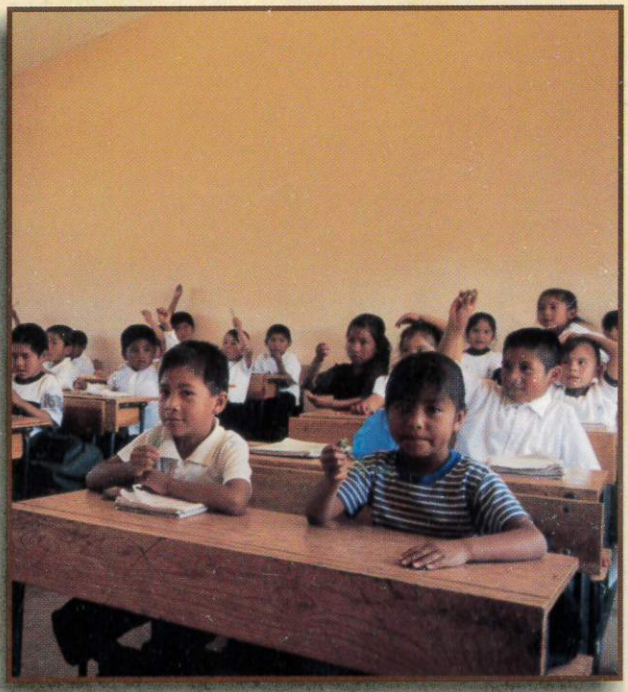
La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas



Alicia Ávila
(Directora)
Luis Manuel Aguayo
Daniel Eudave
José Luis Estrada
Asunción Hermosillo
Jesús Mendoza
María Elena Saucedo
Edgar Becerra

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA | Subsecretaría de Educación Básica y Normal | Dirección General de Investigación Educativa

La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas

.....

La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas

.....

Alicia Ávila (directora)
Luis Manuel Aguayo
Daniel Eudave
José Luis Estrada
Asunción Hermosillo
Jesús Mendoza
María Elena Saucedo
Edgar Becerra

La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas, en Informes de Investigación. Temas Prioritarios, estuvo a cargo de la Dirección General de Ivestigación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal.

Instituciones que participaron en la investigación
Universidad Pedagógica Nacional; Universidad Autónoma de Aguascalientes; Escuela Normal Manuel Ávila Camacho, Zacatecas; Universidad Iberoamericana, Unidad Santa Fe; Departamento de Educación Especial del Estado de Aguascalientes; Consejo Nacional de Fomento Educativo, Delegación Aguascalientes; Departamento de Telesecundarias del Estado de Aguascalientes.

Autores
Alicia Ávila (directora), Luis Manuel Aguayo, Daniel Eudave, José Luis Estrada, Asunción Hermosillo, Jesús Mendoza, María Elena Saucedo, Edgar Becerra

Colaboraron en esta investigación
Martín Fuentes Chávez, María Morales Ramírez, Abraham Arellano, Refugio Cardona Chávez y Araceli Castillo

Subsecretario de Educación Basica y Normal
Lorenzo Gómez-Morin Fuentes

Director general
Jesús Álvarez Gutiérrez

Director general adjunto
Francisco Miranda López

Director al Fomento de la Investigación Educativa
Francisco Paredes Ochoa

Coordinación editorial
Carlos Hernández González, Rebecca Mingo

Diseño y formación
Grafix. Creatividad Editorial

D.R. Secretaría de Educación Pública, 2004
Calle República de Argentina 28,
Colonia Centro Histórico,
C.P. 06020, México, D.F.

ISBN: 968-5790-02-7

Impreso y hecho en México

Distribución gratuita / Prohibida su venta

Índice

Presentación SEByN, 13
Presentación, 15
Introducción, 19
1. Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas, 25
Precisiones metodológicas, 28
Los profesores de segundo grado, 30
Los profesores de cuarto grado, 42
Los profesores de sexto grado, 51
Conclusiones, 61
Referencias bibliográficas, 64
2. La reforma curricular y los problemas en la clase de matemáticas, 67
Las resignificaciones de una reforma, 67
El proceso de análisis, 69
Los problemas y el enfoque para su enseñanza, 70
Presencia-ausencia de los problemas, 74
El contenido de los problemas, 81
Los problemas y el libro de texto, 88
Los problemas y su tratamiento didáctico, 89
La estructura de los problemas, 96
El papel de los problemas en la clase, 98
Comentarios finales, 99
Referencias bibliográficas, 101

3. El trabajo en equipos durante las clases de matemáticas, 103
El trabajo escolar en pequeños grupos.
Conceptos básicos, 103
Percepción y aceptación del trabajo en equipo
por parte de los profesores de nuestro estudio, 114
Frecuencia del trabajo en equipo, 122
Elementos para el análisis de las interacciones durante
el trabajo en equipo, 123
Las clases en que se trabaja en equipo, 127
Conclusiones sobre el trabajo en equipo, 159
Referencias bibliográficas, 162
4. Los libros de texto en la clase de matemáticas, 165
Antecedentes, 165
Características de los libros de texto y otros
materiales oficiales, 168
Metodología, 171
Frecuencia de uso de los libros de texto, 172
Conclusiones, 211
Referencias bibliográficas, 213
5. Los errores en matemáticas y sus tratamientos didácticos, 215
Los errores en el proceso del conocimiento, 216
Los errores en la enseñanza de las matemáticas, 218
Tratamiento didáctico de los errores, 224
Consideraciones finales, 264
Referencias bibliográficas, 268
6. La vision de los alumnos acerca de las matemáticas
y su enseñanza, 269
Población analizada y acopio de la información, 269
Aspectos considerados en el análisis de la información, 271
Resultados correspondientes al segundo grado, 275
Resultados correspondientes al cuarto grado, 289
Resultados correspondientes al sexto grado, 302
Conclusiones, 315
Referencias bibliográficas, 319

7. Los aprendizajes matemáticos escolares. Ponderación mediante la aplicacion de un examen, 321
Los aprendizajes de los alumnos de segundo grado, 327
Los aprendizajes de los alumnos de cuarto grado, 335
Los aprendizajes de los alumnos de sexto grado, 342
Consideraciones finales, 348
Referencias bibliográficas, 350
8. La reforma realizada. Balance y lecciones para el futuro, 351
Aceptación de la reforma, 352
Las nuevas representaciones construidas por los profesores, 353
El tratamiento de los problemas, 355
El trabajo en equipo, 356
El tratamiento didáctico de los errores, 359
La utilidad de los libros de texto, 360
La visión de los alumnos, 361
Los aprendizajes escolares, 362
Reflexión final, 364

Anexos
1. Lecciones de los libros de texto gratuitos citadas, 367
2. Codificación del trabajo en equipo, 377
3. Exámenes aplicados a los alumnos de segundo, cuarto y sexto grados, 401

Nuestro agradecimiento a los niños y niñas, maestros y maestras que hicieron posible este trabajo, también a los funcionarios y funcionarias que apoyaron su realización.

Presentación

En los últimos años se ha desarrollado en América Latina y en nuestro país un cambio radical en la orientación de las reformas educacionales: se coloca a la escuela como el centro de gravedad del sistema. Algunos autores afirman que el trabajo cotidiano de las escuelas resignifica las reformas macro. En esta perspectiva la tarea de la SEP sólo tiene sentido si se enfoca hacia el apoyo y el acompañamiento al trabajo educativo que se realiza en cada escuela y en sus aulas.

Sabemos que una parte fundamental del desarrollo educativo es el que se refiere a la didáctica. En el quehacer docente, las profesoras y profesores de los diferentes niveles y modalidades de la educación básica ponen en juego estrategias diversas para lograr que los estudiantes aprendan de modo efectivo; en su trabajo cotidiano, poder retomar, adaptar o crear diversos caminos para facilitar a sus alumnos el acceso al conocimiento estructurado en los planes y programas de estudio.

El trabajo coordinado de investigación que han realizado académicos de la UPN, la UAA, la UIA-Santa Fe, la Escuela Normal Manuel Ávila Camacho del Estado de Zacatecas, el CONAFE y el Departamento de Telesecundarias del Estado de Aguascalientes, nos ofrece una aproximación a la idea de la resolución de problemas como vía del aprendizaje de las matemáticas en nuestras escuelas.

El presente trabajo refleja esfuerzos interinstitucionales de: universidades, escuelas normales y dependencias de la administración pública federal y estatal, y demuestra el potencial de la colaboración en torno a los temas centrales del desarrollo educativo.

Este libro, que se agrega a la serie de *Informes de Investigación, Temas prioritarios,* queda en manos de los docentes, académicos, servidores públicos y personas interesadas en la enseñanza de las ciencias, para bien de nuestros alumnos y del país.

Subsecretaría de Educación Básica y Normal

Presentación

Es poco frecuente estudiar las formas que una reforma adopta en los salones de clase. Es más común que la atención sobre la trascendencia de las políticas educativas se centre en el rendimiento escolar, generalmente medido mediante la aplicación de exámenes. Ésta última, que constituye una manera de evaluar más que de conocer, suele ser útil para publicitar los que luego suelen considerarse fracasos; también es un modo de abonar el terreno para justificar nuevas reformas. Pero tales acercamientos poco o nada revelan acerca del por qué de los resultados obtenidos, ni permiten entender los fracasos. Con la investigación cuyos resultados se presentan aquí, de manera distinta de las centradas en evaluar exclusivamente los aprendizajes mostrados frente a las pruebas de lápiz y papel, buscamos conocer las formas que la reforma a las matemáticas introducida en 1993 tomó en nuestras escuelas primarias.

En efecto, durante el año 2000 emprendimos una investigación cuya pretensión fue conocer las formas en que la Reforma —que tenía como objetivo principal que los alumnos aprendieran mediante la resolución de problemas— había sido incorporada en las escuelas primarias. Para dar cuenta de ello, tomamos como ejemplo un estado del centro de la República, donde trabajamos en escuelas públicas con características disímbolas: tanto urbanas que gozan de prestigio académico, como urbanas ubicadas en zonas desfavorecidas y otras situadas en áreas rurales.

Tratando de captar la complejidad de los procesos que en el momento de nuestra aproximación tenían lugar en las escuelas, buscamos responder las preguntas siguientes:

- ¿Aceptaron los profesores la propuesta que se les ofrecía?
- ¿Modificaron sus saberes, sus creencias y sus concepciones sobre las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza?
- ¿Son las relaciones didácticas que hoy se promueven en la clase de matemáticas las esperadas según la reforma?
- ¿Los problemas se pusieron en el centro del proceso educativo según se preveía?
- ¿De qué forma los libros de texto y demás materiales distribuidos apoyaron y apoyan los eventuales cambios ocurridos?
- ¿Los aprendizajes matemáticos que se obtienen, están provistos de significado, tal como se esperaba?
- ¿La visión que los alumnos tienen hoy de esta disciplina y el vínculo afectivo que establecen con ella, corresponde a las intenciones de los reformadores?

El acercamiento a los hechos lo realizamos desde distintos ángulos; por ello, entrevistamos a profesores y alumnos en busca de conocer sus opiniones sobre la reforma, así como sus experiencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estuvimos en los salones de clase observando los procesos generados a la luz de las nuevas directrices de enseñanza y las formas como éstas han sido interpretadas y puestas en acto. Finalmente, mediante la aplicación de pruebas escritas buscamos ponderar los aprendizajes escolares que los alumnos han adquirido.

El estudio tuvo lugar en el séptimo año de instrumentación de la reforma, etapa en la cual —al menos teóricamente— los niños de sexto grado participantes ya habían recorrido la primaria conforme a este enfoque de enseñanza.

La investigación, coordinada desde la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) fue realizada con el concurso de investigadores y profesores de diversas instituciones. Para su desarrollo, la investiga-

ción recibió un financiamiento de la Organización de Estados Americanos (OEA), lo cual estableció el tiempo en que debía ser concluida. Tal condición orientó a la búsqueda de estrategias que hiciesen posible cumplir con los plazos a pesar de la magnitud del proyecto. Entonces se realizó el acopio de datos con el concurso de todos los participantes. Luego, el trabajo de análisis y la escritura se distribuyeron entre los distintos investigadores; esto es, con base en la información colectada se hicieron diferentes lecturas, siguiendo diversos hilos para el análisis. Por ende, el lector encontrará cierta heterogeneidad en la forma de exposición de cada capítulo. Cabe señalar que la escritura individual estuvo siempre alternada con reuniones de discusión de los avances que se celebraron aproximadamente cada mes. El correo electrónico resultó de gran utilidad para el intercambio. Valgan estos comentarios no sólo para prevenir al lector sobre la diversidad en la escritura, sino sobre todo para compartir una estrategia de investigación que resultó fructífera.

Un último punto que queremos mencionar en esta presentación se refiere a nuestros resultados. La reforma se ha dejado sentir en las escuelas, pero, producto de las concepciones docentes sobre las que se vino a instalar, ha tomado formas no previstas por los planeadores. También conviene señalar que los aprendizajes identificados son desiguales y en muchos casos limitados; al respecto, no es del todo claro hasta dónde las formas de acción de los profesores están relacionadas con tales resultados. Pero cualesquiera que sean los hilos que unan a las prácticas escolares y los aprendizajes de los alumnos, creemos que, con base en una nueva formación continua a los profesores —sustentada en el análisis de las formas adoptadas por la reforma—, será posible mejorar las prácticas de enseñanza y los aprendizajes alcanzados. Dejamos, pues, al lector con este libro cuyas páginas testimonian la reforma realizada a siete años de que la resolución de problemas como vía del aprendizaje fue incorporada en nuestras escuelas.

Introducción

La reforma en la enseñanza de las matemáticas que se introdujo en la educación primaria mexicana en 1993 tiene como idea principal dejar a un lado las formas tradicionales de enseñar matemáticas que giraban alrededor de una concepción dominante: antes de resolver un problema, los alumnos ejercitan y aplican un modelo de resolución único que es propuesto por el maestro o por los libros de texto. Desde esta concepción, se dice en los materiales que dan concreción a la reforma, los problemas no son situaciones que permitan desarrollar un trabajo de búsqueda y de construcción de soluciones o que posibiliten generar aprendizajes nuevos: son situaciones en las que se aplica un mecanismo conocido y por ello promueven un aprendizaje con poco significado.

Contra esa idea, en la reforma de 1993 se propuso enseñar las matemáticas mediante la resolución de problemas. Con este nuevo enfoque se intentaba generar nuevas prácticas de enseñanza y nuevas formas de relación con los saberes matemáticos, es decir, se buscaban nuevos procesos educativos que permitirían construir aprendizajes con mayor significado de los que se lograban con las formas didácticas tradicionales. Ahora bien, el desarrollo de un enfoque de enseñanza basado en la resolución de problemas no representaba un cambio menor, sino que implicaba modificar todos los elementos que dan contenido a las prácticas de enseñanza de las matemáticas. A continuación señalaremos algunos que considera-

mos fundamentales y que recuperamos de las recomendaciones didácticas ofrecidas a los profesores.

El lugar de los problemas

En la nueva perspectiva la resolución de problemas es fuente y criterio de verdad de conocimientos para el niño. Es fuente de conocimientos porque la búsqueda de soluciones les permite estructurar modelos de solución que representan un conocimiento nuevo y son criterio de verdad porque la contrastación de sus soluciones con las condiciones planteadas en el problema y con las que elaboran sus compañeros les permiten validar su aprendizaje. De manera paulatina, se sostiene en este enfoque, los niños evolucionarán en sus procedimientos hasta aproximarse a los convencionales, los cuales propondrá el maestro como una forma económica y eficaz de encontrar la solución.

