido a la necesidad de contar con procedimientos claros y confiables de enseñanza que desemboquen en buenos resultados de aprendizaje entre los alumnos. Los segundos, en cuanto que han busca-

do desarrollar estrategias pedagógicas ancladas en la investigación en la educación en ciencias naturales o didáctica de las ciencias y validadas en la práctica. Sin embargo, los reportes de investigación donde se puede dar cuenta de las bondades probadas de tales estrategias, tampoco es tan abundante, como puede apreciarse en la página web Ideas previas (*http://ideasprevias/cinstrum/unam.mx:2048*), probablemente debido a la dificultad intrínseca de esta tarea. Algunas de las propuestas justificadas teóricamente y validadas en la práctica son: en biología Banet y Ayuso, (2000), en física Driver y Scott, (1996) y en química Scott, Asoko, Driver y Emberton (1994). Sin embargo, los retos para la enseñanza permanecen y son bienvenidos todos los esfuerzos realizados en esta línea de investigación. A continuación se muestran dos investigaciones identificadas en nuestra búsqueda de información correspondiente a la década reportada en el estado de conocimiento del campo.

Maciel y Tecamachaltzi (1997) dan a conocer una estrategia pedagógica de inspiración constructivista, utilizada con niños ciegos de educación primaria, la cual tiene como contenido el tema del "sistema solar". Está basada en los ciclos de aprendizaje de Karplus de los años setenta; haciendo referencia a otras investigaciones con niños ciegos pero sin ser estrictamente retomadas para el estudio.

Incluye las etapas clásicas de exploración, invención o creación y aplicación, si bien los autores añaden una más: "encuadre", en la que se presentan los objetivos y se acuerdan las acciones a desarrollar. La propuesta es conducida por una profesora especialista en la enseñanza de niños ciegos. En ella, los alumnos son inducidos a mejorar sus representaciones mentales del sistema solar mediante lecturas, elaboración de modelos tridimensionales, descripción, análisis y discusión de sus modelos, reconstrucción de los mismos y valoración de los logros obtenidos.

Como resultados, reportan los cambios en sus conceptualizaciones a partir de lo observado en clase, sin reportar un proceso previo de identificación de las mismas. Buscan identificar el proceso seguido por un alumno durante los cambios para lograr "reconstruir" su teoría "implícita", sin mostrar o discutir las razones por las cuales las ideas previas de los estudiantes pueden ser consideradas como verdaderas teorías —comparables a las científicas— o definir en qué sentido se les considera como tales. La descripción de su "teoría inicial" se basa en la identificación de algunas características de posición y de forma de los cuerpos celestes en cuestión y el desconocimiento de algunos nombres de planetas; sin indagación aparente sobre la mecánica de translación de los cuerpos celestes. Las descripciones subsiguientes buscan dar cuenta de modificaciones de los

aspectos iniciales mencionados, afirmando los autores que logran compartir la mayoría de las características científicas o convencionales de los astros y del sistema solar.

Los autores afirman la posibilidad de conocer las conceptualizaciones alternativas de los alumnos en el aula, sin que hayan proporcionado los rasgos mínimos que debieran de presentar tales representaciones, detallar los medios de evocarlas, ni proporcionar más que algunos pocos datos cualitativos que no permiten valorar el estatus de tales representaciones de los sujetos.

García y Calixto (1999) describen la elaboración de una propuesta didáctica para la enseñanza no precisada de un tema de ciencias naturales de la educación primaria, así como la utilización de esta misma propuesta por profesores de educación básica para la "formación de habilidades de planeación didáctica". Tal estrategia incluye la realización de una actividad experimental fundada en un marco de carácter constructivista.

La sustentación constructivista de la propuesta convive con pronunciamientos sobre el "aprender a aprender", el "redescubrimiento, la inducción o la comprobación" y la promoción de procesos de construcción del conocimiento tales como la "revisión, elección, modificación, enriquecimiento y funcionalidad", sin más detalles del marco teórico que afirmar su naturaleza constructivista. En lo que respecta a la temática de enseñanza se dice únicamente que la experiencia consiste en una "cromatografía de caramelos".

Asimismo, el procedimiento didáctico apela a discutir ideas acerca de los colores, realizar un experimento para comprobar o refutar sus ideas y a comparar conclusiones. Sin embargo, no se ofrecen detalles de la metodología utilizada con los profesores, no se menciona la manera de obtener la información en ambas poblaciones de estudio, no se especifican las características del instrumento, ni las categorías de análisis utilizadas con los alumnos, así como evidencias de los comportamientos observados. De esta manera, los resultados reportados como "estimulan la capacidad de observar", "confrontan y contrastan ideas", "construyen explicaciones", resultan difíciles de valorar por la escasez de información metodológica. En el caso de los profesores, sucede algo parecido con "construyen explicaciones", "generan alternativas didácticas", "diseñan nuevos experimentos", lo cual contrasta con la intención de "llevarlos a elegir categorías de análisis con las cuales sea posible profundizar en el conocimiento de estrategias de enseñanza y cómo elaborar nuevas".

Los alcances de la investigación se centran en afirmar que las actividades experimentales "propician el dudar, afianzar o transformar sus

preconcepciones sobre los fenómenos de la naturaleza" y que favorecen entre los profesores el interés, la motivación y una actitud positiva hacia la ciencia.

López (1997) plantea el problema de cómo concebir y desarrollar, de manera más pedagógica, la cuestión del desarrollo de "habilidades científicas" o "procesos científicos" en los alumnos, propugnado por una serie de diferentes desarrollos curriculares en el mundo. Señala que tales procesos —identificar variables, realizar generalizaciones etcétera— son comúnmente identificados a partir de una filosofía de la ciencia, generalmente positivista, de la cual deriva su importancia educativa.

En este sentido, las habilidades o procesos en los sujetos son predefinidos dentro del ámbito de la filosofía de la ciencia, enseñados a los estudiantes en clase y evocados de una manera válida y confiable —mediante tests psicométricos generalmente— los cuales permiten establecer la medida en la cual los procesos o habilidades evocadas se acercan a los definidos en el ámbito de la filosofía de la ciencia. Pero, desde su punto de vista, esta manera "acrítica" de hacerlo presenta problemas de carácter pedagógico, ya que la evocación de los procesos o habilidades mencionados se realiza desde un ámbito —filosofía de la ciencia— distinto al pedagógico: el aula de clase.

Por ello, plantea que el proceso de "definir, evocar y evaluar" "procesos científicos" no tiene que seguir necesariamente el modelo mencionado. Así, propone "partir de actividades pedagógicas válidas, con verdadero atractivo para su uso en el aula, inspiradas en la práctica educativa y el análisis de la naturaleza de la ciencia, que intenten definir y evocar habilidades o procesos fundados en la práctica educativa del aula" y, permitir, así, valorar el desarrollo de tales habilidades en la propia lógica de los sujetos y no por comparación con el desempeño de los científicos profesionales o con las definiciones emergidas de la filosofía de la ciencia.

El estudio se desarrolló con 24 niños ingleses de alrededor de 11 años en el último grado de la enseñanza primaria, en dos escuelas urbanas. Se formaron dos grupos de niños (G1 y G2), que desarrollaron un conjunto de cuatro actividades —"plano inclinado", "vasos de precipitado", "balanza" y "cajas negras"— en dos presentaciones —"investigación + objetivo" y "estructurada"—. El grupo G1 desarrolló primero las tareas investigación + objetivo y después las estructuradas, invirtiéndose el orden de presentación en el caso de G2; sin poder controlar sistemáticamente el orden de presentación de las tareas —temáticas— debido a la logística requerida. Si bien, el diseño permitía investigar diferencias acerca de las diferencias entre tareas, efecto del orden de presentación y de aprendizaje,

el propósito principal consistió en posibilitar el escrutinio crítico de la evocación de los "procesos científicos" mediante actividades prácticas.

Las tareas se diseñaron en dos tipos de presentación: *1)* investigación + objetivo: enfatizan la espontaneidad de las decisiones para el alumno que investigue y, *2)* estructuradas: consideran los procesos a ser evocados como inicialmente predeterminados. Las tareas son complementarias, puesto que fueron diseñadas para trabajarse con el mismo contenido científico y los mismos aparatos para resolverlas. En este estudio sólo se reportan las últimas, cuyos contenidos fueron: *a)* rodar una canica sobre una superficie inclinada, *b)* usar una balanza simple para buscar el equilibrio con un juego de piezas Lego™, *c)* flotar un popote cargado de municiones en diferentes soluciones acuosas —agua con sal— y *d)* identificar el "contenido" de unas cajas negras. Estas actividades demandaron básicamente la lectura de textos en donde se requería la realización de ciertas operaciones prácticas, efectuadas inmediatamente después de una serie de preguntas. Cada "proceso" es evocado en al menos dos diferentes maneras y, a veces, mediante tres formas distintas —requiriéndose algunas veces de una justificación— en cada tarea.

Todas las tareas estructuradas se dividieron en seis secciones, tratando cada una de evocar un "proceso". Ellos fueron: *a)* observar, *b)* entender, *c)* predecir, *d)* identificar variables, *e)* realizar generalizaciones y, *f)* imaginar causas. En este estudio se reportan los resultados del "proceso": llamado "predicción" o "que pasaría sí". Tener un "proceso" similar en todas las actividades, permite la búsqueda de relaciones del "proceso" evocado —predicción— al interior de cada tarea y del mismo "proceso" en todas las tareas; permitiendo el estudio del grado de independencia del "proceso" del contenido de las actividades. Cabe aclarar que todos los "procesos" no fueron rígidamente predeterminados, posibilitando un examen crítico de las tareas con la intención de evocar los mismos "procesos" —en este caso "predecir"—.

El autor discute la manera cómo fue categorizada la conducta de los niños y cómo fueron asignados los puntajes a su desempeño; es decir lo relacionado con la manera como el proceso de "predicción" adquiere existencia. Una razón es metodológica —cómo se definen y construyen los datos— y, la otra, es poner en tela de juicio la manera en que los datos son construidos. Para ello trató de evocar la noción de "predecir", en una primera aproximación, como "la capacidad de prever ciertos resultados dadas ciertas condiciones"; es decir qué podría pasar si ciertas condiciones son cumplidas —se trata de establecer una relación funcional o causal entre variables—. Los casos más claros de este "proceso" son los de "balanza" y

"vasos de precipitado", ya que requieren de la manipulación del peso a ser utilizado y la elección de distancias o densidades ya dadas según la tarea. En el caso del "plano inclinado" consistió en escoger la colocación de una trampa en forma de "U" o del dinamómetro que lanza la canica, preguntar al alumno por la colocación de uno de estos dispositivos, habiendo fijado el otro y, así, predecir la trayectoria de la canica hacia la trampa. Para las cajas negras los alumnos son requeridos a predecir si existe discriminación o no —test— en condiciones hipotéticas; aquí no hay propiamente variables, pero los tests son llamados "razonamiento hipotético".

El primer paso en la construcción de los datos consistió en la categorización cualitativa de todas las respuestas. Las categorías resultantes se utilizaron para: *a)* conformar una base para arribar a valores numéricos —*scores*— para cada respuesta y, *b)* interpretar los resultados de las correlaciones entre "procesos" dentro de la misma tarea y entre "procesos" en diferentes tareas. La descripción y análisis de cómo los valores numéricos se transformaron en "procesos" incluye el proceso de clasificación de las conductas, la validación del proceso de clasificación, la adición de conductas consistentes como parte del mismo "proceso", el de asignación de valores numéricos y los problemas encontrados.

El proceso de asignación de valores numéricos dependió del nivel mostrado por las respuestas ofrecidas por los alumnos, para lo cual el autor buscó mantener una distribución de tres niveles: 2, 1 y 0. Los criterios para decidir los niveles de respuesta no fueron decididos de antemano, por lo que aspectos relevantes de las respuestas fueron valorados, ejemplo: la justificación de la respuesta, excepto para las cajas negras; por lo que para el *score* más alto se requirió de una predicción correcta así como una plausible explicación. Así, los criterios resultaron un tanto diferentes en las distintas tareas. Para el proceso de "adición" de los "procesos" consistentes entre sí se realizaron correlaciones de Pearson y se analizaron cualitativamente las respuestas. Pero, debido a los problemas presentados en correlaciones que prácticamente son nominales, el autor recurre al uso de tablas de contingencia para buscar el grado de asociación de los *scores*.

Así, en el caso de: *a)* la "balanza": predecir el peso necesario para poner la balanza en equilibrio, parece relacionarse fuertemente con predecir la distancia requerida para poner la balanza a nivel; *b)* "vasos de precipitado": fuerte relación positiva entre el mayor nivel de flotación posible del popote y el menor peso utilizado; *c)* "plano inclinado": relación débil pero positiva entre colocación del dinamómetro y la ubicación de la trampa; y, *d)* "cajas negras": la habilidad de efectuar discriminaciones y señalar la falta de dis-

criminación existente parecen relacionarse de manera fuerte y positiva. Por estas razones los *scores* fueron adicionados en todas las tareas. Así los datos empíricos proporcionan una base para una potencial discusión crítica del proceso llamado "predicción".

Las correlaciones entre los *scores* de los "subprocesos" —respuesta(s) a la(s) preguntas referidas al mismo "proceso"— sugieren la existencia de algunas correlaciones substanciales entre "predicciones" al interior de una tarea y entre "predicciones" de distintas tareas. Pero, por el problema señalado anteriormente en las correlaciones de Pearson, el autor adopta el uso de tablas de contingencia. Así, utiliza un análisis log-lineal para mirar a las tablas de contingencia:

a	b
c	d

En donde el logaritmo ln α de la razón del producto cruzado α ad/cd indica el signo de la relación. La desviación estándar δ del ln α es asintóticamente igual a $\sqrt{1/a + 1/b + 1/c + 1/d}$, lo que según el autor puede dar una indicación de la confiabilidad que puede ser colocada en una valor de ln α y señala que un valor que no excede cero por más de una desviación estándar, es difícil tomar en serio tal valor numérico y exceder por más de dos, probablemente lo merezca. De esta manera, las relaciones entre "predecir" proveniente de distintas tareas muestra que: la relación entre "vasos de precipitado" y "balanza" es fuerte ($\alpha = 2.48$ y $\delta = 1.2$). Las otras relaciones bastante fuertes son: entre "cajas negras" y "balanza" ($\ln \alpha = 1.65$ y $\delta = 0.9$) y "cajas negras" con "vasos de precipitado" ($\ln \alpha = 1.76$ y $\delta = 0.9$).

Con estos criterios, el autor señala que los resultados parecen sugerir el apropiado uso de la misma etiqueta para "procesos" que pertenecen a estas tres conductas —"balanza", "vasos de precipitado" y "cajas negras", pero no "plano inclinado" y "predecir" dentro de la tarea "cajas negras"—. Por ello, los resultados parecen indicar que: *1)* la definición de "procesos" debe considerarse como problemática en el momento de definir los que son "iguales" en diferentes tareas; *2)* el contenido de las tareas y su comprensión por parte de los alumnos es determinante para su éxito; y *3)* en donde los "procesos" —predecir— parecen similares es porque son conceptualmente parecidos, no sólo visualmente parecidos.

El autor concluye que: *1)* los problemas del desarrollo de habilidades científicas no pueden seguir visualizándose sólo desde la filosofía de la

ciencia, sino que debe de incluirse una perspectiva pedagógica; *2)* el tipo de instrumentos que permiten evocar las habilidades o procesos científicos es de la mayor trascendencia en cuanto a su validez; ya que los criterios estadísticos no son los únicos que existen; y *3)* la existencia de procesos o habilidades científicas —como demanda cognitiva— requerida mediante actividades prácticas, no se puede contestar *a priori* sino a *posteriori*.

La enseñanza y el aprendizaje como actividades cotidianas

Las actividades de enseñanza y aprendizaje de las ciencias dentro del aula, son motivo de investigación en condiciones "naturales" por un buen número de investigadores. Uno se puede percatar de ello, a partir de los trabajos reseñados por Tobin en la anterior sección internacional y que dan cuenta del lenguaje o discurso desarrollado en clase como instrumento fundamental para el aprendizaje de la ciencia (Tobin, 1998; White, 1996; Lemke, 1995; Lee, Fradd y Sutman, 1995; Gee, 1990; Tobin y Gallagher, 1987). También están los estudios reportados por Roth que tratan sobre las perspectivas teóricas de la práctica docente y su relación con el aprendizaje de los principios de la misma, con la movilidad social y la reflexión en la acción (Roth, 1996; Roth y Roychoudhury, 1994; Roth, 1994; Jordan y Linch, 1993; Dreyfus, 1992; Munby y Russell, 1992; Bordieu y Wacquant, 1992; Lave, 1988; Schön, 1987).

Los trabajos de Candela y De la Chaussée que a continuación se desglosan abordan las actividades de enseñanza y aprendizaje de las ciencias como una construcción social del conocimiento, en donde: analizan las interacciones entre profesores y alumnos —a partir del discurso explícito de estos actores educativos en sesiones ordinarias de clase y especiales de experimentación, mediante la utilización de técnicas etnográficas de investigación— y establecen conclusiones acerca del desarrollo de la enseñanza y sus posibles formas de mejoramiento.

Candela (1991) muestra en este reporte su preocupación por la cantidad de propuestas didácticas para la enseñanza de la ciencia sustentadas en estudios experimentales sobre las concepciones del mundo físico que tienen los niños y su fracaso en incidir sobre la práctica escolar en la manera como se lo proponían. Según ella, esto puede deberse "al desconocimiento de las condiciones concretas en las que iban a operar" tales propuestas didácticas. Por ello, dice, el aprendizaje significativo depende no sólo del desarrollo cognitivo de los sujetos y de sus ideas previas acerca de los contenidos de enseñanza, sino del contexto social interactivo en el que se produce. Entonces, desde su perspectiva, el estudio de los procesos educa-

tivos en el contexto escolar, exige la utilización de recursos metodológicos adecuados a la naturaleza del asunto que se estudia. De esta manera, acepta la entrevista clínica como idónea para acercarse a la dimensión individual del pensamiento y sus estructuras cognitivas, pero resulta inadecuada para inferir el componente social del pensamiento, la organización local, situacional y pragmática del razonamiento conceptual. Congruente con ello, Candela propone la adopción del análisis del habla dentro de la dinámica de interacción social, para revelar su carácter social y situacional del pensamiento de los alumnos. Además deja muy claro que, por construcción social del conocimiento, no entiende la construcción individual del conocimiento a partir del lenguaje y de las interacciones sociales, sino "la elaboración del conocimiento que se expresa en las interacciones orales y que es compartido y construido colectivamente en el aula". Esta investigación es realizada con alumnos de quinto año de primaria y tiene como contenido de enseñanza "el sistema solar". En su análisis identifica en los diálogos: las pautas de los mismos, el manejo de conocimientos extraescolares por los profesores y su incorporación al discurso escolar, la escasez de tiempo otorgado para expresar ideas de los alumnos que permitan hacer surgir la confrontación, una conducción de la clase por el profesor con una estructura cerrada pero que permite establecer relaciones entre variables que propicia la argumentación y la elaboración reflexiva, la utilización del ejemplo como reducción al absurdo y convencer a los alumnos acerca del movimiento de los planetas y confrontaciones entre puntos de vista "alternativos" que buscan entender cómo es que la Tierra se sostiene en el espacio, entre los principales aspectos. Concluye que los profesores pueden convertir una clase demostrativa en argumentativa, al problematizar el modelo de sistema solar inicialmente presentado.

El trabajo de Candela (1994) señala que una variedad de propuestas han intentado mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la ciencia, mediante la realización de actividades experimentales. Así, pugna porque la enseñanza de la ciencia no puede residir sólo en la experiencia perceptiva, sino la manera en que ella se inscribe dentro del discurso científico y en el "discurso científico escolar". Acorde con ello, afirma que los estudiantes deben descubrir cuáles son los criterios mediante los cuales se discrimina un tipo de descripción o explicación sobre otro en la escuela, cuáles son las reglas del discurso científico en ella, cómo hay que referirse legítimamente a la experiencia, qué terminología hay que utilizar, en qué momento y manera hacerlo. Por ello se vuelve importante en este planteamiento la competencia discursiva, como factor eficiente del desempeño escolar; además de apuntalar su argumento con el señalamiento de que una de las principales

causas del fracaso escolar es la deficiencia discursiva de los alumnos. Así, Candela se centra en analizar la interacción discursiva cotidiana entre los actores escolares sobre tópicos científicos, con el fin de verificar si "los alumnos tienen los recursos retóricos y discursivos necesarios para construir el conocimiento científico escolar". Para ello, analiza tales recursos en un contexto de conflicto, ya que, dice, requieren de argumentar y confrontar versiones alternativas sobre el mismo contenido de enseñanza. Utiliza una concepción del conocimiento como "construcción situacional", en donde el individuo construye versiones distintas sobre un contenido según la situación contextual en la que lo verbaliza, por lo que produce construcciones situacionales del conocimiento, alejándose de las representaciones mentales únicas que esperan el momento de ser expresadas en los exámenes o demandas del profesor en clase, por ejemplo.

De acuerdo con estas consideraciones teóricas, le interesa analizar del discurso: el habla espontánea, el contexto del habla y su organización social, la acción, construcción y variabilidad del discurso, la manera como se relacionan y negocian los temas del conocimiento y creencia, los de creencia y error, los de verdad y explicación, los de argumentación y narración, los de descripción de la realidad y significados compartidos, etcétera. Otro referente teórico utilizado por ella, consiste en la sociología del conocimiento científico, el cual considera que la ciencia y "cualquier otra forma de describir la realidad", supone la comunicación dentro de un conjunto de suposiciones y conocimientos compartidos por una comunidad; para que el conocimiento sea "inteligible socialmente". La ciencia por lo tanto, desde este punto de vista, no es considerada como una cuestión de verdad, sino una construcción social sujeta a ciertos procesos discursivos específicos. Consecuentemente, la escuela es considerada como un ámbito social donde existen formas específicas de comunicación y donde el discurso tiene una estructura distinguible. Con estos referentes teóricos, Candela toma como referente empírico un grupo de alumnos de quinto grado de primaria y analiza las interacciones orales en un tema sobre "gravedad", en donde se realizan ejercicios para predecir densidades de distintos materiales. Como resultados, reporta que los alumnos interpretan las reglas conversacionales implícitas como la repetición de instrucciones o preguntas o la falta de aceptación a sus respuestas, como rechazo a una intervención, así como una demanda implícita para que las modifiquen. Sin embargo, no siempre los alumnos aceptan la intención implícita de la profesora. Así, interpreta Candela, la variedad de respuestas expresadas por los alumnos, no se derivan de incompetencia para entender las reglas del discurso escolar, sino como opiniones distintas sobre el contenido de

aprendizaje. Por ello, la negociación entre concepciones alternativas representa una interpretación más adecuada de este proceso, que las explicaciones centradas en el control e imposición docentes o la incompetencia discursiva de los alumnos.

Candela (1995) asume que el "conocimiento científico escolar" es una construcción social, donde la propuesta curricular —contenido del *Libro de texto gratuito de ciencias naturales*— es sólo un punto de partida. Son los profesores y alumnos quienes reconstruyen el conocimiento propuesto con base en una permanente negociación hablada, elaborando nuevos significados y sentidos de las actividades realizadas. De esta manera, el aprendizaje significativo no sólo depende del desarrollo cognitivo de los sujetos y de sus ideas previas acerca de los contenidos de enseñanza, sino también del contexto social en el que se produce. Más aún, el desarrollo cognitivo, dice, está social y culturalmente condicionado; siendo el aprendizaje una actividad comunitaria. En el ámbito de la escuela, los conocimientos tienen una existencia social concreta a través de un proceso de mediaciones que implican selecciones —*currícula*—: transformación de un objeto del saber especializado en un objeto del saber escolar y reconstrucciones sucesivas —las desarrolladas por el profesor al presentar y explicar el conocimiento a los alumnos: transposición didáctica—.

Con estos supuestos básicos en mente, estudia las formas sociales de producción del conocimiento: conversaciones cotidianas, discurso situado en un contexto interactivo como el del aula. Por ello analiza la interacción verbal efectuada en las aulas y analiza la transformación de sentido que sufren las actividades experimentales en la construcción colectiva. Analíticamente distingue entre la presentación que hace el profesor de las actividades experimentales —que pueden diferir del conocimiento plasmado en la propuesta curricular y del conocimiento científico mismo— y la relación de los alumnos con el conocimiento —aceptando la relación con el conocimiento propuesta por el profesor o aportando un nuevo significado al mismo—.

La atención analítica se centra en las actividades experimentales de "demostraciones" —verificación— y "problemas" —explicaciones— y encuentra diversas tendencias en el comportamiento de alumnos y profesores. Algunas veces los alumnos no se atienen a la presentación del conocimiento del profesor y establecen una relación con el conocimiento que ofrece una interpretación distinta al mismo. A su vez, los profesores frecuentemente "refuerzan" los conocimientos contenidos en los libros de texto y proporcionan "las conclusiones a las que hay que llegar" en las actividades experimentales. Sin embargo, hay algunas veces que los pro-

fesores cambian su planeación original de tratamiento del conocimiento, a partir de la interacción marcada por algunos alumnos y siguiendo su lógica.

En su siguiente trabajo, Candela (1997) vuelve a la línea de argumentación de que el conocimiento científico en las escuelas, es una construcción social. Ya que la propuesta curricular es sólo el punto de partida para el conocimiento a adquirir, pero tal propuesta es transformada por las interacciones sociales que se desarrollan al interior de los salones de clase. Así, dice, los profesores y alumnos reconstruyen y elaboran nuevos significados al conocimiento propuesto mediante una negociación mediada por el discurso. Señala que los profesores hacen a menudo "transposiciones didácticas" que transforman ejercicios propuestos por los libros de texto como solución de problemas, en demostraciones o, en otros casos, demostraciones en ejercicios de solución de problemas. Asimismo, encuentra que los alumnos —mediante preguntas e intervenciones—, son capaces de transformar la naturaleza de las actividades experimentales como se dijo anteriormente —otorgándoles nuevos significados a los contenidos conceptuales—. Ello, desde su punto de vista, prueba que los estudiantes son activos participantes en la construcción de conocimientos escolares y, que "las interacciones sociales mejoran el conocimiento científico y lo transforman en un proceso de construcción social vivo".

De esta manera, afirma, la investigación etnográfica llena los huecos entre las propuestas didácticas y el trabajo en clase, pues ofrece la información necesaria para aprender acerca de las características de la construcción social del conocimiento y de los factores que influencian la construcción de este conocimiento y la formación científica de los estudiantes. Como conclusiones señala que el funcionamiento de las propuestas didácticas basadas en el "descubrimiento" y la "solución de problemas", no resultan significativamente diferentes. Por lo que, argumenta, para entender estos resultados es importante realizar estudios que nos permitan ver lo que pasa cuando la solución de problemas o las demostraciones entran al dominio público del discurso en el salón de clase. Con ello se tiene la ventaja, dice, que la elaboración de la teoría se encuentre cerca de la acción docente de los profesores, lo cual puede permitir mejorar la docencia en su contexto real y guiar e intentar su modificación.

Candela (2001) recrea, con algunas variantes un artículo anterior ya reportado aquí (Candela, 1991). Repite las secuencias de interacción y señala dos propósitos —el primero, antigüo y el segundo, nuevo— con aparente contradicción: mostrar la existencia de una dependencia contextual de las concepciones de estudiantes de 10-11 años respecto de la

dinámica de la Tierra dentro del sistema solar y, la independencia parcial de las concepciones de los estudiantes —sistema solar, forma y dinámica de la tierra— en relación con su contexto particular de interacción. Concluye, señalando que "es posible observar que las concepciones de los estudiantes son dependientes —en gran medida— de la coherencia de pensamiento de los estudiantes, más que de las demandas realizadas en la interacción", ya que los alumnos son capaces de seguir la dinámica de la interacción establecida por el profesor y realizar preguntas pertinentes y razonar acerca de la naturaleza de los movimientos planetarios alrededor del sol.

De la Chaussée (2000), en una tesis de doctorado dirigida por Candela, pretende estudiar diversos discursos educativos mediante los cuales los alumnos y profesores "crean" significados. Lo hace con alumnos y profesores de licenciatura en el área de química orgánica. Indaga a partir del discurso efectuado en las aulas y producido por las interacciones orales realizadas a cabo en ese ámbito. En su marco teórico, son invocadas diversas disciplinas y aproximaciones teórico-metodológicas, tales como la sociolingüística, la sociología del conocimiento escolar, la teoría de los actos del habla, el análisis conversacional, la etnografía de la comunicación, la psicología de Vygotsky y el análisis del discurso de manera central. El análisis del discurso es el medio mediante el cual describe las interacciones con las que los participantes construyen significados. En particular analiza la manera en que estudiantes y profesores realizan descripciones y explicaciones "compartidas" entre ellos, como marco interpretativo común para el conocimiento desarrollado en clase respecto de la química orgánica. Así, pretende dar cuenta de la manera como los alumnos "construyen el conocimiento científico y cómo se apropian de él", concibiendo a la ciencia como una "construcción sociocultural de sistemas de significados especializados", conformando lo que se da en llamar la corriente de "estudios de sociología del conocimiento científico escolar".

Para ella y esta corriente de pensamiento, el conocimiento científico escolar "se construye con base en acuerdos lingüísticos, en presupuestos, significados, y procedimientos compartidos para establecer el consenso en una comunidad sociocultural particular". El análisis de las transcripciones de las interacciones orales entre estudiantes y profesores se centra en la "construcción social de los hechos científicos escolares y en el papel de los sistemas simbólicos", así como en la "presentación de descripciones informativas, explicativas y predictivas que construyen los alumnos y profesores en la interacción discursiva" y en "cómo interpretan los alumnos el conocimiento presentado por otros alumnos o los profesores". En lo que respecta a los hechos científicos escolares, considerados como "descripciones de

fenómenos que se construyen por los participantes y a las que ellos mismos en el discurso les dan un carácter impersonal y "objetivo" (sic), De la Chaussée indaga cómo se construyen tales hechos y cómo se manejan los distintos puntos de vista de los participantes, poniendo especial énfasis en investigar el papel de la evidencia empírica, la naturaleza de los hechos científicos, el significado de la observación y la experimentación en el discurso dentro del aula y el uso de recursos teórico-conceptuales utilizados para la construcción del conocimiento escolar. Las conclusiones generales son difíciles de identificar, a partir de no haber una síntesis global del trabajo de tesis, sino referirse únicamente a los logros alcanzados en cada capítulo.

De la Chaussée y Candela (2000) reportan —probablemente como prolongación del trabajo referido anteriormente— una investigación etnográfica que estudia "cómo se construye la química orgánica en sesiones de laboratorio en dos universidades públicas mexicanas". Analizan "procesos y prácticas sociales de construcción de esta ciencia…", entendiendo por acción social "la organización social del lenguaje". En particular estudian la manera como lo docentes y alumnos construyen y negocian significados científicos mediante la analogía entre significados cotidianos "compartidos" y significados científicos; entendiendo por analogía "la relación entre significados que, a pesar de sus diferencias, manifiestan ciertas semejanzas". Para ello, revisan la forma en que los docentes transfieren significados del dominio cotidiano a significados del dominio científico, con objeto de que los alumnos construyan o reconstruyan otros significados. Dentro de su perspectiva teórico-metodológica y apoyados en Lev Vygotsky, asumen que el conocimiento no se reduce al ámbito individual como "reflejos" o "descubrimientos", sino como parte de procesos socioculturales que permiten significar al objeto de aprendizaje que se construye; ya que "la manera de percibir, describir o explicar está mediada por la sociedad y la cultura en que se vive".

En el análisis de los diálogos en clase, las autoras señalan que el docente usa la analogía de una "llave" especial —como la que se necesita para destapar un recipiente cerrado—, para que los alumnos signifiquen que es preciso tener los materiales necesarios para preparar la substancia en cuestión y saber por qué y para qué la necesitan (en el contexto de la preparación de ácido acetilsalicílico se requiere de un termómetro —especie de "llave"— para determinar y mantener la temperatura entre setenta y ochenta grados centígrados). De esta forma, dicen, el docente plantea una situación cotidiana mediante el uso de una analogía que permite entender la imposibilidad de proceder sin los instrumentos necesarios y, así, comprender la

manera de proceder experimentalmente en el contexto de la actividad científica escolar. También señalan que "la falta de participación de los alumnos no permite saber de qué manera interpretaron los significados y si es que construyeron uno nuevo". Además, describen el uso de la analogía entre "las calificaciones y el porcentaje de rendimiento experimental [de una substancia] para significar la idea de la estandarización relativa de los resultados obtenidos…". Como conclusiones, establecen que: "el docente plantea en las analogías primero los significados científicos y luego los relaciona con los cotidianos para volver a los científicos —se supone que con un nuevo nivel de comprensión—", "podría estudiarse el efecto que producen las analogías en los alumnos si el docente esperara sus respuestas o les preguntara algo relacionado con lo que quiere significar" y, "en ninguna de las sesiones se observó que los alumnos elaboraran analogías entre significados cotidianos y científicos". Por último, argumentan que la etnografía no puede utilizarse como evaluación del docente, pero admiten sin embargo, que sus resultados "sí se pueden utilizar en un proceso de mejoramiento de la práctica docente". Aunque, "la valoración de los problemas o resultados deseables [de la enseñanza y el aprendizaje] es siempre un proceso que se relaciona con un modelo de enseñanza que no puede estar en el análisis etnográfico y que por lo tanto hay que añadir explícitamente o implícitamente".

De la Chaussée (2001), siguiendo la línea de investigación de Candela (1995), considera al lenguaje como elemento que juega un papel relevante en la construcción de significados científicos, ya que expresa tanto los significados construidos por los alumnos como sus dudas. El interés del trabajo se centra en analizar la manera como la analogía es empleada en el aula, con qué propósitos se utiliza y cuáles son sus alcances. Para ello analiza el discurso de alumnos de licenciatura en un laboratorio de química orgánica (De la Chaussée, 2000), mediante una investigación etnográfica. Estudia la manera como el docente utiliza la analogía entre significados cotidianos y científicos —ya que el profesor intenta que los alumnos signifiquen aspectos relacionados con la disciplina y la metodología experimental en el aula, "acercando" estos dos ámbitos en su significado— y cómo pretende construir sistemas con un grado de generalidad. Es decir, analiza cómo se transfieren los significados cotidianos a los científicos mediante la analogía, cómo se enseñan los sistemas de generalidad y qué efectos tienen en los alumnos. Acentúa el estudio del discurso "entendido como acción social, enfatizando la organización social del lenguaje, más que su estructuración lingüística o conceptual". Como conclusión, comenta que "el profesor al plantear la analogía, primero se refiere a los significados

científicos y luego los relaciona con los cotidianos para volver a los científicos…", dando a entender que de esta manera se busca alcanzar generalidad en el conocimiento al inducir la inclusión de significados subordinados —"perro", "gato", etcétera— en significados sobreordenados —"animal"—.

La práctica docente y las imágenes de ciencia y aprendizaje

Flores *et al.* (2000) y López *et al.* (2000), reportan la transformación de las concepciones de ciencia y aprendizaje de profesores de bachillerato durante el desarrollo de un programa de especialización para la enseñanza de la física en ese nivel educativo. Si bien estos trabajos han sido ya reportados en la sección de "Aprendizaje, modelos, historia y filosofía de la ciencia" por ser representaciones mentales de los sujetos y su transformación se comentan también aquí debido a su potencial impacto en la práctica docente; como se señala en el apartado de "Enseñanza y su relación con factores sociales y culturales", centrado en la aportación de Tobin (1998). Porque, como dice este último: las investigaciones sobre metáforas, creencias, e imágenes, provee de "interiorizaciones" de cómo los profesores conciben sus metas, roles y traducen lo que saben en la práctica profesional. Sin embargo, los trabajos de estos autores, no incursionan en la práctica docente, por lo que habría que vincular a ésta con la información proveniente de las concepciones de los profesores, mediante información originada directamente en investigaciones llevadas al cabo en el aula.

Aportaciones y desafíos

Las aportaciones en este tema, como parece ser el caso en los demás que componen la estructura de este reporte del conocimiento correspondiente al campo de educación en ciencias naturales o didáctica de las ciencias, tienen que ser matizadas por el hecho de que la investigación que aquí nos concierne es todavía bastante incipiente en nuestro país; lo cual de ninguna manera le resta méritos a la calidad que puedan tener los trabajos reportados de la producción nacional. Sin embargo, la puesta en perspectiva de lo realizado en México con respecto a la investigación en el ámbito internacional, resulta de vital importancia para ofrecer una visión con perspectiva de lo realizado en territorio nacional. Los campos de investigación existen por encima de lo que pequeños grupos o personas en lo individual puedan hacer. Ahí están las revistas internacionales especializadas que marcan la pauta de los avances conseguidos y que han ido estableciendo estándares

en los trabajos aceptados para su publicación; además de haber ido conformando un campo de investigación propio: educación en ciencias naturales o didáctica de las ciencias.