Conocimientos previos de los niños

La enseñanza mediante la resolución de problemas se apoya en la idea de que los niños tienen conocimientos adquiridos fuera de la escuela, en el entorno familiar y social que les permiten solucionar diversos problemas. Al resolver las situaciones que el maestro les presenta, los niños utilizan estos conocimientos para generar procedimientos iniciales informales; ambos, conocimientos previos y procedimientos iniciales, deben ser el punto de partida para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos.

Papel que desempeña el profesor

La actividad principal del profesor no consiste ya en transmitir conocimiento; en las recomendaciones didácticas se dice que la actividad central del maestro en la enseñanza de las matemáticas va mucho más allá de la transmisión de conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticos, a saber:

a) Busca o diseña problemas matemáticos para propiciar el aprendizaje.
b) Elige actividades para favorecer que los alumnos pongan en juego los conocimientos matemáticos que poseen.
c) Propone situaciones que contradigan las hipótesis de los alumnos.
d) Promueve y coordina la discusión sobre las ideas que tienen los alumnos acerca de las situaciones que se plantean.

El diálogo y la interacción

Si en las formas tradicionales de enseñanza el trabajo en pequeños grupos y la confrontación de estrategias y resultados es una práctica poco reconocida, en el enfoque basado en la resolución de problemas se asume que la interacción es un elemento importante en la adquisición de conocimientos, pues el aprendizaje será favorecido si se dialoga con el maestro y con los compañeros. La confrontación de estrategias y respuestas, se afirma, ayuda a los alumnos a percatarse de que puede haber mejores formas para solucionar un problema determinado. El hecho de que el alumno explique los procedimientos utilizados le permite convencer a los demás y a sí mismo de su validez, sin que deba esperar una intervención externa (del profesor) que apruebe sus acciones.

Los errores

En las prácticas educativas comúnmente llamadas *tradicionales*, se piensa que el error deriva de una falta de comprensión, de manera que los errores se asumen sólo como una desviación de la solución correcta. Esta idea supone realizar una práctica educativa articulada en torno de la dicotomía correcto-incorrecto que excluye los errores del proceso de conocimiento; al evadir las posibilidades de reflexión y validación que se generan con el análisis de los errores, la clasificación de los alumnos se da en términos sólo del éxito y el fracaso. Contra estas concepciones, en el nuevo enfoque se advierte la necesidad de que el profesor analice tanto los procedimientos que llevan

a una solución acertada como los que no. Esto es importante porque mediante la identificación de los propios errores se clarifica su naturaleza y se avanza en el conocimiento.

Sin embargo, la propuesta de restructuración de contenidos y de modificación de las prácticas de enseñanza que conlleva toda reforma transita entre diversas influencias conceptuales, institucionales e históricas. Dicho en otros términos, las posibilidades de concreción de la reforma a la enseñanza de las matemáticas pasa por las estrategias de enseñanza que ha sedimentado la tradición, por el nivel de conocimiento que tienen los docentes de dicha reforma, por las opciones de actualización con que han contado y por las competencias didácticas que han desarrollado. De esta manera, entre lo que propone la reforma y lo que se realiza en la cotidianeidad de las aulas media una serie de interpretaciones y ajustes que signan el tránsito de la utopía a la realidad de las escuelas.

En ese trayecto hay una larga y sinuosa cadena de traducciones, desplazamientos o simplificaciones que dan vida y forma a la reforma educativa. Documentar las particularidades de este trayecto es un asunto difícil, particularmente si se trata de una propuesta compleja —como enseñar mediante la resolución de problemas—. Pero es indispensable incursionar en la entreverada red de implicaciones didácticas que se establecen en el aula como resultado de la incorporación de dicha propuesta si se quiere avanzar en el mejoramiento del aprendizaje matemático escolar. Éste fue el objetivo que guió las actividades desarrolladas en el estudio que aquí se presenta. En efecto, en las líneas siguientes se analizan, desde distintas perspectivas, las repercusiones que en la clase de matemáticas ha tenido la reforma de 1993, así como las formas específicas que ésta tomó en las escuelas.

Para lograr el objetivo planteado asistimos a 18 escuelas urbanas y rurales de un estado del centro de la República. Debieron realizarse análisis de 70 registros de observación que corresponden a más de 100 horas de clase de segundo, cuarto y sexto grados, así como entrevistas a 16 profesores y a 58 niños de las escuelas visitadas. Adicionalmente, se aplicaron exámenes a los más de 500 niños

de los grupos participantes. Resultado de los análisis mencionados son los apartados de que consta el presente texto y que a continuación se describen.

En el primer apartado se analizan tanto la aceptación de los principios de la reforma por parte de los profesores, como las modificaciones y permanencias en sus formas de entender las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza, elementos que deberían ser modificados conforme a los postulados de la reforma.

En el capítulo 2 se estudia la manera como se incorpora a las clases uno de los elementos fundamentales de la nueva propuesta: los problemas. En este apartado se describen tanto los tipos de problemas que con mayor frecuencia se utilizan como la manera de articularse con las demás variables de la clase.

El capítulo 3 está dedicado al análisis del trabajo en pequeños grupos en la clase de matemáticas; la frecuencia con que se le promueve y las diferentes formas y contextos en los que se le utiliza son algunos de los temas que contiene este apartado.

El libro de texto y los diferentes papeles que asume en la enseñanza de las matemáticas son el objeto del análisis que se presenta en el capítulo 4. La centralidad del libro de texto en la enseñanza, dada por la recurrencia en su uso y por el soporte que da a las prácticas escolares, es una de las exploraciones que se describen en este apartado.

En los materiales de la reforma, se dice que los errores son elementos consustanciales al proceso de conocimiento y su reconocimiento es una oportunidad para el aprendizaje. El tratamiento didáctico que los profesores dan a los errores de los alumnos se analiza en el capítulo 5, en el cual se pueden observar las diferentes formas como los profesores enfrentan los errores de sus alumnos, y se puede observar también la transformación del tratamiento didáctico de los errores que la nueva propuesta curricular ha generado.

El capítulo 6, está dedicado al estudio de las representaciones que acerca de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje tienen los alumnos. El objetivo de este capítulo es explicar cómo los niños han construido sus vínculos afectivos con las matemáticas. Dichas repre-

sentaciones se contrastan con las intenciones que se enuncian en la reforma.

Los aprendizajes obtenidos por los estudiantes son objeto de análisis en el capítulo 7, en el cual se estudian los aprendizajes ponderados mediante un examen y la relación que variables como el tipo de escuela, el contexto en que ésta se ubica, la zona geográfica y el estilo de enseñanza del profesor tienen con dichos aprendizajes.

Finalmente se incorpora un apartado con las consideraciones finales que se desprenden del estudio; en este apartado se destacan los hallazgos que permitieron contestar algunas de las preguntas planteadas y se establecen rutas por las que podrían transitar futuras investigaciones que tomasen como objeto de estudio la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria o la formación y actualización de profesores para este nivel.

1. Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas *

Alicia Ávila

La reforma a las matemáticas introducida por la Secretaría de Educación Pública (SEP) en 1993 implicaba un nuevo profesor, es decir, un maestro con nuevos roles, nuevos compromisos y, en la base de todo ello, nuevas concepciones acerca de las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza. La apuesta de quienes llevaron adelante la reforma era que en el marco de los nuevos vientos que las acciones oficiales generarían y con la preparación que se les brindaría, los profesores asumirían cotidianamente las nuevas directrices para la enseñanza.

Empero, la cuestión no era tan simple como parecen haber creído los reformadores. El nuevo currículo buscaba que los profesores pasaran de una práctica consistente en trasmitir los conceptos para luego dedicar tiempo a su aplicación —y que R. Douady (1986) ha descrito mediante la expresión *aprendo, aplico*— a otra que podría resumirse mediante la fórmula "al resolver aprendo". En efecto, según se lee en los documentos oficiales, la escuela se comprometé-

---

* Con algunas modificaciones, este capítulo apareció como artículo en la revista *Perfiles Educativos,* vol., XXIII, núm., 23, 2001, pp. 59-86.

ría: "[a] brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y, a partir de sus soluciones iniciales, hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones (léase formulaciones) propias de la matemática convencional..." (cf., SEP, 1993).

Esta nueva fórmula requería al profesor dejar de explicar y, a cambio de ello, dejar resolver para obtener como resultado de dicha actividad el conocimiento que no estuvo autorizado a comunicar. Tal exigencia trastocaba por completo las formas habituales de enseñanza y, con ello, las concepciones, las creencias y las certezas acerca de lo que significa enseñar y aprender, es decir, trastocaba las representaciones de los profesores sobre las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza.

Diversos estudios —elaborados con base en los trabajos de Moscovici y Abric— informan acerca de la estabilidad en las representaciones de los profesores sobre a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las dificultades para alterarlas (cf., por ejemplo, Robert y Robinet, 1989, y Peltier, 1999), principalmente si lo que se busca modificar son sus elementos nucleares. Pero ¿cuáles son esos elementos? La respuesta a tal interrogante debe situarse en el tiempo. En la década de los setenta era idea generalizada que la concepción de matemáticas que tuviese el profesor orientaría las formas de enseñanza. En ese periodo era posible leer afirmaciones del tenor siguiente:

> Para ayudar a los niños a aprender matemáticas, un profesor debe tener una comprensión cabal de lo que son las matemáticas. Indudablemente, cualquier reflexión sobre la disciplina determinará en gran medida su aproximación a ella con los niños.
>
> ¿Cómo es que usted como profesor de primaria concibe las matemáticas? Si limita su pensamiento matemático al cálculo con los números, entonces el aprendizaje de sus alumnos será igualmente limitado. Si usted ve las matemáticas como un cuerpo estructurado de conocimientos, entonces la enseñará como tal... (Bauer y Olsen; 1976).

Actualmente, como producto de la evolución del campo de la didáctica, las consideraciones son diferentes. Siguiendo a Robert y Robinet (1989), los elementos constitutivos del núcleo de las representaciones que guían la práctica de enseñanza de las matemáticas no se limitan a la concepción sobre esta disciplina, sino que incluyen otros elementos: *cómo se enseña y cómo se aprende*, y a ellos se agrega la consideración del papel que desempeñan el maestro y los alumnos en el proceso de aprendizaje. Sobre la base de todo ello —dicen estas autoras—, se constituye una plataforma para filtrar e interpretar la realidad del salón de clases y un esquema categorial sobre la misma, así como una guía para la acción.

Ahora bien, si precisamos un poco más la noción de representación, tendremos que: la representación es el producto y el proceso de una actividad mental por la cual un individuo o un grupo reconstituye la realidad a la cual es confrontado y le atribuye una significación específica (Moscovici, cit., por Abric, 1987).

Dependiente también de la historia y el contexto social que rodea a los individuos (Abric, 1997), la representación se constituye mediante un proceso dinámico, descrito por Moscovici, que inicia por seleccionar y descontextualizar las informaciones provenientes del entorno, y constituye con ellas un conjunto de imágenes, opiniones y creencias acerca del objeto o fenómeno representado. Una vez constituida, la representación es no sólo un instrumento para filtrar y dar significado a los sucesos, sino también un sistema que los categoriza y que permite emitir juicios, además de un sistema que dirige la acción.

Este proceso, vivido por los profesores durante su preparación y los primeros años de experiencia docente, debía ser vuelto a vivir para construir las representaciones que requería la nueva pedagogía. Con apoyo en las informaciones y la actualización ofrecida habría de constituirse un nuevo sistema de asignación de significados y categorías que dirigiría la acción de enseñanza. A siete años de distancia de la incorporación de las ideas innovadoras, es pertinente preguntarse sobre las alteraciones ocurridas y sobre eventuales

resistencias y construcciones divergentes de aquellas cuya constitución se buscaba impulsar. El análisis contribuirá a explicar de qué manera la reforma fue asumida intelectualmente por los profesores, el porqué de sus acciones en clase y, asimismo, las posibilidades de que el aprendizaje mediante la resolución de problemas tenga cabida plena o parcial en los salones de clase.

Precisiones metodológicas

En lo que sigue se analizan las representaciones vinculadas con las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza de 16 profesores (seis de segundo grado, cuatro de cuarto y seis de sexto) que participaron en el estudio, quienes fueron entrevistados una vez concluido el trabajo de observación de clases y aplicación de exámenes.[1] Los grupos atendidos por dichos profesores fueron seleccionados con el fin de que estuviesen representadas distintas regiones y niveles socioeconómicos del estado donde se desarrolló la investigación. En virtud de lo anterior, se entrevistó a docentes de escuelas rurales y escuelas urbanas de dos tipos: *a)* ubicadas en zonas marginadas de la ciudad capital, y *b)* reconocidas como "de prestigio académico". Una variable que originalmente se pensó considerar para la selección fue la preparación recibida para la instrumentación de la reforma; empero, tal criterio no fue de utilidad ya que todos los profesores de la entidad habían recibido de manera obligatoria los cursos que la Secretaría de Educación Pública había preparado para tal fin. La muestra quedó finalmente conformada por profesores con experiencia y preparación profesional diversas.

Conviene precisar que al entrevistar a los docentes, nuestra intención era dual: por una parte, se les consideró "evaluadores" de la reforma, y de tal intención derivaron preguntas del tipo "¿qué le parece el nuevo enfoque?", "¿lo ha llevado a la práctica?", "¿qué recomendaciones haría usted a la Secretaría?" por otra parte, los in-

[1] El estudio fue realizado en 18 grupos, pero por razones técnicas sólo fue posible entrevistar a 16 de los 18 profesores.

terrogados fueron pensados como sujetos cuyas expresiones verbales permitirían conocer qué tanto y en qué dirección el enfoque introducido desde hace siete años había logrado alterar las representaciones docentes y, con ello, las condiciones de posibilidad y los límites de las ideas constructivistas en la escuela.

Para el análisis de las respuestas se recuperaron los elementos que, según Robert y Robinet, constituyen las nociones centrales de las representaciones acerca de las matemáticas y su enseñanza. Estos elementos no fueron tomados en un acto de arbitrariedad sino porque coinciden con las concepciones actuales de didáctica de las matemáticas, según las cuales la relación didáctica se establece entre *maestro* y *alumnos* alrededor de un *objeto de saber* (cf., Chevallard, 1991).

No se presenta un análisis frecuencial de tipos de respuestas ofrecidas; más bien se trató de recuperar y destacar las formas de pensar que se han configurado y que —según nuestros supuestos— son resultado de la incorporación de la reforma a las matemáticas. Finalmente conviene señalar que, para identificar a los profesores y el tipo de escuela al que pertenecen, se utiliza una codificación en la cual 2, 4 o 6 expresan el grado escolar correspondiente; a su vez R significa escuela rural, U escuela urbana, E escuela prestigiada y D una ubicada en una zona urbana desfavorecida; y las dos últimas letras de la clave se asignaron arbitrariamente con fines de identificación. Así, la clave 2-UD-MM se refiere a un grupo de segundo grado ubicado en una zona urbana desfavorecida y 4-R-AD a uno de cuarto perteneciente a una escuela rural.[2]

La exposición de los resultados se ha ordenado conforme a los tres grados trabajados (segundo, cuarto y sexto), ya que —como se verá adelante— entre unos y otros hay interesantes diferencias que conviene destacar. En la parte final se ofrece una perspectiva global en términos de tendencias, precisiones y diferencias entre los tres grados.

---

[2] Más datos sobre la estrategia seguida en la investigación pueden verse en la introducción.

Los profesores de segundo grado

Diferenciación de la nueva propuesta con el currículo previo

El nuevo enfoque de enseñanza (en adelante enfoque) es percibido claramente como distinto de los que le precedieron. Es frecuente que los maestros de este grado lo contrapongan a la mecanización y memorización, que luego mencionan para referirse a las propuestas curriculares que antecedieron a la enseñanza mediante la resolución de problemas. Muchos encuentran como virtudes de este enfoque "que no es mecanicista", "no es tradicionalista", o "no es memorístico", elementos todos que ahora sirven para calificar a los anteriores. También el nivel de participación de los alumnos destaca como diferenciador principal: antes, uno los quería tener quietos; ahora deben participar, dicen varios profesores (2-UE-S; 2-R-NO; 2-UD-G; 2-UD-AD).

Adicionalmente y en menor medida se aluden otras diferencias, y aquí el abanico de opiniones se divide:

- Se encuentran diferencias en un *continuum* concreto-abstracto: "(el niño se) hace más la idea trabajando con cosas concretas" (2-R-NO; 2-UD-AD).
- La reflexión también permite diferenciar: "ahora los niños reflexionan" (2-R-JR).
- Lo mismo ocurre con la cotidianeidad: "ahora se trata de que relacionen con la vida práctica lo que están haciendo... tal vez antes también, pero no se nos daba esa conciencia" (2-R-MM).
- En relación con la dosis de libertad que se daba anteriormente a los alumnos también se ofrecen elementos: "se tenían que llevar unos pasos, seguir un orden; si no se llevaban esos pasos, pues regrésate y vuelve a hacerlo" (2-R-NO), En cambio, ahora: "el niño explora, tiene más libertad" (2-UD-AD).

Excepcionalmente, se hacen referencias más cercanas a las proposiciones oficiales:

- Ahora el niño aprende el por qué, por qué esto es así y no nada más "se hace así y ya" (2-UD-G).

Estas últimas opiniones muestran las múltiples formas como ha sido interpretado el enfoque, pero no constituyen elementos centrales en el pensamiento de todos los profesores. Las diferencias que destacan como tales son la *no memorización* y la *participación de los niños.*

Aceptación del enfoque y disposición a seguir aplicándolo

Con base en las diferencias seguramente ponderadas como positivas, todos los profesores entrevistados afirman aplicarlo en sus clases y se refieren a él con expresiones del tipo "me ha gustado mucho" o "es muy bueno".

Las razones que justifican tal aceptación se refieren a diversas cuestiones: que esta forma de trabajo hace reflexivos a los niños y elimina el mecanicismo (2-UE-S; 2-R-JR; 2-R-NO) o que los vincula con lo cotidiano (2-R-JR; 2-UD-G). Eventualmente, "se consideran los procesos por los que pasan los niños (2-R-MM)", lo cual coincidiría con la propuesta oficial. Es decir, los profesores de segundo grado ven con agrado la propuesta oficial para la enseñanza de las matemáticas, y entre los argumentos que sustentan tal aceptación sobresalen tanto el abandono del mecanicismo y la posibilidad de reflexión que ofrece a los niños, como el vínculo con lo cotidiano.

De manera aislada se expresa dificultad en la aplicación de las nuevas ideas, pues a la vez que se consideran benéficas intelectualmente, se piensa que constituyen un reto para los docentes. El reto remite al pasado pedagógico, pues quien expresa esta postura dice: "[...] estoy hecha a una escuela, de una manera que ahora hay que cambiar (2-R-MM)".

Sin excepción, los profesores de segundo grado declaran estar dispuestos a continuar realizando el trabajo propuesto oficialmente, lo aceptan sin cortapisas y dan diversas razones para ello: "para que la actividad sea más dinámica", "para que los niños reflexionen" o "porque aprenden mejor, no de manera mecánica".

Sin embargo, la eventual distancia entre el pensar y el hacer se pone de manifiesto cuando se dice que la posibilidad está acotada

porque las seguridades se pierden: "el asunto es que no logro confiar en estos enfoques; eso es lo que más me frena en determinado momento" (2-R-MM), insiste quien ya ha mostrado cautela.

Como quiera que sea, en prácticamente todos los casos, las consideraciones remiten a que el enfoque ha entrado en los salones de segundo grado; al menos en el pensamiento docente esa idea se ha instalado. Del batallar cotidiano con el enfoque se han derivado nuevas experiencias, nuevos saberes, nuevas creencias, y nuevas normas para enseñar y aprender.

Cambios y permanencias en la clase con la entrada del enfoque

El discurso de los profesores de segundo grado —observado en conjunto— refleja la centración en la actividad como elemento básico de su interpretación de la reforma; empero, a tal actividad se le dan distintos significados: manipulación de material, juego y acción. "Poner situaciones en forma de juego" (2-R-M), "juegos, muchos juegos" (2-UD-G) y "más actividad y más participación" (2-UE-S) son actividades que según los profesores, marcan el cambio en la clase de matemáticas. Eventualmente tales actividades se complementan con el razonamiento: "más razonamiento" (2-UE-S y 2-UD-G) o con el intercambio de opiniones (2-UD-G).

Por otro lado, las respuestas de dos profesoras —que en este sentido se distancian del resto— constatan la reelaboración de las nuevas ideas a la luz de una concepción sensual-empirista del aprendizaje de la cual deriva decir que "la manipulación de material" establece la diferencia en su clase desde que se implantó la reforma (2-UD-AD; 2-R-NO). Se advierte una idea diferente en boca de quien considera que lo novedoso en su clase consiste en "hacer que los niños reflexionen" (2-R-JR).

Concepciones sobre las matemáticas y utilidad de su enseñanza

Los profesores de segundo grado fueron poco explícitos en cuanto a la noción de matemáticas; de hecho, hubo quien no contestó

nuestra pregunta (2-UD-AD) o quien reconoció explícitamente dificultad para hacerlo (2-R-MM). Quienes lo hicieron ofrecen respuestas bastante parcas; la idea que se expresa con más fluidez y frecuencia se refiere a la utilidad (2-UE-S; 2-R-NO). Se nos dice por ejemplo: "es el arte de saber contar, que no me hagan tonta" (2-R-MM). En el extremo, tal postura se expresa así: "las matemáticas son un arma que sirve para la vida" (2-UD-G). Sólo el profesor 2-R-JR ofrece una respuesta divergente: "las matemáticas son una ciencia que nos hace reflexivos".

Cuando los maestros son interrogados acerca de la utilidad de enseñar las matemáticas, las respuestas son más claras y reflejan de manera unánime la concepción que se tiene de esta disciplina y que ante la pregunta anterior no terminó de aparecer: "una ciencia para la vida". Aisladamente se menciona la promoción del razonamiento como rasgo característico de las matemáticas y en el cual se ubica la utilidad de la disciplina. Quien encuentra esta utilidad se refiere sistemáticamente a la reflexión como elemento central de sus representaciones (2-R-JR).

Los aprendizajes fundamentales

Oficialmente no se realizaron cambios sustanciales en los contenidos de la enseñanza más allá de la eliminación de la lógica y los conjuntos. Las modificaciones en los contenidos afectaron más bien el sentido de las matemáticas: se puso de relieve su carácter como herramienta para resolver problemas, es decir, su carácter funcional, no necesariamente utilitario. Sin embargo, el interés por conocer de qué manera los profesores pensaron en los saberes que debiesen transmitir a los alumnos nos llevó a indagar sobre tal cuestión. Así, se recogieron también opiniones en relación con los aprendizajes fundamentales del grado que se atiende y de la educación primaria. La opinión predominante en cuanto a esta última se centra en las cuatro operaciones básicas, aunque a veces se agregan condicionantes que las diferencian del formato tradicional: "sobre todo razonadas" (2-UE-S) o "vistas en problemas cotidianos" (2-UD-G; 2-R-NO).

Las tablas de multiplicar y la multiplicación centran la atención como contenido fundamental del segundo grado. Empero, en algunos profesores reaparece la idea de cierta transposición: el interés ya no sólo es que las tablas o la multiplicación se mecanicen, sino ahora se quiere que se aprendan: "bien, bien razonadas".

Al respecto puede verse que si bien sigue siendo prioridad los contenidos tradicionalmente centrales en la educación primaria y en el segundo grado, ahora se adivina —al menos en algunos profesores— la intención de una transposición distinta de aquella que presenta los conocimientos como ejercicios no contextualizados y memorísticos. Ahora las tablas o la multiplicación deben tomar una forma que permita el razonamiento y, con ello, su aplicación a los problemas cotidianos. Según vimos en las clases, las nuevas formas consisten en hacer paquetes con objetos, en poner piedritas en contenedores diversos, también en jugar de manera que sea necesario formar y reiterar grupos de objetos. Seguramente se piensa que con ello los niños están razonando.

Sólo quien señala consistentemente la reflexión como elemento básico del enfoque mantiene esta línea de argumentación: "que se hagan reflexivos" es lo principal (2-R-JR).

Concepciones sobre el aprendizaje y la "construcción del conocimiento"

El compromiso básico de la escuela establecido con la reforma fue ofrecer a los niños la posibilidad de utilizar sus conocimientos previos para resolver problemas y, a partir de sus soluciones iniciales —mediante la puesta en común, la discusión y la intervención del profesor— hacerlos avanzar hacia las formulaciones y procedimientos convencionales. El planteamiento se complementó con la idea de que los conocimientos habrían de validarse mediante recursos intelectuales puestos en juego por los niños (confrontación, argumentación, o utilización de distintas estrategias de solución) y no por medio de decisiones del profesor (cf., SEP, 1993).

En virtud de lo anterior, otro elemento constitutivo de las representaciones docentes que en principio se vería influido con el

ingreso de la reforma es la noción de aprendizaje. De una perspectiva tildada de tradicional (que puede sintetizarse con la expresión *aprendo, aplico*) se buscó hacer transitar hacia una concepción según la cual los niños aprenden mediante la resolución de problemas. En esta perspectiva, la producción del conocimiento es resultado de poner en juego los recursos intelectuales con que el niño cuenta cuando tiene lugar la interacción con una situación desequilibrante.

No es posible observar alguna idea predominante e incluso clara acerca del aprendizaje en los profesores de segundo grado. El elemento que unifica la mayoría de las respuestas es la cotidianeidad, pero ésta tiene distintos estatutos en las expresiones construidas. Por ejemplo, se dice —mediante respuestas notablemente ambiguas— que se aprende: "no sólo mecanizando, sino también dominando todo lo demás" (2-R-NO), "a tropezones, resolviendo las situaciones que se presentan a cada momento" (2-R-MM), "jugando aquí en la escuela y aplicando en la vida" (2-UD-G; 2-U-ES) o "con experiencias dentro y fuera de la escuela" (2-R-JR).

Dos rasgos resultan relevantes en las endebles concepciones expresadas en torno al aprendizaje:

a) La disolución de la frontera entre la escuela y la vida tradicionalmente establecida para pensar en el aprendizaje. El "se aprende sólo en la escuela (el niño es una hoja en blanco)" se ha remplazado por "se aprende también en la vida y ese aprendizaje se lleva a la escuela".
b) La aplicación de los conocimientos en la resolución de problemas cotidianos como parte sustancial del proceso de aprendizaje.

Esta última idea no fue aportada por la reforma de 1993, sino que es propia de las distintas pedagogías impulsadas a partir de la creación de la Secretaría de Educación Pública en México —que se verían interrumpidas con la irrupción de las matemáticas modernas (cf., Ávila y García; 1999)— y que parece haberse revitalizado con la implantación de la reforma, aun cuando ésta no la contuviese.

Por otro lado, la reforma a las matemáticas ubicó el aprendizaje

en un marco constructivista y con ello los procesos de aprendizaje de los niños fueron el objetivo central de la clase. Solicitamos entonces a los profesores expresar sus ideas acerca de la frase "que los niños construyan el conocimiento", la cual ha pasado a formar parte sustantiva del lenguaje escolar. Aquí las ideas vertidas son más abundantes que las referidas al aprendizaje y nos enfrentan de nuevo a interpretaciones diversas, incluso a relativas confusiones. Hay casi tantas formas de expresar las ideas como profesores entrevistados y en la mayoría existe dificultad para responder. Encontramos incluso quien exclama: "¡válgame Dios!... ¿Qué será?"

Como quiera que sea, en un esfuerzo por dar claridad a las respuestas recibidas, las categorizamos como expresión de lo siguiente:

a) Concepciones que limitan el papel del profesor. Se dice que se trata de "no dar el conocimiento a los niños" (2-R-JR) o "que vayan aprendiendo solos" (2-UD-AD).

b) Concepciones que aluden a la resolución de problemas. "Que los niños aprendan resolviendo problemas" (2-R-JR) y "a partir de que tengan que resolver problemas de su vida" (2-R-MM).

c) Concepciones que incorporan la idea de hipótesis y validación. Que vayan descubriendo poco a poco, que vayan armando sus hipótesis. Es decir, que ellos mismos vayan descubriendo: ¡ah, esto me salió mal, debo hacerlo así! (2-UD-G).

Que ellos puedan comprobar los conceptos, la teoría, los puntos, primero en forma básica y (luego) con la realidad cotidiana. Eso es muy importante porque si ellos comprueban se les hará más fácil, y les gustará... (2-UE-S).

Es importante detenerse en esta última afirmación, pues, en apariencia, la profesora ha incorporado la idea de validación o prueba en el mismo sentido en que aparece en el enfoque. Sin embargo, cuando desarrolla más su discurso, notamos que no ha abandonado por completo la noción de enseñanza ostensiva[3] y la traslada a la comprobación. Así dice:

---

[3] Basada en la mostración.

Por ejemplo, en el material de capacidad nosotros lo hicimos hace poco. Que ellos traigan una cubeta, un casco, una olla, y que ellos comprueben exactamente. Si yo les digo: "miren, éste es un litro, éste es un medio litro, a esta olla le caben 5 litros, ¿creen que sí?", lo hicimos con agua. A ellos les gusta mucho comprobar y así le entienden muy bien.

Es decir, la comprobación permanece asociada a las acciones mostrativas y directivas de la profesora y no se interpreta (conforme al nuevo enfoque) como una acción personal de los alumnos para conocer la validez de sus acciones.

d) Concepciones que mantienen la manipulación en el centro del proceso constructivo: "que manipulen material. Que resuelvan problemas" (2-UD-AD; 2-R-NO).

En suma, las interpretaciones que se han hecho de la frase "que los niños construyan su conocimiento" son múltiples. Igual se piensa que se trata simplemente de no dar el conocimiento, que de resolver problemas o de observar las mostraciones del profesor. Sólo una profesora —que de manera sistemática muestra un discurso más cercano al oficial (2-UD-G)— ha centrado su atención en la construcción de hipótesis por parte de los niños y en que éstos puedan comprobar los conocimientos sin recurrir al juicio del maestro.

En ese sentido, ni la nueva idea de aprendizaje ni la de construir conocimiento han tomado suficiente claridad en los profesores de segundo grado. Sólo excepcionalmente se han recuperado elementos importantes de dichas nociones.