El reporte del ámbito internacional está dividido en cinco rubros que vinculan la enseñanza con igual número de elementos asociados: *a)* sociales y afectivos, *b)* metacognitivos, *c)* de la cotidianeidad, *d)* del cambio conceptual, *e)* de la resolución de problemas y *f)* del trabajo en el laboratorio. La investigación realizada en nuestro país, de entrada, no cubre el espectro temático ofrecido por los estudios reportados en el ámbito mencionado. Ya que los trabajos de Candela (1991, 1994, 1995, 1997, 2001), De la Chaussée y Candela (2000) y De la Chaussée (2000, 2001) reportan el estudio de temáticas —lenguaje, o discurso, la cognición contextualizada, la explicitación de la práctica docente— que pueden coincidir con las relativas a elementos sociales y culturales y, de la cotidianeidad. Maciel y Tecamachaltzi (1997), García y Calixto (1999) y López (1997) parecen ubicarse —aunque no del todo— en la temática correspondiente a la enseñanza y el cambio conceptual, ya que ofrecen estrategias pedagógicas fundamentadas en una perspectiva constructivista, la cual ha derivado en preocupaciones por la transformación conceptual.

El primero de estos trabajos se inserta de mejor manera en estas preocupaciones, ya que afirma la consecución de cambios en las conceptualizaciones de los estudiantes e involucra conceptos muy específicos como los relacionados con el "sistema solar". En cambio, el segundo, carece de una temática científica específica —"cromatografía de caramelos"— en lo conceptual y señala resultados conectados con el procedimiento —"estimulan la capacidad de observar"— y con aspectos conceptuales —"confrontan y contrastan ideas", "construyen explicaciones"—. En el tercero, si bien hay temáticas muy definidas para las distintas tareas, el esfuerzo se centra en la construcción de una habilidad cognitiva llamada "predicción" y señala las dificultades de hacerlo; a partir de actividades de enseñanza utilizadas en el aula, es decir, a partir de criterios pedagógicos.

Flores *et al.* (2000) y López *et al.* (2000) se insertan con sus trabajos en las preocupaciones de carácter cognitivo —concepciones de ciencia y aprendizaje— y su posible relación con la práctica docente, al tratar asuntos como las "creencias" sobre distintas cuestiones o las "metáforas" utilizadas por los profesores para describir su rol en la docencia. De esta manera quedan asuntos sin tratar como la metacognición, si bien los resultados de los estudios de Candela y De la Chaussée pueden utilizarse con este propósito al "concientizar" a los docentes de su actuar dentro del aula para su transformación. No se aborda plenamente el problema del cambio concep-

tual a través, por ejemplo, del conflicto cognitivo para el desarrollo de estrategias pedagógicas que promuevan el aprendizaje en una perspectiva constructivista. Sin embargo, quedan totalmente sin atender asuntos relacionados con la utilización de problemas numéricos rutinarios y el aprendizaje con comprensión de los conceptos, así como la interdependencia del desarrollo de habilidades cognitivas y la elaboración de conceptos por parte de los sujetos, en la enseñanza llevada al cabo en los laboratorios escolares.

Como puede notarse, los trabajos se concentran en unos pocos rubros y personas. Ahí donde hay investigación continuada, como es el caso de Candela y De la Chaussée, puede apreciarse la presencia de una línea permanente de investigación que utiliza "grupos naturales" para el estudio de los procesos cognitivos en una situación contextualizada —la del aula escolar—. Sus trabajos están claramente fundados en supuestos —construcción social del conocimiento— y teorías —discurso, teorización de la práctica, sociología del conocimiento— que permiten la comprensión de sus resultados y propuestas, así como la distinción entre la presentación de las actividades del profesor y la relación de los alumnos con el conocimiento presentado. De igual manera, estos trabajos están inscritos dentro de planteamientos metodológicos que recurren a técnicas de origen antropológico como la etnografía, ahora de uso muy extendido en educación, las cuales se han venido depurando en el momento de reportar para permitir la distinción entre el fenómeno y las elaboraciones teóricas a partir de éste. Las autoras han ofrecido resultados que permiten conocer el tipo de interacciones realizadas en el salón de clase en donde los estudiantes realizan interpretaciones del conocimiento diferentes a las ofrecidas por los docentes, éstos proporcionan las conclusiones a las que hay que llegar, las negociaciones entre significados que tienen lugar en los intercambios alumno-docente, la realización de preguntas pertinentes por parte de los alumnos y los cambios en la planeación original del tratamiento prefigurado por el profesor, a partir de la interacción efectuada por algunos alumnos y siguiendo su lógica. Todo ello de tal manera hasta reconocer ellas mismas que los resultados de la etnografía "sí se pueden utilizar en un proceso de mejoramiento de la práctica docente" —muy posiblemente a través de procesos metacognitivos utilizados con los profesores—.

En los casos del desarrollo de estrategias pedagógicas para la enseñanza de diversos contenidos, como las propuestas de Maciel Tecamachaltzi, García y Calixto, la asistencia de un marco teórico basado en el constructivismo, es claro. En el caso de los dos primeros autores, llama la atención que el trabajo desarrollado es con una población de niños de primaria cie-

gos y las ideas de los estudiantes sean consideradas como "teorías". Si bien es cierto que esta nomenclatura ha sido utilizada por algunos investigadores para denominar los "ideas" o "preconceptos de los estudiantes", ésta se encuentra muy cuestionada debido a la lejanía entre la naturaleza y características de las teorías científicas y, las "construcciones teóricas" de los alumnos. Utilizan una metodología desarrollada en los años setenta por Karplus, muy favorecida en su época e inspirada en los trabajos de Piaget, lo que indica claridad en la forma de proceder en la investigación. En lo referente a los resultados, sostienen que existen cambios en las conceptualizaciones de un estudiante, a partir de lo observado en clase.

Es difícil juzgar acerca de las diferencias encontradas en éstas, si no se proporcionan detalles de la manera de proceder para detectarlas y del tipo de registros posteriores a la estrategia pedagógica, como para poder establecer con claridad la naturaleza de unas y otras y su posible transformación. García y Calixto, también reportan las pretendidas bondades de una estrategia pedagógica. En ella no queda clara la posición constructivista, cuando se le mezcla con pronunciamientos acerca del aprendizaje —como "aprender a aprender", "redescubrimiento—" y del proceso —"revisión, elección, modificación, enriquecimiento y funcionalidad"— que no tienen una relación explícita con el conocimiento de conceptos y fenómenos; puesto que el constructivismo postula que para conocer hay que construir representaciones o estructuras acerca de algo —el objeto de conocimiento— y poder, así, interpretar la realidad para conocerla.

Los resultados presentados son muy difíciles de juzgar, debido a la falta de especificidad en las cuestiones relacionadas con la metodología. El análisis crítico de López sobre la construcción de habilidades o procesos científicos, aporta elementos para distinguir entre el ámbito de la filosofía de la ciencia y el de la práctica docente o pedagógica, así como argumentos para evocar habilidades como la "predicción" a partir de actividades prácticas de posible uso en el aula.

Los estudios sobre las concepciones y creencias de los profesores acerca de la naturaleza del conocimiento científico y el aprendizaje, como los de Flores *et al.* y López *et al.*, apenas empiezan en México. Sin embargo, ya es un avance el conocer el tipo de concepciones —empirismo, positivismo lógico y constructivismo; conductismo, cognoscitivismo y constructivismo— que los profesores pueden tener acerca de la ciencia y el aprendizaje.

Los desafíos que se presentan en la temática del currículo en proceso, tienen que ver, en primer lugar, con la expansión de las temáticas. Es difícil avanzar en la calidad de la enseñanza desarrollada en los salones de clase, si no se investiga el papel que pueden tener los procesos de metacognición,

para el mejoramiento de las interacciones profesor-alumno, el rol desempeñado por los profesores para desarrollar el aprendizaje de los alumnos y reconceptualizar la práctica docente. Asimismo, aspectos tan cotidianos e importantes en la lógica del desarrollo de las clases de ciencia, parece no ser todavía tocado por las investigaciones en este país: papel y naturaleza de las actividades de laboratorio y su relación con la construcción de habilidades y conceptos científicos, así como la naturaleza y rol de la resolución de problemas rutinarios y su vinculación con la elaboración de los conceptos desarrollados por la ciencia.

Estos desafíos también involucran aspectos relacionados con las temáticas aquí reportadas. Por lo que hace a los estudios de cognición contextualizada en el aula, si bien presenta bondades ya antes mencionadas, todavía no queda claro desde el punto de vista teórico a dónde apunta la descripción de las interacciones de clase en términos de la construcción del conocimiento escolar. Puede uno aceptar que el conocimiento se construye socialmente en el aula, pero qué características presenta éste por comparación con el conocimiento científico estándar o el expresado en los elementos estructurales de los *currícula* y, lo más importante, cómo se pueden acercar las construcciones de los conceptos y formas de proceder de los alumnos a los canónicos de la ciencia; si es que se acepta que uno de los propósitos de la ciencia escolar es el aprendizaje de la ciencia, entre otros aspectos.

Los estudios que presentan propuestas pedagógicas o didácticas, han adolecido —por la experiencia de ser dictaminador de ponencias en congresos nacionales— del ofrecimiento de pruebas de validación en la práctica de sus bondades; siendo generalmente "buenas" propuestas pero sólo en el papel; por lo que no se puede tomar ventaja del conocimiento de las restricciones que ofrecen en la práctica para su posible transformación.

En el caso de los estudios sobre concepciones y creencias de los profesores sobre lo que son la ciencia y el aprendizaje, falta todavía vincular la tipología que caracteriza tales concepciones, con el desempeño en la práctica; si bien todavía hacen falta mejores caracterizaciones de ellas y una mejor forma de plantear cómo es que los individuos o grupos presentan tales características.

REFERENCIAS

Agyris, C. y Schön, D. A. (1976). *Theory in Practice: Increasing Professional Effectiveness*, San Francisco, CA: Jossey-Baas.

Anyon, J. (1981). "Social Class and School Knowledge", en *Curriculum Inquiry,* 10*,* 55-76.

Baird, J. R. (1990). "Metacognition, Pursposeful Enquiry and Conceptual Change", en E. Hegarty-Hazel (ed.), *The Student Laboratory and the Science Curriculum*, pp. 183-200, Londres: Routledge.

Baird, J. R. (1994). Classroom Collaboration to Improve Teaching and Learning. *RefLecT: The Journal of Reflection in Learning and Teaching,* 1 (1), 20-34.

Baird, J. R. (1998). "A view of Quality in Teaching", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, vols. 1 y 2, pp. 153-167, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Baker, D. y Taylor, P. C. S. (1995). "The Effect of Culture on the Learning of Science in Non Western Countries: The Results of an Integrated Research Review", en *International Journal of Science Education,* 17, 695-704.

Banet, E. y Ayuso E. (2000). "Teaching Genetics at Secondary School: A Strategy for Teaching about the Location of Inheritance Information", en *Science Education,* 84, 313-351.

Bates, G. R. (1978). "The Role of the Laboratory in Secondary School Science Programs", en M. B. Rowe (ed.), *What Research Says to the Science Teacher*, pp. 55-82, Washington DC: National Science Teacher Association.

Black, P. (1995). "Assessment and Feedback in Science Education", en A. Hofstein, B. S. Nylon y G. Giddins (eds.), *Science Education: From Theory to Practice*, pp. 73-88, Rehoboth, Israel: Weizmann Institute of Science.

Bordieu, P. (1977). "Cultural Reproduction and Social Reproduction", en J. Karabel y A. H. Halsey (eds.), *Power and Ideology in Education*, pp. 487-511, Nueva York: Oxford University Press.

Bordieu, P. (1990). *The Logic of Practice*, Cambridge, UK: Polity Press.

Bordieu, P. y Wacquant, L. J. D. (1992). *An Invitation to Reflexive Sociology*, Chicago, IL: University of Chicago Press.

Brink, B. P. y Jones R. C. (1986). *Physical Science Standard,* 10, Juta, Cape Town, Sudáfrica.

Brookhart Costa, V. (1993). "School Science as a Rite of Pasaje: A New Frame for Familiar Problems", en *Journal of Research in Science Teaching,* 30, pp. 649-668.

Brown, J. S., Collins A. y Duguid, P. (1989). "Situated Cognition and the Culture of Learning", en *Educational Researcher,* 18(1)*,* 32-41.

Calderhead, J. y Gates, P. (eds.) (1993). *Conceptualizing Reflection in Teacher Development*, Londres: Falmer Press.

Campione, J. C.; Brown, A. L. y Connell, M. L. (1988). "Metacognition: On the Importance of Understanding What you are doing", en R. I. Charles y E. A. Silver (eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, vol. 3, pp. 93-114, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Candela, M. A. (1991). "Argumentación y conocimiento científico escolar", en *Infancia y Aprendizaje,* 55, 13-28.

Candela, M. A. (1994). "La enseñanza de la ciencia y el análisis del discurso", en M. Rueda, G. Delgado y Z. Jacobo (eds.), *La Etnografía en Educación. Panorama, prácticas y problemas*, pp. 149-169, México: CISE-UNAM.

Candela, M. A. (1995). "Transformaciones del conocimiento científico en el aula", en E. Rockwell (coord.), *La Escuela Cotidiana,* pp. 173-195, México: Fondo de Cultura Económica.

Candela, M. A. (1997). "Demonstrations and Problem-solving exercises in school science: their transformation within the Mexican elementary school classroom", en *Science Education,* 81(59)*,* 497-513.

Candela, M. A. (2001). "Earthly talk", en *Human Development,* 44, 119-125.

Carr, M.; Barrer, M; Bell, B. F.; Biddulph, F.; Jones, A.; Kirkwood, J.; Pearson, J. y Symington, D. (1994). "The Constructivist Paradigm and Some Implications for Science Content and Pedagogy", en P. Fensham, R. Gunstone y R. White (eds.), *The Content of Science*, pp. 147-160, Londres: Falmer Press.

Champagne, A. B.; Gunstone, R. F., y Klopfer, L.E. (1985). "Instructional Consequences of Students' Knowledge About Physical Phenomena", en L. H. T. West y A. L. Pines (eds.), *Cognitive Structure and Conceptual Change*, pp. 61-68, Nueva York: Academic Press.

Chi, M. T. H. (1992). "Conceptual Change Within and Across Ontological Categories: Examples from Learning and Discovery in Science", en R. Giere (ed.), *Cognitive Models of Science: Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, pp. 129-186, Minneapolis, MN: University of Minnesota Press.

(s/a) (1987). Children's Learning in Science Project. *Approaches to Teaching the Particulate Theory of Matter*. Leeds, UK: University of Leeds.

Clement, J. (1981). "Solving Problems with Formulas: Some Limitations", en *Engineering Education,* 72, 158-162.

Clement, J. (1993). "Dealing with Students' Preconceptions in Mechanics", en J. D. Novak (ed.), *Proceedings of the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*. Ithaca, NY: Misconceptions Trust. (http://www2ucsc.edu/mlrgarticles.html).

Cobb, P. (1994). "Where is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development", en *Educational Researcher,* 23 (7), 13-20.

Contreras, A. (1993). "The Situated Nature of Middle School Science Teaching: An Interpretive Study in a Ninth Grade Classroom", en ponencia presentada

en la *Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching*, Boston, MA.

De la Chaussée, M. E. (2000). *Los alumnos y la construcción de la química orgánica en dos facultades de química públicas mexicanas*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Iberoamericana Plantel Golfo Centro, México. pp. 274.

De la Chaussée, M. E. (2001). "La analogía para el uso de los libros de química orgánica en el nivel de educación superior", en J. González, O. Hernández y R. Reyes, *Segundo Foro Estatal de Investigación Educativa* (Puebla), pp. 197-218, México: SEP.

De la Chaussée, E. y Candela, M. A. (2000). "La analogía como recurso discursivo docente en la construcción universitaria de significados de química", en M. Rueda y F. Díaz (comps.), *Evaluación de la Docencia,* pp. 209-229, México: Paidós Educador.

Deacon, J. (1989). "Forces which Shape the Practices of Exemplary High School Physics Teachers", en K. Tobin y B. J. Fraser (eds.), *Exemplary Practice in Science and Mathematics Education*, pp. 59-67, Perth, Australia: Curtin University of Technology.

Dekkers, P. J. J. M. y Thijs, G. D. (1993). "Effectiveness of Practical Work in the Remediation of Alternative Conceptions in Mechanics with Students in Botswana", presentado en el *Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, Ithaca, NY: Cornell University.

Dewey, J. (1933). *How We Think*, Nueva York: Heath.

DiSessa, A. A. (1988). "Knowledge in Pieces", en G. Forman y P. Putall (eds.), *Constructivism in the Computer Age*, pp. 49-70, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlabaum.

Dreyfus, H. L. (1992). *What Computers Still Can't Do? A Critique of Artificial Reason*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology Press.

Driver, R. (1995). "Constructivist Approaches to Science Teaching", en L. P. Steffe y J. Gale (eds.), *Constructivism in Education*, pp. 385-400, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Driver, R.; Asoko H.; Leach, J.; Mortimer, E. y Scott, P. (1994). "Constructing Scientific Knowledge in the Classroom", en *Educational Researcher*, 23 (7), 5-12.

Driver, R. y Scott, P. H. (1996). "Curriculum Development as Research: A Constructivist Approach to Science Curriculum Development and Teaching", en D. Treagust, R. Duit y B. Fraser (eds.), *Improving Teaching and Learning in Science and Mathematics*, pp. 94-108, Teachers College, Columbia University.

Dupin, J. J. y Joshua, S. (1987). "Analogies and "Modelling Analogies" in Teaching some Examples in Basic Electricity", en *Science Education,* 73, 791-806.

Duschl, R. A. (1990). *Restructuring Science Education: The Importance of Theories and Their Development*. Nueva York: Teachers College Press.

Dykstra, D. I., Boyle, C. F. y Monarch, I. A. (1992). "Studying Conceptual Change in Learning Physics", en *Science Education,* 76, 615-652.

Eckert, P. (1990). "Adolescent Social Categories. Information and Science Learning", en M. Gardner, J. G. Greeno, F. Reif, A. H. Schoenfeld, A. diSessa y E. Stage (eds.), *Toward a Scientific Practice o Science Education*, pp. 203-217. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.

Erickson, F. y Schultz, J. (1992). "Students' Experience of the Curriculum", en P. W. Jackson (ed.), *Handbook of Research on Curriculum*, pp. 465-485, Nueva York: Macmillan.

Eylon B. S. y Linn M. C. (1988). "Learning and Instruction: An Examination of Four Research Perspectives in Science Education", en *Review of Educational Research,* 58, 251-301.

Flavell, J. H. (1976). "Metacognitive Aspects of Problem Solving", en L. B. Resnick (ed.), *The Nature of Intelligence*, pp. 231-235, Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum.

Flores F., López A., Gallegos L. y Barojas J. (2000). "Transforming Science and Learning Concepts of Physics Teachers", en *International Journal of Science Education,* 22 (2), 197-208.

Friedler, Y., Nachmias, R. y Linn, M. C. (1990). "Learning Scientific Reasoning Skills in Microcomputer-Based Laboratories", en *Journal of Research in Science Teaching,* 27, 173-191.

Gallagher, J. J. (1989). "Research on Secondary School Science Teacher Practices, Knowledge and Beliefs: A Basis for Restructuring", en M. L. Matyas, K. Tobin y B. J. Fraser (eds.), *Looking into Windows: Qualitative Research in Science Education*, pp. 43-57, Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

García, M. y Calixto, R. (1999). "Actividades experimentales para la enseñanza de las ciencias naturales en la educación básica", en *Perfiles Educativos,* 21 (83-84), 105-118.

Gee, J. P. (1990). *Social Linguistics and Literacies: Ideology in Discourses,* Nueva York: Falmer Press.

Giddins, G. J., Hofstein A. y Lunetta, V. N. (1991). "Assessment y Evaluation in the Science Laboratory", en B. Woolnough (ed.), *Practical Science: The Role and Reality of Practical Work in School Science*, pp. 166-177, Milton Keynes, UK: Open University Press.

Gunstone, R. F. (1992). "Constructivism and Metacognition: Theoretical Issues and Classroom Studies", en R. Duit, F. Goldgerg y H. Niedderer (eds.), *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, pp. 129-140, Kiel, Germany: Institute for Science Education at the University of Kiel.

Gunstone, R. F. (1994). "The Importance of Specific Scientific Science Content in the Enhancement of Metacognition", en P. Fensham, R. Gunstone y R. White

(eds.), *The Content of Science: A Constructivist Approach to its Teaching and Learning*, pp. 131-146, Londres: Falmer Press.

Gustafson, B. J. (1991). "Thinking About Sound: Childrens' Changing Conceptions", en *Qualitative Studies in Education,* 4, 203-214.

Hammer, D. (1989). "Two Approaches to Learning Physics", en *The Physics Teacher*, 27, 664-670.

Hauslein, P. L. y Smith M. U. (1995). "Knowledge Structures and Successful Problem Solving", en D. R. Lavoie (ed.), *Toward a Cognitive-Science Perspective for Scientific Problem Solving,* pp. 51-79, Monograph of the National Association for Research in Science Teaching, núm. 7, Manhattan, KS: Ag Press.

Heid, M. K. y Zbiek, R. M. (1995). "A Technology-Intensive Approach to Algebra", en *The Mathematics Teacher,* 88, 650-656.

Helgeson, S. L. (1993). *Assessment of Science Teaching and Learning Outcomes*. Columbus, OH: National Center for Science Teaching and Learning, Ohio State University.

Heller, P. y Hollabaugh, M. (1992). "Teaching Problem Solving Through Cooperative Grouping, Part 2, Designing Problems and Structuring Groups", en *American Journal of Physics,* 60, 737-644.

Hesse, J.J. III y Anderson, C. W. (1992). "Students' Conceptions of Chemical Change", en *Journal of Research in Science Teaching,* 29, 277-299.

Hewson, M. G. A'B. (1988). "The Ecological Context of Knowledge: Implications for Learning Science in Developing Countries", en *Journal of Curriculum Studies,* 20, 317-326.

Hewson, P. W. (1981). "A Conceptual Change Approach to Learning Science", en *European Journal of Science Education,* 3, 383-396.

Hewson, P. W. (1982). "A Case Study of Conceptual Change in Special Relativity: The Influence of Prior Knowledge in Learning", en *European Journal of Science Education,* 4, 61-78.

Hewson, P., Beeth, M. y Thorley, R. (1998). "Teaching for Conceptual Change", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 199-218, vols. 1 y 2, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hewson P. W. y Hewson, M. G. (1992). "The Estatus of Students' Conceptions", en R. Duit, F. Goldberg y H. Niedderer (eds.), *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, pp. 59-73, Kiel, Germany: Institute for Science Education at the University of Kiel.

Hewson, P. W. y Thorley, N. R. (1989). "The Conditions of Conceptual Change in the Classroom", en *International Journal of Science Education,* 11, 541-553.

Hobden, P. (1998). "The Role of Routine Problem Tasks in Science Teaching", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 219-231, vols. 1 y 2, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hofstein A. y Lunetta, V. N. (1982). "The Role of the Laboratory in Science Teaching: Neglected Aspects of Research", en *Review of Educational Research,* 52, 201-217.

Jiménez-Aleixandre, M. P. (1992). "Thinking About Theories or Thinking with Theories?: A Classroom Study with Natural Selection", en *International Journal of Science Education,* 14, 51-61.

Jordan K. y Linch, M. (1993). "The Mainstreaming of a Molecular Biology Tool: A Case Study of a New Technique", en G. Button (ed.), *Technology in Working Order: Studies of Work, Interaction and Technology,* pp. 162-178, Londres: Routledge.

Joshua S. y Dupin, J. (1991). "Physics Class, Exercises can also Cause Problems", en *International Journal of Science Education,* 13, 291-301.

Katu, N., Lunetta, V. N. y van der Berg, E. (1993). "Teaching Experiment Methodology in the Study of Electricity Concepts", ponencia presentada en el *Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, Ithaca, NY: Cornell University.

Khun, D.; Amsel, E. y O'Loughlin, M. J. (1988). *The Development of Scientific Thinking Skills*. San Diego, CA: Academic Press.

Krajcik, J. S.; Blumenfeld, P.; Marx, R. W. y Soloway, E. (1994). "A Collaborative Model for Helping Middle Grade Science Teachers Learn Project-Based Instruction", en *Elementary School Journal,* 94, 483-497.

Larochelle M. y Desautels, J. (1992). "The Epistemological Turn in Science Education: The Turn of the Actor", en R. Duit, F. Goldberg y H. Niedderer (eds.), *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, pp. 155-175, Kiel, Germany: Institute for Science Education at the University of Kiel.

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind Mathematics and Culture in Every Day Life*, Cambridge University Press, UK.

Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*, Cambridge, UK: University Press.

Lee, O., Fradd, S. H. y Sutman, F. X. (1995). "Science Knowledge and Cognitive Strategy Use Among Culturally and Linguistically Diverse Students", en *Journal of Research in Science Teaching,* 32, 797-816.

Lemke, J. L. (1990). *Talking Science: Language, Learning and Values*, Norwood, N. J.: Ablex Publishing.

Lemke, J. L. (1995). *Textual Politics: Discourse and Social Dynamics*. Londres: Taylor y Francis.

López, A. (1997). "Evocando habilidades científicas mediante actividades prácticas: problemas", en G. Waldegg y D. Block (coord.), *Estudios en Didáctica*, pp. 153-160, México, Consejo Mexicano de Investigación Educativa y Grupo Editorial Iberoamérica.

López, A. D.; Flores, F. y Gallegos, L. (2000). "La formación de docentes en física para el bachillerato. Reporte y reflexión sobre un caso", en *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* 5 (9), 113-135.

Lunetta, V. N. (1990). "Cooperative Learning in Science, Mathematics and Computer Problem-Solving", en M. Gardner, J. Greeno, F. Reif, A. Schoenfeld, A. diSessa y E. Stage (eds.), *Toward a Scientific Practice of Science Education*, pp. 235-249, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lunetta, V. N. (1998). "The School Science Laboratory: Historical Perspectives and Contexts for Contemporary Teaching", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, vols. 1 y 2, pp. 249-262, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lunetta V. N. y Hofstein, A. (1991). "Simulation and Laboratory Practical Activity", en B. Woolnough (ed.), *Practical Science: The Role and Reality of Practical Work in School Science*, pp. 125-137, Milton Keynes, UK: Open University Press.

Lunetta y Tamir, (1979). "Matching Lab Activities with Teaching Goals", en *The Science Teacher,* 46 (5), 22-24.

Maciel, S. y Tecamachaltzi, V. (1997). "Una experiencia de trabajo constructivo con alumnos ciegos de nivel primaria: los astros", en G. Waldegg y D. Block (coords.), *Estudios en Didáctica*, pp. 145-152, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa y Grupo Editorial Iberoamérica.

McRobbie, C. y Tobin, K. (1995). "Restraints to Reform: The Congruence of Teacher and Student Actions in chemistry Classroom", en *Journal of Research in Science Teaching*, (32), 373-385.

Metz, K. E. (1995). "Reassessment of Developmental Constraints on Children's Science Instruction", en *Review of Educational Research,* 65, 93-127.

Millar, R. y Driver, R. (1987). "Beyond Processes", en *Studies in Science Education,* 14, pp. 33-62.

Minstrell, J. (1982). "Explaining the 'At Rest' Condition of an Object", en *Physics Teacher,* 20, 10-14.

Munby, H. y Russell, T. (1992). "Frames of Reflection: An Introduction", en T. Russell y H. Munby (eds.), *Teachers and Teaching: From Classroom to Reflection*, pp. 1-8, Londres: Falmer Press.

Nelson, T. O. (1992). *Metacognition: Core Readings*, Boston, MA: Allyn y Bacon.

Newman, D.; Griffin, P. y Cole, M. (1989). *The Construction Zone: Working for Cognitive Change in School*, Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Noddings, N. (1988). "Preparing Teachers to Teach Mathematical Problem Solving", en R. I. Charles y E. A. Silver (eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*, vol. 3, pp. 245-258, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Nussbaum, J. y Novick, S. (1982). "Alternative Frameworks, Conceptual Conflict and Accomodation: Toward a Principled Teaching Strategy", en *Instructional Science,* 11, 183-200.

Orgunniyi, M. B. (1988). "Adapting Western Science to Traditional African Culture", en *International Journal of Science Education,* 10, 1-9.

Osborne, J. (1990). "Sacred Cows in Physics. Towards a Redefinition of Physics Education", en *Physics Education,* 25, 189-196.

Phillips, D. C. (1995). "The Good, the Bad and the Ugly: The Many Faces of Constructivism", en *Educational Researcher,* 24 (7), 5-12.

Pickering, M. (1990). "Further Studies on Concept Learning versus Problem Solving", en *Journal of Chemical Education,* 67, 254-255.

Pintrich, P. R.; Marx, R. W. y Boyle, R. A. (1993). "Beyond Conceptual Change: The Role of Motivational Beliefs and Classroom Contextual Factors in the Process of Conceptual Change", en *Research of Educational Research,* 63, 167-199.

Pintrich, P. R. y Schrauben, B. (1992). "Students' Motivational Beliefs of Their Cognitive Engagement in Classroom Academic Tasks", en D. H. Schunk y J. L. Meece (eds.), *Student Perceptions in the Classroom*, pp. 149-183, Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.

Pogge, A. F. y Lunetta, V. N. (1987). "Spreadsheets Answer "What if…?", en *The Science Teacher,* 54 (8), 46-49.

Posner, G.; Strike, K.; Hewson, P. y Gertzog, W. (1982). "Accomodation of a Scientific Conception: Toward a Theory of Conceptual Change", en *Science Education,* 66, 211-227.

Quin, Z.; Johnson D. W. y Johnson, R. T. (1995). "Cooperative *versus* Competitive Efforts and Problem-Solving", en *Review of Educational Research,* 65, 129-143.

Reif, F. (1981). "Teaching Problem Solving. A Scientific Approach", en *The Physics Teacher,* 19, 310-316.

Reusser, K. (1988). "Problem Solving Beyond the Logic of Things: Contextual Effects on Understanding and Solving Word Problems", en *Instructional Science,* 17, 309-338.

Ritchie, S. M.; Tobin, K. y Hook, K. S. (1997). "Viability of Mental Models in Learning Chemistry", en *Journal of Research in Science Teaching,* 34, 223-238.

Roth, W. M. (1994). "Student Views of Collaborative Concept Mapping: An Emancipatory Research Project", en *Science Education,* 78, 1-34.

Roth, W. M. (1995a). "Affordances of Computers in Teacher-Student Interactions: The Case of Interactive Physics™", en *Journal of Research in Science Teaching,* 32, 329-347.

Roth, W. M. (1995b). *Authentic School Science: Knowing and Learning in Open-Inquiry Science Laboratories*, Dordretch, The Netherlands: Kluwer.

Roth, W. M. (1996). "Art and *Artifact* of Chidren's Designing: A Situated Cognition Perspective", en *The Journal of Learning Sciences,* 5, 129-166.

Roth, W. M. (1998). "Teaching and Learning as Everyday Activity", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, vols. 1 y 2, pp. 169-181, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Roth, W. M. y Bowen, G. M. (1995). "Knowing and Interacting: A Study of Culture, Practices and Resources in a Grade 8 Open-Inquiry Science Classroom Guided by a Cognitive Apprenticeship Metaphor", en *Cognition and Instruction,* 13, 73-128.

Roth, W. M. y Roychoudhury, A. (1992). "The Social Construction of Scientific Concepts, or The Concept Map as Conscription Device and Tool for Social Thinking in High School Science", en *Science Education,* 76, 531-557.

Roth, W. M. y Roychoudhury, A. (1994). "Student Views about Knowing and Learning Physics", en *Journal of Research in Science Teaching,* 31, 5-30.

Russell, T. (1993). "Learning to Teach Science: Constructivism, Reflection and Learning from Experience", en K. Tobin (ed.), *The Practice of Constructivism in Science Education*, pp. 247-258, Washington, D. C.: AAAS Press.

Samarapungavan, A. (1993). "What Children Know About Metascience", en J. D. Novak (ed.), *Proceedings of the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, Ithaca, NY: Misconceptions Trust, (electronically accessed at website *http://www2.ucsc.edu/mlrg/mlrgarticles.html*).

Schoenfeld, A. H. (1988). "When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of Well-Taught Mathematics Courses", en *Educational Psychologist,* 23, 146-166.

Schoenfeld, A. H. (1992). "Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics", en D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 334-370, Nueva York: Macmillan.

Schön, D. A. (1987). *Educating the Reflective Practitioner*, San Francisco, CA: Jossey-Baas.

Schön, D. A. (1988). "Coaching Reflective Teaching", en P. P. Grimmett y G. L. Erickson (eds.), *Reflection in Teacher Education*, pp.19-29, Nueva York: Teachers College Press.

Scott, P. H. (1987). "The Process of Conceptual Change in Science: A Case Study of the Development of a Secondary Pupil's Ideas Relating to Matter", en J. D. Novak (ed.), *Proceedings of the Second International Seminar: Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, pp. 404-419, Ithaca, NY: Cornell University.

Scott, P. H.; Asoko H. M. y Driver, R. H. (1992). "Teaching for Conceptual Change: A Review of Strategies, en R. Duit, F. Goldberg y H. Niedderer (eds.),

Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies, pp. 310- 329, Kiel, Germany: Institute for Science Education at the University of Kiel.

Scott, P.; Asoko, H.; Driver, R., y Emberton, J. (1994). "Working from Children's Ideas: Planning and Teaching a Chemistry Topic from a Constructivist Perspective", en P. Fensham, R. Gunstone y R. White (eds.), *The Content of Science: A Constructivist Approach to its Teaching and Learning*, pp. 201-220, Washington: The Falmer Press.

Shulman, L. S. (1987). "Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform", en *Harvard Educational Review,* 57, 1-22.

Smith, E. L. (1987). "What Besides Conception Needs to Change in Conceptual Change Learning?", en J. D. Novak (ed.), *Proceedings of the Second International Seminar. Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*, pp. 424-433, Ithaca, NY: Cornell University.

Smith, E. L.; Blakeslee, T. D. y Anderson, C. W. (1993). "Teaching Strategies Associated with Conceptual Change Learning in Science", en *Journal of Research in Science Teaching,* 30, 111-126.

Stenberg, R. J. y Davidson, J. E. (1994). "Problem Solving", en M. C. Alkin (ed.), *Encyclopedia of Educational Research*, pp. 1037-1045, Nueva York: Macmillan.

Stenhouse, L. (1975). *An Introduction to Curriculum Research and Development*, Londres: Heinenmann.

Strike, K. A. y Posner, G. J. (1985). "A conceptual Change View of Learning and Understanding", en L. H. T. West y A. L. Pines (eds.), *Cognitive Structure and Cognitive Change*, pp. 211-231, Orlando, FL: Academic Press.

Strike, K. A. y Posner, G. J. (1992). "A Revisionist Theory of Conceptual Change", en R. A. Duschl y R. J. Hamilton (eds.), *Philosophy of Science, Cognitive Psychology, and Educational Theory and Practice*, pp. 147-176, Albany, N. Y.: State University of New York Press.

Sawrey, B. A. (1990). "Concept Learning versus Problem Solving: Revisited", en *Journal of Chemical Education,* 67, 253-254.

Sweller, J. (1989). "Cognitive Technology: Some Procedures for Facilitating Learning and Problem Solving in Mathematics and Science", en *Journal of Educational Psychology,* 81, 457-466.

Tamir, P. y Lunetta, V. N. (1981). "Inquired Related Tasks in High School Science Laboratory Handbooks", en *Science Education,* 65, 477-484.

Tasker, R. (1981). "Childrens' Views and Classroom Experiences", en *Australian Science Teachers Journal,* 27, 33-37.

Thagard, P. (1992). *Conceptual Revolutions*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

Thijs, G. D. (1992). "Evaluation of an Introductory Course on "Force" Considering Students' Preconceptions", en *Science Education,* 76, 155-174.

Tobin, K. (1996). "Cultural Perspectives on the Teaching and Learning of Science", en M. Ogawa (ed.), *Traditional Culture, Science and Technology and Development. Toward a New Literacy for Science and Technology*, pp. 75-99, Mito City, Japón: University of Ibaraka.

Tobin, K. (1998). "Issues and Trends in the Teaching of Science", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, vols. 1 y 2, pp. 129-151, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tobin, K. y Gallagher, J. J. (1987a). "The Role of Target Students in the Science Classroom", en *Journal of Research in Science Teaching,* 24, 61-75.

Tobin, K. y Gallagher, J. J. (1987b). "What Happens in High School Science Classrooms?", en *Journal of Curriculum Studies,* 19, 549-560.

Tobin, K.; Kahle, J. B. y Fraser, B. J. (eds.) (1990). *Windows into Science Classrooms: Problems Associated with Higher-Level Learning*, Londres: Falmer Press.

Tobin, K. y McRobbie, C. J. (1996). "Cultural Miths as Restraints to the Enacted Science Currículum", en *Science Education,* 80, 223-241.

Tobin, K., McRobbie, C. J. y Anderson, D. (1997). "Dialectical Constraints to the Discursive Practices of a High School Physics Community", en *Journal of Research in Science Teaching,* 34, 491-507.

Tobin, K. y Tippins, D. (1993). "Constructivism as a Referent for Teaching and Learning", en K. Tobin (ed.), *The Practice of Constructivism in Science Education,* pp. 3-21, Washington DC: AAAS Press.

Tobin, K.; Tippins, D. y Gallard, A. J. (1994). "Research on Instructional strategies for Teaching Science", en D. L. Gabel (ed.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning*, pp.45-93, Nueva York: Macmillan.

Tobin, K, Tippins, D. J. y Hook, K. S. (1994). "Referents for Changing a Science Curriculum: A Case Study of One Teacher's Change in Beliefs", en *Science Education,* 3, 245-264.

Trumper, R. (1990). "Being Constructive: An Alternative Approach to the Teaching of the Energy Concept, part I", en *International Journal of Science Education,* 12, 343-354.

Trumper, R. (1991). "Being Constructive: An Alternative Approach to the Teaching of the Energy Concept, part II", en *International Journal of Science Education,* 13, 1-10.

Van der Berg, E. y Giddins, G. (1992). *Laboratory Practical Work: An Alternative View of Laboratory Teaching*, Perth, Australia: Curtin University of Technology.

Van der Berg, E.; Katu, N. y Lunetta, V. N. (1994). "The Role of 'Experiments' in Conceptual Change", *ponencia presentada en la Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching*, Anaheim, CA.

Van Heuvelen, A. (1992). "Models of Learning and Teaching", en D. Grayson (ed.), *Workshop on Research in Science and Mathematics Education*, pp. 56-67,

Cathedral Peak, Sudáfrica: South African Association for Research in Mathematics and Science Education.

Watts D. M. y Gilbert, J. K. (1989). "The 'New Learning' Research, Development and the Reform of School Science Education", en *Studies in Science Education,* 16, 75-121.

Webb, J. (1988). "Problem Solving in South Africa", en H. Burkhard, S. Groves, A. Schoenfeld y K. Stacey (eds.), *Problem Solving: A World View. Proceedings of the Problem Solving Theme Group, 5th International Congress on Mathematical Education*, pp. 160-165, Nottingham, UK: Shell Center for Mathematical Education, University of Nottingham.

White, R. (1996). *Barriers to Learning Science: Bridging Gaps Between the Languages of the Home and School Science Classrooms*, Tallahassee, FL: Florida State University.

White, R. T. y Gunstone R. F. (1989). "Metalearning and Conceptual Change", en *International Journal of Science Education,* 11, 577-586.

White R. T. y Gunstone, R. F. (1992). *Probing Understanding*. Londres; Falmer Press.

CAPÍTULO 2

CONCEPCIONES, CAMBIO CONCEPTUAL, MODELOS DE REPRESENTACIÓN E HISTORIA Y FILOSOFÍA EN LA ENSEÑANZA DE LA CIENCIA

Leticia Gallegos Cázares y
Fernando Flores Camacho[21]

INTRODUCCIÓN

La temática de esta sección tiene que ver con los aspectos de construcción, comprensión y representación del conocimiento que es elaborado y transformado por los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Es una de las líneas que en los últimos años ha recibido mayor atención por la comunidad internacional, pero también, una de las más complejas porque implica la construcción de referentes teóricos para poder comprender los problemas y procesos que en la enseñanza de la ciencia enfrentan alumnos y profesores.

[21] Un reconocimiento especial para: Elena Calderón Canales, Rigoberto León Sánchez y Aída Sandoval Montaño por su importante apoyo en la elaboración de este documento.

Dada la amplitud de esta sección, y para dar cuenta de los enfoques actuales se presenta una visión resumida y sintética de la perspectiva internacional, dividiendo en ejes temáticos las principales líneas de investigación y sus resultados más relevantes. Con ello se pretende mostrar, a grandes rasgos, las tendencias que han aparecido en los últimos diez años, en un campo que cuenta con más de treinta años de haberse iniciado con el enfoque actual, es decir, con el constructivismo.

Posteriormente se mostrará lo que ha sido posible recopilar de la investigación educativa nacional en esos mismos diez años. Se hace un recuento de cada una de las investigaciones y se ubican en los rubros correspondientes a los internacionales, con el fin de poder tener elementos de comparación que sirvan de indicadores de cómo se encuentra la investigación mexicana en este campo.

Finalmente, se apuntarán algunas consideraciones de los avances y perspectivas que permiten diagnosticar el estado actual de conocimiento en los aspectos de aprendizaje (concepciones y cambio conceptual), modelos de representación y de la historia y la filosofía en la enseñanza de la ciencia.

LA PERSPECTIVA INTERNACIONAL

La visión constructivista de la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias ha tenido un gran impulso a partir del reconocimiento de las concepciones alternativas o ideas previas, este desarrollo también llega hasta la década 1992-2002. Del tipo de investigaciones que se han llevado a cabo se destacan las que tienen que ver con la construcción de modelos de representación de los procesos conceptuales, las de cambio conceptual, así como las que analizan la historia y la epistemología de la ciencia para encontrar referentes de interpretación de procesos y dificultades en la comprensión de los conceptos científicos. Menos atención ha recibido el proceso de enseñanza y, sobre todo, el desarrollo de estrategias para el aula.

Algunas de las principales líneas de investigación de la última década son las siguientes:

1) Propiedades de las concepciones.

2) Las concepciones epistemológicas de los alumnos.

3) Construcción de modelos de representación.

4) Las ideas de los profesores de ciencia.

5) Replanteamiento de los modelos de cambio conceptual.
6) La historia en la enseñanza de la ciencia.

Propiedades de las concepciones

Durante la década de los noventa se desarrolló una serie de investigaciones alrededor de las ideas de los estudiantes, que pueden agruparse de acuerdo con los siguientes tres rubros (Martínez, 1999):

1) *Estructuración implícita.* Las ideas que los alumnos manifiestan, no son en sí mismas las concepciones que éstos poseen sino sus manifestaciones externas mediadas por el contexto o la tarea. Se plantea, así, el concepto de *teoría implícita* con el que pretende describir el trasfondo subyacente a las creencias que mantienen las personas en su pensamiento ordinario. Las concepciones de los estudiantes son una forma de conceptualización ante una cierta situación de sus teorías implícitas. Estas teorías implícitas tienen paralelismos con las *concepciones alternativas* en el ámbito de los contenidos científicos.
2) *Diversidad-coexistencia.* Marton (1981) menciona la existencia de variaciones en las concepciones de los sujetos para un mismo fenómeno en función del contexto involucrado. Linder (1993) denomina a esto *dispersión conceptual* y se refiere a ella cuando se sugiere la posibilidad de que puedan coexistir, en un mismo alumno, distintas concepciones que compiten ante una situación determinada. Con la coexistencia de concepciones los individuos comparten una visión científica y una intuitiva incluso, desde una fase anterior a la escolar, un mismo alumno puede compartir diversos esquemas alternativos sobre el mismo tópico.
3) *Sistematicidad-homogeneidad* limitada. Se considera que las ideas previas no tienen un nivel de homogeneidad y estructuración semejante al de las teorías científicas, pero tampoco se consideran tan fragmentarias y dispersas. Por ejemplo, Pozo, Gómez y Sanz (1999) establecen la coexistencia de una serie de formas de razonamiento con un cierto grado de generalidad, que explicaría las regularidades encontradas en el pensamiento intuitivo en diferentes situaciones. Algunas de estas formas de razonamiento que señalan Campanario y Otero (2000) y Martínez (1999) son:

    a) Reducción en el número de variables.
    b) Una causa sólo tiene un efecto.
    c) Ausencia de reciprocidad o retroacción en las relaciones.

d) Tendencia a explicar los cambios y no los estados.
e) Escaso nivel de cuantificación de las relaciones.
f) Ausencia de conservación en las transformaciones.
g) Atención a las propiedades más llamativas y superficiales de los sistemas más que a las características funcionales.
h) Abordar los problemas de acuerdo con los conocimientos que más se dominan, no necesariamente con los más relevantes para su solución.
i) Concebir un estado de equilibrio como algo estático; los equilibrios dinámicos son difíciles de representar.
j) La causalidad es, con frecuencia, la base del razonamiento de los alumnos.
k) El principio de causalidad se suele utilizar de manera lineal siguiendo la regla de mayor causa, mayor efecto.
l) Se intenta encontrar algún tipo de semejanza entre las causas y los efectos.
m) De entre las causas posibles de un cambio se suelen tener en cuenta las más accesibles y aquellas que se recuperan más fácilmente de la memoria.
n) Las causas que no se perciben directamente o con dificultad y resultan difíciles de concebir, a menudo no se tienen en cuenta en el análisis de las situaciones abiertas.
o) Ante fenómenos desconocidos se aplican modelos correspondientes a fenómenos conocidos con los que exista algún tipo de semejanza.
p) Atribuir propiedades anímicas a objetos o seres que no pueden tenerlos.
q) Cuando en un fenómeno complejo actúan varias causas de forma interactiva se tiende a concebir su efecto de manera aditiva.
r) Existen excepciones a todo tipo de reglas, incluso cuando las reglas son generales y sirven para todas las situaciones.
s) Acumulación de pequeñas explicaciones no totalmente satisfactorias que constituye una explicación global aceptable.

En cuanto a las características principales de las ideas previas se encuentran las siguientes: (Pozo *et al.*, 1991; Wandersee, Mintzes y Novak, 1994; Gallegos, 1998).

- Los estudiantes llegan a las clases de ciencia con un conjunto diverso de ideas previas relacionadas a fenómenos, objetos y conceptos científicos.

- Las ideas previas de los estudiantes se encuentran presentes de manera semejante en diversidad de edades, género y cultura.
- Las ideas previas son de carácter implícito, esto es, en la mayoría de los casos los estudiantes no llevan a cabo una "toma de conciencia" de sus ideas y explicaciones.
- Las ideas previas corresponden a conceptos y no a eventos; se encuentran, por lo general, indiferenciadas, es decir, presentan confusiones cuando son aplicadas a situaciones específicas.
- Las ideas previas son generadas a partir de procesos donde los cambios son evidentes, mientras que aspectos estáticos pasan, usualmente, desapercibidos.
- Buena parte de las ideas previas son elaboradas a partir de un razonamiento causal directo, en el cual, el cambio en un efecto es directamente proporcional al cambio en su causa.
- Las ideas previas en un mismo alumno pueden ser contradictorias cuando se aplican a contextos diferentes (por ejemplo aire y agua).
- Las ideas previas no se modifican por medio de la enseñanza tradicional de la ciencia.
- Las ideas previas guardan ciertas semejanzas con ideas que se han presentado en la historia de la ciencia.
- Los orígenes de las ideas previas se encuentran en las experiencias de los sujetos con relación a fenómenos cotidianos, en la correspondencia de interpretación con sus pares y en la enseñanza que han recibido en la escuela.
- Los profesores, en buena medida, comparten las ideas previas de los alumnos.
- Las ideas previas interfieren con lo que se enseña en la escuela teniendo como resultado que el aprendizaje sea deficiente, con importante pérdida de coherencia.
- Es posible modificar las ideas previas por medio de estrategias orientadas al cambio conceptual.

Las concepciones epistemológicas de los alumnos

Otra línea de investigación que en la última década se ha desarrollado es la que corresponde a las ideas de los alumnos sobre la ciencia. Los alumnos

mantienen concepciones y creencias sobre la naturaleza de la ciencia y del conocimiento científico y, además, sobre sus procesos y productos de aprendizaje, es decir, tienen sus propias concepciones epistemológicas (Ryan y Aikenhead 1992, Gaskell 1992, Désautels y Larochelle, 1998).

De los estudios realizados mencionamos a continuación algunas de las conclusiones más relevantes:

- Los alumnos tienden a considerar que el conocimiento científico está fundamentado principalmente, en el estudio objetivo de determinados hechos (Roth y Roychoudhury, 1994). Según esta creencia, el papel de la observación en la producción del conocimiento científico es fundamental. El conocimiento se acerca cada vez más a la verdad absoluta y su articulación se lleva a cabo en torno a leyes que existen independientemente de que los científicos las descubran.
- El conocimiento científico en general y, el relativo a la física en particular, se conciben como una construcción de fórmulas y símbolos (Hammer, 1994).
- Los alumnos conciben a la física como un conjunto de elementos separados sin que se espere una coherencia global. La mayoría de los alumnos piensa que la física estaría orientada hacia resultados específicos, más que hacia principios generales (DiSessa, 1993).
- Los alumnos generalmente tienen una visión ritualista del trabajo experimental, en vez de considerarlo como una actividad racional relacionada directamente con la producción del conocimiento (Larochelle y Désautels, 1991).
- La relación entre el pensamiento científico y la realidad cotidiana es escasa (Touger, Dufresne, Gerace, Hardiman y Mestre, 1995).
- Al igual que con las ideas previas, las concepciones epistemológicas contienen puntos de vista inconsistentes entre sí, sin que los alumnos sean conscientes de ello.
- Los estudiantes poseen una concepción naturalista de las leyes. Pero, por otra parte, suponen que las teorías son contingentes y sujetas a cambio: "las teorías cambian todo el tiempo" (Lederman, 1995).
- Para muchos estudiantes, la observación consiste en percibir un objeto o un fenómeno que existe *per se*, aunque dicha actividad esté motivada por las ideas y el conocimiento previo del observador.
- De acuerdo con la investigación de Aikenhead y Ryan (1989), sólo 15% de los estudiantes reconoce que los resultados de las observaciones

varían de acuerdo con lo que los científicos piensan o creen, mientras que 20% lo atribuye al método utilizado.

- Muchos estudiantes admiten que los impulsores de una nueva teoría deben persuadir de su relevancia a sus pares. Cerca de 30% de ellos consideran que el éxito de la persuasión está en la presentación de los datos que prueban que la teoría es verdadera, mientras que 45% ve el proceso en términos del alcance de un consenso que haga posible revisar la teoría o hacerla más precisa. En esta perspectiva, es sorprendente que más de 80% de esos estudiantes perciban el descubrimiento científico como una serie acumulativa de investigaciones, las cuales son lógicamente dependientes una de la otra. Por tanto, si estas concepciones son tomadas junto con otras perspectivas sobre el estatus de las leyes y las teorías, el perfil epistemológico resultante sugiere una posición empirista e individualista de la práctica científica; más cercana a una colección de individuos que a una práctica social.

A partir de los resultados de las investigaciones se piensa que los posibles orígenes de estas concepciones epistemológicas en los alumnos son:

- Las experiencias escolares que influyen en las concepciones de los alumnos (Hodson, 1994).
- Los libros de texto que con frecuencia presentan mensajes explícitos sobre la naturaleza de la ciencia.
- Los profesores cuando ponen énfasis en determinados aspectos de la ciencia que transmiten de manera implícita a través del lenguaje, las actividades de enseñanza, el material bibliográfico, etc.
- La influencia explícita o implícita del profesor, en la organización y desarrollo de las clases, en los métodos de enseñanza o en las pautas de trabajo y la manera de abordar del conocimiento científico en las clases, en la resolución de problemas y en trabajo de laboratorio.

Las concepciones de los alumnos sobre el aprendizaje de las ciencias suelen ser inadecuadas y afectar, de manera significativa, su aprendizaje y, al parecer, apoyar la construcción de ideas previas sobre concepciones científicas. Cada vez más se fortalece la conclusión de que las concepciones epistemológicas influyen en los resultados del aprendizaje (DiSessa, 1993; Songer y Linn, 1991; Ertmer y Newby, 1996; Zimmerman, 1990).

En cuanto a la influencia de las concepciones de ciencia en las de aprendizaje, en general, los alumnos tienden a considerar el aprendizaje

como un proceso pasivo más que como un proceso de construcción de conocimiento. Muchos de ellos piensan que aprender ciencias se reduce al manejo de fórmulas que permiten resolver ejercicios (Hammer, 1994). Mantienen que las disciplinas científicas constan de un componente conceptual y otro matemático, que se transmite mediante libros de texto, y de un componente experimental que se transmite mediante la experiencia en el laboratorio.

La construcción de modelos de representación

Una de las perspectivas que más se ha utilizado para la construcción de modelos de representación, está de acuerdo con el enfoque teórico que utiliza los modelos mentales de la psicología computacional como instrumento de representación del conocimiento. Así, el aprendizaje se verifica mediante construcción de nuevos modelos mentales y la reconstrucción de los ya existentes para hacerlos más útiles y está regido por:

- Consistencia: propiedad de carecer de contradicciones internas.
- Correspondencia: cualidad de acercar predicciones sobre el comportamiento del mundo real.
- Robustez: capacidad del modelo para adaptarse a situaciones nuevas.

Los modelos mentales sugieren una visión en la que las concepciones no aparecen como componentes fragmentarios que funcionan de manera desordenada, sino que lo hacen de una manera estructurada y con cierto grado de lógica y coherencia.

Otro grupo importante de modelos no sigue el modelo computacional y que han tenido cada vez mayor repercusión en la interpretación de los problemas conceptuales (Greca y Moreira, 1998). Estos modelos se centran en la construcción de relaciones entre conceptos, reglas de razonamiento o, en su caso, de correspondencias con procesos epistemológicos de la construcción de las teorías científicas; en su aspecto evolutivo (Tiberghien, 1994) o estructural (Bliss y Ogborn, 1994; Flores y Gallegos; 1998).

El análisis de las explicaciones

Además de los enfoques en torno a modelos que den cuenta de las formas de construcción de las concepciones de los estudiantes, recientemente se han hecho algunas síntesis que describen procesos generales. Entre ellas se

encuentra la de Brewer, Chinn y Samarapungavan (2000), quienes analizaron el tipo de explicaciones que dan los estudiantes, con la intención de comprender a qué tipo de información corresponde lo que en la literatura se ha denominado como concepciones alternativas o idea previas. Estos autores reconocen que una explicación lleva una estructura conceptual que se utiliza para explicar un fenómeno (hecho o teoría) y que da un sentimiento de comprensión.

Las estructuras conceptuales implicadas en las explicaciones, envuelven algunos de los sistemas más generales de organización del intelecto humano como la *causalidad* y la *intencionalidad*.

Las explicaciones de los estudiantes presentan ciertas características comunes:

- *Soporte empírico*: Hay evidencia considerable de que los estudiantes prefieren teorías que tienen apoyo empírico. Samarapungavan (1992) presentó a los estudiantes dos teorías, una que estaba apoyada por evidencia empírica y otra que no se podía confirmar. Las respuestas mostraron una preferencia marcada por las explicaciones que tenían apoyo empírico.
- *Amplitud*: Hay evidencia de que los alumnos prefieren las teorías que explican un rango más amplio de fenómenos, Samarapungavan (1992).
- *Consistencia*: La pregunta de si las explicaciones de los sujetos son rigurosamente consistentes es la más difícil de responder, ya que hay datos que parecen indicar que los sujetos formulan explicaciones coherentes en ciertos dominios (Vosniadou y Brewer, 1992; Vosniadou y Brewer, 1994) pero en otros no.
- *Simplicidad*: No se tiene suficiente evidencia de que los alumnos apliquen el criterio de simplicidad al evaluar las teorías.
- *Plausibilidad*: Al igual que en los casos anteriores hay poca evidencia de que los estudiantes prefieran teorías que sean consistentes con sus creencias.

En relación con la forma de evaluación utilizada por los científicos se encontró que los estudiantes aplican criterios diferentes en la evaluación de sus teorías. Por ejemplo:

- *Precisión:* Samarapungavan (1995) encontró que los alumnos prefieren una teoría que hace menos predicciones precisas que una que sí las

hace. En general encontró que los sujetos no son susceptibles hacia la precisión sino hasta los 12 años.

- *Formalismo*: La literatura sugiere que el criterio de expresiones formales o matemáticas no es compartido por los alumnos.
- *Conocimiento fructífero:* No hay evidencia en este aspecto, pero parece que los estudiantes están ocupados en darle sentido a su mundo y no en producir nuevos datos.

Los tipos de explicaciones que dan los estudiantes tienen, en general, las siguientes características:

- *Causal o mecánica*: La literatura muestra que hacen amplio uso de las explicaciones causales, de hecho, tienen una gran preferencia por las teorías causales (Andersson, 1986; Reiner, Chi y Resnik, 1988).
- *Funcional*: Utilizan a menudo este tipo de explicación. Samarapungavan y Wiers (1997) encontraron un amplio rango de explicaciones funcionales en su estudio.
- *Intencional*: Utilizan explicaciones intencionales para el comportamiento humano desde temprana edad (Wellman, 1990).
- *De macro a micro*: Generalmente aplican propiedades macro a entidades micro. Este patrón de explicación fue usado también en los estadios tempranos del desarrollo de la ciencia.
- *Formal o matemático*: No desarrollan este tipo de explicaciones para los fenómenos naturales.

Las ideas de los profesores de ciencias

Durante esta década, algunos estudios se han enfocado en la comprensión que tienen los maestros sobre diferentes temas de ciencia. En particular De Jong, Korthagen y Wubbels (1998) reportan que los conceptos más estudiados son: fuerza, energía, gravedad, propiedades térmicas de los materiales y el de molécula. Todos estos estudios resaltan la falta de conocimiento entre los profesores, especialmente los de primaria. Estos investigadores sugieren que las concepciones de los profesores son más parecidas a las de los alumnos que a las que son científicamente aceptadas, lo cual ha sido corroborado en varias investigaciones.

En este mismo trabajo De Jong, Korthagen y Wubbels (1995) establecen que las concepciones de los profesores pueden clasificarse en cuatro

grupos principales: *1)* concepciones sobre los objetivos de la enseñanza de la ciencia, *2)* conocimiento pedagógico general, *3)* conocimiento del contenido y, *4)* la relación entre el pensamiento de los profesores y sus acciones.

Algunos de los resultados que destacan de este tipo de investigaciones muestran que:

1) Los profesores prefieren la enseñanza de la ciencia que se enfoca más en la disciplina por sí misma que en los asuntos sociales de la ciencia.

2) Los profesores tienen una gran variedad de concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje.

3) Un tema importante es la influencia de las concepciones de los maestros sobre conceptos científicos en su práctica diaria. Hay alguna evidencia de que esta influencia existe. Tullberg, Strömdahl y Lybeck (1994) encontraron que las concepciones de los profesores tuvieron un papel decisivo a la hora de diseñar una estrategia de enseñanza.

4) En las investigaciones, los profesores resaltan la importancia de las ideas previas de los estudiantes para el aprendizaje, sin embargo, la práctica del profesor no siempre parece valorar estas ideas. De Jong, Acampo y Verdonk (1995) muestran que los profesores no tienen conocimiento sobre las ideas alternativas de sus alumnos. En general los profesores creen que el *método científico* es el pináculo de la metodología.

5) La mayoría de los estudios muestran que el conocimiento que los profesores tienen sobre un campo de conocimiento necesita mejorarse, no sólo por las deficiencias que tienen en él, sino también porque se han desviado de las ideas científicas. Se concluye que es importante mejorar la preparación de los profesores en varios temas básicos, así como en temas específicos de la naturaleza de la ciencia y el conocimiento científico.

Las investigaciones mencionadas y muchas otras, en esta línea, han dado lugar al desarrollo de programas de formación y actualización de profesores cuyas características principales son:

1) Creciente atención al desarrollo del conocimiento de los profesores sobre una temática y también sobre el contenido.

2) Incremento en el uso de las aproximaciones de cambio conceptual, especialmente el uso de técnicas de reflexión, y un creciente énfasis en las dimensiones sociales del aprendizaje.

3) Integración de la teoría y la práctica y el desarrollo de analogías entre la educación del profesor y la del alumno.

Replanteamiento de los modelos de cambio conceptual

Vosniadou (1999) plantea que desde los años setenta los investigadores se dieron cuenta de que las ideas que tienen los niños son muy difíciles de cambiar a través de la enseñanza. Si bien muchos de estos investigadores estaban influidos por las ideas de Piaget, consideraron que era necesario poner más atención en el contenido de las ideas de los sujetos y menos en las estructuras lógicas subyacentes.

En la búsqueda de una estructura teórica para conceptuar el aprendizaje de la ciencia, algunos investigadores decidieron tomar a la filosofía y la historia de la ciencia como fuente de sus hipótesis para explicar el cambio de conceptos. Posteriormente, el trabajo de Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1982) se convirtió en el marco teórico que guió la investigación y la enseñanza durante varios años, en ese trabajo propusieron que, para que ocurra el cambio conceptual, se deben cubrir cuatro condiciones: *1)* insatisfacción con las concepciones existentes, *2)* la nueva concepción debe ser inteligible, *3)* la nueva concepción debe parecer plausible, *4)* el nuevo concepto debe sugerir un programa fructífero.

La teoría del cambio conceptual supone que los sujetos poseen ideas que son consistentes, coherentes, robustas y difíciles de extinguir. Existen, sin embargo, otras aproximaciones. Por ejemplo, para DiSessa, (1993) el conocimiento no constituye un marco teórico coherente que posee consistencia interna, el conocimiento está constituido por piezas, que son esquemas primitivos, interpretaciones de la realidad que cumplen un papel muy importante en la explicación de los fenómenos físicos. Para este autor el cambio conceptual ocurre a través de la reorganización de estas piezas o "p-prims" o bien, a través del incremento en su consistencia interna y sistematicidad.

Chinn y Brewer (1998), a partir de ocho preguntas plantean identificar las teorías de los sujetos y sus cambios. En ellas identifican las teorías sobre los cambios de conocimiento globales y locales; la relación entre el nuevo conocimiento y el anterior, analizándolo desde distintas perspectivas entre las que se reconoce la mente del sujeto como una *tabula rasa*, hasta las posiciones del conocimiento fragmentado (DiSessa, 1993) y la persistencia de concepciones nucleares como parte del nuevo conocimiento (Spelke, 1991). También se encuentra el caso en el que las teorías pueden cambiar de manera similar a como sucede en la historia de la ciencia: a partir de

teorías inconmensurables entre el pensamiento de los niños y el de los adultos (Carey, 1991).

A manera de síntesis se presentan los siguientes aspectos generales sobre el cambio conceptual:

- No existe una clara definición de si hay o no fases intermedias en el cambio conceptual. En algunos casos se considera un cambio conceptual completo, sin intermedios, mientras que en otros se distingue un periodo intermedio de reconocimiento de una nueva teoría en donde no hay coherencia o sistematicidad en el conocimiento (Perret-Clermont, 1980). Otros autores consideran estados intermedios, en donde los sujetos progresan moviéndose de una teoría ingenua a una experta a través de cambios en categorías ontológicas (Chi, 1992).
- El cambio conceptual se puede presentar debido a cuatro tipos de eventos: nueva información, nuevas concepciones, reflexión y presión social. La información corresponde a datos que pueden producir una inconsistencia o contradicción con una creencia actual lo que produce insatisfacción y lleva al sujeto a la construcción de nuevas ideas (Posner *et al.*, 1982). Por lo general se promueve el uso de múltiples datos para lograr el cambio de teorías (Gorsky y Finegold, 1994), para otros investigadores los datos deben mostrar una causa real de cambio (Collins, 1985). La reflexión sobre el conocimiento actual puede iniciar el cambio ya que, mediante este proceso, el sujeto intenta resolver las inconsistencias internas en las teorías y, entre ellas y los datos.
- La investigación en desarrollo conceptual ha producido importantes hallazgos sobre la naturaleza del cambio conceptual, como el hecho de que, cuando los niños inician su educación elemental, ya han construido sus estructuras conceptuales iniciales sobre el mundo físico y social; mismas que son muy diferentes en varias formas, de los conceptos científicos que se les enseñan en la escuela. Finalmente, el cambio conceptual parece ser un proceso gradual a través del cual la información proveniente de la enseñanza se sintetiza con las estructuras iniciales de los sujetos para formar modelos sintéticos (Chinn y Brewer, 1998).
- Se han identificado tres grupos de factores que facilitan o impiden el cambio: el conocimiento previo, las características de la información de entrada y las estrategias procedimentales. Los conocimientos previos pueden estar atrincherados (Chinn y Brewer, 1993) y en algunos casos éstos participan en un amplio rango de explicaciones que satisfacen las metas personales o sociales de los sujetos. Nueva información

puede ser datos, reglas, modelos explicativos y teorías, mismos que interactúan con el conocimiento previo e influyen en el proceso de aprendizaje. La presentación de este nuevo conocimiento tiene distintas formas de acercamiento que puede ser explícitos (Chinn, 1995), a partir de contextos implícitos (McNamara, Kintsch, Songer y Kintsch, 1996), por descubrimiento libre (Bruner, 1961), por presencia de múltiples ejemplos que muestren regularidades y analogías.

La teoría del cambio conceptual ha recibido fuertes críticas ya que asume que el aprendizaje de la ciencia implica el reemplazo de las ideas alternativas por teorías científicas más que concebir la coexistencia de diferentes representaciones. De acuerdo con posiciones más recientes, el cambio conceptual requiere que coexistan diferentes representaciones que pueden ser usadas en distintos contextos. En este caso, el objetivo de la educación sería promover el uso de representaciones múltiples en el contexto apropiado (Spada, 1994).

Sobre lo que sucede con el conocimiento anterior y el nuevo existen diversas aproximaciones:

- El nuevo conocimiento reemplaza al antiguo que termina por olvidarse. Este proceso se reconoce como de intercambio conceptual (Hewson, 1981).
- El conocimiento antiguo es reinterpretado al interior del marco del nuevo conocimiento (Vosniadou y Brewer, 1992).
- El nuevo conocimiento es reinterpretado al interior del marco del conocimiento previo. Se incorporan algunas de las nuevas ideas sin cambiar las anteriores.
- El conocimiento inicial es incorporado en el final. Los principios del conocimiento inicial no cambian, sino que son redefinidos dentro de una estructura de conocimiento más sistemática.
- El conocimiento inicial y el final están compartimentalizados. Esto lleva a que son ideas que se mantienen ajenas y, por lo tanto, pueden coexistir (Brown y Clement, 1992).

En otras aproximaciones el cambio conceptual se interpreta como una modificación progresiva en los modelos mentales que posee el sujeto, por un proceso de *enriquecimiento* de información a partir de la estructura conceptual existente o por una *revisión* o cambio de las creencias y presupuestos de partida (Vosniadou, 1999). Las propias condiciones de insatisfac-

ción, inteligibilidad y plausibilidad propuestas en el modelo de cambio conceptual, responden a patrones de tipo subjetivo y dependen también de factores afectivos y motivacionales.

Sobre las creencias y los conocimientos también existen distintas posiciones desde las que el cambio conceptual es interpretado, algunas de ellas son:

- El conocimiento anterior siempre es una creencia. Lo que implica que la idea inicial nunca cambia.
- El cambio de creencia sucede inmediatamente a medida que el conocimiento empieza a cambiar. Se considera que creencia y conocimiento son inseparables. El conocimiento debe ser creído por el sujeto.
- Cambio en el conocimiento seguido por un cambio en la creencia. Se construyen las teorías y después puede darse el cambio en la creencia.
- Ambos sistemas de conocimiento son creencias. El conocimiento anterior continúa siempre siendo una creencia pero en diferentes contextos (Brown y Clement, 1992).
- Hay periodos de creencia retenida esto es, el estudiante no tiene ninguna creencia.
- Cambio de creencia sin conocimiento. Se cree en una teoría pero no se le comprende.

Quienes adoptan el cambio de creencias proponen diversos factores para el cambio. Entre ellos se encuentran:

- Las estructuras nuevas de conocimiento poseen características de buenas teorías. Precisión, consistencia, simplicidad, riqueza y capacidad de explicar un amplio rango de datos (Kuhn, 1977).
- Las estructuras nuevas de conocimiento conducen a metas sociales deseadas. Los sociólogos consideran que las teorías se eligen en función de lograr un mayor estatus social.
- Son estructuras de conocimiento útiles.

Los cambios metacognitivos correspondientes suceden en distintas fases del cambio conceptual:

- Continuidad de la no-conciencia. Las creencias acerca del mundo permanecen en un nivel implícito (Kuhn, 1989).

- Conciencia continua. En este caso se reconoce una autorreflexión de quien reconoce las dos teorías y elige una.
- Cambio de la no conciencia a la conciencia. El aprendizaje lleva a un incremento en la conciencia de los principios que gobiernan su conocimiento (Karmiloff-Smith, 1992).

Las estructuras conceptuales de los estudiantes constituyen un sistema relativamente coherente y que ha demostrado funcionar bien en el mundo al que se enfrentan por lo que no tendría mucho sentido cambiarlo. Vosniadou y Brewer (1992) explican que las ideas previas que tienen los niños sobre la forma de la Tierra surgen como un intento de reconciliar la información que adquieren culturalmente. Estos autores definen esas preconcepciones como "modelos sintéticos" que intentan dar unidad y coherencia a ambas visiones.

El futuro de la investigación en cambio conceptual apunta hacia el desarrollo de teorías del aprendizaje que tiendan un puente entre el desarrollo cognitivo y la investigación en enseñanza de las ciencias. A partir de esta teoría se podrán especificar los mecanismos que hacen que un sujeto pase de un nivel de comprensión a otro más complejo. En el futuro no sólo se deben explicar los cambios que ocurren dentro del sujeto en diferentes edades y niveles; sino también, se debe explicar cómo influyen el contexto y la cultura dentro de estos cambios.

La historia de la ciencia en la enseñanza

Matthews (1998) hace un recuento de la trayectoria de la historia y la filosofía de la ciencia en los procesos de investigación en torno a la enseñanza de la ciencia y encuentra, principalmente, que la inclusión de la línea *historia y filosofía de la ciencia* en programas docentes, testimonia el resurgimiento del interés en los temas filosóficos, históricos y sociológicos en la educación de la ciencia contemporánea.

La historia y la filosofía de la ciencia han tomado un lugar junto a las temáticas del aprendizaje, currículum, evaluación, enseñanza y otros tópicos, como una de las diez áreas centrales en la investigación de la educación de la ciencia.

Tradicionalmente, la deliberación acerca del contenido curricular ha movido a los educadores de la ciencia a comprometerse con las dimensiones históricas y filosóficas de la ciencia. Tales deliberaciones han producido partidarios de las aproximaciones liberales o contextuales que arguyen por un mayor énfasis de la *historia y filosofía de la ciencia*.

En la década pasada hubo cerca de trescientos artículos publicados sobre temas de historia, filosofía y enseñanza de la ciencia. Entre 1988 y 1992, hubo al menos seis publicaciones especiales de revistas dedicas a tales temáticas. Un buen número de libros y antologías relevantes han sido editadas. Asimismo, dicha temática ya hizo su primera aparición en un "handbook" de educación de la ciencia (Duschl, 1993) y en una enciclopedia de educación (Matthews, 1994).

A diferencia de la tendencia inicial en el resurgimiento de la filosofía, su aceptación y alcance internacional son manifiestos, tanto en la formación del Grupo Internacional de Historia, Filosofía y Enseñanza de la Ciencia (*International History, Philosophy, and Science Teaching Group*) y el establecimiento, en 1992, de la revista *Science and Education* dedicada a las contribuciones de la historia, filosofía y sociología de la ciencia y de las matemáticas. Asimismo, cursos sobre historia y filosofía de la ciencia se han vuelto una parte importante de los programas de educación de los profesores. En algunos distritos educativos de Estados Unidos tales cursos son un requisito de certificación. España y Dinamarca, recientemente han introducido el mismo requisito para los profesores de ciencia en formación.

A pesar de este panorama, no hay elementos concluyentes en torno a cómo y en qué forma la historia de la ciencia puede contribuir a los procesos de enseñanza, la mayoría de los trabajos trata de los aspectos curriculares o bien de situaciones de casos donde se ha utilizado de alguna forma. Hace falta, por lo tanto, mayor investigación que relacione los procesos de construcción del conocimiento de los estudiantes con los elementos que puede brindar la historia de la ciencia.

Breve síntesis

Como podrá apreciarse de esta breve reseña, en el ámbito internacional ha habido una amplia y profunda investigación en torno a los procesos de construcción conceptual de los alumnos, centrada, principalmente, en las ideas previas y el cambio conceptual y ha hecho uso, para ello, de los modelos mentales y cognitivos; así como de manera menos desarrollada de la historia y filosofía de la ciencia. Estas líneas de análisis se han extendido a las representaciones de los profesores, especialmente en lo que toca a sus concepciones de ciencia y aprendizaje, y también haciendo notar las similitudes que, en el terreno de los conceptos científicos, guardan las ideas de los profesores con las de los alumnos.

Los avances mostrados en esta última década han sido notables, la caracterización de las ideas y formas de construcción de las mismas en los

estudiantes ha mostrado ya, ser un campo maduro. La temática del cambio conceptual está sufriendo notables reinterpretaciones, en las que cada vez más factores son incorporados como: las múltiples representaciones, el apoyo en los procesos históricos y los modelos tanto estructurales como descriptivos, por mencionar los más significativos.

Esta situación abre nuevas perspectivas de investigación y de transformación en la escuela y si bien no han llegado aún de manera clara y consistente a ésta, se espera que produzcan cambios importantes en la formación docente y en los procesos en el aula, en poco tiempo.

LA PERSPECTIVA NACIONAL

A continuación se describirá la situación nacional a partir de la recopilación que se ha podido hacer de trabajos en las áreas de aprendizaje, modelos e historia y filosofía de la ciencia. Para ello se procederá de manera semejante a lo desarrollado en el ámbito internacional, esto es, definiendo las principales líneas de investigación que se han abordado y, para cada una de ellas, se describirán las aportaciones nacionales. En la medida de lo posible se establecerán categorías semejantes a las utilizadas para el ámbito internacional con el fin de poder dar cuenta de la ubicación de la investigación nacional en el ámbito internacional.

El desarrollo de la investigación nacional en enseñanza de la ciencia se muestra bajo la perspectiva constructivista. Durante la década de los noventa se presentan, principalmente, las seis líneas de trabajo siguientes:

1) El constructivismo en la investigación educativa.
2) Propiedades de las concepciones.
3) Construcción de modelos de representación.
4) Las ideas de los profesores de ciencias.
5) Replanteamiento de los modelos de cambio conceptual.
6) La historia y la enseñanza de la ciencia.

El constructivismo en la investigación educativa

En este rubro se integrarán varios aspectos. En primer lugar las reflexiones en torno al constructivismo y sus implicaciones en el desarrollo de la investigación en enseñanza de la ciencia. Adicionalmente se presentan trabajos que tratan, desde esta perspectiva constructivista, temas relativos al lengua-

je tanto en los sujetos como en los textos y el análisis que se ha hecho de los problemas conceptuales de los propios libros de texto.