Roles del profesor y rasgos que definen al buen maestro de matemáticas

Conforme a la propuesta curricular constructivista, el profesor ha de diseñar y plantear situaciones "que constituyan un reto", ha de transferir a sus alumnos la responsabilidad del propio aprendizaje, ha de promover interacciones y, llegado el momento, ha de formalizar el saber producto de la actividad. Ante el papel oficialmente impulsado, los docentes expresan de nuevo distintas perspectivas pedagógicas y se advierten tres formas de concebir al profesor:

a) Un profesor que no trasmite ni guía, *sino que únicamente apoya durante el desarrollo de la actividad.* Los siguientes son ejemplos de lo que se nos dice: "más que nada, (su papel consiste en) apoyarlos cuando lo necesiten" (2-U-D-G) o en "tratar de conocer a los alumnos, oírlos para adaptarse a ellos" (2-UE-S).

b) Hay también quienes, coherentes con su *perspectiva sensual-empirista,* señalan que el principal papel es: "preparar todo el material, tener paciencia y suficiente material" (2-UD-AD; 2-R-NO).

c) Aunque con escasa frecuencia, también se concibe *al profesor como guía y como promotor de reflexión:* "el papel que le corresponde es de guía, que busque la reflexión de los alumnos" (2-R-JR).

Los argumentos sobre los cuales se define al buen profesor incorporan los elementos referidos (es bueno el que apoya, el que guía la reflexión, el que provee de suficiente material). Empero, aquí no basta el ámbito didáctico para pensar en el profesor, sino también se incluyen consideraciones de tipo actitudinal. Por ello, se esgrime el compromiso profesional —traducido sobre todo en dedicar tiempo en casa a preparar las clases y el material didáctico— o cuestiones vinculadas con los sucesos cotidianos, como: tener paciencia, estar atento a los alumnos, sentir agrado porque aprendan, aceptar que aprendan jugando... Todos estos son elementos que permiten emitir juicios sobre el profesor.

Como puede verse, no hay una idea unánime acerca del papel que un profesor debe cumplir como enseñante de las matemáticas, ni tampoco de los elementos que permiten evaluarlo. Los puntos de atención van de las actitudes profesionales más globales no relacionadas con modelo de enseñanza alguno —pasando por destrezas didácticas vinculadas con modelos sensual-empiristas (el que proporciona el material necesario) o con la enseñanza interrogativa (el maestro que guía para que los alumnos reflexionen)— a las interpretaciones relativamente próximas al constructivismo: "el profesor que ofrece actividad, que apoya y que permite".

En suma: la propuesta curricular preconiza un profesor que en vez de explicar plantea situaciones problemáticas, que en vez de

marcar formas de resolución provoca la puesta en marcha y discusión de estrategias personales, y que en vez de sancionar los conocimientos ofrece elementos para validarlos. Las representaciones reflejadas en el discurso de nuestros entrevistados coinciden escasamente con tales ideas. La construcción conceptual sobre el papel del docente al que dio lugar la reforma tomó distintas vías y no recupera de manera importante lo previsto oficialmente, al menos no en segundo grado, donde sólo eventualmente se alude al profesor constructivista, pero éste toma forma de "profesor que ayuda" y por momentos se convierte sólo en "profesor que permite".

Roles del alumno y rasgos que definen a los buenos y los malos alumnos

Las concepciones que sobresalen en relación con el papel de los alumnos se asocian a la noción de actividad y participación: "que participen" (2-UE-S; 2-R-NO, 2-UD-G), "que busquen soluciones" (2-R-JR; 2-R-MM), "que realizen las actividades que se les soliciten"... Reaparece también —con el sustento del sensual-empirismo— la idea de que manipular material es uno de los roles principales del alumno (2-UD-AD y 2-R-NO). Que los niños se enfrenten a situaciones problemáticas emerge muy escasamente en el discurso de los profesores (2-UD-G).

Nuestras interrogaciones acerca de los roles que deben cumplir los alumnos y los elementos que podrían definir a un buen alumno arrojan información complementaria sobre las representaciones construidas. Los profesores tienen también una diversidad de respuestas en relación con estos puntos. Al respecto, hay quien dice desde su visión más tradicional que el buen alumno sabe responder oralmente y por escrito (2-UD-AD; 2-R-NO); pero también se escuchan otras voces: el buen alumno es "el que logra reflexión" (2-R-JR), "el que hace su esfuerzo, el que participa" (2-UE-S), "el que busca alternativas" (2-UD-G). Tales respuestas confirman otras ideas que hasta aquí se han destacado y son coherentes con el sentido asignado al profesor: al maestro que ofrece material lo complementa el alumno que responde; al que promueve la reflexión, el alumno que refle-

xiona; al que propone juegos y actividades, el alumno que participa. Por otra parte, mientras una postura bastante apegada a la tradición lleva a considerar malos alumnos a quienes no tienen capacidad o no tienen interés (2-R-NO), desde otra perspectiva menos clara pero que se antoja acusatoria se señala que los malos alumnos preguntan constantemente cómo hacer el trabajo o lo rehuyen cuando lo encuentran difícil (por ejemplo: 2-R-MM). Se responde también desde lo que parece un *constructivismo radical* tomado a trozos, que "sólo quienes tienen problemas de aprendizaje son malos alumnos" (2-UD-AD); así, hay quienes parecieran sentirse incluso impedidos para hablar de malos alumnos: "a lo mejor no sería un mal alumno, sino un mal maestro" (2-UD-G), y la responsabilidad alcanza a los padres de familia: "(el mal alumno es el que) tiene baja autoestima, y eso no es responsabilidad de los niños... sino de los padres y de los maestros... se me hace muy difícil esta pregunta" (2-UE-S).

Conviene destacar un elemento en relación con los alumnos y las representaciones docentes: la evolución del rol tradicional asignado a los alumnos en el seno de una enseñanza del tipo *aprendo, aplico* que se mantiene en pocos casos, hacia otro en el que predomina la idea de participación, actividad y, más escasamente, de resolución de problemas.

Dos elementos constituyen las ausencias principales en relación con el alumno y el papel asignado según las directrices oficiales: la puesta en juego de estrategias personales, o la elaboración y prueba de hipótesis que no emergieron como elementos del proceso constructivo sino muy eventualmente. Un exceso en las interpretaciones puede advertirse cuando aparece "el alumno exculpado", identificado incluso por quien asume con cierta convicción la nueva propuesta educativa y tiene ideas más estructuradas al respecto.

Conclusión acerca del segundo grado

La mayoría de los profesores de segundo grado dicen aplicar en sus clases el enfoque de matemáticas introducido en 1993 y lo evalúan en términos favorables; también señalan, en general, su disposición a

seguir utilizándolo. Sólo una profesora hace público el reto que significa —en términos de abandono de creencias— utilizar este enfoque de enseñanza; pero la aceptación generalizada no significa que haya una interpretación fiel a la propuesta difundida, ni que las representaciones constituidas hayan incorporado los elementos que son fundamento de aquélla.

Los elementos centrales que parecen presidir las nuevas representaciones docentes son la idea de actividad y participación del alumno con su contraparte: el profesor que propone actividades y juegos y que ayuda. Las matemáticas como las conceptúan hoy los profesores son un instrumento para la vida; por ello, las operaciones básicas y las tablas de multiplicar se mantienen a la cabeza de los contenidos importantes, pero ahora con una diferencia que emerge a menudo: deben aprenderse "bien razonadas".

Se observa también, amalgamada con algunas nuevas ideas, la persistencia de explicaciones sensual-empiristas conforme a las cuales la manipulación de materiales es un elemento fundamental del proceso educativo. Conforme a este modelo, el papel principal del profesor es dotar de material a sus alumnos y el de éstos manipularlo. De una forma más limitada, pero consistente, tienen presencia "el maestro-guía" promotor de reflexión y su contraparte "el alumno reflexivo". Este binomio se completa con las matemáticas como "ciencia de la reflexión".

En este grado, como tendencia, parece haberse desplazado la idea de construir el conocimiento y plantear situaciones problemáticas para que tal proceso ocurra hacia otra, en la que la actividad y la participación son la vía del aprendizaje. La resolución de problemas, la confrontación de resultados y la elaboración de hipótesis tienen escasa presencia, mientras que la formalización del saber no ocupa lugar en el discurso de los profesores. Sólo quien parece asumir con más convicción y más conocimiento el nuevo enfoque parece haberlas hecho parte de sus representaciones.

En otras palabras, el conjunto de representaciones expresadas discursivamente, y que parecen verse con mayor claridad cuando se ponen en práctica, refieren predominantemente una especie de

escuela activa —en la que el objetivo central es realizar actividades— y la minoría de las veces se expresan preocupaciones sobre los productos intelectuales de tales actividades o atención a los procesos cognitivos de los alumnos. El predominante resulta ser un constructivismo ingenuo que cree que al actuar se aprende.

Los profesores de cuarto grado

Diferencias percibidas entre el nuevo enfoque y los viejos enfoques de enseñanza

La memorización y mecanización reaparecen como rasgos atribuidos a las propuestas de enseñanza que antecedieron a la vigente. Otro rasgo expresado unánimamente como diferenciador es que en la actual propuesta se parte de la realidad del niño y de lo que éste lleva consigo a la escuela; además, se ve como opuesto a la posibilidad de utilizar distintas estrategias de aproximación a una situación-problema, la imposición de un único camino de resolución, y a la posibilidad de que haya respuestas personales diversas como opuesta al autoritarismo del profesor (4-UE-CA: 4-UE-CO); finalmente, se oponen la interacción y la participación libres a la obediencia y aceptación sumisa. En un solo caso (4-UE-CO) se alude el hecho de que los niños analicen las situaciones, como opuesto a la repetición que antes imperaba.

En ese conjunto de opiniones se ve la aceptación intelectual del enfoque curricular por razones de índole didáctica que en cierto sentido son distintas de las expresadas por los profesores de segundo grado. En este último grado, la idea de estrategia o de interacción aparece escasamente, al igual que el análisis o la validación. Se ve también que los maestros de cuarto grado han agregado calificativos —todos negativos— a las propuestas de enseñanza previas (autoritarismo, imposición y sumisión entre los principales). En otro sentido, las opiniones recabadas en cuarto grado siguen siendo semejantes a las de segundo: los profesores de uno y otro grados perciben el mecanicismo, la memorización y su alejamiento de la vida

como rasgos de la propuesta curricular vigente en el momento de irrupción de la actual.

Otro rasgo identifica a los dos grupos de profesores: ambos asumen una disolución de la frontera tradicionalmente establecida entre la vida y la clase: "se parte de la realidad del niño y de lo que éste trae consigo" (4-R-S; 4-UE-CA; 4-UE-CO; 4-UD-AD). Como se verá adelante, éste es un criterio poderoso para aceptar el nuevo enfoque.

Aceptación del enfoque y disposición a seguir aplicándolo

Al igual que los de segundo grado, los profesores de cuarto dicen poner en marcha en sus clases el enfoque de enseñanza introducido en 1993, al menos parcialmente. Las razones para hacerlo expresan distintas consideraciones, algunas de las cuales no se refieren a reales elecciones didácticas, por ejemplo: los pocos años de servicio: "porque sólo he trabajado con este enfoque", dice una profesora (4-R-S). Pero dos opiniones —provenientes de quienes por momentos incorporan decididamente la propuesta— parecen coincidir en una idea: la recuperación de los conocimientos previos de los niños: "porque pone a los niños en contacto directo con lo que ellos manejan" (4-UE-CA), y "porque los conocimientos se abordan desde las experiencias que ellos traen" (4-UE-CO).

Aparece también una postura cautelosa, aun ante el reconocimiento de los saberes previos y de que con esta forma de trabajo los niños comprenden las matemáticas: "sigo el enfoque, pero si los deja uno solos va a estar muy canijo. Hay que introducirlos, *ver lo que saben* y partir de ahí" (4-UD-A).

En esta última declaración se advierte una peculiar interpretación de "transferir la responsabilidad del aprendizaje a los alumnos"; de hecho, pareciera una contradicción: adoptar el enfoque (que consiste en dejarlos poner en marcha sus recursos personales de solución) sin dejarlos solos, "introduciéndolos". Empero la contradicción aminora cuando el profesor deja ver paulatinamente que su interés es "guiar a sus alumnos en el proceso de aprendizaje".

Como quiera que sea, todos estos profesores consideran que el enfoque curricular es bueno y en los argumentos que justifican las afirmaciones —a pesar de su aparente variedad— destaca el reconocimiento de los saberes previos y la consideración de los beneficios intelectuales que produce en los alumnos. Así, puede entenderse que se ha incorporado de manera predominante la propuesta de enseñanza en los salones de clase. Por supuesto, tal incorporación es tamizada por las propias interpretaciones de los docentes y con las contradicciones (reales o aparentes) a que habrán dado lugar tales interpretaciones.

En virtud de lo anterior, todos los docentes de cuarto grado entrevistados declaran tener disposición a seguir trabajando sus clases de matemáticas con el nuevo enfoque, aunque sólo tres maestros lo hacen sin restricciones (4-UE-CO; 4-UE-CA y 4-R-S), pues quien se muestra cauteloso (4-UD-A) señala que en ocasiones cae en lo tradicional y las novedades se quedan sólo en la programación.

Cambios y permanencias en la clase con la incorporación del enfoque

Entre las actividades que antes no se realizaban y que ahora se llevan a cabo en el salón de clases, según la visión que los profesores han construido de su práctica, aparecen cuestiones como: "hacer reflexionar a los alumnos, dejarlos hacer, promover el análisis" y "armarse de valor" para enfrentar el reto... (4-R-R; 4-R-S; 4-UE-CA; 4-UE-CO).

Tales respuestas fueron ofrecidas por quienes parecen asumir con cierta decisión el enfoque de enseñanza. Curiosamente, quien "ve canijo dejar solos a los alumnos" comenta: "casi todo me gustaba hacerlo antes: reflexionar, analizar, participar" (4-UD-A). Es decir, de creer en esta declaración, es posible suponer que no se perciben diferencias importantes entre la nueva forma de trabajo y la que se desarrollaba antes de 1993. De hecho, parecería que el enfoque se ha reducido a hacer razonar, lo cual siempre han pretendido los profesores. Tal vez la preexistencia de tal idea ha conducido a la reelaboración observada.

En general, la opción de trabajar con el enfoque no impide a los profesores desarrollar ciertas actividades que acostumbraban realizar, por ejemplo: "seguir repasando las tablas de multiplicar" o "en lo que estén más tambaleantes" (4-UE-CA; 4-UE-CO).

Concepciones sobre las matemáticas y utilidad de su enseñanza

En el cuarto grado, la concepción de matemáticas es ampliada con nuevos elementos. Para esos profesores, dicha ciencia es:

- Todo lo relacionado con la medida, con el número y con el conteo (4-UE-CO).
- El paso de lo informal a lo formal (4-R-S).
- Un campo donde se analizan y se comprenden los números, se razona, se reflexiona y se aplica el conocimiento (4-UD-A).

A pesar de esta diversidad, ante la pregunta por su utilidad, reaparecen las matemáticas como "ciencia de la vida y para la vida", pues "la vida es matemáticas" (4-UD-A) o "las matemáticas se aprenden sin maestro (en la vida) y sólo lo más formal de las matemáticas se enseña en la escuela" (4-UD-CA).

En ese orden de ideas, algunos maestros han incorporado a su visión de las matemáticas los saberes que la constituyen, así como el conocimiento formal y la actividad de análisis y reflexión que le son característicos. Ninguno de estos elementos apareció en el segundo grado; sin embargo, al poner de manifiesto el sentido de la enseñanza de las matemáticas en la escuela, la idea de utilidad práctica recupera primacía (4-R-S; 4-UE-CO: 4-UE-CA); se dice con todas las letras: "sirve para la vida" o también "sirve para resolver problemas". Escasamente se expresa otra utilidad: "la matemáticas sirven para hacer pensar a la persona, para que razone, para que reflexione..." (4-UD-A). Esta idea corresponde a quien con cierta sistematicidad muestra que el núcleo de sus representaciones lo constituye la reflexión.