Reflexión sobre el constructivismo y sus aportaciones

Tres contribuciones presentan cómo es que el constructivismo ha llegado a permear todas las áreas de investigación en la enseñanza de las ciencias.

Campos y Gaspar (1996a) analizan cómo el constructivismo se ha convertido en el paradigma predominante en la investigación cognoscitiva en la educación. Partiendo de las aportaciones de Piaget, hacen un análisis del paradigma dominante en la época, y de las posiciones como la Gestalt, el conductismo, la psicología soviética (Vygotsky) y del surgimiento del paradigma del procesamiento humano de la información. El interés en el aprendizaje en condiciones escolares, más naturales y no en el laboratorio, como se hacía en el conductismo, propició el desarrollo de explicaciones o modelos psicológicos del desempeño escolar, con orientación cognoscitiva. Los autores afirman que a partir de estos modelos, las investigaciones que desencadenaron y los modelos derivados de ellos, desembocaron en el planteamiento de una teoría de la enseñanza como complemento a la del aprendizaje.

Plantean, por otro lado, que se reformuló la concepción que se tenía de la inteligencia como un simple problema psicométrico, permitiendo que se concibiera relacionada con la solución de problemas —y con ello, junto al análisis del pensamiento estratégico—, la percepción y la construcción de categorías, el procesamiento complejo y el cambio conceptual, así como con el lenguaje. Respecto de este último, el análisis del discurso propició avances importantes relacionados con las condiciones contextuales de la construcción cognoscitiva, es decir, considerado como un acto cognoscitivo-social.

El estudio del conocimiento y el lenguaje abrieron una problemática sumamente rica en procesos y dimensiones no abordadas previamente. Una mejor comprensión y toma de postura respecto al carácter histórico, social y contextual del conocimiento y su construcción, permitió integrar una visión compartida con las nacientes epistemologías modernas. La importancia de esta integración estriba en que permite analizar, con un núcleo epistemológico central, gran diversidad de problemas relativos a la actividad cognitiva.

Desde esta perspectiva cognoscitivista, Campos y Gaspar (1997) analizan cinco temáticas: configuración de la memoria, estructura del conocimiento y sus relaciones con el lenguaje, inteligencia y habilidades,

pensamiento estratégico y, aprendizaje y cambio conceptual, a partir de tres dimensiones: *1)* las relaciones entre el sujeto y la realidad; *2)* las relaciones contextuales que dan significado a dichas relaciones y, *3)* la construcción del conocimiento.

Con base en estas dimensiones, y después de analizar la investigación producida en los cinco bloques referidos, los autores presentan las siguientes características de la investigación cognoscitiva: integración de múltiples aportes disciplinarios; integración de las teorías sobre diversos procesos cognitivos —en una explicación coherente en la que cada uno de los componentes a los que se refiere está en constante dinámica e interrelación—; integración de diversos aspectos —racionales, motivacionales, del lenguaje, el contexto social y la dimensión histórico-social—; búsqueda metodológica adecuada a problemas de diversa índole —en un continuo de lo cuantitativo a lo cualitativo—; atención a contextos específicos que explican los procesos mediante los cuales se da el desarrollo individual y; atención al contenido cultural —en particular el de carácter científico—.

Dentro de esta discusión Campos y Gaspar (1999a) hacen una serie de reflexiones sobre lo que significa el concepto de representación desde la perspectiva constructivista, que enuncian como un conjunto de concatenaciones de significados acerca de un objeto, sea éste material o nocional. La representación está constituida por tres componentes: imágenes, conceptos y relaciones categoriales y es, asimismo, un proceso constructivo, siempre dinámico. La representación se construye a partir de tres dimensiones simultáneamente condicionantes: *a)* la mediación de la acción entre sujeto y objeto; *b)* la interacción social, como condición y contexto de la acción; y, *c)* la relación categorial, como efecto de la interacción. Identifican el lenguaje como un soporte en la conformación de conocimiento y, por tanto, de la representación; en donde a partir de la interacción se obtiene su significado.

Flores (2000) presenta el panorama general de la investigación en enseñanza de las ciencias. Desde su inicio el documento señala la importancia de la investigación en ésta área de conocimiento para mejorar la enseñanza de la ciencia en todos los niveles educativos. Presenta una reseña general de las líneas de investigación que se desarrollan a nivel internacional y la problemática que de manera particular se presenta en nuestro país. Resalta la importancia de la investigación desde la perspectiva epistemológica y pedagógica y la forma en que la ausencia de desarrollo de esta línea de trabajo en México repercute de manera negativa en la formación de los estudiantes y en la formación de profesores de ciencias. Hace notar las raíces epistemológicas del constructivismo como un elemento subyacente a

las perspectivas cognoscitivas o psicológicas de este enfoque. Entre los principales tema que discute se encuentran las ideas previas, el cambio conceptual y las implicaciones heurísticas de la historia de la ciencia.

El análisis del lenguaje

Sobre este tema De la Chaussée (2000) plantea el problema de que en las aulas no se promueve la comunicación oral entre los alumnos. Analiza distintas funciones del habla en el aula y estudia las respuestas de alumnos universitarios ante las intervenciones de los profesores de ciencias. Entre sus resultados presenta que:

1) El profesor establece la lógica de la interacción, cuando rechaza la exposición realizada por los alumnos.
2) Es el maestro quien relaciona los conceptos con los materiales concretos de la observación y la experimentación. Esto tiene implicaciones en los alumnos, ya que aprenden a reflexionar y entender. Así se expresa el sentido pedagógico de la explicación.
3) La función del habla del profesor consiste en ubicar a los alumnos en una situación hipotética, para que ellos formulen diferentes explicaciones de la misma.
4) El profesor estimula la participación de los alumnos al formular preguntas y al demandarles otras razones. Abre espacios para que los alumnos respondan, pero también inhibe la participación al burlarse de la respuesta equivocada de algunos.

La autora concluye que en las aulas analizadas se observaron tres funciones lingüísticas básicas del habla:

1) Cómo se establece y verifica la lógica de la interacción.
2) Cómo se establece y verifica la lógica de la conceptualización.
3) Cómo se plantea y resuelve una situación hipotética.

Detecta las siguientes funciones complementarias del habla:

- El habla se utiliza para captar la atención, recitar los temas, preguntar, criticar, repetir, afirmar, confirmar la comprensión, estimular la participación, burlarse, concluir la sesión o expresar confusiones.

- Se nota la influencia del pensamiento y el conocimiento sobre los procesos afectivos y volitivos, sobre la plenitud vital, los intereses, las necesidades personales y las inclinaciones e impulsos de los alumnos.
- Se nota también que el profesor trabaja, preferentemente, con los alumnos que más hablan o con los que van respondiendo correctamente las preguntas, dejando de lado a aquellos alumnos que no responden o cuyas respuestas son erróneas.

Análisis de los libros de texto

Los siguientes trabajos exponen las problemáticas que se observa en los libros de texto de física y biología.

El análisis de los libros de física se ha desarrollado básicamente por un grupo compuesto por Slisko, Montes y Cuellar (Slisko, Montes y Cuellar, 1996; Slisko, 2000a; Slisko, 2000b; León y Slisko, 2000). Su análisis se enfoca en los errores de los libros de texto y algunos elementos para mejorar la comprensión de los alumnos. Los errores que los autores señalan son:

- El uso inadecuado del lenguaje. Hay poca legibilidad de los textos, no hay definición de todos los términos.
- El discurso que se utiliza en los libros parece más un sistema de etiquetas, que un sistema de interpretación que apoye el aprendizaje de la física.
- El discurso se plantea como verdad absoluta en los libros de texto.
- La terminología es abstracta, y no activa en la mente de los estudiantes ningún tipo de conocimiento.
- En diversas ocasiones se utiliza el mismo término para conceptos diferentes, lo que no permite que el estudiante construya un significado del concepto.
- Las explicaciones son rudimentarias, no ofrecen ninguna idea sobre la conexión entre el efecto y la causa.
- Las explicaciones son incompletas, no presentan todos los factores relevantes.
- Las explicaciones erróneas utilizan información que explícitamente viola la veracidad científica.
- Hay pocas actividades o ninguna —según el texto— para los alumnos y las que se encuentran no requieren de conceptualización o reconceptualización del estudiante.

Las recomendaciones señaladas en los documentos son:

- No usar el lenguaje característico de los cursos universitarios de física con los alumnos de secundaria.
- El lenguaje técnico que los estudiantes deben de aprender debe ser el final y no el inicio del proceso de aprendizaje.
- Al abordar un tema se les debe dar a los estudiantes la oportunidad de tener experiencias concretas con los fenómenos y sus diferentes facetas. Debe utilizarse un lenguaje concreto y evitar el uso del lenguaje teórico.
- Verificar siempre el sentido que los estudiantes dan a los términos y frases importantes dentro de cada tema.
- Asegurarse de que los estudiantes entiendan la diferencia entre "descripción", y "explicación" y entre "causa" y "efecto".
- Antes de presentar la explicación de un fenómeno, permitir que los estudiantes conozcan el fenómeno y traten de explicarlo con sus propias ideas.
- Verificar las interpretaciones que los estudiantes dan a una explicación científica.
- El descuido terminológico puede causar rupturas en la coherencia del texto, lo que no permite que los alumnos construyan un conocimiento bien estructurado.

Otro trabajo sobre esta misma línea es el desarrollado por Alvarado (2001), en él se hace un análisis de 78 libros de texto de biología del nivel de secundaria; se analiza su papel en la construcción de las ideas previas de estudiantes y profesores. También se revisan los errores más frecuentes en conceptos químicos fundamentales como átomo, partículas elementales, elemento, molécula, compuesto y mezcla. De la revisión, la autora detecta las ideas previas que repetidamente manifiestan los libros de texto y que usualmente son aceptadas por los maestros de biología como verdaderas, estas ideas a menudo son memorizadas por los estudiantes.

Propiedades de las concepciones

De manera similar a lo reportado en la perspectiva internacional, en este punto se localiza la mayor cantidad de trabajo. Se han realizado estudios desde nivel de primaria hasta universitario y uno más sobre ideas de los

profesores. Se han abordado conceptos de física, química y biología, si bien esta última área es la que presenta mayor el número de trabajos reportados.

A diferencia de cómo se reportó la situación internacional de manera sintética, aquí se muestran los trabajos para cada nivel educativo.

Trabajos reportados para el nivel de primaria

Gallegos, Jerezano y Flores (1994) realizaron un estudio con niños de primaria (9-10 años) sobre las concepciones utilizadas en la construcción de cadenas alimenticias. Para determinar las ideas de los estudiantes se aplicó un cuestionario y una entrevista. Las ideas previas que los estudiantes construyen sobre su representación de cadena alimenticia son: los animales son carnívoros si son grandes y feroces y los animales herbívoros son pasivos y, frecuentemente, más pequeños que los carnívoros. Con base en estas ideas previas los estudiantes seleccionan el predador de mayor nivel en la construcción de las cadenas alimenticias.

En relación con la forma en la que los niños construyen diversas cadenas alimenticias señalan los siguientes aspectos:

1) Los niños inician la construcción de la cadena alimenticia seleccionando los extremos de la cadena, por un lado el predador de mayor nivel y, en el otro, colocan una planta a la que consideran como el miembro más indefenso.

2) La relación básica presa-predador utilizada por los niños es: quien se come a quien o quien es comido por quien.

3) El concepto de productor no ha sido sólidamente construido por los estudiantes ya que los niños, en un alto porcentaje, inician la cadena alimenticia con el organismo de mayor nivel de predación.

Las ideas previas y las relaciones antes mencionadas son los elementos más cercanos que tiene el niño de su experiencia diaria por lo que los autores los consideran como los primitivos fenomenológicos (DiSessa, 1993) en la construcción de las cadenas alimenticias. De acuerdo con las dificultades presentadas por los niños en sus modelos conceptuales durante la construcción de las cadenas alimenticias se comprenden las dificultades que presenta la construcción de tramas alimenticias y su relación con los ecosistemas que muestra la literatura internacional en estudiantes de niveles escolares superiores. Los autores recomiendan que las cadenas alimenticias no deben enseñarse aisladas sino dentro de un contexto ecológico.

Las plantas deben ser conceptualizadas como productores e iniciadores del proceso de transformaciones de energía que se producirá en la cadena alimenticia. Es importante describir el nivel trófico de los distintos organismos, sus relaciones con la comunidad y confrontar a los niños con sus ideas previas de ferocidad y tamaño.

Campos, Sánchez, Hernández y Paz (1999) analizaron las características de la organización conceptual de alumnos de sexto grado de primaria sobre el tema de evolución, después de haber sido visto el tema en el salón de clases. También es objeto de este estudio determinar ¿qué tanto asimilan de este tema los alumnos en clases regulares?, ¿qué características lógico-conceptuales tiene la organización conceptual alcanzada por los alumnos?, y ¿qué aspectos epistemológicos contiene?

Para el análisis de las ideas los autores utilizaron el Modelo de Análisis Proposicional (MAP), que considera que el estudiante produce su propia organización conceptual, lo que constituye un conjunto de nuevas representaciones en forma de red que generan significados específicos para cada concepto nuevo. Esta organización posee conexiones lógicas que están articuladas por dos dimensiones: la semántica y la epistemológica.

Los resultados reportados muestran que el conocimiento que producen los estudiantes es relativamente pobre a nivel conceptual, ya que los alumnos asimilan alrededor de la mitad de la información deseada. La organización conceptual de la mayoría de los estudiantes tienen las mismas dificultades explicativas, con ideas teleológicas, ausencia de variabilidad, de selección natural y de una relación entre cambios en los seres vivos, el medio y el tiempo. Los estudiantes en un nivel descriptivo construyeron adecuadamente una estructura lógica.

Los autores recomiendan prestar mayor atención a la organización conceptual que se presenta en clase, partir de las ideas previas de los alumnos, separar los conceptos fundamentales de los subordinados y establecer formas de relación entre ellos que permitan la activación de las habilidades analíticas e inferenciales de los estudiantes.

Trabajos reportados para el nivel de secundaria

Campos y Gaspar (1999b) analizan la organización lógico-conceptual de dos grupos (10 alumnos por grupo) de estudiantes de secundaria sobre el tema de biomoléculas con base en el discurso de los estudiantes y utilizando el MAP. En el discurso identifican los núcleos conceptuales que son los elementos centrales de organización y la configuración temática del discurso que identifica el nivel de significado del mismo. A partir de estos dos

elementos, construyen un mapa proposicional que muestra los conceptos y sus relaciones.

En el estudio se toma como referente-criterio, el discurso del docente y se establece una correspondencia entre este discurso y el de los alumnos con base en la similitud semántica y la estructura relacional. También se establecen criterios para el análisis cuantitativo. Los resultados muestran que las respuestas de los estudiantes se mantienen en un plano general, sin embargo, se observa que hubo efectos de atención y de procesamiento selectivo por parte de los alumnos. Los estudiantes asimilaron menos de la mitad de los conceptos requeridos con los que construyeron su conocimiento. Los dos grupos investigados pasan de una organización de tipo nocional a una referencial y se observa la influencia de la estrategia didáctica utilizada. Se concluye también, que la aproximación semántica es una vía adecuada para entender la complejidad de las estructuras discursivas lógico-conceptuales y epistemológicas de un texto determinado.

Trabajos reportados para el nivel de bachillerato

Valdés, Flores, Gallegos y Herrera (1998) realizaron un análisis de las ideas previas de los estudiantes de bachillerato sobre conceptos relacionados con las disoluciones. La investigación se realizó con 30 estudiantes (15-19 años) de la preparatoria de la Universidad Autónoma de Puebla de una zona rural y urbana. La investigación tuvo como finalidad determinar las ideas que permiten a los estudiantes identificar las mezclas homogéneas y las heterogéneas, las ideas de solubilidad y factores que alteran la velocidad de la disolución, así como determinar el modelo de partículas que utilizan para la identificación de las mezclas. El trabajo consistió en la realización experimental de tres distintos tipos de mezclas y la aplicación de un cuestionario con respuestas cerradas que requerían de justificación.

Los resultados muestran que no hay diferencias entre las respuestas de los estudiantes de las zonas rural y urbana. En cuanto a los conceptos de elemento, compuesto y mezcla siempre tienen una connotación propia del lenguaje común. El término elemento se utiliza como componente del sistema de disolución, el compuesto, como la unión de los integrantes del sistema y, el de mezcla, como resultado de la composición de todos ellos.

Se percibe en general un principio de conservación de la materia como sustancia, pero no así de la masa que se confunde con densidad o peso. Esta confusión tiene implicaciones sobre la concepción molecular de la materia ya que no atribuye características dinámicas a las moléculas. Se observa también dificultad en el cambio de una representación macroscópica

y continua a una microscópica y discontinua. Se encuentra que hay dificultades en la concepción de sistema, de proceso e interacción, necesarios para identificar los sistemas en las disoluciones. Los autores señalan que es conveniente —además de fortalecer la vinculación de los conceptos con aspectos cotidianos y mejorar y ampliar las actividades experimentales—, identificar el significado que dan los estudiantes a ciertos conceptos cuando se describen y explican situaciones fenomenológicas; apoyar y promover interpretaciones de los procesos observables en términos microscópicos y; delimitar los sistemas definiendo variables que pueden influir en el proceso. Por último, se indica la necesidad de profundizar en la concepción molecular y atómica de la materia de los estudiantes en la representación de distintos fenómenos químicos.

Flores y Gallegos (1999) muestran la influencia del contexto físico en el desarrollo de las ideas previas de presión y flotación y, en la interpretación de los fenómenos físicos de los estudiantes de bachillerato. Los contextos utilizados son líquidos y gases, en donde los estudiantes elaboran representaciones con características distintas. Se hace también un análisis del desarrollo histórico de estos conceptos y se observa que también existe una dependencia del contexto.

Para el desarrollo de la investigación se aplicó un cuestionario a 314 alumnos de la Preparatoria Nacional de la Universidad Nacional Autónoma de México. El cuestionario consistió de 14 preguntas que muestran situaciones fenomenológicas en los contextos: aire-agua, aire y agua. Los resultados de los cuestionarios se enriquecieron con los resultados de entrevistas a una muestra de alumnos. Se define por representación de los alumnos, en función del contexto, al conjunto de ideas previas que para cada uno de los contextos establecen los alumnos y las implicaciones de interpretación que tienen los fenómenos físicos.

Entre los resultados encontrados muestran que, aun cuando las preguntas están relacionadas con el contexto de líquido-gas (agua-aire), los estudiantes enfocan sus interpretaciones de la situación física desde el punto de vista del aire. También la fuerza aparece como acción debida a una propiedad del aire. Es notable que los alumnos no explicitan la acción del vacío como hacen para otro contexto. Es importante señalar que las acciones de fuerza que atribuyen al aire son semejantes a las históricas. Cuando el contexto está determinado exclusivamente por el aire, aparece la noción del vacío. El vacío jala o empuja, o bien los objetos no pesan si se encuentran en vacío. No hay indicios sobre la naturaleza de la fuerza y, el peso del aire sigue sin ser considerado. En el contexto agua, la presión se considera como una fuerza y aparece vaga la noción de presión interna. Aspectos

como que la presión está en el fondo o que varía con la profundidad, tienen por explicación el peso del líquido. Las explicaciones sobre flotación se centran, principalmente, en los atributos del objeto, esto es, su peso, forma, volumen o densidad.

En distintos momentos, Flores y Gallegos (1999) presentan la relación que existe entre el desarrollo histórico de los conceptos y las ideas de los estudiantes que, si bien no presentan un paralelismo, sí muestran abundantes elementos que ayudan a la interpretación de lo encontrado en los estudiantes.

Los autores concluyen que, el contexto físico es un medio para la formulación de los conceptos —físicos— que permiten reorientar la representación de las nociones y los problemas fenomenológicos, así como contribuir a la construcción y precisión de los conceptos. En el caso específico del concepto de presión, es necesario ubicar a los estudiantes en distintos contextos e introducir de manera paralela una visión molecular. Por último, es necesario apuntar que si bien las actividades experimentales son necesarias no son suficientes y es importante promover el desarrollo de esquemas y modelos que impliquen la construcción abstracta de las nociones físicas.

Flores, Tovar, Gallegos, Velázquez, Valdés, Sainz, Alvarado y Villar (2000) presentan los resultados de una investigación realizada con estudiantes del Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM sobre el tema de la célula. El estudio consistió en la aplicación de ocho cuestionarios de los siguientes tópicos: agua en plantas y animales, nutrición en plantas y animales, forma y tamaño de la célula, reproducción y respiración. El total de la muestra consistió de 1,200 alumnos de bachillerato. Cada cuestionario fue analizado y de ellos se identificaron las principales ideas previas que tienen los estudiantes. El documento presenta una amplia discusión sobre las ideas previas de los alumnos y hace una propuesta de modelos generales que describen la relación macro-micro en la construcción de sus ideas.

Entre los resultados que se obtuvieron se encuentran: *a)* las concepciones generales de los organismos vegetales son: las plantas toman las sustancias nutritivas del medio; respiración y fotosíntesis son procesos equivalentes; las plantas transforman bióxido de carbono en oxígeno, el agua proporciona energía, en las plantas la reproducción sexual y asexual no está diferenciada y; *b)* en el caso de organismos animales las concepciones encontradas son: la respiración es un intercambio de gases, los animales son aerobios, el agua proporciona energía, no hay un conocimiento básico del funcionamiento de aparatos y sistemas de los organismos, existe confusión entre fecundación y desarrollo embrionario.

En cuanto a la representación celular se construyeron categorías y elementos que permiten reconstruir una representación general de la célula. Estas categorías se agruparon en función de tres consideraciones:

- Analogías y funciones generales de la célula. En este caso se considera que los alumnos tienen una visión antropomórfica, hay semejanza funcional de los órganos y sistemas con la célula, que es considerada como un organismo simple, la célula como los demás seres vivos, requiere de energía, las células toma del medio lo que necesitan, los factores del medio ambiente modifican el tamaño de la célula, la reproducción celular se origina a partir de dos células, las células son iguales en organismos simples y diferentes en los complejos, la reproducción de las células de los vegetales es diferente que las de los animales.
- Interpretación de los procesos celulares. En este caso se considera que los procesos de las células animales y vegetales son diferentes, el agua y otros compuestos no están sujetos a procesos específicos en la célula, la célula puede decidir acerca de sus requerimientos, la mitosis y la meiosis no se diferencian, las células crecen y envejecen, un organismo multicelular debe proceder de dos células, el núcleo regula y ejecuta todos los procesos celulares.
- Estructura y características espaciales de las células. En este caso los estudiantes consideran que los organelos celulares tienen funciones desconocidas, las células son tridimensionales pero en los organismos de forma plana son planas, la forma y el tamaño de la célula quedan determinados por la forma y tamaño de los órganos a los que pertenece.

El documento termina señalando los problemas de comprensión conceptual que se observan en los estudiantes y hace una serie de sugerencias didácticas para la enseñanza de este tema en el bachillerato.

Trabajos reportados para el nivel de licenciatura

En este apartado se encuentran varios trabajos que abordan las ideas previas de estudiantes de química y biología.

Furió, Calatayud, Bárcenas y Padilla (2000), analizan las ideas de equilibrio químico geometría y polaridad de las moléculas en estudiantes de 12° (45 estudiantes), primer (60 estudiantes) y tercer año (90 estudiantes) universitarios. En el documento se muestran diversos aspectos que influyen en el razonamiento de sentido común, en la construcción de preconcepcio-

nes de los estudiantes en diversas áreas de estudio de la química. Las dificultades que se presentan se explican por la existencia de la estabilidad y la reducción funcional que, por lo general, no son consideradas por los profesores.

Para el estudio se diseñaron dos cuestionarios. El primero incluye cuatro puntos con diferentes situaciones en las que la familiaridad de la tarea decrece. En el segundo se incluyen cuatro puntos acerca de la geometría de las moléculas y cuatro de la polaridad de las moléculas. Los resultados muestran que, en general, los alumnos tienen un conocimiento pobre en los procedimientos. En el caso del equilibrio químico, los estudiantes aplican mecánicamente razonamientos basados en el principio de Le Chatelier, aun cuando no ocurren cambios en la concentración. Se observa una estabilidad memorística en el razonamiento de los estudiantes. Para determinar la geometría de las moléculas, la estabilidad funcional es la estrategia utilizada para resolver la estructura molecular de Lewis. Se propone planear una enseñanza de acuerdo con una epistemología y metodología científica. Para evitar la estabilidad funcional, el profesor deberá animar a los estudiantes a utilizar diversas estrategias para resolver los problemas.

En el área de biología, Alucema (1996) analiza las características que tienen las organizaciones conceptuales de estudiantes de primero, tercero y séptimo semestres de la carrera de biología de la UNAM en tres momentos de su formación y, revisa su posible transformación. El análisis se realiza a partir del Modelo de Análisis Proposicional (MAP).

Los resultados muestran que los grupos de cada semestre tienen índices de correspondencia promedio que indican que los discursos de los estudiantes tienen un nivel de precisión de la información que se clasifica en el marco referencial. Los valores obtenidos confirman la hipótesis general que plantea el MAP, que los estudiantes no aprenden información científica con precisión superior a 50% de la información conceptual específica a que están expuestos. El índice de correspondencia relacional indica que la precisión en el patrón de razonamiento de los estudiantes se ubican en el marco conceptual. Los estudiantes tienden a formar cuadros sintéticos con relaciones implícitas, lo que disminuye, aparentemente, el número de relaciones lógicas explícitas, pero no le resta coherencia al discurso y que se refleja en una buena estructuración del contenido.

Los datos también muestran que, si bien la asimilación de la información científica del conjunto temático del estudio es razonablemente precisa, también es incompleta. Las diferencias entre los grupos, a pesar de no ser estadísticamente significativas, sí muestran diferencias que expresan una transformación de las organizaciones conceptuales de manera cualitativa.

Entre las diferencias se encuentran: incremento de los conceptos de primero a séptimo semestre, disminución en las relaciones, tendencia a emitir un discurso sintético y expresado de forma matricial, el concepto de diversidad celular se encuentra a nivel descriptivo en la mayoría de los estudiantes, ausencia total en la organización conceptual del nivel explicativo en el concepto de recombinación génica. Las diferencias entre las organizaciones conceptuales de los estudiantes de primero a séptimo semestre, permiten asumir que ha habido una transformación en la organización por la adquisición de nuevos conceptos y relaciones.

Campos, Gaspar y Alucema (2000) presentan el análisis de la organización conceptual de estudiantes de tercer semestre de biología de la UNAM, sobre la diversidad celular con base en sus componentes lógico-conceptuales y epistemológicos, en el contexto educativo del aula. Se hace un análisis del discurso, con el MAP, desde el punto de vista de su estructura proposicional. Ante las preguntas de ¿qué se entiende por diversidad celular? y, con base en su concepción al respecto, que expliquen ¿por qué existen diferencias entre las células? y ¿cuáles son? Como principales resultados se muestra que: en la mayoría de las respuestas de los estudiantes, tan sólo algunas dan tratamiento al componente explicativo; el grupo 1 —hubo otro grupo 2— asimiló alrededor de la mitad del contenido conceptual requerido; no hay diferencias significativas entre grupos respecto de la correspondencia conceptual promedio; en promedio ambos grupos produjeron una organización de tipo marco referencial, lo que sugiere que estos estudiantes tienen un importante potencial para el aprendizaje futuro de contenidos que tengan como base la idea científica de diversidad celular; no hay correlación entre la correspondencia conceptual y la relacional en ninguno de los dos grupos, lo que indica que no es suficiente saber de qué se trata el tema para establecer relaciones lógicas válidas en la teoría científica moderna; los estudiantes asimilan, organizan y producen conocimiento descriptivo y ejemplificativo relativamente bien estructurado y; se observa que existen problemas de construcción de conocimientos más allá del nivel descriptivo.

En otro trabajo Campos, Ruiz y Alucema (1996) analizaron las ideas de diversidad celular de estudiantes de tercer semestre de biología de la UNAM, con la intención de comprender cómo se distingue entre conceptos sinónimos y qué aspectos analíticos se toman en cuenta para decidirlo. El análisis se llevó a cabo a partir del MAP. Los resultados muestran relación con las estructuras conceptuales lo que evidencia el carácter flexible, desde el punto de vista conceptual del acceso al conocimiento. Es importante notar que la correspondencia, a nivel de conceptos idénticos, existe cuando se toma

una estructura-criterio, pero en análisis agregados parece que se trata de estructuras equivalentes y alusivas. La variación terminológica entre expertos se atribuye al tamaño o alcance de la organización conceptual y la inclusión de zonas de conocimiento se consideran directamente relacionadas, siempre y cuando, las organizaciones conceptuales se encuentren dentro de un mismo esquema paradigmático, de otro modo, las diferencias entre dichas organizaciones se pueden atribuir a diferencias paradigmáticas. El trabajo concluye que el criterio de graduación lo determina la precisión y el contexto temático y no la tipicidad.

Sánchez (2000), también en biología, centra su atención en la búsqueda de una metodología que permita conocer las concepciones previas de los alumnos y, además, proponer una forma de detectar el cambio conceptual en el concepto de evolución. En este trabajo se parte de la idea de que el cambio conceptual no consiste en sustituir el conocimiento cotidiano por el científico, sino en saber utilizar diferentes tipos de representaciones para situaciones distintas.

La metodología que propone para la detección de ideas previas consiste en la aplicación de entrevistas o el planteamiento de preguntas generativas que permitan determinar el estatus de las concepciones, sobre todo, en los casos en que surgen dudas en la aplicación de los cuestionarios. La prueba es un cuestionario de doble elección-respuesta que consistió de 10 preguntas sobre evolución. En el proceso de análisis se identifican: las concepciones darwinianas, las concepciones alternativas, las "correcta-incompleta" y, aquellas donde existe falta de comprensión. A cada una de estas categorías se les asignó un puntaje. El cambio conceptual se midió a partir de los cambios en las categorías mencionadas con un pretest y un postest.

Entre los resultados que señala, muestra que el conocimiento darwiniano alcanza su máximo al finalizar la carrera de biología y después de haber llevado el curso de evolución como materia. Mientras que la falta de conocimiento es nula y el conocimiento incompleto es mínimo, las concepciones alternativas se mantienen en un 50% en relación con una enseñanza tradicional. La investigación muestra que no todos los alumnos cambian sus concepciones previas, por lo que deben construirse formas alternativas de enseñanza que abarquen variedad de estilos de aprendizaje en el aula.

Después de la detección de ideas desarrolló una metodología de enseñanza que aplicó en el Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM y que incluyó: *a)* uso de argumentos históricos; *b)* uso de numerosos apoyos didácticos, ilustraciones y ejemplos; *c)* una forma de enseñanza basada en el

modelo de cambio conceptual de Posner *et al.* (1982); y *d)* amplio uso de analogías utilizadas por los expertos.

Trabajos reportados de carácter longitudinal

Un solo trabajo se reporta de tipo longitudinal, Reynoso, Fierro, Torres, Vicentini-Missoni y Pérez de Celis (1993) analizan las diferentes estructuras que forman, sobre la caída libre de los cuerpos, estudiantes mexicanos de primaria, secundaria y preparatoria así como algunos profesores. Se aplicó un cuestionario y entrevistas.

Un análisis de carácter general muestra la presencia de tres estructuras: *a)* los cuerpos caen tanto en la Tierra como en la Luna; *b)* los cuerpos caen en la Tierra y flotan en la luna y; *c)* los objetos pueden caer o flotar dependiendo de su peso. Estas estructuras varían dependiendo del nivel educativo.

En el nivel de primaria, las respuestas son más descriptivas y la mayoría de los estudiantes responde con la segunda estructura. Existe un cambio ligero en las explicaciones que dan los niños conforme se incrementa su edad.

En el nivel de secundaria se presentaron cuatro tipos de respuestas: aquellas que tienen que ver con el peso, las que utilizan el concepto de gravedad, las que implican que un cambio en la forma afecta la caída y las que tienen que ver con el movimiento en general. La mayoría, sin embargo, piensa que los objetos caen en la Tierra y flotan en la luna debido a que la fuerza de gravedad en la Tierra es mayor que en la luna o viceversa.

En el nivel de preparatoria se observaron las dos primeras estructuras y, por vez primera, la tercer estructura. La mayoría de los estudiantes mantienen la idea general de que los objetos caen en la Tierra y flotan en la Luna, debido a que la fuerza de gravedad en la Tierra es mayor que en la Luna. Los profesores tienen un modelo similar al científicamente aceptado y que corresponde con la primera estructura.

En este trabajo se presenta una evolución de las ideas a medida que los sujetos se exponen a nuevo conocimiento. La mayoría de los estudiantes, tanto de secundaria como de preparatoria, explican el fenómeno con base en la fuerza de gravedad y sólo una minoría recurre a la atmósfera para explicarlo. Se concluye que debe hacerse una reflexión sobre la fenomenología de la vida cotidiana y la experimentación. De acuerdo con los autores, debe enseñarse en primer lugar la gravedad en el espacio, clarificar la realidad del fenómeno en la Luna a través de pláticas con expertos. En cuanto a la evaluación es recomendable que se mantenga un equilibrio, que resuelvan problemas, pero que interpreten y discutan los resultados para que los estudiantes piensen sobre los conceptos involucrados.

Construcción de modelos de representación

En tres trabajos se encontró la construcción explícita de modelos de representación.

Campos y Gaspar (1996b) realizaron un análisis de aprendizaje del conocimiento, de acuerdo con un enfoque constructivista y apoyado en propuestas sociolingüísticas-interactivas. Para hacerlo, proponen un método denominado Modelo de Análisis Proposicional (MAP). El modelo parte de que el conocimiento se presenta en forma discursiva con cierta organización y puede relacionarse con el conocimiento científico. Este método hace posible una aproximación a estructuras lógico-conceptuales del discurso, con el fin de analizarlo a partir de su contenido científico. Los autores afirman que el método permite analizar también el proceso de aprendizaje del conocimiento y el cambio conceptual.

Para los autores el conocimiento mantiene relativamente su estructura cuando se expresa mediante el lenguaje. Un sistema conceptual —tácito o formal— es un patrón temático de relaciones semánticas que contiene una variedad de unidades estructurales, en donde se incluyen conceptos y las relaciones lógicas que los conectan. El aprendizaje consiste, entonces, en una construcción progresiva —no necesariamente constante— de organizaciones conceptuales, cuyo referente es un contenido de enseñanza; por lo que el MAP puede tener acceso al conocimiento de los sujetos.

El MAP identifica las ideas principales en una organización conceptual, de acuerdo con su contenido lógico y conceptual. El discurso se analiza tomando en cuenta su carácter semántico y sintáctico. Una proposición es una declaración temática específica que depende del contexto con dos o más conceptos y, al menos, una relación lógica. Si se parte de que el discurso científico es una representación de la realidad epistemológica, metodológica y socialmente aceptada como válida, entonces las organizaciones conceptuales de carácter científico son coherentes y significativas. Las organizaciones conceptuales "no válidas" contienen preconcepciones.

Flores y Gallegos (1998) presentan una aproximación distinta para la construcción de modelos y que denominan modelos parciales posibles. Los modelos parciales posibles constituyen un semiformalismo para comprender las ideas de los estudiantes y sus procesos explicativos, descriptivos y predictivos utilizados en la interpretación de distintos fenómenos. En el artículo los autores presentan los elementos del modelo que son los Conceptos Constrictores (CC) y las Reglas de Correspondencia (RC), que subyacen en el discurso de los sujetos cuando interpretan un fenómeno.

Los conceptos constrictores (CC), son concepciones base de la "representación- interpretación" de ciertos fenómenos físicos de los estudiantes. Estas concepciones se asumen por los estudiantes, como verdades y constituyen un marco axiomático. Pueden tener dos posibles orígenes: fenomenológico, similares a los descritos por DiSessa (1983) como primitivos fenomenológicos y no fenomenológicos, que son conceptualizaciones abstractas inferidas directamente de factores no perceptibles. Las reglas de correspondencia (RC), son aquellas que definen relaciones específicas entre variables o entre condiciones fenomenológicas y variables. Estos dos elementos constituyen el núcleo del modelo, el cual puede ser aplicado a distintas situaciones posibles.

El modelo fue aplicado a ideas de 314 estudiantes de preparatoria de la UNAM que contestaron un cuestionario sobre presión y flotación. Los modelos se construyeron reconociendo de los cuestionarios qué ideas corresponden a las ideas previas y qué reglas de correspondencia pueden presentarse de acuerdo con las respuestas del cuestionario. La aplicación de los modelos parciales posibles permitió generar y comprender diferentes interpretaciones de los estudiantes con un conjunto finito de elementos conceptuales. Por lo que es una forma de representación de las ideas intuitivas de los estudiantes y, por otro lado, permite establecer el tipo de inferencias que pueden hacer los estudiantes dentro de una estructura específica en determinados contextos físicos. Los modelos parciales posibles hacen factible comparar los modelos de los estudiantes y aquellos que son parte de la teoría física.

Una mayor formulación sobre los modelos parciales posibles se encuentra en Flores (1999) quien, después de un análisis riguroso sobre los distintos modelos que se han desarrollado, presenta las características que deben cumplir los conceptos constrictores (CC) y las reglas de correspondencia (RC) como núcleo de los modelos parciales posibles. El objetivo de este trabajo es dar cuenta de las representaciones que permiten construir modelos acerca de cómo los estudiantes interaccionan con el conocimiento, lo aprenden y utilizan para interpretar su realidad fenomenológica.