Aprendizajes fundamentales

Coherentes con sus imágenes y creencias sobre las matemáticas, los profesores combinan lo que sea útil para la vida con las cuatro operaciones fundamentales al señalar los aprendizajes que todo niño debe adquirir. También hay quien agrega la reflexión (4-UD-A). Sólo uno de los cuatro entrevistados (4-UE-CO) se refirió a cuestiones que van más allá de lo anterior y agregó los ángulos, las fracciones y los decimales en sus consideraciones de aprendizajes relevantes del cuarto grado. Se trata de un caso excepcional pues, como se habrá visto, en las ideas hasta aquí expuestas, las cuatro operaciones aritméticas constituyen el núcleo de las matemáticas escolares.

Concepciones sobre el aprendizaje y la construcción del conocimiento

La idea que se repite en relación con el aprendizaje es que las matemáticas se aprenden en la vida, de manera informal (4-UE-CO; 4-UE-CA; 4-R-S). El papel que según esta perspectiva corresponde a la enseñanza es proporcionar los aspectos formales de la disciplina o corregir las concepciones eventualmente erróneas de los niños (4-UE-CA; 4-UE-CO). También persiste la noción de aprendizaje sensualista: "se aprende observando, tocando y aplicando" (4-R-S) o la opinión que privilegia la actividad: "(se aprenden) poniéndolas en prácticas; si el alumno está activo, podrá aplicar y aprender las matemáticas" (4-UD-A).

La frase "construir conocimiento" es enriquecida con elementos adicionales a los expresados en segundo grado. Ahora se incorporan a la descripción del proceso constructivo elementos como los siguientes:

- Que los alumnos inventen, creen, resuelvan y comparen (4-UD-A).
- Partir de lo informal para llegar a lo formal (4-R-S).
- Partir de experiencias cotidianas, razonar y aplicar los recursos propios (4-UE-CA).
- Que no se les diga cómo hacer, que el alumno no espere a que

se le explique [...] experimentando y pensando sobre lo que hace (4-UE-CO).

Como se aprecia, las ideas construidas giran en torno a la creación personal, el uso de recursos intelectuales personales, la interacción entre pares, la reflexión sobre las experiencias propias, así como el *continuum* informal-formal, elementos que no emergieron en el segundo grado y que —no obstante su diversidad— precisan la noción "construir el conocimiento". Parece que en la base de esta precisión está el reconocimiento de los saberes previos con que los alumnos llegan al proceso educativo formal.

Roles del maestro y características de un buen profesor

El papel del profesor en cuarto grado es concebido de manera más compleja que en el segundo grado.

Aunque uno de los entrevistados tiene dificultad para responder y finalmente evade nuestra pregunta (4-UD-A), los tres restantes perciben el rol del docente como:

- Organizador de actividades, y guía para conducir a los alumnos al logro de las metas y a los conocimientos (4-UE-CO).
- Orientador y facilitador de conocimientos (4-UE-CA).
- Mediador entre los aprendizajes previos y los formales que se pretende transmitir (4-R-S).

Conforme a tales declaraciones, el conocimiento es a la vez elemento y fin del proceso de enseñanza; por ello, el papel del maestro está asociado a aquél. Por otra parte, parece que los docentes de este grado han construido una noción de profesor que oscila entre el profesor-constructivista y el docente guía: es facilitador, pero también orientador, es organizador de actividades pero también guía. Una vez más aparece la necesidad de la ruptura para lograr la aceptación de tal papel: "si no se *quita* primero la idea de que es todopoderoso, ya se *jaló* el asunto" (4-UE-CA).

Ante la consideración de quién es un buen maestro se reiteran las siguientes ideas:

- Es un buen maestro quien aprovecha lo que el niño trae de su hogar (4-R-S);
- Es el que entiende que es un facilitador de conocimientos, hace que reflexione si se equivocó (4-UE-CA).
- El que encauza para que ellos mismos lleguen al conocimiento (4- UE-CO).

Tales argumentos denotan cierta elaboración de las ideas constructivistas; se agregan otros de tipo actitudinal por parte de quien se muestra permanentemente cauteloso en relación con la enseñanza a través de problemas. En este caso, el buen profesor es "a quien le gustan las matemáticas" o "quien tenga disposición" (4-UD-A), y se rehúye una descripción más precisa del hacer didáctico.

Roles del alumno y los buenos y malos alumnos

La perspectiva dominante considera la participación y la iniciativa como roles principales de los alumnos; todos los profesores expresan tal consideración. Sin embargo —de manera distinta que en segundo grado—, la participación recibe matices y precisiones de orden actitudinal: "que sean responsables de los trabajos que se les asignan" (4-R-S), porque "también cuenta su actitud" (4-UE-CO; 4-UD-A).

Sólo en un caso se agregan consideraciones didácticas a la participación, la cual se refiere al modelo más tradicional, pues los alumnos: "también deben ser sujetos receptivos de la orientación que les dé el facilitador" (4-UE-CA).

Enfrentados a la necesidad de expresar su valoración sobre los buenos alumnos, los profesores de cuarto se dividen de la siguiente manera:

a) En una postura radical, se expresa un *impedimento a considerar buenos o malos alumnos:* "todos son alumnos, ni buenos ni malos, pero habemos maestros nefastos que catalogamos" (4-UE-CA; 4-UD-A).

b) Desde una perspectiva más mesurada, se señala que "los buenos alumnos son los que tienen iniciativa aunque sean juguetones y los malos son *los que no tienen iniciativa, desgano*". Pero esto ocurre "tal vez porque no tuvieron apoyo de los padres, o tal vez la forma de trabajo del maestro no les motivó" (4-UE-CO).

También se otorgan al alumno responsabilidades tradicionales. En efecto, mostrando una perspectiva conservadora, una maestra (4-R-S) agregó a sus consideraciones iniciales que los buenos alumnos cumplen con las participaciones y las tareas y saben contestar el examen. El caso de esta maestra es interesante porque por momentos parece reproducir un discurso aprendido formalmente y en ocasiones parece expresar ideas más personales. Entonces reaparecen concepciones de enseñanza que se distancian del constructivismo. Esta yuxtaposición de ideas se observa también en el desarrollo de sus clases.

En suma: en el rol asignado a los alumnos surgen como nociones dominantes la participación, la iniciativa y la responsabilidad; eventualmente aparece el "alumno exculpado", ya que la responsabilidad de cierto estatuto académico corresponde a otros actores: el maestro o los padres de familia.

Conclusión sobre el cuarto grado

Los profesores de cuarto grado señalan unánimamente poner en práctica el enfoque curricular vigente y manifiestan su disposición a continuar haciéndolo, aunque algunos con cautela, pues a las declaraciones iniciales de adhesión se agregan diversas condicionantes, como esperar que los alumnos tengan "nivel" para llevarlo a cabo, o se considera un riesgo dejarlos trabajar sin dirección del profesor; también se menciona con franqueza la vuelta frecuente a las formas tradicionales de enseñar. Como quiera que sea, se identifican como elementos valiosos del enfoque: el *no mecanicismo*, el reconocimiento de los saberes previos con que cuentan los alumnos, o el margen de libertad que se les otorga. Estos elementos lo dife-

rencian de los currículos anteriormente vigentes, en los que ahora se observan sólo rasgos negativos, como el mecanicismo o la imposición de formas de hacer y resolver.

Por otra parte, se expresa un conjunto de nociones que es posible considerar producto del ambiente generado con la incorporación del enfoque y de la experiencia de ponerlo en práctica: los roles del alumno y del maestro, la noción de aprendizaje y de construcción del saber, así como la concepción de las matemáticas, entre los principales.

Algunas ideas son predominantes: los niños tienen conocimientos construidos en la vida y sobre tales conocimientos se realiza el proceso de enseñanza. En este proceso se ha de considerar la producción de situaciones en las que los niños utilicen recursos intelectuales personales y luego los confronten. Se advierte incluso el establecimiento de un vínculo entre lo informal y lo formal. En cuanto a los objetos de enseñanza hay un desplazamiento hacia la búsqueda de reflexión y la producción de unas matemáticas para la vida. Esta última es quizá la idea que se expresa con mayor fuerza en el cuarto grado.

Ahora bien, una comparación entre las representaciones expresadas discursivamente por los profesores de cuarto grado y las identificadas en los de segundo muestra precisiones en la noción de actividad. Por ejemplo, surgen las estrategias de resolución y los recursos intelectuales personales como elementos del proceso constructivo; también afloran las fases de confrontación y formalización de los conocimientos. Estos elementos, si bien no acaban de generalizarse, tienen mayor presencia que en el discurso de los profesores de segundo grado.

Según su decir, los docentes de cuarto grado ahora desempeñan un papel estrechamente vinculado con los saberes y los procesos constructivos. El docente es creador de situaciones, mediador entre lo informal y lo formal, promotor de análisis y de reflexión. Es un papel distinto del que han construido sobre sí mismos los profesores de segundo grado.

Por otra parte, "el alumno exculpado" ha perdido primacía y cede el espacio principal al que muestra iniciativa y responsabilidad. Ésta es de nuevo cierta diferencia con las ideas expresadas en el segundo grado, como lo es también el rol del profesor, que ahora se considera más escasamente como "profesor permisivo". Al parecer, la idea que predomina en este grado es la de un profesor que se halla a la mitad del camino entre "el profesor que permite" y "el maestro que guía". Quizá la mayor centración en el contenido matemático y la conciencia acrecentada sobre la complejidad del acto constructivo provoca esta nueva forma de considerar al profesor.

Sin embargo debe señalarse, que quienes denotan más cautela ante las propuestas oficiales muestran también mantener como parte del conjunto de sus representaciones elementos de modelos previos de enseñanza, como estimar que lo principal es la reflexión, que el maestro es guía o que resulta inconveniente dejar solos a los alumnos en su proceso de aprendizaje, y también creer que no siempre los alumnos reúnen las características necesarias para construir por sí mismos los conocimientos. Tales elementos se entremezclan con otros más modernos, como el reconocimiento de los saberes previos, o el compromiso de llevar a los alumnos de lo informal a lo formal que, como se dijo antes, aparecen como ideas nucleares en las representaciones construidas por los docentes de este grado.

Los profesores de sexto grado

Aceptación del enfoque

Una vez más, la aceptación del enfoque predomina entre los profesores entrevistados; excepto una docente, todos los de este grado lo consideran positivo, aunque, al igual que en los grados anteriores, eventualmente se condiciona su eficacia: "siempre y cuando se siga desde primer año hasta sexto" (6-UE-RM). Las razones de la aceptación se refieren en general a los beneficios intelectuales que la nueva forma de trabajo aporta a los alumnos; por ejemplo, se afirma: "el enfoque

permite a los niños construir su conocimiento, buscar estrategias y métodos para llegar por sí solos a las soluciones" (6-R-R) "sus errores son punto de referencia y aprendizaje" (6-R-CA) o simplemente "despierta la mente de los alumnos" (6-UE-MH).

La excepción la constituye una joven profesora (6-UD-MM) que, puesta ante el enfoque previo y el vigente, termina por declarar: "[...] antes se explicaba; ahora, para dar un tema, empiezas a meterlos de lleno y ellos solos deben de investigar hasta cierto punto qué es lo que tú quieres que entiendan [...] Estaba mejor el enfoque anterior, porque creo que con el actual enredamos más a los niños".

No deja de llamar la atención que la excepción sea una profesora con sólo ocho años de servicio, supuestamente capacitada para poner en práctica el nuevo enfoque y que, por lo mismo, podría suponerse con más tendencia a la innovación.

Diferencias percibidas entre el enfoque actual y los que le antecedieron

La opinión mayoritariamente coincidente señala como diferencia principal que antes se daban fórmulas y pasos a seguir —en esto, dicen los profesores, había bastante mecanización—, mientras que ahora los alumnos buscan la forma de construir el conocimiento y aplicarlo exponiendo sus propios argumentos (6-R-R; 6-UD-MM; 6-UE-MH). Incluso quien señala no haber vivido las diferencias como profesora —pues sólo tiene seis años de servicio— afirma saber que antes las matemáticas se enseñaban de manera memorística y que a los niños se les daban y enseñaban paso a paso las soluciones, cuestión que hoy se ha modificado (6-R-CA).

Relativamente distinta es la opinión de quien dice: "ahora el niño tiene que investigar, todo lo va sacando de sus conocimientos previos... saca sus ideas poco a poco y va llegando a conclusiones. Hay diferencia entre que el maestro diga al niño todo, a que el niño tenga que resolver con la guía del profesor" (6-UE-RM). Lo que se expresa en esta frase es una noción más cercana al aprender descubriendo —con ayuda de las interrogaciones del profesor— que al aprender utilizando los recursos intelectuales personales. Sólo quien tiene un

discurso constructivista más estructurado (6-UD-MO) señala que antes se ejercitaba primero el algoritmo y luego se trataba la resolución de problemas y que hoy se procede de manera inversa.

En ese orden de ideas, con excepción de quien opina que el tiempo pasado fue mejor, en las diferencias que se anotan se aprecia una valoración positiva y una adhesión generalizada a la propuesta curricular de sexto grado. Una vez más, el *no mecanicismo* resulta relevante en las concepciones expresadas.

Disposición a continuar aplicando el enfoque

Con excepción de quien muestra sistemáticamente su no aceptación del enfoque —ya que "estaría dispuesta a llevarlo siempre y cuando los niños traigan las bases que se necesitan" (6-UD-MM)— se expresa una intención generalizada de continuar aplicándolo. Y quienes parecen haber aceptado efectivamente enseñar mediante la resolución de problemas dan razones que reflejan las posturas pedagógicas constituidas: "sí, porque permite formar alumnos reflexivos" (6-R-R), "sí, mientras esté en servicio, porque de que el niño aprende, aprende... " (6-UE-RM) y "sí, con la mayor frecuencia posible, porque hay satisfacciones por los descubrimientos que hacen (los alumnos) y el significado que dan a los conceptos" (6-R-CA y 6-UD-MO).

Es decir, los argumentos construidos incorporan desde el razonamiento como elemento básico hasta el constructivismo más franco: "por satisfacción para los alumnos y el significado que se logra en los conocimientos".

Modificaciones y permanencias en el quehacer cotidiano

La aceptación generalizada del enfoque curricular, según el decir de los maestros, se ha traducido en que han dejado de hacerse algunas actividades:

- Llenar el pizarrón de ejercicios y realizarlos de forma individual (6-R-R).

- Dirigir 100% las actividades; centrarse demasiado en el logro del contenido; decir a los alumnos las fórmulas o los procedimientos; dictar (6-R-CA, 6-UD-MO, 6-UE-RM, 6-UE-MH).

También se llevan a cabo otras actividades que antes no se hacían:

- Poner sólo un ejercicio (no una lista de ellos) y dejar que los niños expliquen sus resultados (6-R-R).
- Trabajar en equipo y estar dedicados a la actividad (6-UE-RM).
- Tratar de analizar más los procesos de los niños, intentar ponerse en su lugar y dar oportunidad de que participen para resolver problemas (6-UE-MH; 6-UD-M0; 6-R-CA).

Sin embargo, —según el decir de casi todos los maestros— algunas actividades se siguen realizando, por ejemplo: el repaso de las tablas de multiplicar.

Las anteriores respuestas son índices de las concepciones y actividades que acompañan a la aceptación de la propuesta curricular: disminuir los ejercicios memorísticos, permitir que los alumnos expliquen y justifiquen sus soluciones o analizar los procesos de los niños, entre las principales.

En un sentido distinto, la respuesta de quien no ha aceptado el enfoque —"explicar sólo una vez, pues ahora los muchachos están más listos" (6-UD-MM)— pone de manifiesto confusiones tales como considerar que, si se mantiene el modelo *aprendo, aplico* será posible dejar de repetir. Con base en tal idea, la profesora se encuentra en riesgo de no aportar a sus alumnos lo que con frecuencia deviene única vía segura de la enseñanza expositiva: la memorización.

Concepciones acerca de las matemáticas

Con excepción de la maestra "resistente" que prefiere no contestar, los profesores del grado consideran que las matemáticas son un medio para resolver problemas de la vida diaria; con ello destacan su carácter práctico y utilitario que en el extremo se asocia a la posibili-

dad de ser puntual (por el conocimiento del reloj) (6-UE-RM). En esto radica su valor como materia escolar. Es decir, en quienes respondieron nuestra pregunta —independientemente de su orientación pedagógica— se observó no sólo una concepción utilitaria de las matemáticas, sino también una sobrevaloración de éstas. Dicho en pocas palabras: *se trata de la ciencia de la vida.*

Aprendizajes matemáticos fundamentales

En congruencia con la noción anotada, en general se mencionan las operaciones y la proporcionalidad como contenidos relevantes del sexto grado y de la educación primaria. Se advirtió una concepción dominante cuando cinco de nuestros profesores aluden solucionar problemas de la vida como aprendizaje principal de la educación primaria. Un profesor rural incluso hizo notar la importancia de que los niños aprendan contenidos que permitan ayudar a sus padres en el campo.

Por su parte, la profesora 6-UD-MM mostró una postura divergente a la vez que coherente en sus representaciones al decir que saber sumar, restar, multiplicar y dividir con cantidades grandes es fundamental en la primaria y que, en su opinión, "la base son las tablas de multiplicar pero al derecho y al revés".

En suma, puede verse que los profesores de sexto grado hacen mayor referencia a la resolución de problemas que los de segundo y aun que los de cuarto. Sin embargo, en coherencia con el resto de los elementos que constituyen sus representaciones, la resolución de problemas se ve desde distintas perspectivas y en los contenidos mencionados no se observa una modificación de los tradicionalmente ponderados como relevantes. De nuevo, la idea principal es que los contenidos sean útiles para la vida.

Concepciones acerca del aprendizaje y la construcción del conocimiento

En relación con el aprendizaje y con construir conocimientos encontramos respuestas de tres tipos:

a) *Vinculadas con el modelo aprendo, aplico.* La maestra 6-UD-MM señala que se aprende "por experiencia propia y por lo que se transmite a los niños en la escuela".
b) *Con referencia a la actividad.* Son distintas las respuestas de quienes afirman que las matemáticas "se aprenden practicándolas, creo que todo se aprende haciendo" o que "las matemáticas se aprenden en la práctica, haciendo, haciendo, haciendo, y en la vida diaria" (6-UE-RM y 6-UE-MH).
c) *En relación con el constructivismo.* La maestra 6-R-CA ofrece una respuesta casi idéntica a la que se lee en los materiales oficiales: "las matemáticas se aprenden mediante la resolución de situaciones problemáticas, haciendo uso de la experiencia previa y del compartir con otros, escuchando, probando estrategias de solución". La respuesta de quien piensa que "las matemáticas se aprenden resolviendo retos" (6-UD-MO), es parecida.

Finalmente, con sólo un dejo de constructivismo es la respuesta de quien se limita a decir que los niños manejan métodos aprendidos en la vida, pero que también deben aprender los convencionales, de los que se encarga la escuela (6-R-R).

Como es posible advertir, nuevamente el aprender y el construir han sido objeto de interpretaciones disímbolas. Existe una interpretación más compleja del construir conocimiento por parte de dos profesoras y cierta simplificación cuando se alude a la actividad como esencial en el proceso constructivo e imprecisión en el resto de las afirmaciones: lo mismo se mencionan los procedimientos informales que la transmisión como contraparte de la experiencia vital.

Roles del maestro y rasgos que caracterizan al buen maestro

La diversidad de ideas construidas en torno al profesor se expresa en los tipos de respuesta que se ofrecen:

a) *Respuestas que se refieren al profesor tradicional:* el rol del maestro es plantear problemas y permitir a los alumnos identificar las operaciones útiles para resolverlos (6-UD-MM).

b) Respuestas que consideran guía al profesor: "el maestro es un orientador, un guía para dirigir al niño" (6-R-R).

c) Respuestas que integran elementos de varios modelos de enseñanza: el constructivista, el *aprendo, aplico* y el profesor como guía, por ejemplo: "es de guía, es conducir, plantear los retos que son necesarios para su crecimiento, estar atrás como soporte, si no pueden... pues entonces dar las respuestas" (6-UE-MH).

d) Respuestas que privilegian al profesor "constructivista" como creador de situaciones didácticas (6-R-CA y 6-UD-MO): "plantear las situaciones más idóneas en las cuales los niños tengan oportunidad de resolver retos" es el espíritu de este tipo de respuestas.

Conforme a las declaraciones, las ideas en torno al nuevo papel del profesor van desde una prácticamente no tocada con la incorporación del enfoque (que se observa permanentemente en la maestra 6-UD-MM), a cierta mediación entre el maestro diseñador de situaciones y el maestro guía (6-UE-RM y 6-UE-MH), hasta otras relativamente radicales que, con base en el constructivismo, limitan la función docente a plantear situaciones y, más escasamente, a formular o institucionalizar el saber.

La expresión de los rasgos de un buen profesor hace reaparecer las ideas expuestas; al respecto se deja ver:

a) El modelo aprendo, aplico: "el profesor que después de explicar se da cuenta realmente si el alumno absorbió" (6-UD-MM).

b) El profesor como guía u orientador: "el que sabe orientar y dirigir al niño explicándole, o sea, más bien dejándolo que realice sus actividades bajo la guía del profesor" (6-R-R).

c) Una integración de los dos modelos de enseñanza: "debe tener cariño por los niños... no tratarlos como personas que no pueden desarrollarse, pero tampoco tratarlos como adultos. Darles espacio (de libertad), dado el momento imponer" (6-UE-MH; 6-UE-RM).

d) El maestro constructivista: "un buen cuestionador, el que sabe elegir los retos adecuados para los alumnos, el que sabe diseñar las situaciones más idóneas", "el que permita que las experiencias previas

y los errores, los argumentos, las estrategias sean un medio de aprendizaje" (6-R-CA y 6-UD-MO).

El modelo *aprendo, aplico* es sostenido consistentemente por la profesora 6-UD-MM, mientras el *maestro-guía* es retenido por el profesor 6-R-R y por momentos aparece en las profesoras 6-UE-MR y 6-UE-MH, quienes, en lo que parecería una integración del profesor tradicional y el nuevo profesor, apelan a la libertad a la vez que a las tareas docentes previas a la incorporación de la reforma: apoyar, ayudar, guiar, imponer. Por otra parte, llama la atención que quienes sostienen de forma radical el modelo de aprendizaje constructivo centran su discurso en la creación de situaciones, las estrategias y los errores, y sólo en una ocasión se refieren a cuestiones vinculadas con la formulación o la institucionalización: "el buen maestro logra también institucionalizar el resultado" (6-UD-MO).

Roles del alumno y los buenos y malos alumnos

En congruencia con las ideas sobre el profesor, las construidas respecto a los alumnos reflejan tanto el modelo de enseñanza *aprendo, aplico* como el constructivista y otro que parece vincularse con el aprender descubriendo o razonando. A nuestra pregunta sobre los roles que hoy corresponden al alumno, se nos contestó:

a) Entender y comprender lo que le planteamos (6-UD-MM).
b) Explicar sus resultados y construir poco a poco su conocimiento (6-R-R).
c) Ser un ente participativo, dispuesto a probar sus estrategias, a argumentar sus respuestas, a escuchar y aprender de los demás, a trabajar en equipo y a involucrarse en las tareas, dispuesto a validar sus resultados (6-R-CA y 6-UD-MO).

Quienes asignan al profesor un papel intermedio entre el modelo constructivo y el tradicional conciben al alumno no sólo como constructor, sino también como participante y hacedor: "tiene que par-

ticipar, es un hacedor, un constructor" (6-UE-RM; 6-UE-MH). Esto es, parecería que en tal perspectiva, se acepta un nuevo papel para el alumno, pero por momentos la encomienda deviene simple actividad. La actividad es un elemento que aflora con frecuencia en el discurso de esas profesoras.

Acorde con las posturas recién expuestas, son considerados buenos alumnos desde "los que entienden lo que se les explica y luego realizan las actividades que se les solicitan" (6-UD-MM) hasta "el que razona o reflexiona" (6-R-R) o "el que es participativo", aunque pueda no tener una fácil comprensión de las matemáticas (6-UE-RM y 6-UE-MH).

Los rasgos de los malos alumnos también se expresan en congruencia con lo anterior: "el que por no hacer no entiende", "el que no trata de razonar", "el que espera que le digan cómo hacer las cosas, que no quiere o no trata de participar" (6-UE-RM y 6-UE-MH) o "al que no le interesa trabajar" (6-R-CA). Pero incluso, igual que en segundo y cuarto grados, se niega la existencia de buenos y malos alumnos: "hay alumnos flojos, no malos; la única diferencia es que hay trabajadores y flojos" o "no los considero malos... tal vez los que no se involucran en la tarea... quizá es porque el reto está lejos de su alcance" (6-UD-MO). De nuevo aparece el "alumno exculpado", sostenido tanto por quien muestra un constructivismo más elaborado como por quienes han construido un modelo más moderado sobre la enseñanza.

Conclusiones sobre sexto grado

Una vez más, la aceptación del enfoque fue predominante entre los profesores entrevistados, pero sólo en este grado alguien lo rechazó decididamente. Se trata de una profesora cuyas expresiones muestran no haber recuperado ninguno de los principios del aprendizaje mediante la resolución de problemas. El alumno que atiende y el maestro que explica forman aún los elementos nucleares de sus representaciones, así como las matemáticas que se memorizan. Es el caso más radical entre los profesores del estudio. Un elemento adi-

cional lo hace llamativo: la edad de la profesora. Con pocos años de servicio —y supuestamente formada sobre la base en enseñanzas no excesivamente tradicionales— lleva al límite los principios de la enseñanza expositiva. Asimismo, ante la que pareciese cerrazón, construye malentendidos; como suponer que, con apoyo en el alumno sapiente hoy reconocido en las escuelas, la tarea del profesor que expone consiste en explicar sólo una vez, pues los saberes con que cuentan sus alumnos la autorizan a no repetir. Cabe decir que en el conjunto de las clases registradas, en el salón de esta profesora no observamos ninguna intención de nuevas prácticas, exponer para luego ejercitar era lo cotidiano.

También parece haberse constituido otro tipo de profesor: el *docente-guía*, con su contraparte el alumno reflexivo, quien expresa sus puntos de vista y busca soluciones con la orientación del profesor. Es el profesor que plantea interrogaciones para que surjan los conocimientos; es el alumno que aprende poco a poco y que obtiene conclusiones progresivamente.

Otros profesores parecen haber construido representaciones, amalgamando elementos de las nuevas y las viejas formas de enseñar; el alumno es sujeto autónomo y activo, a la vez que se promueven su actividad, su participación y su expresión; pero tal papel se complementa con el deseo de que acepte orientaciones. En congruencia con dicha percepción, el maestro plantea retos, además de permitir, apoyar e informar, incluso impone su saber.

Finalmente, en lo que podría llamarse *constructivismo franco*, surge el profesor diseñador de situaciones, de problemas y de retos, el que transfiere la responsabilidad a los alumnos y que está obligado a no imponer. Con este modelo reaparece el "alumno exculpado". En cambio, el maestro que institucionaliza está prácticamente ausente en el discurso de quienes han construido este tipo de representaciones.

Como puede verse, en el sexto grado los profesores parecen haber recuperado un mayor número de elementos del enfoque para pensar sus prácticas; sin embargo, sus reinterpretaciones tomaron vertientes disímbolas y hoy, en su hacer, las categorías y las nociones

que los guían son múltiples y heterogéneas, igual se ha configurado el maestro guía, que el profesor "constructivista" o se han amalgamado el tradicional con el moderno. No obstante tal diversidad, una intención parece unificar el pensamiento de casi todos ellos: no deben darse las fórmulas ni los procedimientos sino que, los niños han de aprender a resolver problemas, porque tal es la manera de ofrecer "unas matemáticas para la vida".

Conclusiones

El nuevo ambiente que se creó con la irrupción de los materiales educativos difundidos en 1993 —así como su puesta en práctica— generó en los profesores de educación primaria nuevas formas de interpretar al alumno, al maestro y a las matemáticas escolares. El aprender construyendo así como la noción de sujeto intelectualmente activo derivaron en nuevas ideas, convicciones y creencias, también en nuevas categorías para interpretar la realidad y guiar la acción de enseñanza. Los cambios más notorios que se identifican tienen elementos coincidentes, a la vez que diferencias tanto entre los profesores de un mismo grado como entre los de distintos grados; algunos aparecen como dominantes, a saber:

El alumno trae consigo saberes que son producto de su experiencia vital, no existe más la *tábula rasa* con la cual aquél ha sido identificado tradicionalmente; hoy el alumno es sapiente. Éste es un elemento común en las representaciones de todos los profesores. Al aprender en la vida —y reconocerse tal saber— se disolvieron los límites entre la escuela y la experiencia vital, a la vez que se acendró la creencia fuertemente arraigada de que el vínculo entre las matemáticas y la vida es elemento esencial del sentido y razón de la matemática escolar.

También en torno al aprendizaje aparecieron nuevas creencias. En el periodo previo a la reforma, los maestros consideraban que se aprende captando (noción sensual-empirista del aprendizaje) o que se aprende razonando (proceso que se activa sobre la base en la in-

terrogación).[4] De creer las respuestas de los profesores, hoy también se piensa que los niños aprenden al participar y al hacer. Tal forma de interpretar el aprendizaje lleva —a pesar de las dificultades para hacerlo— a categorizar a los alumnos según su participación en clase: "un buen alumno es el que busca participar", mientras que quienes no lo son se definen de esta manera porque "no participan ni se esfuerzan por hacerlo".

En el segundo grado, la noción de actividad sustituyó casi por completo a la de resolver problemas y se asocia generalmente al juego o a la manipulación de material. Se ve la constitución de una idea más parecida a la de práctica, entendida ésta como el uso que hacen los alumnos de recursos aprendidos explícitamente o en términos de acción, reconocidos en el seno de la clase.[5] La noción de actividad como fundamento del aprendizaje se ve precisada por los profesores de cuarto grado y aún más por los de sexto. En estos grados, nociones como estrategias de resolución, elaboración de hipótesis, confrontación o reto dan cuerpo a la actividad que ha de realizarse para aprender matemáticas. Paulatinamente, a medida que se avanza en la primaria, la actividad se convierte en problema.

Por lo general, el rol tradicional del profesor que se conserva en mente consiste en trasmitir o imponer; hoy día, tal papel se estigmatiza y con frecuencia es útil para definir cualquier cosa que se hacía antes de la introducción de la enseñanza mediante la resolución de problemas. Un rasgo sobresale en la noción de profesor constituida a la luz de la reforma: el maestro no debe imponer. A tal rasgo lo acompañan otros que se diversifican en los profesores de los distintos grados y que modifican y dan matices al concepto. A medida que se avanza en la primaria, la labor del profesor se transforma en planteamiento de situaciones y problemas, y en promo-

---

[4] Esta afirmación se sustenta en los resultados de un estudio realizado en 2001; la referencia aparece en la bibliografía.