A partir de las ideas presentadas en la literatura de ideas previas sobre mecánica, Flores aplica el modelo para distinguir los conceptos constrictores de las reglas de correspondencia y establece los mínimos elementos conceptuales que se requieren para desarrollar todos los modelos que aparecen en las distintas investigaciones. Los modelos parciales posibles son una aproximación teórica de representación capaz de organizar, de manera diferenciada, las concepciones de los estudiantes bajo reglas precisas de clasificación, de un mecanismo operatorio inferencial y, sobre todo,

de vincular esa representación de los estudiantes con la física escolar y con la física formal logrando con ello un punto de partida operacional e interpretativo que toma en cuenta el conocimiento científico.

Los modelos parciales posibles permiten:

- Establecer diferencias entre la naturaleza de las ideas previas o preconcepciones de los estudiantes.
- Reproducir, en términos de los conceptos constrictores y las reglas de correspondencia, razonamientos posibles semejantes a los que presentan los estudiantes ante una situación física particular.
- Prever construcciones —inferencias— que los estudiantes realizarían para describir y explicar fenómenos físicos.
- Relacionar el traslado de la física escolar y la física formal y por consiguiente, el paso de la física del estudiante a la física escolar.
- Representar la física del alumno —hacia una física escolar—, como un conjunto de transformaciones en el modelo de los estudiantes, esto es, indicios sobre posibles caminos para identificar el cambio conceptual.

Las ideas de los profesores de ciencias

Otro tema de gran importancia son las investigaciones sobre las ideas de los profesores de ciencia. Al respecto, Flores, López, Gallegos y Barojas (2000) investigaron la transformación de las ideas de profesores del Colegio de Bachilleres, tomando en cuenta dos dimensiones; la epistemológica y la de aprendizaje. Los profesores cursaron durante un año materias relacionadas con la enseñanza de la física y la investigación siguió todo el proceso de transformación de las ideas de los profesores a lo largo de año y medio.

Las dos dimensiones fueron analizadas, a su vez, desde dos aspectos: el conceptual y el experimental. Las categorías de análisis epistemológicas fueron: empirismo, positivismo lógico y constructivismo; las categorías de análisis de aprendizaje fueron: conductismo, cognoscitivismo y constructivismo.

Los resultados muestran que es posible percibir un cambio en las visiones epistemológicas de los profesores que van del empirismo y el conductismo hacia posiciones intermedias como el positivismo lógico y el cognoscitivismo. Pasar hacia las nociones constructivistas en las dos dimensiones resulta muy difícil ya que como se muestra, ese cambio implica

un cambio radical de visión epistemológica. También se muestra en el trabajo que los profesores presentan concepciones epistemológicas y de aprendizaje diferenciadas, de acuerdo con si los cuestionamientos y trabajos que dichos profesores realizaron se encuentran ubicados en el plano conceptual o en el experimental; acercándose más a las visiones empirista y conductista en el aspecto experimental y más hacia el constructivismo en el plano conceptual.

Flores, Gallegos y López (2001) presentan una reflexión sobre el cambio en las ideas de los profesores en cuanto a las concepciones epistemológicas y de aprendizaje. De la aplicación de un programa de formación de docentes se concluye que es posible lograr la transformación de concepciones epistemológicas y de aprendizaje de los profesores; sobre todo, de esquemas cercanos o que comparten elementos en común como el paso del empirismo al positivismo lógico o del conductismo al cognoscitivismo —en donde esta última transformación es mucho más compleja, por ser más radical o alejada—. Ante estos resultados se plantean las preguntas: ¿cuáles son los elementos que permitieron que la transformación se llevara a cabo?, ¿de qué manera pueden caracterizarse mejor las concepciones, para lograr una mayor transformación o la transformación deseada?

El documento plantea que es necesaria la constitución de un contexto epistemológico y cognoscitivo, presente en la mayoría de las acciones y actividades educativas de un curso de formación o actualización docente. Para ello se proponen cuatro ejes: *1)* modelos intuitivos y teorías de aprendizaje; *2)* historia y epistemología de la ciencia; *3)* actividades experimentales y computacionales; y, *4)* solución de problemas y evaluación del aprendizaje.

Se plantea que existen serias dificultades en la operación de un curso que lleve hacia la transformación de las concepciones, ya que implica la articulación adecuada entre los ejes y el programa de trabajo y, sobre todo, requiere de un profesor que pueda resolver tanto los aspectos pedagógicos como los epistemológicos y los conceptos de la disciplina, lo que plantea el problema de la interdisciplina en cada sujeto.

Otro aspecto relacionado con la misma investigación se presenta en López, Flores y Gallegos (2000) en donde se hace énfasis en el proceso de formación docente. En este documento se muestran las dificultades en el área de ciencias y se describe, de manera detallada, una especialidad para la enseñanza de la física diseñada para profesores del Colegio de Bachilleres. Se explicitan los fundamentos, el enfoque, el propósito, estructura y composición temática de los dos módulos que la constituyen y se describen, de

manera general, los logros en la transición conceptual de los profesores de la especialidad. Los resultados dan pie para la discusión sobre los aspectos que deben ser considerados en la formación docente, haciendo resaltar la forma en que los profesores se apropian de un discurso acerca de la naturaleza de la ciencia y que, sin embargo, no pueden reflejar en su práctica docente.

El trabajo concluye señalando la importancia de tomar en cuenta, en la formación de profesores, los aspectos conceptuales y prácticos. Por otro lado, resalta la escasa investigación que hay sobre este tópico lo que implica un pobre conocimiento sobre dicho fenómeno educativo, así como la importancia de desarrollarla como un aspecto indispensable para mejorar los cursos de formación docente.

Un análisis sobre las concepciones de ciencia y su enseñanza de académicos universitarios —que incluye a profesores, investigadores y aquellos que toman decisiones sobre la vida académica e institucional de las universidades— es presentado por Alvarado (1998) y Alvarado y Flores (2001). Los estudios tienen por objeto identificar algunas de las implicaciones que las ideas sobre ciencia y aprendizaje que estos actores académicos tiene para la enseñanza.

Se realizó un diagnóstico previo al diseño de la entrevista en el que se enfocaban los siguientes aspectos: *a)* concepciones de ciencia; *b)* la enseñanza de los profesores universitarios de nivel medio superior; *c)* la concepción de ciencia que prevalece en la universidad a la luz de las concepciones epistemológicas; *d)* el análisis de si esta concepción depende del contexto histórico de la universidad. Con esta información preliminar se desarrolló una guía de entrevista que fue aplicada a una muestra de académicos relacionados con la enseñanza de distintos centros e institutos de la UNAM.

Los resultados muestran que, en relación con las características y la idea de ciencia que hay en la universidad se presenta gran diversidad de ideas, generalmente poco estructuradas, con relación a la ciencia. En cuanto al tipo de ciencia que se hace y enseña se encontraron los siguientes: ciencia básica, experimental, aplicada, académica, convencional y de avanzada. Hay consenso en que no existe una tradición científica debido al poco tiempo de desarrollo que la ciencia tiene aún en el país. Sobre las concepciones de ciencia, los entrevistados expresaron que: se ha estudiado poco, cae en el terreno de la especulación, lo han realizado aquellos que no hacen ciencia, o bien no es un tema de interés. Los únicos programas, sobre enseñanza de la ciencia, que los investigadores conocen son los curriculares y, aun en ellos, no se recupera toda la experiencia de los investigadores. Hay una confusión entre programas de enseñanza de la ciencia y difusión de la

ciencia. En formación docente se reconoce que los programas no han sido suficientes ni responden a las necesidades reales y que es necesario que quienes producen ciencia y la enseñan conformen un equipo para la formación de nuevas generaciones.

Nuevas formas de representación del cambio conceptual

Gallegos (2002) presenta un estudio realizado con estudiantes de 1°, 3°, 5°, 7° y 9° semestres de la licenciatura de química de la UNAM sobre sus ideas sobre estructura de la materia. Aplica dos cuestionarios y entrevistas a la muestra sobre tres contextos fenomenológicos, con la intención de analizar el modelo de estructura de la materia que presentan los alumnos. Los contextos son: cambios de estado, disoluciones y emisión de luz y conductividad eléctrica. Los cuestionarios son paralelos en cuanto a los temas y difieren en la forma de las preguntas.

Los resultados muestran que los alumnos presentan multiplicidad de modelos que dependen del contexto fenomenológico y del nivel de abstracción que se implique en la pregunta. Los estudiantes presentan un modelo continuo, y cuatro discretos que son el molar, dos moleculares y dos electrónicos. Estos modelos se utilizan en distinta proporción dependiendo del semestre escolar que cursan, sin embargo, es significativo que en ningún caso los modelos desaparecen.

Los modelos para analizar las ideas discretas de los estudiantes tienen como base las categorías desarrolladas por Jensen (1998a, 1998b; 1998c) para explicar la historia de la química. La autora muestra que la frecuencia de uso de las ideas de los estudiantes está relacionada con esta secuencia histórica. Lo anterior está de acuerdo con una interpretación reciente del cambio conceptual como el reconocimiento de múltiples representaciones que dependen de los contextos y dominios particulares, enfoque que está presente en las investigaciones más actuales. Para representar los múltiples modelos de los estudiantes por semestre escolar se construyen lo que la autora llama perfiles epistemológicos representacionales, en ellos se muestra una forma de representación del cambio conceptual de los estudiantes a lo largo de su formación. El trabajo presenta un modelo pedagógico centrado en el desarrollo histórico de los modelos.

La historia en la enseñanza de la ciencia

Los trabajos que aquí se presentan tienen un fuerte componente en cuanto al uso y análisis de la historia de la ciencia para comprender procesos y

problemas conceptuales de los estudiantes, sin embargo no pueden considerarse como investigaciones históricas propiamente dichas, sino como investigaciones que recuperan aspectos de la historia de la ciencia, la interpretan y, con ella, apoyan aspectos de enseñanza de ideas previas o cambio conceptual.

Hernández (1996) se propuso conocer los problemas y las condiciones que prevalecen en la enseñanza de la historia de la ciencia. La investigación se llevó a cabo con seis profesores y 58 estudiantes de la licenciatura de biología. Los puntos centrales de la investigación consistieron en: *a)* la información sobre la concepción histórico filosófica de estudiantes y profesores; *b)* la historia del evolucionismo y; *c)* las opiniones de los profesores y estudiantes respecto a la importancia de la historia de la ciencia en la enseñanza del evolucionismo y en la formación integral de los biólogos.

Del análisis comparativo de las categorías surge que un profesor maneja mayor número de elementos relacionados con la filosofía y la historia de la ciencia. También se muestra la dificultad de ubicar a los profesores dentro de una corriente historiográfica definida. La mayoría de los profesores muestra un limitado número de conceptos y una concepción histórica poco integrada. Tan sólo en dos de ellos se observa una orientación hacia la postura de Kuhn (1970).

En el caso de los alumnos la formación histórico-filosófica es, en términos generales, homogénea. La mayoría de ellos coincide en que la ciencia es una observación objetiva que tiende hacia una mayor comprensión de la naturaleza. Algunos estudiantes no consideran que el método científico está en función del objeto de estudio y otros parten de la idea de que el método experimental es el único que permite abordar el estudio de los seres vivos, lo que es interpretado como un enfoque positivista. Los estudiantes mantienen una postura homogénea, independiente del enfoque del profesor.

Los profesores consideran que los principales problemas de la historia del evolucionismo son: su inadecuada formación en el campo; la amplitud del temario; la falta de cultura histórica de los estudiantes que les permita comprender integralmente el tema y; la falta del apoyo institucional para fortalecer su formación. En el caso de los alumnos se detectaron los siguientes problemas: la historia de la ciencia se presenta generalmente como una cronología de personajes famosos y hay deficiencias de los profesores en su enseñanza.

Un trabajo que integra la perspectiva histórica y la enseñanza de la biología lo presenta Valladares (2002), la cual realiza un análisis histórico y

conceptual de las ideas científicas sobre el origen de la vida como herramienta para interpretar las ideas previas de los estudiantes de bachillerato en este tópico.

A partir del análisis realizado encontró tres puntos de vinculación entre las ideas históricas y las ideas previas en la literatura especializada. Estos puntos corresponden a las principales aproximaciones que, a lo largo de la historia, han explicado el origen de la vida: la generación espontánea, la creación y la hipótesis evolutiva de Oparin y Haldane. Dichas aproximaciones históricas tienen también sus contrapartes en las ideas previas de los estudiantes.

Tomando como base el modelo de cambio conceptual de Chi (1992) se reconocieron en estas aproximaciones, tanto las históricas como de los estudiantes, dos categorías ontológicas implicadas. Bajo cada categoría ontológica se hacen posibles sólo ciertas explicaciones e interpretaciones para los seres vivos y para su origen.

A partir de suponer que los cambios conceptuales que ocurrieron en la historia entre y dentro de las categorías ontológicas pueden ocurrir también en los estudiantes se presentan algunos lineamientos generales que permiten orientar en el diseño de estrategias didácticas.

Sobre los conceptos de presión y vacío Gallegos (1998) realizó una investigación en la que se propone encontrar aspectos que relacionen el desarrollo histórico y las ideas previas de los alumnos. La muestra seleccionada corresponde a estudiantes de nivel de preparatoria de la UNAM. El trabajo muestra cómo el desarrollo de los conceptos, está ligado con las situaciones fenomenológicas que corresponden a los problemas que los estudiantes deben resolver. A partir del desarrollo histórico de los conceptos de presión y vacío la autora construye cuatro modelos: el de las ideas de los antiguos griegos y las desarrolladas en la edad media; el de las ideas de Torricelli y Pascal; el de las ideas de los Bernoulli y la presión interna de un gas; y el de la construcción del concepto de presión en la teoría cinética de los gases. Con las ideas de los estudiantes, construye modelos de representación ligados con los contextos fenomenológicos planteados en las preguntas y compara las ideas de los estudiantes y los modelos dentro de los distintos periodos históricos en función de problemas específicos.

Los resultados de la investigación muestran la existencia de modelos que están centrados en el vacío, en el aire y en el concepto de fuerza, presión y colisiones. Los modelos históricos y los modelos de los estudiantes no son los mismos ya que contienen aspectos conceptuales distintos. Mientras que los modelos históricos parten de que la naturaleza actúa para evitar

el vacío, los estudiantes consideran que el vacío existe y es el agente causal de los fenómenos. Históricamente cuando el vacío es aceptado se busca la presencia de otro agente causal. En el caso de los estudiantes la presencia del aire encerrado es el que actúa como agente causal. En el caso histórico el peso del aire se convierte en causa, sin embargo los alumnos saltan directamente hacia el concepto de presión o fuerza externa del agua o del aire que actúan sobre los objetos. Por último, mientras en la historia, a partir del peso del aire, se construye el concepto de presión interna que junto con la concepción de materia constituida por partículas en movimiento apoya la construcción del concepto de presión; en el caso de los estudiantes no se encuentran modelos correspondientes con estos últimos modelos históricos.

El documento concluye que es necesario considerar que: la historia presenta obstáculos epistemológicos en la construcción de los conceptos que pueden ser similares a los que los estudiantes enfrentan; los modelos históricos están presentados en un plano general mientras que los de los estudiantes están enmarcados en contextos fenomenológicos específicos; el carácter explicativo de los modelos históricos se contrapone con el descriptivo de los alumnos. El documento termina con una propuesta de didáctica que considera tres etapas: la construcción del concepto de presión en los líquidos; la construcción del concepto de presión en los gases y la interpretación de la presión como consecuencia del movimiento molecular de la materia.

Algunas de las investigaciones ya comentadas con relación a las propiedades de las concepciones y a nuevas formas de representación del cambio conceptual también hacen uso de la historia para encontrar elementos de análisis, éstos son los trabajos de Flores y Gallegos (1999) y Gallegos (2002).

BREVE SÍNTESIS

Los trabajos presentados muestran que, en el país se están desarrollando investigaciones que abordan los problemas actuales que corresponden a los reportados en el ámbito internacional. En este sentido se puede afirmar que se están llevando a cabo investigaciones, en la mayoría de los casos, de buen nivel y que pueden contribuir de manera significativa al desarrollo de este campo —no sólo haciéndolo más sólido en México— en el ámbito internacional.

El tema en el que se reporta mayor cantidad de trabajo es el de la caracterización de las concepciones de los estudiantes y que es también el tema

más investigado en el ámbito internacional. Se han hecho investigaciones en biología, física y química y, en todos los niveles educativos.

Menos desarrollados, en cuanto a número de investigaciones se encuentran otros campos como el de cambio conceptual —sobre todo en sus nuevas formulaciones— el de la historia de la ciencia en la enseñanza, el de construcción de modelos representacionales y el de las concepciones de los profesores. Los trabajos correspondientes muestran alta calidad tanto en los aspectos metodológicos pero, sobre todo, en los procesos de análisis.

Cabe señalar que varios de los trabajos presentados se encuentran reportados en revistas de circulación internacional con lo que contribuyen a ese ámbito. En general las investigaciones reportadas muestran un nivel de madurez superior al de la década pasada y contribuyen, de manera importante, a fortalecer el desarrollo de la investigación en enseñanza de la ciencia en México. Hay que hacer notar, sin embargo, que el número de investigadores es aún muy pequeño, que la mayoría de los trabajos descansan en unos cuantos grupos como puede verse de los nombres de cada una de los trabajos reportados.

Conclusiones

El trabajo desarrollado en los últimos diez años en el ámbito internacional ha mostrado notables avances en la comprensión y reestructuración de la investigación en enseñanza de la ciencia. Si bien el constructivismo continúa siendo el enfoque que cobija la enseñanza de la ciencia, el desarrollo de temáticas como ideas previas, cambio conceptual y modelos representacionales han hecho notables progresos y se encuentran en los inicios de nuevas aproximaciones teóricas que, posiblemente se vean formalizadas en la siguiente década. Otras líneas como la incorporación de la historia y la filosofía de la ciencia son más recientes, pero han avanzado de manera significativa y comienzan a dar indicios de su importancia para comprender los procesos de construcción de conocimiento en los estudiantes. Ante este panorama la investigación nacional en este campo, parece haberse insertado de manera clara, atendiendo a los principales problemas que internacionalmente se han planteado y, sobre todo, con contribuciones de nivel equivalente. Las investigaciones reportadas muestran que las mismas líneas abordadas por el entorno internacional son los que se analizan en el nacional.

A pesar de lo anterior, es necesario señalar algunos aspectos que se deben mejorar para lograr que la investigación que se desarrolla en nuestro

país contribuya de manera decisiva y clara al panorama internacional y nacional. Entre esos aspectos podemos destacar los siguientes:

- La investigación continúa siendo, en número, muy pequeña si se compara con lo que se produce en otros países y, también, comparada con las necesidades y posibilidades del país.
- El número reducido de investigaciones se explica debido a que son muy pocas las personas y grupos que se han dedicado a este campo de investigación, ante lo cual se plantea la necesidad de formación de investigadores, creación de estudios de posgrado de alto nivel y de una demanda nacional donde se puedan aterrizar los beneficios que las investigaciones como las reportadas tienen para el mejoramiento de la enseñanza de la ciencia.
- En algunos casos es necesario abordar nuevos enfoques y metodologías, para que los resultados no reproduzcan los ya reportados en el ámbito internacional.
- Parece necesario buscar una mayor articulación entre los investigadores en el campo, para avanzar hacia nuevas perspectivas tanto en el terreno de la investigación como en el de formación de nuevos cuadros. Así como propiciar la creación de revistas nacionales que apoyen y fomenten la investigación. A la fecha, las revistas especializadas en investigación en enseñanza de la ciencia no existen en nuestro país, y por ello se hace uso de revistas de educación en general o de revistas más orientadas al apoyo de los profesores.
- Es necesario aumentar la presencia en el ámbito internacional con artículos de alto nivel no sólo para contribuir al desarrollo del campo, sino también, para que los trabajos sean juzgados en dicho ámbito y se contribuya a elevar la calidad de los mismos.

Hay que hacer notar que, a pesar de los aspectos señalados que requieren atenderse para mejorar la investigación educativa a nivel nacional, en esta última década los avances han sido muy importantes en los siguientes aspectos: *a)* las temáticas abordadas, cada vez más acordes con el ámbito internacional; *b)* la mayor amplitud en dichas temáticas, es decir, se han abordado campos que hace diez años no lo eran (León *et al.*, 1995); *c)* se cuenta con mayor impacto en el ámbito internacional; *d)* mayor profundidad en las investigaciones, algunas de ellas atendiendo a aspectos teóricos y otras a los metodológicos; y, *e)* la incursión, aunque pocas, de nuevas personas al ámbito.

REFERENCIAS

Aikenhead, G. S., y Ryan, A. (1989). *The Development of a Multiple Choice Instrument for Monitoring Views on Science-Technology-Society Topics* (Research Report), Ottawa, Canadá: Social Sciences and Humanities Research Council of Canada.

Alucema, M. A. (1996). "Evaluación de las organizaciones conceptuales de estudiantes de biología referidas al concepto de evolución", en M. A. Campos y R. Ruiz (eds.), *Problemas de acceso al conocimiento y enseñanzas de las ciencias*, pp. 113-136, México: Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas, UNAM.

Alvarado, C. (2001). *Identificación de problemas en conceptos químicos fundamentales en los libros de texto de biología de secundaria. Implicaciones para el aprendizaje,* tesis de licenciatura QFB, no publicada, Facultad de Química, UNAM, México.

Alvarado, M. E. (1998). *La concepción de la ciencia en la UNAM. Su enseñanza,* tesis de maestría en pedagogía, no publicada, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM. México.

Alvarado, M. E. y Flores, F. (2001). "Concepciones de ciencia de investigadores de la UNAM. Implicaciones para la enseñanza de la ciencia", en *Perfiles Educativos, XXIII* (92), 32-53.

Andersson, B. (1986). "The Experiential Gestalt of Causation: A Common Core to Pupils' Preconceptions in Science", en *European Journal of Science Education,* 8, 155-171.

Bliss, J. y Ogborn, J. (1994). "Force and Motion from the Beginning", en *Learning and Instruction,* 4, 7-25.

Brewer, W. F., Chinn, C. A. y Samarapungavan, A. (2000). "Explanation in Scientists and Children", en F. Keil. y R. Wilson (eds.), *Explanation and Cognition*, pp. 279-298, Cambridge: MIT Press.

Brown, D. E. y Clement, J. (1992). "Classroom Teaching Experiments in Mechanics", en R. Duit, F. Goldberg y H. Niedderer (eds.), *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, pp. 380-397, Institute of Science Education al the University of Kiel, Alemania.

Bruner, J. S. (1961). "The Act of Discovery", en *Harvard Educational Review,* 31, 21-32.

Campanario, J. M., y Otero, J. (2000). "Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: Las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias", en *Enseñanza de las ciencias,* 18 (2), 155-169.

Campos, M. A. y Gaspar, S. (1996a). "La construcción del constructivismo en investigación cognoscitiva", en *Investigación Educativa,* año 2, 1 (4), 31-43.

Campos M. A. y Gaspar S. (1996b). "El modelo de análisis proposicional: un método para el estudio de la organización lógico-conceptual del conocimiento",

en M. A. Campos y R. Ruiz (eds.), *Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias*, pp. 51-92), México: UNAM.

Campos, M. A. y Gaspar, S. (1997). "La problemática actual del constructivismo en investigación cognoscitiva", en *Investigación Educativa,* año 3, 1(7), 20-35.

Campos, M. A. y Gaspar, S. (1999a). "Representación y construcción del conocimiento", en *Perfiles Educativos,* XXI (83-84), 27-49.

Campos, M. A. y Gaspar, S. (1999b). "Análisis de discurso de la organización lógico-conceptual de estudiantes de biología de nivel secundaria", en *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* 4 (7), 27-77.

Campos, M. A; Gaspar, S. y Alucema, M. A. (2000). "Análisis de discurso de la conceptualización de estudiantes de biología de nivel universitario", en *SOCIOTAM,* X (1), 31-71.

Campos, M. A.; Ruiz, R. y Alucema, M. A. (1996). "Estructuras conceptuales graduadas en el conocimiento aprendido", en M. A. Campos y R. Ruiz (eds.), *Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias*, pp. 93-111, México: Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas, UNAM.

Campos, M. A.; Sánchez, C.; Hernández, S. y Paz, V. (1999). "La organización conceptual de alumnos de sexto grado de educación básica acerca del concepto de evolución", en *Revista Intercontinental de Psicología y Educación,* 1 (1, 2), 39-55.

Carey, S. (1991). "Knowledge Acquisition: Enrichment or Conceptual Change?", en S. Carey y R. Gelman (eds.). *The Epigenesis of Mind. Essays on Biology and Cognition*, pp. 257-291, Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Chi, M., (1992). "Conceptual Change Within and Across Ontological Categories: Examples from Learning and Discovery in Science", en R. Giere (ed.), *Cognitive Models of Science*, pp. 129-187, MN: University of Minnesota Press.

Chinn, C. A. (1995). *Constructing Scientific Explanations from Text: A Theory with Implications for Conceptual Change* (Technical Report núm. 626), Center for the Study of Reading, Champaign, IL.

Chinn, C. y Brewer, W. (1993). "The Role of Anomalous Data in Knowledge Acquisition: A Theoretical Framework and Implications for Science Instruction", en *Review of Educational Research,* 63, 1-49.

Chinn, C. y Brewer, W. (1998). "Theories of Knowledge Acquisition", en B. J. Fraser y K. G. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education,* part II, pp. 97-113, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Collins, H. M., (1985). *Changing Order: Replication and Induction in Scientific Practice,* Londres, Sage.

De Jong, O, Korthagen, F., y Wubbels, T. (1998). "Research on Science Teacher Education in Europe: Teacher Thinking and Conceptual Change", en B. J. Fraser y K. G. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, part II, pp. 745-758, Great Britain: Kluwer Academic Publishers.

De Jong, O.; Acampo, J. J. C. y Verdonk, A. H. (1995). "Problems in Teaching the Topic of Redox Reactions: Actions and Conceptions of Chemistry Teachers", en *Journal of Research in Science Education,* 32, 1097-1110.

De la Chaussée, M.E. (2000). "¿Sobre qué se habla en el aula?", en *Atajo,* oct., 34-44.

Désautels, J. y Larochelle, M. (1998). "The epistemology of students: The "Thingified" Nature of Scientific Knowledge", en B. J. Fraser y K. G. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 97-113, Londres: Kluwer Academic Publishers.

DiSessa, A. (1983). "Phenomenology and the Evolution of Intuition", en Gentner y Stevens (eds.), *Mental Models*, pp. 15-34, Lawrence Erlbaum Ass: NJ.

DiSessa, A. (1993). "Toward an Epistemology of Physics", en *Cognition and Instruction,* 10 (2, 3), 105-225.

Duschl, R. A. (1993). "Research on the History and Philosophy of Science", en D. Gabel (ed.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning,* pp. 443-465, Nueva York: Macmillan.

Ertmer, P. A. y Newby, T. J., (1996). "The Expert Learner: Strategic, Self-Regulated and Reflective", en *Instructional Science,* 24, 1-24.

Flores, F. (1999). *Estructura y procesos de inferencia en las ideas físicas de los estudiantes: modelos semiformalizados sobre ideas previas*, tesis doctoral en pedagogía, no publicada, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM, México.

Flores, F. (2000). "La enseñanza de las ciencias. Su investigación y sus enfoques", en *Ethos Educativo,* 26-35.

Flores, F. y Gallegos, L. (1998). "Partial Possible Models: An Approach to Interpret Students' Physical Representation", en *Science Education,* 82 (1), 15-29.

Flores, F. y Gallegos, L. (1999). "Construcción de conceptos físicos en estudiantes. La influencia del contexto", en *Perfiles Educativos,* XXI (85-86), 90-103.

Flores, F.; Gallegos, L. y López, A. (2001). "Conceptos de ciencia y aprendizaje en profesores de física: Posibilidades y dificultades de transformación", en *Ethos Educativo,* 25, 78-86.

Flores F., López A., Gallegos L. y Barojas J. (2000). "Transforming Science and Learning Concepts of Physics Teachers", en *International Journal of Science Education,* 22 (2), 197-208.

Flores, F.; Tovar, Ma. E.; Gallegos, L.; Velázquez, Ma. E.; Valdés, S.; Saitz, S.; Alvarado, C. y Villar, M. (2000). *Representación e ideas previas acerca de la célula en los estudiantes de bachillerato.* (Reporte de Investigación). Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM, México.

Furió, C.; Calatayud, M.L.; Bárcenas, S.L. y Padilla, O.M. (2000). "Functional Fixedness and Functional Reduction as Common Sense Reasonings in Chemical Equilibrium and in Geometry and Polarity of Molecules", en *Science Education,* 84 (5), 545-565.

Gallegos, L. (1998). *Formación de conceptos y su relación con la enseñanza de la física.* Tesis de maestría en Enseñanza Superior, no publicada, Facultad de Filosofía, UNAM, México.

Gallegos, L. (2002). *Comparación entre la evolución de los conceptos históricos y las ideas de los estudiantes: El modelo de la estructura de la materia,* tesis de doctorado en pedagogía, no publicada, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM, México.

Gallegos, L.; Jerezano, Ma. E. y Flores, F. (1994). "Preconceptions and Relations Used by Children in the Construction of Food Chains", en *Journal of Research in Science Teaching,* 31 (3), 259-272.

Gaskell, P. J. (1992). "Authentic science and school science", en *International Journal of Science Education,* 14, 265-272.

Gorsky, P y Finegold, M (1994). "The Role of Anomaly and Cognitive Dissonance in Restructuring Students' Concepts of Force", en *Instructional Science,* 22, 75-90.

Greca, I. M. y Moreira, M. A. (1997). "The Kinds of Mental Representations. Models, Propositions and Images Used by Collage Physics Students' Regarding the Concept of Field", en *International Journal of Science Education,* 19 (6), 711-724.

Hammer, D., (1994). "Epistemological Beliefs in Introductory Physics", en *Cognition and Instruction,* 12, 151-183.

Hernández, M. C. (1996). "La enseñanza de la historia del evolucionismo: un estudio de caso", en M. A. Campos y R. Ruiz (eds.), *Problemas de acceso al conocimiento y enseñanza de las ciencias*, pp. 159-180, México: Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicada y en Sistemas, UNAM.

Hewson, P. W., (1981). "A Conceptual Change Approach to Learning Science", en *European Journal of Science Education,* 4, 383-396.

Hodson, D. (1994). "Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratorio", en *Enseñanza de las Ciencias,* 12, 299-313.

Jensen, W. B. (1998a). "Logic, History and the Chemistry Textbook, part I, Does Chemistry Have a Logical Structure? *Journal of Chemical Education,* 75 (6), 679-687.

Jensen, W. B. (1998b). "Logic, History and the Chemistry Textbook, part II, Can We Unmeddle the Chemistry Textbook", en *Journal of Chemical Education,* 75 (7), 817-828.

Jensen, W. B. (1998c). "Logic, History and the Chemistry Textbook, part III, One Chemical Revolution of Three?", en *Journal of Chemical Education,* 75 (8), 961-969.

Karmiloff-Smith, A., (1992). *Beyond Modularity,* MIT Press, Cambridge, MA.

Kuhn, D. (1989). "Children and Adults as Intuitive Scientist", en *Psychological Review,* 96 (4), 674-689.

Kuhn, T. (1970). *La estructura de las revoluciones científicas,* Fondo de Cultura Económica, México.

Kuhn, T. (1977). *The Essential Tension: Selected Studies in Scientific Tradition and Change,* University of Chicago Press, Chicago, IL.

Larochelle, M. y Désautels, J. (1991). "Of Course, it's Just Obvious: Adolescents" Ideas of Scientific Knowledge", en *International Journal of Science Education,* 13 (4), 373-389.

Lederman, N. (1995). "The Influence of Teachers' Conceptions of the Nature of Science on Classroom Practice: The Story of Five Teachers", en F. Finley, D. Allchin, D. Rhees y Fifield (eds.), *Third International History, Philosophy and Science Teaching Conference* (Proceedings, vol. 1), pp. 656-663, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

León, A.; Goñi, H.; Domínguez, A.; Flores, F.; Gallegos, L.; González, J.; López, A. y Rojano R., (1995). "Ciencias naturales y tecnología", en G. Waldegg (ed.) *Procesos de enseñanza y aprendizaje KK: La investigación educativa en los ochentas, perspectivas para los noventas*, pp. 21-118, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

León, J. A. y Slisko, J. (2000). "La dificultad comprensiva de los textos de ciencias, nuevas alternativas para un viejo problema educativo", en *Psicología Educativa,* 6 (1), 7-26.

Linder C. J. (1993). "A Challenge to Conceptual Change", en *Science Education,* 77 (3), 293-300.

López, A.; Flores, F. y Gallegos, L. (2000). "La formación de docentes en física para el bachillerato. Reporte y reflexión sobre un caso", en *Revista Mexicana de Investigación Educativa,* 5 (9), 113-135.

Martínez, O. J. (1999). "Algunas reflexiones sobre las concepciones alternativas y el cambio conceptual", en *Enseñanza de las Ciencias,* 17 (1), 93-107.

Marton, F. (1981). "Phenomenography-Describing Conceptions of the World Around Us", en *Instructional Science,* 10, 177-20.

Matthews, M. R. (1994). *Science Teaching: The Role of History and Philosophy of Science.* Nuva York: Routledge.

Matthews, M. (1998). "The Nature of Science and Science Teaching", en B.J. Fraser y K.G. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 981-999, Gran Bretaña: Kluwer Academic Publishers.

McNamara, DS; Kintsch, E; Songer, NB, y Kintsch, W. (1996). "Are Good Texts Always Better? Interactions of Text Coherence, Background Knowledge, and Levels of Understanding", en *Cognition and Instruction,* 14, 1-43.

Perret-Clermont, A. N. (1980). *Social Interaction and Cognitive Development in Children,* Londres: Academic Press.

Posner, G. J.; Strike, K. A.; Hewson, P. W., y Gertzog, W. A. (1982). "Accommodation of a Scientific Conception: Toward a Theory of Conceptual Change", en *Science Education,* 66, 211-227.

Pozo, J. I.; Gómez, M.; Limón, M., y Sanz A. (1991). *Procesos cognitivos en la comprensión de la ciencia: Las ideas de los adolescentes sobre química,* Madrid, España, CIDE.

Pozo, J. I.; Gómez, M. A., y Sanz, A. (1999). "When Change Does not Mean Replacement: Different Representation for Different Context", en Shnotz W., Vosniadou, S. y Carretero, M. (eds.), *New Perspectives on Conceptual Change*, pp. 161-174, Oxford: Pergamon Elsevier.

Reiner, M.; Chi, M. T. H. y Resnik, L. (1988). "Naive materialistic belief: An Underlying Epistemological Commitment", en *Proccedings of the Thenth Annual Conference of the Cognitive Science Society.* Hillsadale, NJ: Erlbaum.

Reynoso, E.; Fierro, E.; Torres, G.; Vicentini-Missoni, M. y Pérez de Celis, J. (1993). "The Alternative Frameworks Presented by Mexican Students and Teachers Concerning the Free Fall of Bodies", en *International Journal of Science Education,* 15 (2), 127-138.

Roth, W. M. y Roychoudhury, A. (1994). "Physics Students' Epistemologies and Views about Knowing and Learning", en *Journal of Research in Science Teaching,* 31, 5-30.

Ryan, A. G. y Aikenhead, G. S. (1992). "Students' Preconceptions about the Epistemology of Science", en *Science Education,* 76, 559-580.

Samarapungavan, A. (1992). "Children's Udgments in Theory Choice Tasks: Scientific Rationality in Childhood", en *Cognition,* 45, 1-32.

Samarapungavan, A. (1995). "Establishing Boundaries for Explanatory Frameworks: Children's Epistemologies in Context", en J. Astington (ed.), *Theory of Mind at School: Children's Scientific Reasoning,* Symposium Conducted at the Annual Meeting of The American Educational Research Association, April, San Francisco.

Samarapungavan, A. y Wiers, R. W., (1997). "Children's Thoughts on the Origin of Species: A Study of Explanatory Coherent", en *Cognitive Science,* 21, 147-177.

Sánchez, M. (2000). "La enseñanza de las ciencias en el contexto del cambio conceptual", en M. A. Campos (coord.), *Construcción de conocimiento y educación virtual*, pp. 75-112, México: Facultad de Filosofía y Letras, UNAM.

Slisko, J. (2000a). "Radiografía de los libros de texto de física I. La terminología como obstáculo para el aprendizaje", en *Educación 2001,* 56, 39-42.

Slisko, J. (2000b). "Radiografía de los libros de texto de física II. Las "explicaciones" como obstáculo para el aprendizaje", en *Educación 2001,* 58, 40-43.

Slisko, J.; Montes, R. y Cuéllar, R. (1996). "Análisis multidimensional de un texto escolar", en *Estudios de Lingüística aplicada, 23/24*, 203-213.

Songer, N. B. y Linn, M. C. (1991). "How do Students' Views OF Science Influence Knowledge Integration?", en *Journal of Research in Science Teaching,* 28, 761-784.

Spada, H. (1994). "Conceptual Change or Multiple Representations?", en *Learning and Instruction,* 4 (1), 113-116.

Spelke, E. S. (1991). "Physical Knowledge in Infancy: Reflections on Piaget's Theory", en S. Carey y R. Gelman (eds.), *Epigenesis of Mind: Studies in Biology and Cognition*, pp. 133-170, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Tiberghien, A. (1994). "Modeling as a Basis for Analyzing Teaching-Learning Situations", en *Leaning and Instruction,* 4, 71-87.