[5] Esta caracterización de *la práctica* la hemos tomado de R. Douady, 1986, y refleja fielmente lo que los profesores hacen en clase, aún cuando ellos piensan que los alumnos están *construyendo.*

ción del análisis y la confrontación. Tales concepciones —con diferentes matices— muestran una ausencia casi sistemática de la formalización e institucionalización de los frutos intelectuales de la acción, aspectos que prácticamente no son considerados por los profesores.

Quizá no resulte sorpresivo que, en relación con los saberes matemáticos, las representaciones parecen no haber sufrido modificaciones importantes. Las cuatro operaciones, las tablas de multiplicar o todo aquello que sea útil en la vida permanecen en el pensamiento docente; pero la transposición que se tiene en mente implica ciertas modificaciones. Al respecto se dice con frecuencia que los contenidos deben razonarse o que han de vincularse con la resolución de problemas cotidianos, porque, según los profesores, la utilidad potencial de las matemáticas justifica su presencia en las escuelas. Hoy día, en lo que vemos como una sobrevaloración de la materia y de los beneficios intelectuales que implica, las matemáticas se erigen en *la ciencia de la vida* y se cree que, en un flujo de ida y vuelta, lo aprendido en la vida permite enseñarlas de una nueva forma en las escuelas.

También hay quienes en su pensar han combinado elementos del nuevo y de viejos modelos de enseñanza y ahora el rol del profesor consiste en dejar hacer, pero también en imponer; el alumno debe participar, pero también recibir. Adicionalmente, aunque en menor medida, el "nuevo ambiente" revitalizó la noción de *maestro-guía*, el que promueve la reflexión mediante interrogatorios potenciados en la actualidad con base de situaciones que interesan a los niños. Este "nuevo profesor", que en realidad no lo es pues tiene una vieja historia en la pedagogía, busca que sus alumnos reflexionen y que progresivamente, con sus orientaciones y preguntas, obtengan conclusiones, esto es, lleguen al saber.

Las ideas sensual-empiristas sobre las cuales vino a establecerse la reforma generaron también otras connotaciones, e hicieron creer a algunos profesores que, con la inclusión del nuevo enfoque, su función principal y la de sus alumnos está relacionada con la manipulación de materiales, pues ésta es el sustento del aprendizaje.

Se han destacado hasta este punto las representaciones docentes que, miradas de conjunto, aparecen con más fuerza. Falta hablar de quienes parecen no haber cambiado, porque también hay profesores cuyas ideas básicas en torno a las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza no sufrieron alteración alguna y mantienen intocado, tanto en el discurso como en la práctica, el modelo *aprendo, aplico* que se buscaba alterar. Este caso —ciertamente excepcional— corresponde a quien efectivamente se ve en el salón de clases explicar para luego ejercitar.

Aquí concluye nuestra interpretación de la forma como las representaciones docentes se vieron alteradas y reconstituidas con la incorporación de la reforma a las matemáticas. La noción de actividad —que paulatinamente deviene resolución de problemas— y la de alumno *sapiente* parecen ser las incorporaciones principales. Las matemáticas de y para la vida completan la nueva forma de ver la enseñanza; es una visión del mundo que dejó atrás a la *tábula rasa* y revitalizó el vínculo entre la escuela y la vida, pero que necesita aclarar algunas nociones, como la de actividad constructiva y la de problema. Es acaso la visión que hoy orienta las acciones de muchos profesores cuando enseñan matemáticas.

Referencias bibliográficas

Abric, Jean-Claude, *Coopération, compétition et représentations sociales*, Cousset, Editions Del Val, 1987.

"Les représentations sociales: aspects théoriques", en Jean-Claude Abric (dir.), *Pratiques sociales et représentations*, Psychologie sociale, París. Presses Universitaires de France, pp. 11-36, 1997.

Ávila, Alicia, "La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de trasmisión y apropiación del saber matemático escolar", tesis de doctorado en Pedagogía, UNAM, México, 2001.

——, Silvia, García Peña, "Paradigmas de enseñanza de las matemáticas elementales. El siglo XX en México", reporte de investigación no publicado, UPN, México.

BAUR, Gregory y Linda Olsen, *Helping Children Learn Mathematics*, California, EUA, Cummings Publishing Company, Inc., 1976.

CHEVALLARD, Yves, *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage Editions, Grenoble, Francia, 1991.

DOUADY, Régine, "Jeux de cadres et dialectique outil-objet", Rechérches, en *Didactique des Mathématiques, La Pensée Sauvage Editions,* vol. 7, núm. 2, pp. 5-31, 1986.

PELTIER, Marie-Lise, "La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école: '(entre conjoncture et éternite)'. Étude des sujets de concours de recrutement et contribution à la Recherche des effects de la formation sur les professeurs stagiaires", tesis de doctorado, Universidad de París, 1996.

——,"Representaciones de los profesores de primaria sobre las matemáticas y su enseñanza", en revista *Educación Matemática*, vol. 11, núm. 3, Ed. Iberoamérica, México, 1999.

ROBERT, Aline y Jacqueline Robinet, *Représentations des enseignants des mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*, Cahier de Didirem, núm. 1, IREM, Universidad de París, VII, 1989.

SEP, *Plan y programas de estudio para la educación básica. Primaria*, México, 1993.

2. La reforma curricular y los problemas en la clase de matemáticas

Jesús Mendoza Maldonado

Según los documentos de la Secretaría de Educación Pública, la secuencia de los contenidos y su tratamiento didáctico tienen como objetivo principal la resolución de problemas. Los problemas son la vía para llegar al dominio de los contenidos, para conseguir aprendizajes perdurables y para propiciar una relación distinta entre los alumnos, el profesor y las matemáticas.

En este capítulo se estudiarán las resignificaciones que ha tenido la noción de problema matemático que plantea la reforma. Específicamente, se analiza la presencia que tienen los problemas en las clases observadas, la relación entre los problemas y el libro de texto, la estructura y el contenido de aquéllos, así como el tratamiento didáctico de que son objeto. Para finalizar el capítulo se exponen diversas conclusiones sobre los hallazgos de esta parte de la investigación.

Las resignificaciones de una reforma

Hace 20 años en México comenzó a explorarse el currículo más allá de lo formal (Furlán, 1981), 21 años que apareció el primer trabajo en el cual se analizaban los acontecimientos que suceden en el aula (Paradise, 1979), 20 que se construye la noción de lo didáctico (Chevallard, 1991) y casi dos décadas que se abandonaron las evalua-

ciones educativas del tipo insumo-producto por otras que recuperan las particularidades de los acontecimientos escolares; sin embargo, poco se sabe sobre los detalles finos que adopta una reforma cuando se traduce en acontecimientos específicos en las aulas.

La restructuración de contenidos y la modificación de las prácticas de enseñanza que plantea una reforma actúan entre diversas influencias conceptuales, institucionales, históricas y de formación de los profesores. Éstos son elementos que modifican los propósitos de una reforma curricular y que caracterizan las resignificaciones de que es objeto. Dicho en otros términos, las posibilidades de implantar la reforma en la enseñanza de las matemáticas pasa por el nivel de conocimiento que de dicha reforma tienen los docentes, por las condiciones de intercambio académico que posibilita la escuela, por las estrategias docentes que ha sedimentado la tradición, por las opciones de actualización que tienen los profesores y por el desarrollo de sus competencias didácticas. Documentar las particularidades de este trayecto es un asunto complejo, por eso resulta necesario analizar algunas de las relaciones que se establecen entre los elementos anteriores y convertir dicho análisis en tema de investigación.

Toda reforma implica una utopía, es decir, la configuración del lugar imaginario a donde conduciría la adopción de las ideas propuestas; sin embargo, no siempre tales ideas son incorporadas con fidelidad al trabajo cotidiano de los profesores, sino que hay *fugas y desplazamientos* de significación y sentido. Desde la teoría curricular, estas *resignificaciones* se han documentado como una tensión entre el currículo formal y el currículo procesal (Sacristán, 1992; Stenhouse, 1989), desde la etnografía como la inevitable intervención, en el trabajo de los profesores, de las condiciones materiales, la historicidad de la práctica docente y los saberes del sujeto (Rockwell y Mercado, 1989) y desde el campo de la enseñanza de las matemáticas como *efecto* de la transposición didáctica (Chevallard, 1991). Las tres miradas corresponden a otras tantas aproximaciones a la especificidad de los acontecimientos escolares, pero sólo el enfoque desde el campo de la enseñanza de las matemáticas incorpora como un elemento distintivo de sus reflexiones el contenido de enseñanza.

La reforma a la enseñanza de las matemáticas introdujo la resolución de problemas como punto de partida para la construcción de los aprendizajes escolares. Las implicaciones de este cambio se extendieron a las formas de adquisición de los algoritmos, la interacción entre los alumnos y el tipo de tareas propuestas por los profesores. En este capítulo se estudia lo que acontece en las aulas con un aspecto central de la reforma: los problemas, el lugar y la función que les asignan los profesores.

El proceso de análisis

El análisis de los datos y la construcción de los argumentos se hicieron de acuerdo con lo que Goetz y Lecompte (1988) denominan análisis recursivo y casos discrepantes.[1] Se utilizaron las descripciones que sugiere Thompson (cit., en Manoucheri y Goodman, 1998) para analizar el manejo de contenidos matemáticos. Aunque dichos autores se refieren a 10 categorías, en este capítulo sólo se emplearon las que se relacionan con: *a)* el tipo de preguntas planteadas por los maestros en clase; *b)* el tipo de respuestas dadas por los maestros ante preguntas planteadas por los alumnos; *c)* las reacciones de los maestros cuando el grupo está "atorado" con un problema; *d)* los métodos para sintetizar ideas y conceptos en clase y *e)* los métodos para tratar la falta de comprensión de los conceptos por parte de los alumnos.[2]

---

[1] Al leer y releer los registros de observación aparecen los elementos comunes entre un profesor y otro o entre varios registros del mismo profesor; estos elementos comunes se plasman en tablas de frecuencias que confirman la presencia y la magnitud del elemento estudiado. Goetz y Lecompte denominan *análisis recursivo* a este análisis que identifica lo común en la diversidad, que constituye tendencias. Sin embargo, las tendencias siempre tienen excepciones que confirman la regla, es decir, que validan los argumentos, Las autoras citadas llaman casos *discrepantes* a esas excepciones que se contraponen a la orientación de la mayoría de los datos.

[2] Las otras descripciones que propone Thompson, como el tiempo, el trabajo en equipo, las hojas de ejercicios y los errores, aunque nos parecieron pertinentes para el análisis, no se utilizan aquí porque están vinculadas con otros capítulos de esta investigación.

Para diferenciar las múltiples posibilidades que adopta la resolución de problemas en las clases observadas, se construyeron tipologías conforme al contenido estudiado, la estructura de los problemas, su vinculación con el libro de texto y las preguntas del profesor que acompañan a la resolución de los problemas. Además, se analiza cómo los problemas se asocian al juego, cómo son utilizados para tratar un contenido nuevo, o la forma en que se introducen para aplicar un contenido visto anteriormente.

El análisis se complementó con la inclusión de otros temas que, según los acontecimientos recuperados en los registros, parecían relevantes para comprender el trayecto que sigue la noción de problema en manos de los profesores: el tratamiento didáctico de que son objeto, el material que utilizan los alumnos para construir o probar sus estrategias de resolución y la frecuencia con que los problemas son planteados como una actividad para realizar en casa.

Acotado el rumbo del análisis, restaba buscar una forma de estructurar los argumentos, y para el caso resultó pertinente el procedimiento que sugiere Frederick Erickson (M. Wittrock, 1989) para generar y verificar las categorías e inferencias —Erickson las llama *afirmaciones*—. Leer y releer los datos, buscar similitudes y discrepancias, ubicarlas en el contexto de la totalidad de evidencias, elaborar tablas de recurrencias, generar afirmaciones, argumentarlas, oponerles datos contrastantes, volver a leer los registros... Del resultado de esta búsqueda por articular argumentos que permitan comprender los avatares de la reforma se dará cuenta en los siguientes párrafos.

Los problemas y el enfoque para su enseñanza

De acuerdo con los documentos distribuidos por la Secretaría de Educación Pública, las matemáticas que se pretende llevar a las aulas habrán de permitir que los alumnos construyan los conocimientos mediante la resolución de problemas y actividades que despierten su interés. Lo anterior implica cambiar la perspectiva didáctica, pues "esta propuesta considera los conocimientos escolares y extraescola-

res que poseen los alumnos, los procesos que siguen para construir nuevos conocimientos y las dificultades que enfrentan en su aprendizaje como punto de partida para resolver problemas y para avanzar hacia el conocimiento formal" (SEPc, 1999:9).

Cuando los alumnos se enfrentan a un problema y teniendo la habilidad para sumar o restar no pueden resolver uno que implique estas operaciones, es porque han aprendido los algoritmos sin comprender el significado de su utilización o porque los "problemas" que han resuelto implican soluciones sobreaprendidas y automatizadas, sin que puedan generalizarlas a otras situaciones nuevas. Por ello, conforme a los principios de la reforma, es necesario diferenciar entre un ejercicio y un problema y dar énfasis a este último.

Un problema puede ser entendido como "una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución" (Lester, 1983, en Pozo *et al.*, 1998:17). Esta definición implica la idea de búsqueda de estrategias diversas y destaca la reflexión acerca de los pasos a seguir para llegar a la solución. De esta manera :

> ... un problema se diferenciaría de un ejercicio en que, en este último caso, disponemos y utilizamos mecanismos que nos llevan de forma inmediata a la solución [...] Podemos decir que la realización de ejercicios se basa en el uso de destrezas o técnicas sobreaprendidas (es decir, convertidas en rutinas automatizadas como consecuencia de una práctica continuada). Nos limitamos a ejercitar una técnica cuando nos enfrentamos a situaciones o tareas ya conocidas, que no suponen nada nuevo y que, por tanto, pueden superarse por los caminos o medios habituales (Pozo *et al.*, 1998: 17-18).

Ahora bien, aunque los ejercicios y los problemas son opuestos en su naturaleza, conviene precisar que un problema constituye una situación nueva o diferente que muchas veces implica la utilización de procedimientos ya conocidos. Al respecto se ha afirmado que: "si un problema que se soluciona repetidamente acaba por convertirse en un ejercicio, la solución de un problema nuevo requiere la utilización estratégica de técnicas o destrezas previamente ejercitadas"

(Pozo, *et al.*, 1998:18). Los ejercicios (o problemas rutinarios) son, entonces, el punto de llegada de las aproximaciones cognitivas de los alumnos y, a la vez, el punto de partida para realizar nuevas exploraciones; son un *continnum* en los procesos didácticos. El propósito de la enseñanza de las matemáticas es así convertir un tipo de tareas inicialmente problemáticas en tareas rutinarias (Chevallard *et al.*, 1998:123) que, a su vez, permitan resolver luego nuevas tareas. Esta postura coincide con la propuesta por la Secretaría.