Touger, J. S.; Dufresne, R. J.; Gerace, W. J.; Hardiman, P. T. y Mestre, J. P., (1995). "How Novice Physics Students Deal with Explanation", en *International Journal of Science Education,* 17, 255-269.

Tullberg, A.; Strömdahl, H. y Lybeck, L. (1994). "Students Conceptions of 1 Mol and Educators' Conceptions of How They Teach The Mole", en *International Journal of Science Education,* 16, 145-156.

Valdés, S.; Flores, F.; Gallegos, L. y Herrera, T. (1998). "Ideas previas en estudiantes de bachillerato sobre conceptos básicos de química vinculados al tema de disoluciones", en *Educación Química,* 9 (3), 155-162.

Valladares R. L. (2002). *Evolución histórica de las ideas científicas sobre el origen de la vida y su relación con el cambio conceptual de las ideas previas de los estudiantes de bachillerato,* Tesis de licenciatura en biología, no publicada, Facultad de Ciencias, UNAM, México.

Vosniadou, S. (1999). "Conceptual Change Research: State of the Art and Future Direction", en W. Schnotz., S. Vosniadou y M. Carretero (eds.), *New Perspectives on Conceptual Change*, pp. 3-13, Amsterdam: Pergamon.

Vosniadou, S. y Brewer, W. F. (1992). "Mental models of the earth: A study of Conceptual Change in Childhood", en *Cognitive Psychology,* 24, 535-585.

Vosniadou, S. y Brewer, W. F. (1994). "Mental Models of the Day/Night Cycle", en *Cognitive Science,* 18, 123-183.

Wandersee, J. H.; Mintzes, J. J. y Novak, J. D. (1994). "Research in Alternative Conceptions in Science", en Gabel D. L. (ed.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning*, McMillan Pub: NY.

Wellman, H. M. (1990). *The child's theory of mind*, Cambridge, MA: MIT Press.

Zimmerman, B. J. (1990). "Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview", en *Educational Psychologist,* 25, 3-17.

CAPÍTULO 3

AMBIENTES, EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE Y EQUIDAD

3A. AMBIENTES DE APRENDIZAJE

Diana Patricia Rodríguez Pineda

Introducción

La investigación sobre los ambientes de aprendizaje en el campo de la educación en ciencias naturales, ha tenido importantes avances en las tres últimas décadas, particularmente desde el "Inventario de Ambientes de Aprendizaje" realizado por Walberg, como parte del *Harvard Proyect Physics* (Walberg y Anderson, 1968).

De acuerdo con los criterios establecidos en el campo de educación en ciencias naturales para reportar las investigaciones realizadas en México en los últimos diez años, nos encontramos con que no existen investigaciones cuyo objetivo sea abordar la temática de los ambientes de aprendizaje. Aunque ciertas investigaciones —como las realizadas por Candela (1991, 1997)—, plantean y desarrollan algunos elementos y variables propios de esta línea de trabajo, su objetivo realmente es el aprendizaje contextualizado, por lo que se le ubica en la sección de "currículo como proceso". También existe otro tipo de investigaciones como la de Valdés (1992), que

si bien indagan sobre las variables que afectan el ambiente de aprendizaje, son de carácter general y no se refieren propiamente al ambiente educativo de las ciencias experimentales.

En el ámbito internacional, el resultado de los avances de investigación en torno a los ambientes de aprendizaje se presentan en la quinta sección —coordinada por Barry Fraser— del *International Handbook of Science Education* (Fraser y Tobin, 1998). Allí se describen los principales tópicos de investigación en cuanto a los elementos determinantes de los ambientes de aprendizaje, la evaluación de dichos ambientes y los efectos de estas evaluaciones, tanto en el salón de clase como en los diferentes niveles del sistema educativo.

Esta descripción nos permitirá contribuir a reconocer las problemáticas didácticas que se dan en el aula de ciencias, y proporcionar elementos para la reflexión en torno a las contribuciones, logros y vacíos de la investigación en este campo, como aportar elementos que permitan consolidar la perspectiva del estado del arte de la educación en ciencias naturales.

Los diferentes artículos del mencionado *Handbook* que analizan esta línea de investigación (Fraser, 1998; Wubbels y Brekelmans, 1998; Arzi, 1998; Shapiro, 1998; McRobbie, Fisher y Wong, 1998; Tobin y Fraser, 1998), nos presentan la importancia que tienen en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las ciencias, aspectos tales como: la perspectiva histórica de este programa de investigación; la distinción entre ambiente escolar y ambiente de clase; el análisis de los instrumentos específicos para valorar las percepciones del ambiente del salón de clase y las evaluaciones individuales y grupales del ambiente de la clase; la participación del profesor como factor social en el clima de trabajo en el aula; el ambiente generado por el espacio escolar y por el laboratorio de ciencias y; el uso que le dan los profesores a las evaluaciones sobre el ambiente educativo para mejorar su propio ambiente escolar o de aula. Todo lo anterior, visto desde las valoraciones realizadas hasta ahora sobre los ambientes educativos.

También entran en escena los análisis en torno a la conveniencia o no de los métodos cuantitativos y cualitativos, la transición entre la escuela primaria y la secundaria, la formación de profesores y evaluación de los mismos, además de la perspectiva semiótica para investigar los ambientes de aprendizaje de las ciencias naturales: interpretación de la organización del salón de clases. Convirtiéndose a su vez todo esto, en perspectivas futuras de investigación sobre los ambientes educativos.

Ambiente educativo

Antes de iniciar la descripción de los principales tópicos de investigación respecto a los ambientes de aprendizaje tanto en los diferentes niveles del sistema educativo, como en el propio salón de clases, daremos brevemente una aproximación general a los ambientes educativos.

En este sentido Segura *et al.* (1999) en su investigación sobre los proyectos de aula se refieren al ambiente educativo como: "un espacio donde se reconocen que son las interacciones múltiples las que conducen a la elaboración de sentidos, ideas, afectos, acciones y significados, y que se trata de obrar en consecuencia".

Esta noción de ambiente educativo es posible desde la mirada planteada por Fraser (1998), quien de acuerdo con la perspectiva constructivista, considera que el aprendizaje significativo es un proceso en el cual los individuos dan sentido al mundo en relación con el conocimiento que ellos han construido, y en este sentido los procesos involucran una negociación activa y una construcción de consensos.

Así, pensar una escuela en la que se privilegia las interacciones de los individuos entre sí, con la actividad y con el espacio, nos lleva a considerar los principios sobre los que se estructura el ambiente educativo; propiciando la construcción de una escuela en la que todo no esté resuelto, en la que la participación y la autonomía sean alternativas frente a la sumisión y la obediencia, donde las imágenes de conocimiento superen el clima medieval, de manera que, en lugar de aprender los resultados de la ciencia como dogmas y revelaciones, se propicie la creatividad, la imaginación y la construcción del conocimiento.

Aproximación al estudio de los ambientes educativos

Es necesario usar las percepciones de los estudiantes y profesores para estudiar los ambientes educativos. Además, éstas pueden ser contrastadas con la observación directa de un externo. Otra aproximación del estudio de los ambientes educativos implica el uso de la etnografía, los casos de estudio y la investigación interpretativa. Definir el ambiente escolar o el de aula en términos de la comparación de percepciones de los estudiantes y de los profesores, tiene la doble ventaja de caracterizar el escenario del aprendizaje a través de los ojos de los propios participantes, quienes "gastan" —en el caso de los estudiantes— aproximadamente 15 mil horas de su vida en la escuela —desde la primaria hasta la preparatoria— (Rutter, Maughan, Mortimore, Ouston y Smith, 1979).

Perspectiva histórica de los ambientes de aprendizaje

Las ideas tempranas de Lewin (1936), seguidas por Murray (1938), son consideradas como los trabajos embrionarios sobre los ambientes de aprendizaje; quienes fueron los primeros en reconocer este campo teórico en la investigación educativa. Ellos establecen que tanto el ambiente educativo como sus interacciones, junto con las características particulares de los individuos, son determinantes del comportamiento humano. De tal manera que Lewin estableció una fórmula con relación a éste, a saber: B = *f* (P, E),[22] es decir, el comportamiento es considerado como una función de la persona y del ambiente.

Posteriormente, Walberg y Anderson (1968) y Moos (1974), continuaron independientemente con esta línea de trabajo. Los primeros desarrollaron el "inventario de ambientes de aprendizaje", seguidos por Moos, quien buscando identificar la escala del clima social desarrolló la "escala del ambiente de clase". La forma en la cual los trabajos pioneros sobre la percepción de los ambientes de aprendizaje han influido considerablemente en las investigaciones de los últimos años se refleja en libros (Fraser, 1986; Fraser y Walberg, 1991), en revisiones literarias (von Saldern, 1992; Fraser, 1994) y en monografías financiadas por la Asociación Americana de Investigación Educativa.

Distinción entre ambiente escolar y ambiente de clase

En las investigaciones sobre ambientes de aprendizaje, resulta bastante útil distinguir entre el ambiente de clase —o ambiente del grado escolar (primero, segundo, tercero, etc.)— y el ambiente escolar —o ambiente del nivel educativo (primaria, secundaria, preparatoria y universidad)—, puesto que en este último se ven involucrados aspectos tanto de orden psicológico como social para ver el clima escolar como un todo (Fraser y Rentoul, 1982). Dos características distinguen las investigaciones sobre los ambientes de clase de las de ambiente escolar, que son: la forma como han tendido que asociarse cada uno de estos ambientes con el campo de la administración educativa y el clima que envuelve las instituciones de educación superior.

Aunque en el pasado la mayor cantidad de investigaciones en esta línea de trabajo de la educación en ciencias naturales, han sido sobre el ambiente de clase —por lo tanto la mayoría de los instrumentos son para evaluar el

[22] Por sus iniciales en inglés: B (*behaviour*), P (*person*), E (*environment*).

ambiente de la misma— se plantea la posibilidad de romper la independencia de estos dos núcleos de investigación —la escuela y el salón—, y tratar de realizar investigaciones que hagan confluir dichos ámbitos de trabajo.

Análisis de los instrumentos específicos para evaluar los ambientes escolares y del salón de clase

Las percepciones del ambiente del salón de clase y las del ambiente escolar, son evaluadas (Stern, Stein y Bloom, 1956) mediante observaciones realizadas por un externo —conocidas como "presión alpha"— y otras realizadas por los propios miembros del grupo en cuestión —"presión beta"—, y con instrumentos diseñados específicamente para evaluar los ambientes de aprendizaje o con los que hace un inventario de las variables presentes en el ambiente educativo.

Fraser y Tobin (1991) señalan como un punto a tener en cuenta en los instrumentos de evaluación sobre el ambiente de aprendizaje en el salón de clase, la no-diferenciación entre las formas personales y formas grupales de evaluación; puesto que los instrumentos preguntan a los sujetos por la percepción personal o el rol propio en el ambiente de clase, más que por su percepción del ambiente de aprendizaje de la clase como un todo. El problema es que los ítems son palabras que elicitan la percepción individual del estudiante como una unidad. Por ejemplo, "el trabajo de la clase es difícil" y "el profesor es amigable con la clase", son diferentes a "yo encuentro difícil el trabajo de la clase", y a "el profesor es amigable conmigo", que corresponden a formas personales de evaluación de los ambientes de aprendizaje.

De los instrumentos para evaluar el ambiente de aprendizaje del salón de clase, Fraser (1998) analiza los nueve instrumentos más utilizados en la investigación sobre ambientes educativos, con base en el esquema de clasificación de ambientes de Moos (1974); especificando el nivel escolar, el numero de ítems por escala y las dimensiones a las que hace referencia de acuerdo con los tres tipos básicos de dimensiones planteadas por Moos, que son: la dimensión de las relaciones (la cual identifica la naturaleza e intensidad de las relaciones personales con el entorno); la dimensión de desarrollo personal (la cual evalúa hacia dónde tiende el desarrollo personal) y la dimensión del sistema de mantenimiento y del sistema de cambio (el cual se refiere al orden del ambiente, la claridad y el mantenimiento del control del grupo). Estos nueve instrumentos son: Inventario de Ambientes de Aprendizaje (LEI); Escala de Ambientes en el Salón de Clase (CES); Cuestionario Individualizado del Ambiente de Clase (ICEQ); Mi Inventario

de Clase (MCI); Inventario de los Ambientes de Clase en el Colegio y la Universidad (CUCEI); Cuestionario de Interacción de Profesores (QTI); Inventario de Medio Ambiente del Laboratorio de Ciencias (SLEI); Investigación de Ambientes de Aprendizaje Constructivistas (CLES) y el Cuestionario: ¿Qué está sucediendo en esta clase? (WIHIC). Véase cuadro 1.

El profesor como factor en el clima social de trabajo en el aula de clase

Wubbels y Brekelmans (1998) revisaron investigaciones sobre la influencia de los profesores para que exista un clima positivo en la clase de ciencias naturales, particularmente a través de la interacción y comunicación con los estudiantes. La forma como el profesor interactúa con sus estudiantes es importante, porque ayuda a definir o encaminar el aprendizaje de éstos, los problemas de disciplina y la misma satisfacción del trabajo del docente (Nias, 1981). Entonces, la información sobre el rol del profesor en el ambiente de aprendizaje es importante tanto para el docente, como para los profesionales que establecen planes y programas en la escuela.

Respecto a este tópico, también se han planteado investigaciones en torno a la influencia de la edad y los años de experiencia de los profesores en el ambiente de la clase de ciencias naturales. En este sentido Adams (1982) y Brekelmans y Créton (1993), han mostrado que se dan diferentes cambios en el comportamiento de los profesores a través de los años de experiencia. De sus resultados de investigación plantean que los profesores que cuentan con alrededor de diez años de experiencia, son los que tienen las mejores relaciones con sus estudiantes, en términos de promover logros y actitudes positivas.

El ambiente generado por el espacio escolar y por el laboratorio de ciencias naturales

El laboratorio como escenario para la enseñanza de las ciencias tiene un papel muy importante, por lo tanto existen investigaciones (Fraser, McRobbie y Giddings, 1993; Fraser y McRobbie, 1995) que intentan describir el ambiente que allí se genera y cómo éste influye en la imagen de ciencias que perciben los estudiantes. Además, dan cuenta de la relación que los docentes establecen entre la teoría y la práctica; ya que a veces el laboratorio genera un espacio de integración de las ciencias o en otros casos se convierte en la actividad de "abrir o cerrar" la clase (Hodson, 1988). Lo anterior se refleja en algunas respuestas dadas por los profesores al

CUADRO 1
ESQUEMA DE CLASIFICACIÓN DE NUEVE INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN DE LOS AMBIENTES DE APRENDIZAJE EN EL SALÓN DE CLASES

Instrumento	**Nivel**	**Ítems**	**Escalas clasificadas de acuerdo con el esquema de Moos**		
			Dimensión de las relaciones	*Dimensión de desarrollo personal*	*Dimensión de sistemas de mantenimiento personal y cambio*
LEI	Secundaria	7	Cohesividad, fricción, favoritismo, satisfacción, apatía	Rapidez, dificultad, competitividad	Diversidad, formalidad metas dirigidas, democracia, ambiente material
CES	Secundaria	10	Apoyo docente, afiliación	Competencia, tareas orientadas	Orden y organización, reglas claras, control del profesor, innovación
ICEQ	Secundaria	10	Personalización, participación	Independencia, investigación	Diferenciación
CLES	Secundaria	7	Relevancia personal, incertidumbre	Voz crítica, comparación controlada	Estudiante, negociación
WIHIC	Secundaria	8	Cohesividad estudiantil, apoyo docente	Investigación, tareas orientadas, cooperación	Equidad
MCI	Primaria	6-9	Cohesividad, fricción, satisfacción	Dificultad, competitividad	
QTI	Secun./ prim.	8-10	Utilidad/amistad, entendimiento, insatisfacción		Libertad y responsabilidad de los estudiantes
SLEI	Secun.y ed. sup.	7	Cohesividad estudiantil	Abierto-cerrado, integración	Claridad de las reglas, ambiente material
CUCEI	Educ. sup.	7	Personalización, cohesividad estudiantil, satisfacción	Tareas orientadas	Innovación, individualización

LEI: Inventario de Ambientes de Aprendizaje; CES: Escala de Ambientes en el Salón de Clase; ICEQ: Cuestionario Individualizado del Ambiente de Clase; CLES: Investigación de Ambientes de Aprendizaje Constructivistas; WIHIC: Cuestionario: ¿Qué está sucediendo en esta clase?; MCI: Mi Inventario de Clase; QTI: Cuestionario de Interacción de Profesores; SLEI: Inventario de Medio Ambiente del Laboratorio de Ciencias; CUCEI: Inventario de los Ambientes de Clase en el Colegio y la Universidad.

indagarlos sobre el laboratorio de ciencias como espacio escolar. A continuación se presentan dos ejemplos, uno donde el laboratorio propicia la integración y el otro en el que la actividad de laboratorio es de "abrir o cerrar": "Yo regularmente uso la teoría de mi sesión de clase de ciencias durante las actividades de laboratorio" y "Antes de iniciar una actividad de laboratorio nosotros ya sabemos los resultados que vamos a obtener".

Así pues, se han llevado a cabo diversas investigaciones en torno al valor y efectividad del trabajo de laboratorio (Hodson, 1993; Lazarowitz y Tamir, 1994; Tobin, 1990), pero las investigaciones realmente resultan insuficientes y más cuando se trata de confrontar lo que reportan los cuestionarios de investigación, con lo que realmente sucede en clase. Ahora bien, respecto a cuáles son los propósitos del trabajo en el laboratorio, se han identificado inicialmente cuatro (Hegarty-Hazle, 1990): habilidades técnicas, curiosidad científica, conocimiento científico y actitudes.

De tal manera, la enseñanza de las ciencias experimentales puede mejorar a través del cambio en los ambientes de laboratorio de ciencias, teniendo en cuenta: su estructura, funcionalidad, flexibilidad y multifuncionalidad (Fraser, Giddignns y McRobbie, 1995), puesto que el ambiente de laboratorio es mucho más que paredes, bancas y espacios físicos (Arzi, 1998).

Intentos de los profesores para mejorar su propio ambiente escolar o de aula

Aunque se han realizado investigaciones sobre los ambientes educativos, son menos las que se han llevado a cabo para ayudar al profesor a mejorar su propio ambiente, tanto el del aula como el de la escuela; puesto que la retroalimentación basada en la información sobre las percepciones de los estudiantes y de los profesores, puede ser empleada como una base para la reflexión, discusión y sistematización en los intentos de tratar de mejorar el ambiente escolar y el de la clase (Fraser, 1981). Así pues, el uso que le dan los profesores a las evaluaciones sobre el ambiente educativo, puede ser planteado en cinco pasos: evaluación del ambiente de clase, retroalimentación de la información, reflexión y discusión, intervención y nueva evaluación; logrando que el cambio en el ambiente de aprendizaje se dé durante la fase de intervención.

Este método secuencial ha sido aplicado con éxito en estudios con niños de preescolar por Fisher, Fraser y Bassett (1995), en primaria por Fraser y Deer (1983), en secundaria por Fraser, Seddon y Eagleson (1982) y en preparatoria por Yarrow, Millwater y Fraser (1997).

Perspectivas futuras de las investigaciones sobre los ambientes educativos

Aunque los investigadores en la educación en ciencias naturales han empezado a reconocer la importancia del ambiente educativo, son más las investigaciones sobre el ambiente de clase que sobre el ambiente educativo, por lo tanto es deseable que en el futuro se dé mayor énfasis al ambiente escolar y a la integración de las variables del clima escolar y de aula en un mismo estudio. Además, se sugiere que se hagan investigaciones comparativas entre escuelas de varios tipos y características diferentes (Dorman y Fraser, 1996) y sobre la transición entre la escuela primaria y la secundaria.

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, se plantea la discusión sobre la conveniencia o no de los métodos cuantitativos y cualitativos (Fraser y Tobin, 1991) en la investigación en el campo, presentándose como una alternativa en la metodología, que se haga una combinación de los mismos.

Otra perspectiva de gran importancia en la investigación sobre los ambientes educativos es la que se refiere a la formación de profesores. Al respecto Fraser (1993) reportó algunos casos de estudio de cómo el ambiente escolar y de clase han sido usados tanto en la formación inicial de profesores, como en la formación permanente de los mismos. De esta investigación se derivan cuatro líneas de trabajo: la primera busca sensibilizar a los profesores sobre la vida del salón de clase; la segunda pretende ilustrar la utilidad de incluir evaluaciones sobre el ambiente de clase y sobre el ambiente escolar como una forma de monitorear las actividades realizadas por los profesores; la tercera intenta mostrar cómo estas evaluaciones pueden ser usadas para mejorar la práctica educativa y; la cuarta intenta generar fuentes de retroalimentación respecto a la enseñanza para la evaluación formativa y sumativa de los profesores en formación.

Perspectiva semiótica para investigar los ambientes de aprendizaje de las ciencias

En el campo, los estudios interpretativos de carácter semiótico son relativamente recientes (Shapiro, 1998; Groisman, Shapiro y Willinsky, 1991; Lemke, 1987; 1990). La perspectiva semiótica se pregunta: ¿cómo los estudiantes y los profesores trabajan juntos para desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes?, teniendo como supuesto de base que, una cultura científica, usa un grupo de signos, símbolos y reglas sobre la interacción —establecidos o no por consenso—, que permiten crear y "leer" su propio ambiente de aprendizaje.

Así pues, la interpretación de la organización del salón de clases y del espacio escolar, influye en el ambiente de aprendizaje de las ciencias. Por ejemplo, una es la imagen que se tiene de la ciencia cuando el salón se organiza por filas y otra si el salón se organiza de manera diferente (mesas de trabajo), ya que se genera la idea de que el trabajo puede ser colaborativo.

El tiempo, el espacio y la forma del discurso del maestro, hacen parte de los signos y símbolos que pueden ser interpretados de maneras distintas por los estudiantes (Bowers, 1990), campo que queda abierto a la investigación.

CONCLUSIONES

Con base en el análisis de las investigaciones para evaluar los ambientes escolares o de clase, podemos decir en síntesis que aquéllas son de tres tipos: las que buscan asociaciones entre el éxito de los estudiantes y el medio ambiente; las que usan las dimensiones ambientales como variables de criterio (incluyendo las diferencias de percepciones entre profesores y estudiantes) —donde los resultados del ambiente educativo son usados como criterios de evaluación de la innovación educativa— y las que buscan determinar si los estudiantes tienen logros más significativos cuando están en sus ambientes preferidos.

Como se ha mostrado desde el ámbito internacional es importante que en México dirijamos la mirada en torno a la línea de investigación que aquí se ha analizado, con el fin de valorar los ambientes de aprendizaje del aula de ciencias y en consecuencia plantear elementos que permitan su transformación en los escenarios deseables para el aprendizaje de las ciencias naturales.

REFERENCIAS

Adams, R. (1982). "Teacher Development: A Look at Changes in Teacher Perceptions and Behavior Across Time", en *Journal of Teacher Education,* 33 (4), 40-43.

Arzi, H. (1998). "Enhancing Science Education Through Laboratory Environments: More Than Walls, Benches and Widgets", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 595-608, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Brekelmans, M. y Creton, H. (1993). "Interpersonal Teacher Behavior Throughout the Career", en T. Wubbels y J. Levy (eds.), *Do You Know What You Look Like?,* pp. 81-102, Londres: Falmer Press.

Bowers, C. (1990). "Implications of Gregory Bateson's Ideas for a Semiotic of Art Education", en *Studies in Art Education: A Journal of Issues and Research,* 31 (2), 69-77.

Candela, M. (1991). "Argumentación y conocimiento científico escolar", en *Infancia y Aprendizaje,* 55, 13-28.

Candela, M. (1997). "Demonstrations and Problem-Solving Exercises in School Science: Their Transformation within the Mexican Elementary School Classroom", en *Science Education,* 81 (5), 497-513.

Dorman, J. y Fraser, B. (1996). "Teachers' Perceptions of School Environments in Australian Catholic and Government Schools", en *International Studies in Educational Administration,* 24 (1), 78-87.

Fisher, D., Fraser, B. y Bassett, J. (1995). "Using a Classroom Environment Instrument in an Early Childhood Classroom", en *Australian Journal of Early Childhood,* 20 (3), 10-15.

Fraser, B (1981). "Using Environmental Assessments to Make Better Classroom", en *Journal of Curriculum Studies,* 13, 131-144.

Fraser, B (1986). *Classroom Environments*, Londres: Croom Helm.

Fraser, B (1993). "Incorporating Classroom and School Environment Ideas Into Teacher Education Programs", en T. Simpson (ed.), *Teacher Educators' Annual Handbook,* pp. 135-152, Brisbane, Australia: Queensland University of Technology.

Fraser, B (1994). "Research on Classroom and School Climate", en D. Gabel (ed.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning*, pp. 493-541, Nueva York: Macmillan.

Fraser, B. (1998). "Science Learning Environments: Assessment, Effect and Determinants", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 527-564, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Fraser, B. y Deer, C. (1983). "Improving Classroom Through Use of Information About Learning Environment", en *Curriculum Perspectives,* 3 (2), 41-46.

Fraser, B. y McRobbie, C. (1995). "Science Laboratory Classroom Environments at Schools and Universities: A Cross-National Study", en *Educational Research and Evaluation,* 1, 289-317.

Fraser, B. y Rentoul, A. (1982). "Relationship Between School-Level and Classroom-Level Environment", en *Alberta Journal of Educational Research,* 28, 212-225.

Fraser, B. y Tobin, K. (1991). "Combining Qualitative and Quantitative Methods in Classroom Environment Research", en B. Fraser y H. Walberg (eds.), *Educational Environments: Evaluation, Antecedents and Consequences,* pp. 271-292, Londres: Pergamon.

Fraser, B. y Tobin, K. (eds.) (1998). *International Handbook of Science Education*, vols. 1 y 2, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Fraser, B. y Walberg, H. (eds.) (1991). *Educational Environments: Evaluation, Antecedents and Consequences,* Londres: Pergamon.

Fraser, B.; Giddings, G. y McRobbie, C. (1995). "Evolution and Validation of a Personal Form of an Instrument for Assessing Science Laboratory Classroom Environments", en *Journal of Research in Science Teaching,* 32, 399-422.

Fraser, B.; McRobbie, C. y Giddings, G. (1993). "Development and Cross-National Validation of a Laboratory Classroom Environment Instrument for Senior High School Science", en *Science Education,* 77, 1-24.

Fraser, B.; Seddon, T. y Eagleson, J. (1982). "Use of Student Perceptions in Facilitating Improvement in Classroom Environment", en *Australian Journal of Teacher Education,* 7, 31-42.

Groisman, A.; Shapiro, B. y Willinsky, J. (1991). "The Potential of Semiotics to Inform the Understanding of Events in Science Education", en *International Journal of Science Education,* 13, 217-226.

Hegarty-Hazel, E. (1990). "The Student Laboratory and the Science Curriculum: An Overview", en E. Hegarty-Hazel (ed.), *The Student Laboratory and the Science Curriculum,* pp. 3-26, Londres: Routledge.

Hodson, D. (1988). "Experiments in Science and Science Teaching", en *Educational Philosophy and Theory,* 20 (2), 53-66.

Hodson, D. (1993). "Re-Thinking Old Ways: Towards a More Critical Approach to Practical Work in School Science", en *Studies in Science Education,* 22, 85-142.

Lazarowitz, R. y Tamir, P. (1994). "Research on Using Laboratory Instruction in Science", en E. Hegarty-Hazel (ed.), *The Student Laboratory and the Science Curriculum*, pp. 37-59, Londres: Routledge.

Lemke, J. (1987). "Social Semiotics and Science Education", en *The American Journal of Semiotics,* 5, 217-232.

Lemke, J. (1990). *Talking Science: Language, Learning and Values,* Norwood, NJ: Ablex publishing.

Lewin, K. (1936). *Principles of Topological Psychology.* Nueva York: McGraw.

McRobbie, C.; Fisher, D. y Wong, A. (1998). "Personal and Class of Classroom Environment Instruments", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 581-594, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Moos, R. (1974). *The Social Climate Scales: An overview*. Palo Alto, California: Consulting Psychologist Press.

Murray, H. (1938). *Exploration in Personality*, Nueva York: Oxford University Press.

Nias, J. (1981). "Teacher Satisfaction and Dissatisfaction: Herzberg's Two Factor Hypothesis Revisited", en *British Journal of Sociology of Education,* 2, 235-246.

Rutter, M.; Maughan, B.; Mortimore, P.; Ouston, J. y Smith, A. (1979). *Fifteen Thousand Hours: Secondary Schools and their Effects on Children*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Segura, D *et al.* (1999). *La construcción de la confianza. Una experiencia en proyectos de aula*, colección Polémica Educativa, núm. 4, Escuela Pedagógica Experimental, Colombia.

Shapiro, B (1998). "Reading the Furniture: The Semiotic Interpretation of Science Learning Environments", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 609-21, England: Kluwer Academic Publishers.

Stern, G.; Stein, M. y Bloom, B. (1956). *Methods in Personality Assessment*, Glencoe, IL: Free Press.

Tobin, K. (1990). "Research on Science Laboratory Activities: In Pursuit of Better Questions and Answers to Improve Learning", en *School Science and Mathematics,* 90, 403-418.

Tobin, K. y Fraser, B. (1998). "Qualitative and Quantitative Landscapes of Classroom Learning Environments", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 623-640, England: Kluwer Academic Pub.

Valdés, S. (1992). "Algunas variables ambientales que afectan la calidad de los aprendizajes escolares en las preparatorias de la Universidad Autónoma de Sinaloa", en *Memorias del VII Foro Nacional de Investigación en el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje*. CCH-UNAM, México.

Von Saldern, M. (1992). *Social Climate in the Classroom: Theoretical and Methodological Aspects*, Nueva York: Waxmann Münster.

Walberg, H. y Anderson, G. (1968). "Classroom Climate and Individual Learning", en *Journal of Educational Psychology,* 59, 414-419.

Wubbels, T. y Brekelmans, M. (1998). "The Teacher Factor in the Social Climate of the Classroom", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, pp. 565-580, England: Kluwer Academic Publishers.

Yarrow, A.; Millwater, J. y Fraser, B. (1997). *Improving University and Elementary School Classroom Environments Through Preservice Teachers' Action Research*. Presentado en la Annual Meeting of The American Educational Research Association, NY.

3b. Evaluación del aprendizaje

Silvia Valdés Aragón

Introducción

En este apartado se presentan algunas ideas obtenidas principalmente a partir de dos compilaciones que desarrollan el estado del arte de la evaluación del aprendizaje en educación en ciencias naturales: una de ellas es la realizada por Doran, Lawrenz y Helgeson (1994) en el *Handbook* de Gabel (1994) y la otra por Tamir (1998), en el *International Handbook* de Fraser y Tobin (1998).

La terminología

Acerca de la evaluación del aprendizaje[23] en educación en ciencias naturales, Doran, Lawrenz y Helgeson (1994) consideran que puede ser definida como la recolección de información, tanto cuantitativa como cualitativa, la cual es obtenida a través de varios exámenes,[24] observaciones y muchas otras técnicas —listas de cotejo, inventarios, etcétera— que son usadas para determinar el desempeño individual, grupal o del programa. La medición es un concepto muy relacionado con el de evaluación, sin embargo, no es tan abarcativo como el de ésta.

La medición generalmente ha sido definida como el proceso de examinación, pero también ha sido aceptada como un término más amplio que incluye el uso de observaciones, discusiones, así como el de los exámenes de lápiz y papel. El término *test* es usado para describir varios exámenes hechos por los profesores, lo mismo que las formas estandarizadas de medición, así como los inventarios, las listas de cotejo y los cuestionarios. La evaluación es el cuidadoso proceso de hacer determinados juicios de valor y toma de decisiones, relacionadas con los temas en cuestión acerca de una valoración dada.

Varios tipos o métodos de valoración han sido identificados en relación con la educación en ciencias naturales. En el cuadro 1 son presentados

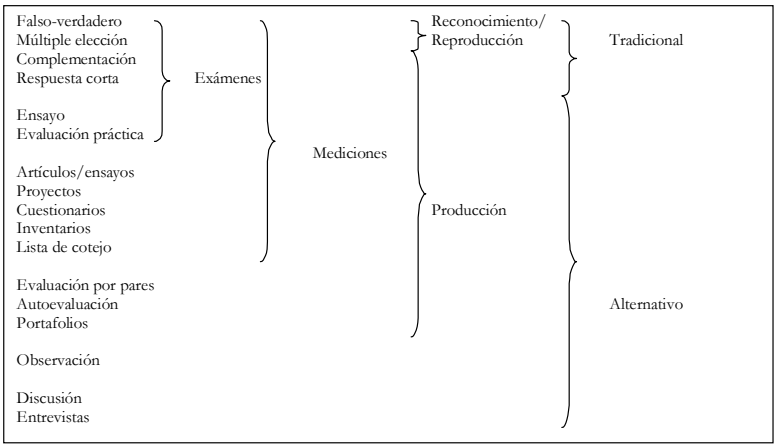
---

[23] La palabra *assessment* del inglés se tradujo como valoración, en unos casos y, en otros, como evaluación, de acuerdo con el contexto, aunque su uso está más orientado a la realización de una valoración que hacen los profesores acerca de los resultados de la enseñanza, sin tener la formalidad de una evaluación.

[24] En este texto, la palabra *test* del inglés se tradujo como examen, en algunos casos y, en otros, la dejamos como tal; aunque su uso está más orientado a los exámenes estandarizados.

como una muestra que ilustra la variedad existente. Cada dominio ha sido subdividido en taxonomías jerárquicas de conceptos interrelacionados. El dominio cognitivo ha sido descrito por Bloom, Furst, y Krathwohl (1956); el dominio afectivo fue presentado por Krathwohl, Bloom y Masia (1964) y el dominio psicomotor fue categorizado por Lunetta y Tamir (1979) en relación con las habilidades propias del laboratorio de ciencia.

CUADRO 1
MÉTODOS Y TIPOS DE EVALUACIÓN



Otros investigadores han propuesto nuevas categorías para los dominios de aprendizaje y, algunos han modificado las categorías originales. Es notable en el campo, el trabajo de Klopfer (1971) a este respecto.

Otras dimensiones de la evaluación son las referidas al momento en que se usa con respecto a la enseñanza o fase de intervención. Los términos diagnóstico, formativo y sumativo se refieren a las valoraciones o evaluaciones que se realizan antes, durante y después de la enseñanza.

El requerimiento para dar una retroalimentación útil sobre las dificultades específicas puede cambiar el uso de los exámenes y de otros "trabajos escritos". Wesman (1971), en una revisión comprehensiva sobre los ítems de un examen escrito, puntualizó que los tipos de las "mejores respuestas" en preguntas de opción múltiple son más útiles que las del tipo "respuesta correcta", particularmente si los estudiantes tienen que justificar sus elecciones de respuesta. Muchos alumnos que eligen la respuesta correcta dan justificaciones erróneas (Tamir, 1990).

La evaluación siempre ha representado una importante piedra angular de la educación. Los educadores poseen una necesidad básica de saber si sus intenciones educativas son logradas, en qué extensión son alcanzadas sus metas educativas, cómo tales actividades afectan a sus diferentes estudiantes y cómo planear mejor para lograr una enseñanza óptima y continua. Es posible identificar tres principales aspectos de evaluación, los cuales se encuentran interrelacionados, aunque son bastante diferenciados. Éstos son: la valoración del talento de los estudiantes, la evaluación de los profesores y, la evaluación del currículo (Tamir, 1998).

Los exámenes de elección múltiple

Los exámenes tradicionales de opción múltiple en ciencias naturales han sido criticados en varios aspectos (Shavelson, Carey y Web, 1990). A pesar de su bajo costo económico en términos de aplicación, administración y medición, no miden algunos aspectos del conocimiento valorado en la educación en ciencias naturales. Por ejemplo, con los exámenes de elección múltiple no es posible medir las habilidades de los estudiantes para formular un problema o para llevar a cabo una investigación. Además, el requerimiento para seleccionar una opción entre varias, no para elaborar una respuesta, limita esos exámenes en términos de captar la comprensión conceptual de los estudiantes y sus habilidades en la solución de problemas. Más aún, este tipo de exámenes no se parecen a lo enseñado en ciencia, en el salón de clase y, consecuentemente, sólo proveen información limitada acerca de qué *saben* y *pueden* hacer los estudiantes en ciencia. Finalmente, este tipo de exámenes conducen a los profesores a enseñar una multitud de "hechos",[25] a menudo no relacionados, en vez de la comprensión conceptual y procedimental (Tamir, 1998).

Reforma curricular y evaluación de los estudiantes

Los *tests*, especialmente los estandarizados, administrados a nivel estatal o nacional han actuado como barreras para muchas innovaciones, al menos por dos principales razones. Primeramente, porque los profesores enseñan y los alumnos estudian para obtener éxito en los resultados del *test*, por lo que *las innovaciones que concurren con los tests están orientadas al fracaso.* Segunda,

[25] *Fact*, en inglés.

porque los *tests* tienen escasa correspondencia con las innovaciones, por lo que no revelan el impacto de las mismas (Tamir, 1998).

Modelos alternativos de evaluación en ciencia

Como una alternativa a los exámenes de opción múltiple, la evaluación basada en el desempeño ha atrapado la atención pública en los pasados años. Una tarea de evaluación del desempeño en ciencia, debe proporcionar a los estudiantes equipo de laboratorio, el planteamiento de un problema y permitirles usar esos recursos para generar una solución. Este modelo de evaluación es usado para intervenir en "procesos de pensamiento de orden superior" y está más directamente relacionado con lo que hacen los estudiantes en sus salones de clase y con lo que los científicos efectúan normalmente —observar, elaborar hipótesis, registrar, relacionar, inferir y generalizar—. Este tipo de exámenes son también útiles para instrumentar políticas para la reforma del curriculum en ciencia (Tamir, 1998).

La evaluación formativa

El abordaje de este tipo de evaluación se sustenta en su relevancia y, a la vez, en la dificultad inherente para operativizarla en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la ciencia; para ello se retoma el análisis realizado por Black (1998).

La diferencia entre la evaluación formativa y la sumativa se encuentra en el uso que se hace de las interpretaciones de las evidencias y no, en la naturaleza o modo de recoger los datos (William y Black, 1996).

La característica distintiva de una evaluación formativa es que la información es usada para modificar el programa de aprendizaje reglamentado, con el propósito de hacerlo más efectivo —no tiene sentido recoger información, si no se va a utilizar para actuar con ella; lo que no es el caso—. Porque la valoración de la información probablemente revele heterogeneidad en las necesidades de aprendizaje y entonces el proceso debe incluir algunas formas diferenciadas de enseñanza. Este modelo reconoce una carga adicional sobre los profesores para reunir datos respecto del desempeño de los estudiantes y para adaptar la enseñanza a las metas de mejoramiento de las oportunidades de los estudiantes para aprender.

El principal argumento es que el potencial de la evaluación formativa para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, no ha sido explotado; pero hacerlo, requiere cambios significativos en la práctica del salón de clases.

El rol de los profesores en la evaluación formativa

Si bien una explotación completa de la evaluación formativa requiere un particular marco de habilidades pedagógicas por parte de los profesores, los propósitos de la enseñanza de su materia pueden cambiar; si ellos están muy cerca de sus estudiantes, guiándolos (Boyer y Tiberghien, 1989). Los cambios en sus prácticas en el salón de clases también pueden involucrar cambios profundos en su rol, incluso en los profesores considerados por ellos mismos y por otros, como exitosos (Black y Atkin, 1996; Tobin, Espinet, Byrd y Adams, 1988). Los profesores necesitan confianza y apoyo porque la utilización de la evaluación formativa es arriesgada y demanda bastante tiempo y energía.

Un obstáculo para tal cambio es la tensión que los profesores enfrentan entre la necesidad de una medición sumativa y las posibilidades de una evaluación formativa —la cual es resuelta a menudo, a través de la formalización de sus evaluaciones o mediciones—. Así, ellos se aíslan del desarrollo del aprendizaje (Harlen y Qualter, 1991; Scott, 1991). En realidad, algunos piensan en la evaluación sólo en términos del uso de *tests* estandarizados (Rudman, 1987).

El estudio realizado por McCallum, McAlister, Brown y Gipps (1993) acerca de los estilos de evaluación (medición) entre los profesores de primaria en Gran Bretaña, revelaron una profunda incomprensión acerca de las posibilidades: poco uso genuino de la evaluación formativa, mientras muchos otros recolectaban voluminosos datos de *tests* formales, pero sin poder hacer uso de sus extensos resultados.

Obtención de evidencias en el proceso de la evaluación formativa

En la aplicación práctica de la evaluación formativa, una primera etapa debe ser el *diagnóstico* de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. Existe un amplio cuerpo de investigación relevante cubierta por *tests* de pensamiento lógico, estilos de aprendizaje de los estudiantes, *tests* de asociación de palabras, mapas conceptuales y muchos más. En ciencia, el incremento de la investigación sobre las "concepciones alternativas" de los estudiantes es también relevante.

El uso de la *observación* de las actividades de los estudiantes como parte de la evaluación formativa es una habilidad poco desarrollada (McCallum, McAlister, Brown y Gipps, 1993; Ruddock y Tommlins, 1992). Muchos profesores encuentran difícil dar prioridad a la observación de estudiantes

y, quienes lo han hecho, reportan que han visto aspectos del trabajo de los alumnos que nunca antes habían notado (Cavendish, Galton, Hargreaves y Harlen, 1990; Connor, 1991).

Las *discusiones en el salón de clase* son otra fuente de retroalimentación. Aunque, cabe precisar que las habilidades de responder a cuestionamientos y de escuchar y analizar las respuestas, pueden adquirirse sólo a través de un tratamiento cuidadoso (Trumbull y Slack, 1991).

La *solución de problemas* es un poderoso instrumento para la evaluación formativa. Un cuidadoso análisis realizado por Dumas-Carre y Larcher (1987) presentó que los estudiantes intentan tratar todos los problemas a través de un logaritmo familiar. Para hacerlo mejor, ellos necesitan estar entrenados para hacer el problema explícito y reflexionar sobre él para determinar los métodos que usarán.

La evaluación debe ser parte integral de alguna estrategia de la evaluación formativa (Harlen, 1996), pero hay evidencias de que muchos profesores no lo hacen así. Stiggins y Bridgeford (1985) reportaron que 40% de los profesores de ciencias decían que ellos dependían de su propia memoria para acumular los registros del desempeño de los estudiantes y McCallum, McAlister, Brown y Gipps (1993) reportaron que esto es característico de algunos maestros de primaria que creen en la dependencia de las impresiones generales.

Ejemplos del uso de evaluación formativa como un potente componente dentro de un programa de aprendizaje efectivo, son difíciles de encontrar. Así, el tiempo asignado a la medición o evaluación en ciencia, en una muestra de 24 salones de clase en Australia, fue de cero —ninguna— en 19 minutos (Butler, Beasley, Buckley y Endean, 1980). Un panorama similar se ha encontrado en escuelas de Escocia (Black, 1986), Inglaterra (Hodson, 1986) y Estados Unidos (Lawrenz, 1990). Una revisión de la práctica escolar en Francia (Grisay, 1991: 104 y 112) mostró que los criterios usados para promover a los estudiantes de un grado a otro eran "virtualmente inválidos por estándares externos" y que las examinaciones de fin de año estaban atestadas de preguntas selectivas, consistentes en ítems de conocimientos "atomizados", que sólo medían el dominio de "contenidos".

Un obstáculo principal de la evaluación formativa, está en el hecho de que se encuentra en competencia con las funciones de la evaluación; consistentes en el rendimiento de cuentas —responsabilidad pública— y la certificación. Por otra parte, ha de tenerse muy en cuenta que la implantación de un sistema de evaluación formativa es casi imposible en un programa de enseñanza ya existente, ya que la enseñanza de los tópicos habrán de rediseñarse en función de las necesidades reveladas por los resultados de la evaluación.

Un ejemplo de una balanceada evaluación en estudiantes de bachillerato —quienes se especializan en biología— es un programa completo de evaluación en Israel (Tamir, 1998). En él, los tres componentes de la evaluación son: la calificación otorgada por el profesor (50%), una evaluación externa de lápiz y papel (30%) y un examen práctico externo (20%). Los profesores tienen libertad para asignar el valor que ellos consideren a: las tareas hechas en casa, la participación en clase, la elaboración de proyectos ecológicos individuales y otras actividades.

La evaluación externa de lápiz y papel consiste de 30 ítems de opción múltiple: tres de ellos con solicitud de justificación y, otros tres más, con preguntas de ensayo, y, el análisis de un desarrollo de investigación no visto en clase. El examen práctico externo consiste en planear y llevar a cabo una investigación en el laboratorio, un examen oral que incluye un proyecto ecológico individual, y la identificación de una planta desconocida.

Evaluación en el dominio cognitivo

En su extensa revisión, Shulman y Tamir (1973) propusieron cuatro metas cognitivas para los profesores de ciencias:

- Promover aspectos del pensamiento científico y métodos científicos para facilitar las habilidades en la investigación científica.
- Desarrollar la comprensión conceptual y las habilidades intelectuales.
- El desarrollo de habilidades prácticas en el laboratorio, por ejemplo, el diseño y realización de investigaciones, observación, registro de datos e interpretación de los resultados.
- Desarrollar el pensamiento creativo y las habilidades para la solución de problemas.

Respecto de estas metas educativas, está la cuestión de si las habilidades de razonamiento pueden ser enseñadas por profesores de clase regular. Reif y St John (1979) desarrollaron y usaron materiales educativos que contenían información cuidadosamente organizada dentro de un proyecto de desarrollo o intervención e incorporaron características específicas estimulando a los estudiantes al pensamiento independiente.

Ellos encontraron que usando un método explícito de enseñanza, basada en el análisis de los procesos de pensamiento y a través de una enseñanza correctiva durante un tiempo prolongado, sus estudiantes de física tuvieron logros sustanciales.

La necesidad de explicitar la enseñanza de habilidades de investigación también ha sido reconocida por Friedler y Tamir (1986), quienes consecuentemente desarrollaron un módulo para la enseñanza de conceptos básicos de la investigación científica (Tamir, 1998).

Los propósitos de la evaluación

Las razones dadas para la evaluación de los estudiantes en ciencia son:

a) el mejoramiento de la enseñanza y de los programas;

b) comunicar resultados de desempeño a estudiantes, parientes, profesores, y administradores;

c) controlar el estatus de los individuos, clases, distritos, estados y la nación; y,

d) para el rendimiento de cuentas (Raizen, Baron Champagne, Haertel, Mullis y Oakes, 1989).

Las áreas de la ciencia a ser evaluadas, generalmente incluyen conocimiento de hechos y conceptos, desarrollo de habilidades científicas, de habilidades en la solución de problemas, de habilidades necesarias para el manejo del equipo de laboratorio y, la disposición para aplicar el conocimiento y los aspectos relacionados con el pensamiento científico (Raizen, Baron Champagne, Haertel, Mullis y Oakes, 1990; Swain, citado por Doran, Lawrenz y Helgeson, 1994).

El impacto de la evaluación no puede ser pasado por alto. Shavelson, Carey y Web (1990) afirmaron que "el progreso de los exámenes escolares ha llegado a ser un poderoso instrumento en la política educativa". Mitchell (1992) hizo notar que la evaluación envía un mensaje y puntualiza qué es valorado y qué es percibido como no importante. En los últimos años, el mayor interés en los resultados de los exámenes, ha influenciado la conducta de los supervisores, directores, profesores y padres de familia; impactando también el desarrollo del currículum. A nivel superior las definiciones de política educativa también se han visto influenciadas por los resultados de las evaluaciones (Doran, Lawrenz y Helgeson, 1994).

Los efectos de las evaluaciones en los aprendizajes

Una preocupación sobresaliente es acerca de los efectos de las evaluaciones sobre los aprendizajes (Black, 1998). La investigación muestra que la preparación de los alumnos para resolver exámenes de opción múltiple

puede ser contrario a las buenas prácticas de aprendizaje. Esto es expresado por Resnick y Resnick (1992) de la siguiente manera:

> Los niños que practican la lectura principalmente en la forma en que aparece en los tests o exámenes —y hay buenas evidencias acerca de que esto es lo que pasa en el salón de clase—, podrían presentar menor exposición a las demandas y posibilidades de razonamiento de un currículum pensante...
>
> Las mediciones deben estar diseñadas de acuerdo con como los alumnos se comportan naturalmente —esto es, preparan a los alumnos para desempeñarse bien—, así, éstos ejercitarán y desarrollarán el tipo de habilidades y destrezas, que son los objetivos de la reforma educativa.

Fuentes de la evaluación

De acuerdo con Black (1998), el desarrollo de un mayor interés en las evaluaciones ha encabezado la producción de varias guías comprehensivas para profesores. En EUA, Salvia y Hughes (1990) expusieron un claro modelo ilustrado con una riqueza de detalles prácticos en varias materias, con particular atención a necesidades especiales. Airasian (1990) proporcionó una guía muy útil, mientras Stiggins (1994) ofreció un texto bien documentado con recomendaciones para el mejoramiento de temas específicos.

Tres guías comprehensivas abordan el desarrollo de evaluaciones de los profesores de ciencia (National Center for Improving Science Education, 1991; Raizen, Baron, Champagne, Haertel, Mullis y Oakes 1989; 1990). Griffin y Nix (1991) y dan una bien referenciada cuenta de los resultados de nuevas aproximaciones, principalmente desde Nueva Zelanda y Australia, en evaluación y en reportes; descritos con muchos ejemplos.

En Gran Bretaña, el libro de Harlen (1996) dedicó varios capítulos a completar la discusión de la evaluación de la ciencia en las escuelas primarias, mientras que Fairbrother, Black y Gill (1995) presentan ejemplos de iniciativas tomadas por profesores de ciencia de escuelas secundarias y Gipps (1994) presenta una revisión escolar del campo general de la evaluación.

Evaluaciones a gran escala (nacionales e internacionales)

De acuerdo con Black (1998) el objetivo involucrado en las evaluaciones a gran escala es el de dar forma a la política pública mediante la recolección y el uso de la información evaluativa. Esta tarea implica la selección y recolección de datos con características tales como: el tamaño de la clase, los

antecedentes familiares de los estudiantes, el tiempo empleado en el aprendizaje, el equipo de laboratorio disponible, entre otros, para completar los datos de desempeño de los alumnos y no sólo la aplicación masiva de *tests* estandarizados. Si bien hay que reconocer que el análisis de las posibles relaciones entre los datos recolectados se vuelve complejo, debido a las múltiples relaciones que tienen que ser exploradas.

Evaluaciones nacionales, en algunos países

En Estados Unidos, la evaluación del éxito de los estudiantes de varios niveles y edades ha sido conducida en muchas áreas de contenido (incluyendo la ciencia) desde 1960, como parte de la *National Assessment of Educational Progress* (NAEP, por sus siglas en inglés). Otros países con programas de evaluación activos incluyen a Israel con su sistema de matrícula en biología y las Unidades de Valoración del Desempeño (APU, por sus siglas en inglés), al interior de los países del Reino Unido.

Evaluaciones internacionales

A la luz de la globalización económica, la participación de organismos internacionales ha penetrado en la elaboración y desarrollo de políticas educativas más amplias. Es el caso, por ejemplo, de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE),[26] organismo que reconoce explícitamente que el análisis del panorama educativo es el compañero de los indicadores internacionales de la educación de la OCDE-1997.

Para proporcionar algunas respuestas[27] a las preguntas: ¿qué tan bien preparadas están las personas jóvenes de hoy para enfrentar los desafíos de la sociedad de conocimiento?, ¿pueden éstas comprender textos complejos y entender lo que están leyendo?, ¿pueden también utilizar las matemáticas y la ciencia que aprendieron en la escuela, para tener éxito en el mundo que descansa cada vez más en los adelantos científicos y tecnológicos? La OCDE evaluó a 265 mil estudiantes de 15 años de edad en 32 países: en lectura, matemáticas y ciencias. El Programa Internacional para la Evaluación del Estudiante (PISA, por sus siglas en inglés) de la OCDE, también estudió las actitudes y la forma como los jóvenes abordan el aprendizaje. Los resulta-

[26] http://rtn.net.mx/ocde/prensa2001.html

[27] Reportadas en comunicado de prensa del 4 de diciembre de 2001, en: http://rtn.net.mx/ocde/prensa2001.html#pisa%201.

dos de PISA demuestran que los recursos importan. Entre los países agrupados en la OCDE, el gasto promedio mayor por estudiante tiende a estar asociado con un desempeño promedio mayor en las tres áreas de competencia, aunque no lo garantiza. México se encuentra por debajo de la línea. Su gasto acumulado por estudiante, desde la educación primaria hasta los 15 años de edad, es de 11,239 dólares, muy por debajo de los 43,520 que es el promedio de la OCDE.

Estos indicadores proporcionan a los tomadores de decisiones una herramienta única en materia de mejores prácticas, en las que se pueden basar las opciones de políticas futuras y supervisar su impacto, de acuerdo con el informe publicado.

La evaluación a nivel nacional en México

En México,[28] en 1971, en la XIII Reunión Ordinaria de la Asamblea de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) se propuso la creación de un Centro Nacional de Exámenes. En 1974, la Coordinación de Educación Superior de la Secretaría de Educación Pública (SEP) impulsó la autoevaluación institucional —en respuesta a la pretensión de las instituciones de mejorar sus niveles académicos y, a las propuestas del Estado para regular el desarrollo conjunto y el financiamiento del sistema de educación superior— y la evaluación figuró de manera destacada en diversas propuestas de planeación institucional. Asimismo, se establecieron la Comisión Nacional de la Educación Media Superior (CONAEMS) y la Comisión Nacional de Evaluación de la Educación Superior (CONAEVA).

Cabe precisar que se han perfilado, en el campo de la evaluación, tres vertientes o líneas de acción paralelas: la autoevaluación institucional, la evaluación interinstitucional de programas académicos, a través de comités de pares, y la evaluación externa del sistema de educación superior mediante diversos instrumentos y técnicas.

A estas tareas corresponde la evaluación de los estudiantes, tanto de ingreso como de egreso de la educación media superior y superior. Las instituciones educativas, como parte de sus procesos, hacen uso de los exámenes de admisión de los alumnos, evalúan a sus egresados y tienen establecidos requisitos de titulación. Para ambas situaciones, de ingreso y egreso, se fomenta el desarrollo de exámenes externos y comunes que lleguen a ser exámenes nacionales. La idea de un examen previo a la licenciatura, que sustenten todos los aspirantes (Examen Nacional de Ingreso a la

[28] ¿Qué es el CENEVAL? http://www.ceneval.edu.mx/2nivel/1quescen/quescen.htm

Educación Superior, EXANI-II), aparece en diversos acuerdos de la ANUIES. Por otra parte, la idea de un examen externo, sustentado por quienes terminan la licenciatura (Examen General para el Egreso de la Licenciatura, EGEL) también fue compartida entre los rectores y la Secretaría de Educación Pública. Un elemento que comparten ambos exámenes, además de su carácter externo y común, es la propuesta de que deben evaluar los resultados académicos y las habilidades fundamentales.

En 1993, el Secretariado Conjunto de la Coordinación Nacional para la Planeación de la Educación Superior (CONPES) y el Consejo Nacional de la ANUIES proponen crear una institución que se responsabilice de la evaluación de resultados. A principios de 1994 se creó el Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, AC (CENEVAL), como organismo privado y no lucrativo, no gubernamental y autofinanciable, que lleva a cabo las acciones necesarias para realizar los exámenes indicados (EXANI-II y EGEL), así como el Examen Nacional de Ingreso a la Educación Media Superior (EXANI-I). La primera aplicación de exámenes nacionales en México, fue en 1994 con la participación de 365,552 estudiantes y, en el 2001 fueron aplicados 812,563 exámenes. De éstos, 299,973 y 496,353 fueron aplicados a estudiantes que solicitaron su ingreso al nivel medio superior y superior, respectivamente. Durante los ocho años de existencia del CENEVAL, éste ha realizado 12 mil aplicaciones de exámenes y, en este contexto, se han leído, corregido, calificado y entregado más de 10 millones de reportes individuales e institucionales (CENEVAL, 2001).

A MANERA DE CONSIDERACIONES FINALES

La evaluación formativa

La evaluación formativa puede ser una herramienta útil para elevar los estándares de aprendizaje, pero generalmente es escasamente desarrollada en las escuelas. Hay, por lo tanto, una gran oportunidad para el mejoramiento. De cualquier modo, esta oportunidad presenta un cambio significativo para la práctica de los profesores dentro de sus salones de clase y para aquellos responsables de las políticas de evaluación nacional y estatal (Black, 1998).

Mayor interés en la ciencia: hallazgos de investigación

El mayor interés es medido por la evaluación del compromiso de los estudiantes en actividades que ellos pueden completar por ellos mismos

(Klopfer, 1971) y/o por la determinación de las actividades voluntarias en las cuales los estudiantes se acoplan (Campbell, 1972; Cooley y Reed, 1961; Keeves, 1973). Esas actividades voluntarias incluyen las investigaciones propias de los alumnos, llevadas a cabo fuera del salón de clase; la presentación de evidencias de lecturas en ciencia, más allá de lo prescrito por la escuela; cuando preguntan cuestiones que han surgido fuera del salón de clase y, a través de la presentación de evidencias de haber discutido problemas científicos con sus amigos o sus familiares.

Un marco para la evaluación en ciencia

Una buena evaluación requiere de inferencias válidas, como lo señalan Gitomer y Duschl (1998). Un desafío en la investigación está en los profesores y estudiantes que empiezan a conducir la evaluación formativa, a partir de qué inferencias válidas pueden y deben hacer. Quizá la inferencia más importante supone una clara definición del propósito de una evaluación. Un importante dominio de la investigación —que ha recibido poca atención— es el desarrollo de programas para ayudar a los profesores a aprender cómo operar efectivamente y hacer válidas las inferencias a partir de las evidencias obtenidas a través de las evaluaciones. Sin embargo, las inferencias no pueden ser consideradas puramente como interpretaciones objetivas de evidencias producidas a través de las evaluaciones. Messik (1994) lo relaciona con la filosofía de la ciencia y argumenta que actualmente una dependencia de las interpretaciones positivistas es insostenible. Una nueva teoría de validación debe considerar el mismo tema de objetividad encarado por la filosofía. Una teoría de validación debe reconocer la naturaleza de la carga teórica de las observaciones y significados.

Énfasis y tendencias en los tipos de instrumentos

De acuerdo con Tamir (1998), las tendencias internacionales en materia de evaluación en ciencia en relación con los tipos de instrumentos, son las siguientes:

- Uso de herramientas innovadoras como mapas conceptuales (Barenholz y Tamir, 1992).
- Uso de más *tests* basados en el desempeño, especialmente el trabajo de laboratorio (Lazarowitz y Tamir, 1993).
- Uso adicional de ítems basados en computadora (Huang y Aloi, 1991).

- Empleo de más análisis de contenido para identificar oportunidades para el aprendizaje (Howson, 1995).
- Mayor interés en tareas de solución de problemas (Friedler, Merin y Tamir, 1992).
- Proposición de más pensamiento crítico en los *tests* regulares (Zohar y Tamir, 1993).
- Uso de mayor autoevaluación, especialmente en los pretests (Biological Sciences Curriculum Study, 1995).
- Uso de ítems de elección múltiple mejorados por la inclusión de la justificación de la opción elegida (Tamir, 1990).
- Mayor énfasis en la evaluación formativa (Black, 1998).
- Evaluación de los pequeños grupos —equipos—, incluyendo las interacciones de los estudiantes (Doran, Lawrenz y Helgeson, 1994).
- Uso de tareas no *test*, tales como el portafolios (Gearhart y Herman, 1995).

Tendencias en los cambios en evaluación en ciencia

La práctica de la evaluación en educación en ciencias naturales, como parte de una tendencia educativa general, es la de un cambio rápido y significativo (Gitomer y Duschl, 1998). La retórica de la evaluación del desempeño, el sistema de portafolios y las evaluaciones de base estandarizada implican algo mucho más que cambiar la estructura superficial de un ítem de una pregunta de opción múltiple, por una tarea que requiere respuesta abierta. La tendencia es ampliar la profundidad y amplitud de las evaluaciones formativas. La investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes y la organización de un medio ambiente de aprendizaje efectivo, sugiere que los alumnos necesitan recibir retroalimentación sobre múltiples dimensiones de razonamiento (Gardner, 1991). El valor de una evaluación no es simplemente proporcionar una medida válida de un estudiante, sino proveer modelos de buena práctica pedagógica y claras expectativas de competencia deseada. Lo más importante de una reforma en la evaluación es ofrecer a los educadores ejemplos y oportunidades de exámenes y reflexiones sobre los valores, creencias y prácticas que juegan un rol dominante en la determinación del éxito del estudiante.

Gardner (1991) argumenta, a partir de su teoría de las inteligencias múltiples, su partidarismo hacia que el pensamiento —dentro de un contexto— requiere que la atención sea dada al desarrollo de tres formas de conocimiento: epistémico, notacional y conceptual. Las implicaciones para los profesores son que el diseño del currículum, la enseñanza y la evaluación

deben soportar las evaluaciones formativas en cada uno de esos tres dominios de conocimiento.

Sobre el medio ambiente efectivo para el aprendizaje se tiene que las investigaciones han mostrado la importancia de los contextos social y cultural para el aprendizaje (Brown, Campione, Webber y McGilly, 1992; Bruer, 1993; Cobb, Wood y Yackel, 1993; Minick, Forman y Stone, 1993; Pea, 1993). Una de las muchas conclusiones que resultan de esta investigación es la importancia crítica del desarrollo del lenguaje para el aprendizaje y el razonamiento. Concebido como un proceso cultural, el desarrollo del lenguaje en ciencia, matemáticas, música o historia implica el desarrollo de estructuras de lenguaje sintácticas, sustantivas y pragmáticas de un dominio. Un aspecto crítico para el desarrollo del razonamiento dentro de un dominio es la apropiación del lenguaje dentro de ese dominio (Gee, 1994; Lemke, 1990).

Una revisión de la literatura de la evaluación en educación en ciencias naturales indica que la compartimentalización del aprendizaje científico aún hoy es dominante, si juzgamos por el contenido de los tests estandarizados usados en las evaluaciones nacionales e internacionales. Históricamente, la evaluación de los componentes conceptuales ha estado separada de los procesos, de la práctica, de la investigación y de los componentes actitudinales.

Sin duda alguna, hay una tendencia a eliminar las divisiones entre la enseñanza y la evaluación y, con ello, contribuir hacia una integración curricular. Millar y Driver (1987), por ejemplo, argumentan que los procesos de la ciencia no pueden ser restringidos sólo a aquellos involucrados en las investigaciones. El conocimiento previo de los estudiantes y el contexto en el cual una investigación es establecida, influye en la fase en la cual los estudiantes a fin de cuentas desarrollarán una investigación o ejercicio de laboratorio.

Así, los cambios en los valores sociales han dado paso a una nueva generación de ítems e instrumentos de evaluación —tareas auténticas, tareas basadas en el desempeño y evaluaciones dinámicas, entre otros— y un marco de nuevas estrategias y formatos —el portafolios—. Champagne y Newell (1994) reportan que una ampliación en el rol de la evaluación en ciencia debería incluir consideraciones para las tres áreas de desempeño: *1)* comprensión conceptual, *2)* razonamiento práctico, e *3)* investigación científica.

Éstas ofrecen alguna ayuda respecto a la comprensión de las etapas en las cuales las evaluaciones necesitan ser ampliadas, para tomar en cuenta el razonamiento de los estudiantes. Para ellos, los diversos roles de evaluación del desempeño pueden ser divididos en tres grupos:

- Evaluación del desempeño académico, que incluye las evaluaciones tradicionales de laboratorio y otros problemas escolares con preguntas cerradas.

- Tareas auténticas como las del estudio del currículum en ciencias biológicas "invitaciones a investigar" que implican al mundo real, tareas de preguntas abiertas que comprometen a los estudiantes en la formulación de investigaciones, diseños experimentales y análisis de datos (Baron, 1990; Raizen y Kaser, 1989).
- Evaluación dinámica o evaluación del progreso, dada sobre el curso de un año o de varios años, donde se mide el potencial de los estudiantes para cambiar a través del tiempo, cuando las respuestas de los estudiantes son determinadas por la retroalimentación en una tarea (Campione, 1990).

Referencias

Airasian, P. W. (1990). "Measurement Driven Instruction: A Closer Look", en *Educational Measurement: Issues and Practice,* 7 (4), 6-11.

Barenholz, H. y Tamir, P. (1992). "A Comprehensive Use of Concept Mapping in Designing Instrument and Assessment", en *Research in Science and Technological Education,* 10, 37-52.

Baron, J. (1990). "Performance Assessment: Blurring the Edges of Assessment, Curriculum and Instruction", en G. Kulm y S. Malcom (eds.), *Science Assessment in the Service of Reform*, pp. 247-266, Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Biological Sciences Curriculum Study (1995). "Assesment is More than Just Test", en *The National Selection*, septiembre 11.

Black, P. (1986). "Assessment for Learning", en D. L. Nuttall (ed.), *Assessing Educational Achievement*, pp. 7-18, Londres: Falmer Press.

Black, P. (1998). "Assessment by Teachers and the Improvement of Students' Learning", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, (parte II), pp. 811-822, Gran Bretaña: Kluwer Academic Publishers.

Black, P. (2001). *Evaluación y medición en la educación en ciencia* (Á. López y M. trad.). *Ethos Educativo*, agosto, 10-29. (Trabajo original publicado en 1996 en versión electrónica).

Black, P. J. y Atkin, J. M. (1996). *Changing the Subject: Innovations in Science, Mathematics and Technology Education,* Londres: Routledge.

Bloom, E., Furst, H. y Krathwohl (1956). "Taxonomy of Educational Objectives", en *Handbook 1: Cognitive Domain,* Nueva York: David McKay.

Boyer, R. y Tiberghien, A. (1989). "Goals in Physics and Chemistry Education as Seen by Teachers and High School Students", en *International Journal of Science Education* l, 298-308.

Brown, A. L.; Campione, J.C.; Webber, L.S. y McGilly, K. (1992). "Interactive Learning Environments: A New Look at Assessment and Instruction", en B. R. Gifford y M. C. O'Connor (eds.), *Changing Assessments: Alternative Views of Aptitude. Achievement and Instruction*. pp. l2l – 211, The Netherlands: Kluwer, Dordrecht.

Bruer, J. (1993). *Schools for Thought: A Science of Learning in the Classroom,* Cambridge, MA: MIT Press.

Butler, J.E.; Beasley, W.F.; Buckley, D. y Endean, L. (1980). "Pupil Task Involvement in Secondary Classrooms", en *Research in Science Education,* 10,93-106.

Campbell, J.R. (1972). "Is Scientific Curiosity a Variable Outcome in Today's Secondary School Science Program?", en *School Science and Mathematics,* 72, 139 146.

Campione, J. (1990). "Dynamic Assessment: Potential for Change as a Metric of Individual Readiness", en Champagne, B. Lovitts y B. Calinger (eds.), *Assessment in the Service of Instruction*, pp. 167-179, Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Cavendish, S.; Galton, M.; Hargreaves, L. y Harlen, W. (l990). *Observing Activities,* Londres: Paul Chapman.

CENEVAL (2001). *La Primera Etapa: 1994-2001*, México: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A. C.

Cobb, P.; Wood, T. y Yackel, E. (1993). "Discourse, Mathematical Thinking and Classroom Practice", en N. Minick, E. Forman y A. Stone (eds.), *Education and Mind: Institutional, Social, and Developmental Processes,* pp. 91-119, Nueva York: Oxford University Press.

Connor, C. (199l). *Assessment and Testing in the Primary School,* Londres: Falmer Press.

Cooley, W.W. y Reed, H.B, Jr. (l961). "The Measurement of Science Interests: An Operational and Multidimensional Approach", en *Science Education,* 45, 320-326.

Champagne, A. y Newell, S. (1994). "Directions for Research and Development: Alternative Methods of Assessing Scientific Literacy", en *Journal of Research in Science Teaching,* 29, 841-860.

Doran, R.L.; Lawrenz, F. y Helgeson, S. (1994). "Research on Assessment in Science", en D. Gabel (ed.), *Handbook of Research on Science Teaching and Learning. A Project of the National Science Teachers Association*, pp. 388-442, NY: Macmillan.

Dumas-Carre. A. y Larcher, C. (1987). "The Stepping Stones of Learning and Evaluation", en *International Journal of Science Education* 9, 93-104.

Fairbrother, R.W., Black, P.J. y Gill, P. (eds.) (1995). *Teachers Assessing Pupils: Lessons from Science Classrooms*, Hatfield, UK: Association for Science Education.

Fraser, B. y Tobin, K. (1998). *International Handbook of Science Education*, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Friedler, Y., Merin, O. y Tamir, P. (1992). "Problem Solving Inquiry Oriented Biology Tasks Integrating Practical Laboratory and the Computer", en *Journal of Computers in Mathematics and Science,* 11, 347-358.

Friedler, Y. y Tamir, P. (1986). "Teaching Basic Concepts of Scientific Research to High School Students", en *Journal of Biological Education,* 20, 263-270.

Gabel, D. L. (ed.). *Handbook of Research on Science Teaching and Learning. A Project of the National Science Teachers Association*, Nueva York: Macmillan.

Gardner, H. (l991). *The Unschooled Mind: How Children Think and How Schools Should Teach*, Nueva York: Basic Books.

Gearhart, M. y Herman, J. L. (1995). "Portfolio Assessment: Whose Work is it?", en *Evaluation Comment,* invierno, 1-16.

Gipps, C. V. (1994). *Beyond Testing: Towards a Theory of Educational Assessment*, Londres: Falmer Press.

Gitomer, D. y Duschl, R. (1998). "Emerging Issues and Practices in Science Assessment", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education*, (parte II) pp. 791-810, Gran Bretaña: Kluwer Academic Publishers.

Gee, J. (1994). "Science Talk: How Do You Start to Do What You Don¢t Know How to Do?", ponencia presentada en la *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, L.A.

Griffin, P. y Nix, P. (1991). *Educational Assessment and Reporting. A New Approach*, Sydney, Australia: Harcourt Brace.

Grisay, A. (1991). "Improving Assessment in Primary Schools: "APER" Research Reduces Failure Rates", en P. Weston (ed.), *Assessment of Pupils Achievement: Motivation and School Success*, pp. 103-ll8, Amsterdam, The Netherlands: Swets and Zeitlinger.

Harlen, W. (1996). *The Teaching of Science in Primary Schools* (2 ed.), Londres: David Fulton.

Harlen, W. y Qualter, A. (199I). "Issues in SAT Development and the Practice of Teacher Assessment", en *Cambridge Journal of Education,* 2l, l41-152.

Hodson, D (l986). "The Role of Assessment in "Curriculum Cycle": A Survey of Science Department Practice", en *Research in Science and Technological Education,* 4, 7-17.

Howson, G. (1995). *Mathematics Textbooks: A Comparative Study of Grade and Texts.* Vancouver, Canadá: Pacific Educational Press.

Huang, S.D. y Aloi, J. (1991). The Impact of Using Interactive Video in Teaching General Biology", en *American Biology Teacher,* 53, 281-284.

Keeves, J. (1973). "Differences Between the Sexes in Mathematics and Science Courses", en *International Review of Education,* 41, 22-27.

Krathwohl, Bloom y Masia. (1964). "Taxonomy of Educational Objectives", en *Handbook II: Affective Domain,* Nueva York: David McKay.

Klopfer, L. E. (1971). "Evaluation of Learning in Science", en B. Bloom, J. Hastings, y G. Madaus (eds.), *Handbook for the Formative and Summative Evaluation of Student Learning*, pp. 559-642, Nueva York: McGraw-Hill.

Lawrenz, F. (1990). "Science Teaching Techniques Associated with Higher Order Thinking Skills", en *Journal of Research in Science Teaching,* 27, 835-847.

Lemke (1990). *Talking Science: Language, Learning and Values*. NJ: Ablex, Norwood.

Lazarowitz, R. y Tamir, P. (l993). "Research on Using Laboratory Instruction in Science", en D. Gabel (ed.), *Handbook of Research in Science Teaching and Learning*, pp. 84-128, Nueva York: Macmillan.

Lunetta, V. y Tamir, P. (1979). "Matching Lab Activities with Teaching Goals", en *The Science Teacher,* 46 (5), 22-24.

McCallum, B.; McAlister, S.; Brown, M. y Gipps, C. (1993). "Teacher Assessment at Key Stage One", en *Research Papers in Education,* 8, 305-327.

Messick, S. (1994). "The Interplay of Evidence and Consequences In the Validation of Performance Assessments", en *Educational Researcher,* 23(3), 13-23.

Minick, N.; Forman, E. y Stone, A. (eds.) (1993). *Education and Mind: Institutional, Social and Developmental Processes,* Nueva York: Oxford University Press.

Millar, R y Driver, R (1987). "Beyond Processes", en *Studies in Science Education,* 14, 33-62.

Mitchell, R. (1992). *Testing for Learning -How New Approaches to Evaluation can Improve American Schools,* Nueva York: Free Press.

National Center for Improving Science Education (1991). *The High Stakes of High School Science*, Washington, DC.

Pea, R. (1993). "Learning Scientific Concepts Through Material and Social Activities: Conversational Analysis Meets Conceptual Change", en *Educational Psychologist,* 28, 265-277.

Raizen, S.A.; Baron, J.B.; Champagne, A.B.; Haertel, E.; Mullis, I.V.S. y Oakes, J. (1989). *Assessment in Elementary School Science Education,* Washington, DC: National Center for Improving Science Education.

Raizen, S.A.; Baron, J.B.; Champagne, A.B.; Haertel, E.; Mullis, I.V.S. y Oakes, J. (1990). *Assessment in Science Education: The Middle Years,* Washington, DC: National Center for Improving Science Education.

Raizen, S. y Kaser, J. (1989). "Assessing Science Learning in Elementary School: What, Why and How?", en *Phi Delta Kappan,* 70, 718-722.

Reif, F. y St John, M. (1979). "Teaching Physicists Thinking Skills in the Laboratory", en *American Journal of Physics,* 11, 950-957.

Resnick, L.B. y Resnick, D. P. (1992). "Assessing the Thinking Curriculum: New Tools for Educational Reform", en Gifford, B. R. y Connor, M. C. (eds.), *Changing Assessment: Alternative View Aptitude, Achievement and Instruction*, pp. 37-75, Boston: Kluwer.

Rudman, H.C. (1987). "Testing and Teaching: Two Sides of the Same Coin?", en *Studies in Educational Evaluation,* 13, 73-90.

Ruddock, G. y Tommlins, B. (1992). *Teacher Assessment in Science and Mathematics at Key Stage 3,* Londres: Schools Examinations and Assessment Council.

Salvia, J. y Hughes, C. (1990). *Curriculum Based Assessment*, Nueva York: Macmillan.

Scott, D. (1991). "Issues and Themes: Coursework and Coursework Assessment in the GCSE", en *Research Papers in Education,* 6, 3-19.

Shavelson, R.J., Carey, N.B. y Webb, A.M. (1990). "Indicators of Science Achievement: Options for a Powerful Policy Instrument", en *Phi Delta Kappan,* 71, 692-697.

Shulman, L.S. y Tamir, P. (1973). "Research on Teaching in the Natural Sciences", en R. M. W. Travers (ed.), *Second Handbook of Research on Teaching*, pp. 1098-1140, Chicago: Rand McNally.

Stiggins, R.J. (1994). *Student-Centered Classroom Assessment,* Nueva York: Merrill.

Stiggins, R.J. y Bridgeford, N.J. (1985). "The Ecology of Classroom Assessment", en *Journal of Educational Measurement,* 22, 271-286.

Tamir, P. (1990). "Justifying the Selection of Answers in Multiple Choise Questions", en *International Journal of Science Education,* 12, 563-573.

Tamir, P. (1998). "Assessment and Evaluation in Science Education: Opportunities to Learn and Outcomes", en B. Fraser, y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education,* (parte II), pp. 761-789, Gran Bretaña: Kluwer Academic Publishers.

Tobin, K.; Espinet, M.; Byrd, S. E. y Adams, A. (1988). "Perspectives of Effective Science Learning", en *Science Education,* 72, 433-45l.

Trumbull, D.J. y Slack, M. J. (1991). "Learning to Ask, Listen, and Analyze: Using Structured Interviewing Assignments to Develop Reflection in Pre-service Science Teachers", en *International Journal of Science Education,* 13, l24-142.

William, D. y Black, P. (1996). "Meanings and Consequences: A Basis for Distinguishing Formative and Summative Functions of Assessment?", en *British Educational Research Journal,* 22, 537-548.

Wesman, A. G. (1971). "Writing the Test Item", en R. L. Thorndike (ed.), *Educational Measurement* (2 ed.), pp. 81-129, Washington DC: American Council on Education.

Zohar, A. y Tamir, P. (1993). "Incorporating Critical Thinking Within a Regular High School Biology Curriculum", en *School Science and Mathematics,* 93, 136-140.

Páginas electrónicas

¿Qué es el CENEVAL? Recuperado en diciembre de 2002 de:
http://www.ceneval.edu. mx/2nivel/1quescen/quescen.htm

Notas de prensa de la OCDE. Recuperado en diciembre de 2003 de:
http://rtn.net.mx/ocde/prensa.html

3C. EQUIDAD

Jesús Manuel Cruz Cisneros

En las últimas dos décadas, según Nichols, Gilmer, Thompson y Davis (1998) se ha investigado la problemática concerniente a la participación de las mujeres en la ciencia y la enseñanza con el propósito de conocer con objetividad la equidad de género. Anteriormente se han llevado a cabo estudios para explicar las diferencias entre mujeres y hombres. Las diferencias encontradas fueron consideradas como deficiencias, de manera que las mujeres necesitan ayuda para estar en condiciones de tener una participación en actividades intelectuales tales como la ciencia. Esto originó debates respecto a la validez de tales investigaciones, especialmente como si esto fuera exclusivo del hombre; sobre todo del blanco. Se han usado argumentos biológicos para sugerir que las diferencias que la supuesta "inferioridad" muestra, son una característica innata de la mujer. No solamente este estrecho punto vista es el único, estas diferencias pueden ser un potencial que contribuya positivamente a la ciencia; aunque existe cierto desprecio social como individuos pensantes (Lammbert, 1987; Shields, 1987).

En un esfuerzo para facilitar la participación de la mujer en la ciencia, los educadores empiezan a desarrollar acercamientos para enseñar "ciencia amigablemente femenina" (Hildebrand, 1989; Rosser, 1990). Mientras se cuestiona que si esa ciencia pudiera ser construida, sus nociones habrían servido de punto de partida para examinar cómo la ciencia tradicionalmente se ha conceptualizado y las posibles razones de por qué las mujeres han sido disuadidas para participar en la ciencia. Más recientemente, según Code (1991), la ciencia moderna ha sido criticada como una disciplina estructurada casi exclusivamente con una epistemología masculina y dominada por hombres.

Por otro lado, el problema del bajo número de mujeres de color en la ciencia excluyendo a las asiáticas es, en parte, el resultado de cuándo y dónde la ciencia se ha desarrollado primero. La revolución de la ciencia empieza en el siglo XVIII en Europa y continúa floreciendo en el siglo XIX. En ese tiempo, la mujer no se encontraba en el mercado de trabajo y su educación refleja roles tradicionales. Gran parte del resto del mundo, mucho del cual estuvo bajo regímenes coloniales o en proceso de independencia, era difícil que contara con educación científica (Barinaga, 1994). En estos tiempos en los que las colonias tienen una importancia mundial y, además, la actuación de la mujer está cambiando en muchos países, se espera que ésta tenga una participación importante en la ciencia. Pero quedan muchas barreras que vencer. En Estados Unidos, hasta el siglo XX, las mujeres pudieron partici-

par en la enseñanza, pero fue hasta los treinta cuando empezaron a ser aceptadas en la investigación de las ciencias. En Alemania, no había profesoras hasta los veinte. Actualmente las mujeres forman 2.6% de las profesoras en niveles altos, 7.3% en el nivel medio y 24.2% en niveles elementales. En el Reino Unido (UK), quien descubrió los pulsares, fue Joyselyn Bell Burnell y fue la tercera mujer en alcanzar el grado de profesor (líder académico en un campo de la investigación) en física; en general sólo 3% de los profesores son mujeres. En Irlanda y Dinamarca tienen porcentajes similares de profesoras. En España es de 7.4%, en Portugal 8.2% y en Estados Unidos, en general es de 14.4%.

En diversos lugares del mundo se han hecho esfuerzos para construir estrategias para equidad del género. En opinión de Baker (1998) una manera eficaz para que los educadores promuevan la equidad es usar estrategias de enseñanza que tengan la más alta probabilidad de éxito con todos los estudiantes. Afortunadamente, las estrategias que propician esto interesan a las jóvenes y también tienen éxito con los varones. Corey, Van Zee, Minstrell, Simpson y Stimpson (1993) encontraron que las discusiones en el aula también pueden aumentar el interés de las mujeres en la participación, así como el de varones que hablan poco. Las muchachas hablan cuando maestros enfatizan las ideas de los estudiantes como un punto de partida para las investigaciones y discusiones. Las mujeres también participan más cuando sus ideas se valoran.

La manera en la que la ciencia se presenta también es importante. Debe hacerlo en contextos del mundo real para que los estudiantes vean que la ciencia no puede separarse; que la ciencia, la tecnología y la sociedad se entrelazan indisolublemente (Hyk1e, 1993; Rennie y Parker, 1991; 1993). Los materiales instruccionales deben ser más inclusivos y deben reflejar intereses de las mujeres, como el cuerpo humano y el ambiente, y hacer esfuerzos especiales para reforzar el interés en las ciencias físicas.

Martínez (1992) encuentra que los experimentos físicos aburridos, pueden hacerse más interesantes para las estudiantes mujeres con modificaciones simples. Las mujeres normalmente encuentran atractivos los experimentos de la ciencia física que tienen más relación con lo social. Pueden hacerse experimentos como observar un péndulo, pero más interesante si la tarea requiere cooperación y si los estudiantes trabajan hacia una meta común. El aprender por descubrimiento es más atractivo para los estudiantes y hay evidencia que esto tiene un efecto positivo en las actitudes para los varones y mujeres (Shymansky, Kyle y Alport, 1983).

Ritchie y Krane, (1990) recomiendan incluir temas locales en el plan de estudios de la ciencia; tales temas incluidos en la enseñanza de la ciencia,

causan en los estudiantes que estén más involucrados en las actividades y más interesados en lo que están aprendiendo. Los temas caseros, también promueven relaciones más positivas entre los estudiantes hacia la ciencia.

Barba (1993) recomienda que los maestros utilicen métodos constructivistas en lugar de los modelos autoritarios. La importancia de la enseñanza en el idioma nativo, sobre todo durante los años tempranos de instrucción, no puede infravalorarse. Ehindero (1980) encuentra que estudiantes nigerianos instruidos en su lengua materna eran superiores a sus colegas enseñados en inglés, en términos de su habilidad de entender conceptos de la ciencia que requieren un ciertas habilidades. Rutherford y Nkopodi (1990) recomiendan que la ciencia debe ser enseñada en ambos idiomas, el materno y en inglés.

Cole y Griffin (1987) diseñaron una lista de características para desarrollar un programa educativo exitoso para mejorar la educación en ciencia de mujeres y hombres: *1)* un enfoque académico vigoroso que enriquezca, en lugar de programas remediales; *2)* un grupo de maestros que sean especialistas de la materia y que estén convencidos que todos los estudiantes pueden aprender; *3)* poner énfasis en las aplicaciones y carreras científicas; *4)* un plan de estudios integrado que incluya a la tecnología; *5)* un aprendizaje activo mediante estrategias instruccionales; *6)* participación activa del estudiante; *7)* una dirección vigorosa y un personal comprometido; *8)* financiamiento estable a largo plazo de diferentes fuentes; *9)* universidad, empresa y escuela en colaboración con la industria; *10)* una selección activa de estudiantes; *11)* las oportunidades de aprendizaje fuera de la escuela; *12)* las metas específicas y estrategias para eliminar las desigualdades asociadas con etnicidad y género; *13)* la distribución de maestros similar a la de género y a la composición étnica de los estudiantes; *14)* los sistemas de apoyo de pares; y *15)* la evaluación sistemática. Además, estos aspectos deben ser parte del plan de estudios establecido, en lugar de un añadido programa extra o especial. Sin tal integración, las mujeres y las minorías reciben mensajes de que son extraños a la ciencia. La aplicación de estas recomendaciones es similar a las hechas por Malcolm (1984).

En México no existen investigaciones publicadas en revistas nacionales e internacionales sobre género dado que, al parecer, no hay esta cultura. Sin embargo, existen datos estadísticos que muestran que desde los ochenta se ha notado un aumento en la población de mujeres que se inscriben en estudios de licenciatura en diferentes carreras científicas, pero aún es un porcentaje bajo, como se puede ver en el siguiente cuadro.

MATRÍCULA EN LICENCIATURA %
(COBERTURA NACIONAL)

Periodo	Mujeres	Hombres
1983	33.2	66.8
1986	35.7	64.3
1989	39.1	60.9
1992	43.4	56.6
1995	45.2	54.8
1998	46.2	53.8
1999	46.6	53.4

Fuente: ANUIES. *Anuario estadístico* 1983; 1986; 1989, 1992; 1995; 1998; 1999.

En el caso particular de la carrera de física se nota un aumento importante en la cantidad de mujeres que optan por ella; desde 1983 a 1999 el porcentaje se ha incrementado a casi el doble en los últimos 16 años, lo cual refleja que más mujeres tienen acceso a carreras de ciencia básica. Sin embargo, se hace necesario desarrollar estudios específicos encaminados a determinar las condiciones y problemáticas que se presentan tener sobre el caso.

MATRÍCULA EN LICENCIATURA EN FÍSICA %
(COBERTURA NACIONAL)

Periodo	Mujeres	%	Hombres	%	Total
1983	410	14,05	2509	85,95	2919
1986	385	13,10	2553	86,90	2938
1989	488	15,35	2691	84,65	3179
1992	543	19,26	2277	80,74	2820
1995	645	24,41	1997	75,59	2642
1998	857	26,81	2339	73,19	3196
1999	940	27,09	2530	72,91	3470

Fuente: ANUIES. *Anuario estadístico* 1983. 1986, 1989, 1992, 1995, 1998, 1999.

En la carrera de matemáticas también se presenta un crecimiento de 7.88 puntos porcentuales en el ingreso de mujeres a dicha carrera, lo que se muestra en el cuadro siguiente.

MATRÍCULA EN LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS %
(COBERTURA NACIONAL)

Periodo	Mujeres	%	Hombres	%	Total
1983	1016	33.09	2054	66.91	3070
1986	1788	34.22	3437	65.78	5225
1989	2472	35.55	4481	64.45	6953
1992	2804	38.30	4518	61.70	7322
1995	2732	39.54	4177	60.46	6909
1998	3114	40.79	4521	59.21	7635
1999	3381	40.97	4871	59.03	8252

Fuente: ANUIES. *Anuario estadístico* 1983. 1986, 1989, 1992, 1995, 1998, 1999.

También en la carrera de biología se nota un incremento en la matrícula, llegando hasta superar el porcentaje de varones.

MATRÍCULA EN LICENCIATURA EN BIOLOGÍA %
(COBERTURA NACIONAL)

Periodo	Mujeres	%	Hombres	%	Total
1983	5685	43.76	7306	56.24	12991
1986	6369	44.84	7836	55.16	14205
1989	5619	47.74	6150	52.26	11769
1992	5091	51.36	4822	48.64	9913
1995	4267	49.96	4274	50.04	8541
1998	6359	52.04	5861	47.96	12220
1999	7133	53.05	6313	46.95	13446

Fuente: ANUIES. *Anuario estadístico* 1983. 1986, 1989, 1992, 1995, 1998, 1999.

Si bien existen en el medio científico del país mujeres altamente reconocidas, tanto nacional como internacionalmente, no es una cantidad significativa que refleje una participación importante de la mujer en la ciencia y en la enseñanza de la misma; pero no sabemos qué es lo que pasa en nuestro medio sobre la equidad en las oportunidades de aprendizaje para distintas poblaciones étnicas y de género.

Referencias

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*, 1983, México.

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*, 1986, México.

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*, 1989, México.

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*, 1992, México.

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*, 1995, México.

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*, 1998, México.

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), *Población Escolar de Licenciatura en Universidades e Institutos, Anuario estadístico*. 1999, México.

Baker, D. R. (1998). "Equity Issues is Science Education", en B. J. Fraser y K. G. Tobin, *International Handbook of Science*, vols. 1 y 2, pp. 869-895, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Barba, R. (1993). "A Study of Culturally Syntonic Variables in the Bilingual/ Bicultural Science Classroom", en *Journal of Research in Science Teaching,* 30, 1053-1071.

Barinaga, M. (1994). "Surprises Across the Cultural Divide", en *Science,* 263, 1468-1474.

Code, L. (1991). *What Can She Know?,* Ithaca, Nueva York: Cornell University Press.

Cole, M. y Griffin, P. (1987). *Contextual Factors in Education*, Madison, WI. University of Wisconsin Center for Educational Research.

Corey, V.; vann Zee, E.; Minstrell, J.; Simpson, D. y Stimpson, V. (1993). "When Girls Talk: An Examination of High School Physics Classes", ponencia presentada en la *Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching*, Atlanta, GA.

Ehindero, O. (1980). "The Influence of Two Languages of Instruction on Students' Levels of Cognitive Development and Achievement in Science", en *Journal of Research in Science Teaching,* 17, 283-288.

Hildebrand, G. (1989). "Creating a gender. Inclusive Science Education", *The Australian Science Teachers Journal,* 35(3), 7-16.

Hykle, J. (1993). "Template for a Gender-Equitable Science Program", ponencia presentada en la *Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching*, Atlanta, GA.

Lambert, H. (1987). "Biology and Equality: A perspective on Sex Differences", en S. Harning y J. O. Barr (eds.), *Sex and Scientific Inquiry*, pp.125-145, University of Chicago, IL.

Malcolm, S. (1984). "Equity and Excellence: Compatible Goals", en *American Association for the Advancement of Science*, Washington, DC.

Martínez, M. (1992). "Interest Enhancement to Science Experiments: Interactions with Student Gender", en *Journal of Research in Science Teaching,* 29, 167-177.

Nichols, S.; Gilmer, P.; Thompson, A. y Davis, N. (1998). "Women in Science: Expanding the Vision", en B. Fraser y K. Tobin (eds.), *International Handbook of Science Education,* pp. 967-978, Londres: Kluwer Academic Publishers.

Ritchie, S. y Krane, J. (1990). "Implementing Aboriginal Content in the Science Program: A Case Study", en *The Australian Science Teachers Journal,* 36(4), 88-91.

Rennie, L. y Parker, L. (1991). "Assessment of Learning in Science: The Need to Look Closely at Item Characteristics", en *The Australian Science Teachers Journal,* 37(4), 56-59.

Rennie, L. y Parker, L. (1993). "Curriculum Reform and Choice of Science: Consequences for Balanced and Equitable Participation", en *Journal of Research in Science Teaching,* 30, 1017-1028.

Rosser, S. (ed.) (1990). *Female Friendly Science Applying Women's Studies Methods and Theories to Attract Students,* Nueva York: Pergamon.

Rutherford, M. y Nkopodi, N. (1990). "A Comparison of Some Science Concepts Definitions in English and North Sotho for Second Language English Speakers", en *International Journal of Science Education,* 12, 443-456.

Shields, S. (1987). "The Variability Hypothesis: The History of a Biological Model of Sex Differences in Intelligence", en S. Harding y J. O'Barr (eds.), *Sex and Scientific Inquiry*, pp. 187-215, University of Chicago Press. Chicago, IL.

Shymansky, J.; Kyle, W. y Alport, A. (1983). "A Meta-analysis of Discovery and Traditional Instruction on Attitude Toward Science", en *Journal of Research in Science Teaching,* 20, 387-404.

CONSIDERACIONES FINALES

Ángel D. López y Mota

En esta sección se intenta realizar un compendio de los productos nacionales de investigación en el campo de la educación en ciencias naturales de la década 1992-2002 y, un balance de los mismos, respecto de los hallazgos realizados en la década 1982-1992, tomando como punto de referencia las temáticas encontradas en ambos reportes de investigación. También se abordan algunos aspectos relacionados con el desarrollo de la investigación en este campo. Para ello, se recurre a las consideraciones o comentarios finales de cada sección, tanto de este estudio como del pasado, elaboradas por los distintos responsables de las mismas. Asimismo, se menciona la orientación que debieran adquirir los esfuerzos de investigación a realizarse en el futuro.

A MANERA DE COMPENDIO

Para identificar las principales temáticas de indagación y conclusiones más relevantes, sólo se consideran los temas y resultados presentes en los reportes de investigación analizados en este documento, los cuales se agrupan en: "currículo como estructura", "currículo como proceso" y "concepciones, cambio conceptual, modelos de representación e historia y filosofía de la ciencia". Los temas de "ambientes de aprendizaje", "evalua-

ción del aprendizaje" y "equidad", no son sujetos de este compendio, ya que no se identificó actividad de investigación nacional al respecto. Las principales temáticas de investigación encontradas, tienen que ver con:

- La realización de algunos diagnósticos que abordan la puesta en práctica de diversos programas curriculares y el establecimiento de predictores del desempeño académico.
- El abordaje de las condiciones "naturales" —en aula— de los programas curriculares respecto de elementos sociales que intervienen en ellas y de aspectos de la cotidianeidad en la enseñanza, así como de estrategias pedagógicas para la enseñanza de conceptos o habilidades cognitivas basadas o no en el cambio conceptual.
- La identificación de concepciones o representaciones de los estudiantes respecto de conceptos y fenómenos en el ámbito de distintas disciplinas científicas —biología, física y química—, de la vinculación entre ideas previas y cambio conceptual, de las aportaciones de la historia de la ciencia en la enseñanza de determinados conceptos y, de las concepciones de los profesores relativas a lo que es la ciencia y cómo se aprende. También está presente la construcción de modelos representacionales de la forma de conocer de los sujetos.

Los resultados más importantes de la investigación nacional, destacados por los responsables de las distintas secciones, pueden resumirse de la siguiente manera:

- La investigación curricular es escasa y las experiencias curriculares en la educación básica están generalmente desconectadas de los ámbitos formales de la investigación, lo cual se expresa en la ausencia de resultados de investigación presentados en revistas arbitradas, por parte de los organismos o dependencias encargados de estudiar tales experiencias.
- Los estudios de cognición contextualizada en el aula, han permitido conocer el tipo de interacciones realizadas en clase, la forma de las negociaciones de significados, los cambios de planeación original del tratamiento prefigurado por el profesor, entre otros. Asimismo, otros estudios han permitido el desarrollo de estrategias para la enseñanza influenciadas por el constructivismo como marco de referencia, la identificación de transformaciones conceptuales y de deficiencias metodo-

lógicas en su abordaje y la elaboración de la distinción entre ámbitos —filosofía de la ciencia y pedagógico— para el desarrollo de actividades de aprendizaje a ser utilizadas en el aula.

- Los estudios sobre representaciones mentales de los sujetos dejan ver una clara influencia del constructivismo y destacan los progresos realizados en aspectos teórico-formales de su conceptualización. Asimismo, la incorporación de la historia y la filosofía de la ciencia deja ver su apoyo al entendimiento de los procesos de comprensión del conocimiento de los estudiantes y la identificación de las formas de pensar de los profesores respecto de la ciencia y el aprendizaje y su posible influencia en la práctica docente.
- Ausencia de investigaciones que den cuenta de la asociación entre éxito de los estudiantes y ambiente escolar, del establecimiento de criterios de evaluación para la innovación educativa y de la detección de los ambientes de aprendizaje preferidos por los alumnos (señalamiento proveniente de la revisión internacional del campo).
- Carencia de resultados respecto de la evaluación formativa del aprendizaje en este campo (señalamiento proveniente de la revisión internacional del campo).
- Falta de estudios sobre la equidad en las oportunidades del aprendizaje de la ciencia, lo cual tiene repercusiones en asuntos de género (señalamiento proveniente de la revisión internacional del campo).

En asuntos relacionados con el desarrollo de la investigación en el país, los autores de este trabajo detectan una reducida cantidad de reportes de investigación encontrados en revistas arbitradas, una dedicación a la investigación condicionada por el desempeño de otras funciones, una falta de formación especializada entre los investigadores del campo, una deficiencia en la formación de grupos de investigación y la ausencia de una revista especializada en el campo.

A manera de balance

Para realizar un balance entre lo ocurrido en la década de 1982-1992 y la de 1992-2002 se presentará, en primer lugar, lo ocurrido en la primera de ellas. Así, en el primer caso, las temáticas y resultados de investigación pueden resumirse de esta forma:

1) *Estudios sobre el profesor de ciencias naturales* (León y Domínguez, 1995):

   - Estudios sobre el establecimiento de correlaciones entre las características del profesor y el éxito en la enseñanza, así como sobre los procesos de pensamiento y toma de decisiones del docente en relación con sus teorías y creencias —acerca, por ejemplo, de lo que es la ciencia y su aprendizaje—, son considerados prácticamente inexistentes en nuestro país.
   - El análisis de la formación que reciben los profesores de educación normal —primaria— en el área de ciencias naturales y su vinculación con los lineamientos programáticos a seguir en el salón de clase, da como resultado que la enseñanza de las ciencias se centra en la exposición del profesor, que no hay relación entre teoría y práctica y, que no se aborda específicamente la didáctica de las ciencias. Con respecto a la formación de docentes de ciencias en servicio, las investigaciones realizadas pretendían detectar las necesidades de los docentes, analizar sus principales problemas, conocer los obstáculos que la estructura y organización escolar oponen a la modificación de la enseñanza y, utilizar esta información como medio de impulsar la reflexión sobre la práctica docente cotidiana y llegar a modificar el desempeño de los docentes en clase; sin embargo, dichos estudios no aportan evidencia empírica que sustente sus afirmaciones. Se enfatiza la poca atención prestada a la formación específica de profesores de ciencias naturales.

2) *Estudios sobre el alumno* (Gallegos y Flores, 1995):

   - En la identificación de las concepciones de los estudiantes acerca de conceptos —calor, temperatura, cadenas alimenticias, velocidad y aceleración— y fenómenos científicos se destaca la corroboración de resultados encontrados en otros países, independientemente de contextos sociales y curriculares diferentes. Sin embargo, se estima la necesidad de contar con modelos cognoscitivos que posibiliten la relación entre nociones conceptuales con procesos o estructuras cognoscitivos; así como de impulsar formas de analizar procesos generales y específicos para promover el cambio conceptual.
   - Sobre la conceptualización y desarrollo de habilidades cognitivas —a partir de actividades pedagógicas viables— que buscan conocer las formas de aproximación experimental de los estudiantes hacia la ciencia, en las que se enfatiza la necesidad de vinculación entre las habilidades cognitivas —experimentales, de razonamiento, etcéte-

ra— y la comprensión de nociones científicas, así como sobre el papel de la construcción colectiva —grupal— en el desarrollo de actitudes y la contrastación de hipótesis se resalta la necesidad de estudiar la naturaleza, estructura y desarrollo de los procesos de razonamiento y su relación con los conceptos científicos.

- En los estudios sobre las formas utilizadas por los alumnos para representar las conexiones entre conceptos, en donde el éxito en la comprensión de las disciplinas está relacionado con la similitud de estructuras presentada por ellos con la de los expertos se enfatiza la necesidad del análisis de factores generales —género, estructuras conceptuales— en relación con habilidades cognoscitivas y afectivas.
- En el caso de la comprensión de textos en función de conocimientos escolares previos, tal comprensión parece tener relación con los conocimientos previos sobre el tema.
- En el análisis de las actitudes mostradas por los sujetos frente a contenidos disciplinares y su relación con los índices de reprobación y campo de ocupación profesional, no queda clara la manera como las actitudes influyen sobre la deserción.

3) *Estudios sobre el contenido* [disciplinario] (López, 1995):

- No se detectaron esfuerzos de investigación respecto del análisis comparativo de distintas aproximaciones teórico-metodológicas para abordar el diseño curricular: de fines escolares diferenciados sobre la enseñanza de la ciencia, formas alternas de concebir a la misma, diferentes formas de conceptualizar la adquisición de conocimientos y desarrollo de habilidades cognitivas, de alternativas en la selección y secuenciación de contenidos y actividades, etcétera.
- En torno al diagnóstico de programas curriculares de ciencias respecto de necesidades del propio currículo y de los estudiantes, de los procesos de enseñanza y evaluación, de los perfiles de egreso, de los ambientes de aprendizaje, del establecimiento de políticas curriculares y de la asignación de recursos, se apunta la falta de soporte empírico que sustente los cambios pretendidos en los programas curriculares.
- En las interacciones orales, discursivas presentes entre profesores y alumnos en contextos de aula y enmarcados en situaciones de demostración y solución de problemas se destaca que la capacidad argumentativa de los alumnos puede transformar la planeación pe-

dagógica inicial del docente; quedando todavía por corroborar si tal capacidad y transformación son independientes del nivel educativo y la disciplina de estudio.

4) *Estudios sobre las metodologías de enseñanza* (León, 1995):

- Sobre la práctica pedagógica, a partir del análisis de los fenómenos y procesos efectuados en el aula —principalmente las redes de relación y significado entre los participantes— se puntualiza la importancia de realizar estos estudios más allá del nivel educativo primario.
- Respecto de la formulación de propuestas alternativas de enseñanza que pretenden modificar la práctica educativa por medio del profesor y los materiales de apoyo se destaca la necesidad de aportar elementos empíricos robustos que permitan visualizar el posible éxito de tales propuestas.
- En cuanto a la formulación de métodos alternativos de enseñanza, concebidos a partir del análisis de la práctica docente real y desarrollados para la búsqueda de la transformación de la enseñanza en el aula, se subraya la importancia de analizar el rol del investigador en los procesos de investigación-acción.

5) *Estudios sobre materiales instruccionales y condiciones de trabajo* (León, 1995):

- En lo referente al análisis de contenido y el uso de los libros de texto en el aula se destaca la escasez de estos estudios y la necesidad de conocer con mayor precisión las características de los materiales —no sólo los libros de texto— en uso, su eficiencia como apoyo a la enseñanza y el aprendizaje, el tipo de conocimientos que promueven y su adecuación a la intención educativa correspondiente.
- En cuanto a la validación experimental de textos, prototipos y otros materiales de apoyo a la enseñanza se reconoce la importancia de estos estudios y se enfatiza la necesidad de estudiar las condiciones físicas en las que se realizan los procesos de enseñanza y aprendizaje y los efectos que tales condiciones —características del equipamiento mínimo, asistencia al laboratorio, etcétera— tienen sobre la calidad de los aprendizajes.

La comparación de lo encontrado en la década 1982-1992 con lo correspondiente a la de 1992-2002 se hace tomando en cuenta la organización temática de esta última:

1) *El currículo como estructura*:

La investigación curricular sigue siendo escasa, por lo que siguen manteniéndose vigentes los señalamientos efectuados en el estudio de la década pasada, en el sentido de incrementar los estudios teóricos y prácticos en este ámbito.

2) *Currículo como proceso*:

El estudio de las interacciones entre profesor y alumnos por medio del análisis del discurso se ha prolongado y extendido —ahora a la educación superior— de la década anterior a ésta, además de haberse profundizado en algunos aspectos de la práctica docente cotidiana; lo cual la ha convertido en una línea de investigación consolidada.

La formulación de propuestas alternativas de enseñanza que pretenden modificar la práctica docente y el desempeño de los estudiantes se ha mantenido a un bajo nivel de producción. Sin embargo, en los pocos estudios realizados y a pesar del impacto de los trabajos basados en el constructivismo, no se ha puesto suficiente esfuerzo en desarrollar propuestas que busquen la transformación conceptual de los alumnos. Asimismo, no se ha podido consolidar una línea de investigación que, además de desarrollar y probar formas de enseñanza alternativas, tenga en cuenta las condiciones escolares y áulicas específicas para lograr la transformación de la práctica docente.

Los esfuerzos por diseñar y construir actividades para la enseñanza con características cognitivas conocidas, sobre todo las relacionadas con formas de razonamiento —tanto individual como grupal— y vinculadas a la búsqueda del cambio conceptual, no han sido continuados.

El análisis de las estructuras conceptuales entre novatos y expertos, el análisis de la comprensión de textos y de las actitudes de los sujetos frente a las disciplinas científicas, tampoco han encontrado continuación.

3) *Concepciones, cambio conceptual, modelos de representación e historia y filosofía en la enseñanza de la ciencia*:

La identificación de las concepciones de los estudiantes se ha prolongado y profundizado durante las dos décadas que abarcan los estudios sobre el estado de conocimiento. Tal prolongación se ha alcanzado a partir de identificar mayor número de concepciones en diversos campos disciplinarios y la profundización se ha logrado al realizarse una extensa investigación documental, de referir y organizar las ideas pre-

vias de estudiantes de todos los niveles educativos en un ámbito internacional, mediante una base de datos disponible en la Web. De igual manera, se han logrado los primeros avances respecto de la formalización de las ideas previas, a través de la construcción de modelos y realizado las primeras aproximaciones hacia la vinculación de las concepciones previas y el cambio conceptual.

El horizonte se ha enriquecido con la incorporación de temáticas no presentes la década pasada, tales como: la incorporación de la historia y la filosofía en el entendimiento de los fenómenos de comprensión del conocimiento, en el apoyo a la enseñanza de ciertos conceptos y en la vinculación con la práctica docente.

4) *Ambientes de aprendizaje, evaluación del aprendizaje y equidad*:

Como se ha reconocido, estos temas no han tenido presencia en la revisión nacional realizada en el presente estado de conocimiento, sin embargo, se considera como de gran importancia la realización de estudios en este ámbito, por su reconocimiento internacional.

Aquí cabe volver a señalar la importancia ya otorgada la década pasada a los trabajos de validación experimental de los materiales de todo tipo utilizados en apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, a efecto de conocer las condiciones de operación exitosas en el salón de clases.

Resulta imperativo apuntar la deficiencia no corregida en estas décadas de estudios relacionados con la evaluación de los aprendizajes —con énfasis en la evaluación formativa— y con las de las oportunidades desiguales para el aprendizaje de la ciencia a partir de condiciones de género.

5) *Temas varios*:

Aquí se requiere resaltar la ausencia de dos categorías temáticas fundamentales que no fueron indagadas en el presente estado de conocimiento: los estudios sobre la formación y actualización de profesores y acerca del uso de las tecnologías de la informática y la comunicación para la enseñanza de las ciencias naturales.

Así, cabe recordar el señalamiento efectuado en el estado de conocimiento pasado, en donde se enfatizaba la importancia del establecimiento de correlaciones entre las características del profesor y el éxito en la enseñanza; como parte de los estudios relacionados con la formación y actualización de profesores.

6) Desarrollo de la investigación en el campo:

Se sigue adoleciendo, como ya fue indicado en la década pasada, de una comunidad de investigadores —extensa y articulada— formada explícitamente para la investigación, de una presencia notable de programas curriculares para la formación de investigadores en el campo, de una producción académica sustantiva en revistas arbitradas y de una revista anual especializada en el campo.

A manera de orientaciones

Con el fin de ayudar a dirigir los esfuerzos de investigación en el campo se ofrecen las siguientes pautas:

- Realizar estudios de carácter teórico que aborden los fines escolares y sociales de la enseñanza de la ciencia, las maneras de conceptuar la ciencia misma, las formas de adquisición y desarrollo de conocimientos y habilidades cognitivas, las alternativas en la selección y secuenciación de contenidos y actividades, etcétera.
- Efectuar diagnósticos de los programas curriculares vigentes que involucren trabajo de campo y que aborden las necesidades del propio currículo y las de los estudiantes, la pertinencia de los procesos de enseñanza y evaluación del aprendizaje, el logro de los perfiles de egreso, la conformación de los ambientes de aprendizaje, el establecimiento de políticas curriculares y la asignación de recursos, siempre que se vaya a modificar un programa curricular.
- Desarrollar estrategias pedagógicas con claro sustento teórico, evidencia de su comportamiento en la práctica y orientación al desarrollo del cambio conceptual y de habilidades cognitivas. Asimismo, caracterizar el conocimiento escolar detectado en las aulas mediante estudios etnográficos por comparación con el científico y describir las maneras de acercar el uno al otro; así como utilizar sus resultados para fomentar procesos metacognitivos entre los docentes y alcanzar la transformación de la práctica docente.
- Abordar nuevos enfoques y metodologías en el ámbito de las representaciones mentales, del cambio conceptual y de los modelos de representación de los sujetos, para que no reproduzcan los ya reportados. Indagar acerca de la vinculación de las concepciones de los profesores

y su práctica docente. Asimismo, profundizar en el entendimiento de los procesos de comprensión del conocimiento mediante la heurística de la historia de la ciencia y en el impacto de las concepciones epistemológicas de los profesores en la práctica docente.

- Estudiar las temáticas no reportadas, sobre todo las que tienen que ver con la "formación y actualización de profesores", con la "tecnología educativa", los "ambientes de aprendizaje", la "evaluación del aprendizaje" y la "equidad". Algunos ejemplos de ellas son: el dominio de contenidos disciplinarios en distintas poblaciones de profesores, las representaciones mentales de los docentes respecto de conceptos científicos fundamentales y de lo que significa aprender; la utilización de la tecnología informática y de comunicaciones para el cambio conceptual; el éxito de los estudiantes en su relación con el ambiente escolar, el establecimiento de criterios de evaluación para la innovación educativa, la detección de los ambientes de aprendizaje preferidos por los alumnos; la equidad en las oportunidades del aprendizaje de la ciencia y sus repercusiones en asuntos de género.
- Aumentar la producción y presencia de productos de investigación en revistas arbitradas de índole nacional e internacional.
- Conformar programas específicos de formación en investigación para el tramo maestría-doctorado.
- Diseñar y poner en circulación una revista arbitrada para publicación anual de artículos de investigación en el campo.

A manera de expectativa

Los autores de este trabajo deseamos que, a pesar de las deficiencias que puedan encontrarse en el texto, el contenido del mismo pueda abrir las expectativas a quienes se dedican profesionalmente a la actividad de investigar —a partir de los análisis y orientaciones aportadas—, a quienes se inician en ella —a partir de las temáticas y numerosas referencias proporcionada y, a quienes toman decisiones —a partir de los resultados explicitados—.

Referencias

Gallegos, L. y Flores, F. (1995). "Estudios sobre el alumno", en G. Waldegg (coord.), *Procesos de enseñanza y aprendizaje. La investigación educativa en los ochenta perspectivas para los noventa*, vol. 1, pp. 48-59, Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano: México, DF.

León, A. (1995). "Estudios sobre las metodologías de enseñanza", en G. Waldegg (coord.), *Procesos de enseñanza y aprendizaje,* colección La investigación educativa en los ochenta perspectivas para los noventa, vol. 1, pp. 70-77, Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano: México, DF.

León, A. (1995). "Materiales instruccionales y condiciones de trabajo", en G. Waldegg (coord.), *Procesos de enseñanza y aprendizaje,* colección La investigación educativa en los ochenta perspectivas para los noventa, vol. 1, pp. 77-84, Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano: México, DF.

León, A. y Domínguez, A. (1995). "Estudios sobre el profesor de ciencias naturales", en G. Waldegg (coord.), *Procesos de enseñanza y aprendizaje,* colección La investigación educativa en los ochenta perspectivas para los noventa, vol. 1, pp. 41-48, Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano: México, DF.

López, A. (1995). "Estudios sobre el contenido", en G. Waldegg (coord.), *Procesos de Enseñanza y Aprendizaje,* colección La investigación educativa en los ochenta perspectivas para los noventa, vol. 1, pp. 60-70, Consejo Mexicano de Investigación Educativa/Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano: México, DF.

Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos: procesos de enseñanza y aprendizaje, tomo I, editado por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa, AC, se terminó de imprimir en octubre de 2003 en Composición y Negativos Don José, Génova 39-205, colonia Juárez, CP 06600, México, DF. Se imprimieron 2 000 ejemplares.