Conforme a los documentos que concretizan la reforma (SEPb, 1999:9), "los problemas deben ser, sobre todo, situaciones que permitan desencadenar acciones, reflexiones, estrategias y discusiones que lleven a la solución buscada y a la construcción de nuevos conocimientos o al reforzamiento de los previamente adquiridos". Sin embargo, se consideran dos tipos de problemas:

a) Problemas en los cuales es necesario construir la solución (problemas para descubrir).
b) Problemas en los cuales hay que aplicar un modelo de resolución ya conocido (problemas para aplicar).[3]

Estos últimos son similares a los que Pozo *et al.*, denominan *ejercicios*. Cabe decir, entonces, que los problemas y los ejercicios resumen el sentido de la actividad matemática que la reforma pretende promover, aunque con énfasis en los primeros. Por ello, en el trabajo docente es importante construir un "escenario" que permita transitar de los ejercicios a los problemas o de los problemas para aplicar a aquellos para construir soluciones. Aprender y enseñar mediante la resolución de problemas es, entonces, uno de los cambios fundamentales que se propuso la reforma a la enseñanza de las matemáticas. Este cambio

[3] Como se advierte, en los problemas matemáticos ahora se considera una función nueva (descubrir), aunque mantienen la tradicional (aplicar). Quizá hubiera sido más adecuado que los planeadores hablaran de problemas para construir, pues más que de un descubrimiento, se trata de una construcción que efectúan los alumnos al probar sus estrategias de solución, la puesta a prueba de sus hipótesis y la transformación de sus esquemas de acción.

pretende restituir a los contenidos matemáticos su sentido funcional. Los problemas se proponen para explorar contenidos nuevos y construir aprendizajes y no sólo para aplicar fórmulas o algoritmos ejercitados previamente.

Veamos ahora con más detalle las características más sobresalientes del enfoque que tiene como fundamento principal la resolución de problemas (SEP, 1999a: 49-50):

a) La actividad del niño enfrentado a situaciones problemáticas es el punto de partida y elemento central de las secuencias didácticas que se proponen.
b) En la variedad de problemas que se presenten a los alumnos radica la significatividad de los aprendizajes construidos o en vías de construcción.
c) En el proceso de resolución de problemas se elaboran estrategias personales de resolución.
d) El diálogo y la confrontación de resultados y procedimientos entre los niños contribuyen al aprendizaje.
e) El aprendizaje es entendido como un proceso caracterizado por aproximaciones sucesivas mediante el cual los niños tienen acceso a representaciones y procedimientos cada vez más formales.
f) En este enfoque, el papel del maestro cambia de forma radical, de modo que ahora su función será coordinar las discusiones, plantear situaciones didácticas que permitan analizar los contenidos de forma gradual y advertir los momentos en que podrá llevar a los alumnos a seguir las estrategias convencionales.

Como puede verse, la reforma curricular implica asumir una idea diferente del papel que desempeñan los alumnos, de valorar la interacción didáctica y de desarrollar las actividades de enseñanza. Con ella se modifican en principio muchos significados de la vida escolar, pero los significados anteriores conviven ahora con los nuevos en una compleja relación en la cual lo nuevo entra en lo "viejo" con el significado que éste le da. La tradición y la innovación se enfrentan o se amalgaman, y juntas explican el rumbo que sigue la (re)forma.

Por lo anterior, es necesario volver a las preguntas que dieron origen a este proyecto de investigación: ¿cómo se han trastocado las concepciones dominantes que guían la práctica habitual de enseñanza de las matemáticas?, ¿las relaciones didácticas establecidas son las esperadas?, ¿de qué índole son las actividades y tareas que hoy se plantean a los alumnos? y ¿cuál es el papel que tienen los problemas en la clase? Sobre las particularidades de estos cuestionamientos versarán los apartados siguientes.

Presencia-ausencia de los problemas

Cuando se analizan los registros para advertir la presencia de los problemas en la clase de matemáticas, los resultados son ambivalentes: las formas habituales de enseñanza se han sobrepuesto o han inhibido en gran parte las posibilidades de desarrollo del enfoque planteado en la reforma. Sin embargo, tales formas conviven con valiosos intentos de los profesores por apropiarse del sentido de lo que se les propone. Se trata entonces de una *presencia* no cabal y, a la vez, de una *ausencia* no absoluta de los problemas.

Conviene señalar que cuando se alude a las formas tradicionales de enseñanza, se tiene como referente lo señalado en los materiales proporcionados por la Secretaría, particularmente el libro para el maestro de cuarto grado:

> Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas ha girado alrededor de una concepción en la cual, para resolver un problema, los niños aplican un modelo de resolución propuesto por el maestro o los libros de texto. Desde esta concepción, los problemas no son situaciones en las cuales se desarrolle un trabajo de búsqueda y construcción de soluciones, o en las que se generen aprendizajes nuevos para los alumnos: son situaciones en las que se aplica un mecanismo ya conocido (SEP, 1999b:9).

Ese sentido *tradicional* en convivencia con los intentos por realizar actividades diferentes se advertirá en los fragmentos de clases que se analizan más adelante. El análisis que se presenta corresponde a 70

registros de observación, levantados en 17 grupos que se distribuyen como lo muestra el Cuadro 2.1:

Cuadro 2.1

"El universo de los datos"		
Grados	Grupos	Registros
2º	6	26
4º	5	20
6º	6	24
Total	17	70

Aunque no en todas las clases registradas, en la mayoría de ellas aparecen los problemas como una estrategia de enseñanza de las matemáticas. Como en otros párrafos se analizan el contenido, la estructura y el tratamiento que se hace de los problemas, aquí se comentarán los casos en que, teniendo a los problemas como un referente, se diluye su significado y éstos se convierten en una *actividad.*

Cuadro 2.2

"Los problemas y sus ausencias"						
	Problemas	Actividades con estrategias	Actividades rutinarias	Actividades-juego	Actividades-algoritmos	Total
2º	14	1	1	8	2	26
4º	19	0	0	1	0	20
6º	14	0	9	1	0	24
Total	47	1	10	10	2	70

Conforme a los planteamientos oficiales, se entiende como problema la situación que exige a los alumnos la búsqueda de estrategias para su solución, que presenta datos para relacionar y organizar la búsqueda, que incluye un contexto para acopiar dichos datos y que les propone una o varias interrogantes por resolver.

El Cuadro 2.2 muestra un conjunto de datos acerca del lugar que ocupan los problemas en clase. Con diversos matices y modalidades —que luego se mostrarán—, los problemas aparecen en 47 de los re-

gistros de clase. Lo que se destaca en estos datos es la presencia de problemas en casi la totalidad de las clases de cuarto grado observadas, en este grado los profesores acuden con más frecuencia a la resolución de problemas. Luego se verán las características, los límites y el tratamiento didáctico de estos problemas.

Las otras columnas revelan la *ausencia* de problemas y la sustitución de éstos por actividades no relacionadas con un problema, pero que exploran las estrategias de los alumnos para realizar dichas actividades; el cuadro también muestra la presencia de actividades que se vinculan con una actividad lúdica y, por último, la presencia de actividades que se orientan hacia la mecanización de un algoritmo. Tanto las *actividades lúdicas* como las *algorítmicas* constituyen el contexto en que los problemas aparecen, diluyen o inhiben su presencia, pues la mecanización de un algoritmo tiene como objetivo último servir luego para "resolver" problemas. Sobresalen dos datos: el predominio de las actividades relacionadas con un juego en segundo grado y el de las *actividades algorítmicas* en sexto grado. El primer dato corresponde a la idea de que en el primer ciclo de la educación primaria debe darse importancia a las actividades lúdicas (*véase* el capítulo referente a las representaciones de los profesores). El segundo dato refleja que las actividades en el sexto grado están más inclinadas a la mecanización de fórmulas y al dominio de los algoritmos. El conjunto de estas actividades refleja las diversas formas de sustitución de los problemas que se realizó en 23 de las clases observadas. Veamos algunos ejemplos de este contexto en que se ubican los problemas.

Actividades con explicitación de estrategias

Denominamos así aquellas actividades que propone el profesor y que, sin constituir realmente un problema, son tratadas como si lo fueran, es decir, se analizan las respuestas y se confrontan las estrategias de resolución. Veamos esto en el siguiente episodio, tomado del grupo 2-R-NO:

Maestra: (la maestra envía a los niños por piedritas; después de un momento, los niños regresan con un bote casi lleno de piedras) si no ajustan salimos afuera a buscar más piedritas; le voy a pasar a cada niño un papelito que nos va a servir de charolita, ¿sí? Ahí les van las charolitas, al que esté calladito en un ladito con sus piedritas va a ser el primero que le voy a dar su... charolita, ¿ya? (la maestra recorta hojas de papel por la mitad).
Maestra: van a tener cada quien dos charolitas; por eso las vas a repartir a todos (esto se lo dice a la niña que va a encargarse de repartir los pedazos de papel al resto de los compañeros). Ya repártelos; de a una (la niña entrega un pedazo y la maestra otro).
Maestra: ya. A ver ¿cuántas charolitas tienes? (la maestra hace la pregunta a Lety, pero varios de los niños contestan).
Varios: cuatro, dos, yo tengo tres.
Maestra: a ver, pongan atención: en estas dos charolas ponemos seis piedritas en cada una.
Niña: ¿seis?
Maestra: seis, vamos a ver quiénes son las niñas más [...] seis de cada una.
Niño: seis, ya.
Maestra: ¿ya? seis en cada una ¿ya? ¿cuántas piedritas son?
Varios: doce.
Maestra: ¿cuántas? A ver, me repiten y cuentan otra vez.
Varios: doce
Maestra: muy bien; ¿dos charolas de seis piedritas cuánto es?
Mayoría: doce, doce.
Maestra: ¿dos por seis?
Mayoría: doce.
Maestra: vamos a ver, ahora ponemos nueve piedritas en cada charola, dos charolas.
Niña: ya acabé, maestra.

Hasta aquí puede decirse que sólo está presente una forma de agrupar y desagrupar que se ha trabajado tradicionalmente en el

primer ciclo de la escuela primaria; sin embargo, en la parte que sigue del registro aparece también la idea de confrontación, a la vez que los niños verifiquen y expresen sus resultados:

Maestra (escribe en el pizarrón):

6 x 2 =
6 x 3 =
5 x 6 =
7 x 6 =
9 x 6 =

[...]

Maestra: muy bien ¿y cómo le hiciste a ver, dime? [...] a ver, niños, Ramiro, acá todos, voltea a ver los papelitos, acá están las charolitas; ¿qué hiciste?

Lety: contando de dos en dos.

Maestra: a ver, dinos (se escuchan voces de dos niñas que hablan acerca de cómo le hicieron para saber cuántas piedritas había, hablan al mismo tiempo que la maestra y se escucha que dicen "yo conté de dos en dos"; después sigue hablando la maestra): "contaste de dos en dos, ¿no ocupaste las charolitas?" [...]

Maestra: ¿a quién le salió el resultado diferente?

Niño: a mí.

Maestra: ¿te salió diferente?

Niño: sí.

Maestra: ¿cuánto te salió?

Niño: a mí 18.

Maestra: te salió 18 [...]; de dos piedritas cada uno, aquí tienes de tres en tres piedritas cada uno (le señala las piedras que puso en sus charolitas[...])

Estas actividades son significativas porque reflejan la convivencia de actividades tradicionales con ciertas aproximaciones a la valoración de las experiencias de construcción en los alumnos. "¿A quién le salió un resultado diferente?", "¿cómo le hiciste?", "¿te salió diferente?" son cuestionamientos que evidencian un incipiente acercamiento a la exploración de las formas de estructurar el contenido que realizan los alumnos.

Actividades-juego

Como producto del enfoque, la realización de juegos que acompañan y promueven el aprendizaje ha llegado a las aulas junto con los problemas. Aquí se presenta una de estas actividades-juego, efectuada en el grupo 2-UE-S:[4]

La maestra lee las indicaciones del libro de texto y explica a los niños lo que van a hacer.
Maestra: (lee) *revuelvan las tarjetas y pónganlas al centro con los números hacia arriba.* Otras veces ¿se acuerdan que hemos jugado con los números hacia abajo?
Niños: sí.
Maestra: pero ahora no vamos a jugar con las tarjetas hacia abajo. Ahora se vale que se vean los números. *El niño que inicia toma tres tarjetas, forma con ellas un número de tres cifras, y lo pone sobre la mesa.* Miren, vean el número de tres cifras aquí (se refiere al 249 que aparece en el libro). ¿Cómo se apellida el 9?<
Varios: unidades.
Maestra: ¿y cómo se apellida el 4?<
Niñas: decenas.
Varios (sin que se les pregunte): ¡centenas!
Maestra: bueno, vamos a hacer números de tres cifras, sin que se pasen de las centenas. Nosotros no vamos a hacer equipos de tres, vamos a hacer equipos de seis, así como tenemos nuestros equipos. Primero les voy a explicar y luego van a pasar por las tarjetas. Dice aquí (en el libro): *otro niño del equipo resta 1 al número que formó su compañero con las tarjetas.* Supongamos que a un niño le tocó el número 425 (anota en el pizarrón el 425); así, el siguiente niño, de la derecha del equipo, va a formar el antecesor a éste; ¿se acuerdan del antecesor? (en realidad no espera respuesta), pues van a formar el antecesor.

[4] Lo que aparece en cursivas corresponde a lectura del libro de texto o a algún otro material; el signo < al final de una interrogación significa que el profesor o profesora la han dirigido a todo el grupo.

Como sí se vale poner las tarjetas hacia arriba, van a escogerlas para poner el antecesor; ¿cuál es el antecesor de 425?<
Niños (pocos): 424.
Maestra: van a formar el 424 (anota en el pizarrón):
424 425
Luego el siguiente equipo hacia la derecha va a formar el sucesor (anota 426). En este juego, como son 6, sí va a haber dígito repetido...
Maestra: ¿de dónde a dónde van los dígitos?<
Niños (pocos): del cero al nueve.
Maestra: del cero al nueve y ustedes ya saben que cuando formamos equipos, podemos escribir cantidades con números repetidos. A veces puede salir hasta tres veces repetido, puede salir el 555, el 888.
Niña: ¡ah!
Maestra: entonces, ustedes ya saben que sí van a poder formar las cantidades con números repetidos. Vamos a formar el antecesor y el sucesor de los números. Ustedes ya saben qué es antecesor y qué es sucesor. ¿Sí entienden cómo va a ser el juego?<
Niños: ¡sí! [...]

La presencia de las actividades-juego, que aparecen en 18 de los registros, muestran que los problemas junto con el juego son las estrategias didácticas más utilizadas por los profesores. En los documentos distribuidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP) se precisa que los juegos permiten a los alumnos construir o avanzar en sus conocimientos: "... no hay que olvidar que existen situaciones divertidas e interesantes que también se pueden aprovechar para que los alumnos construyan y avancen en sus conocimientos; por ejemplo: los juegos matemáticos, situaciones problemáticas asociadas a la fantasía, a los animales y mascotas, a la literatura infantil, así como los problemas puramente numéricos o geométricos" (SEPd, 1999:19). Sin embargo, como se ve en el registro, el carácter problemático de la actividad se ha diluido y, por otra parte, aunque se recomienda que este tipo de actividades se trabajen en todos los grados, aparecen con mayor frecuencia en las clases de segundo grado.

El contenido de los problemas

Al confrontar los problemas registrados con la distribución de los contenidos por ejes que plantea el programa oficial, se observa que el eje más atendido es el de *los números, sus relaciones y sus operaciones* (problemas aritméticos), seguido por el de *medición* y, en menor grado, *geometría, probabilidad* y *azar*. Conforme a los registros, el grado en el que más se trabaja con problemas y se da tiempo para solucionarlos es el cuarto.

El Cuadro 2.3 muestra los contenidos más frecuentados en la resolución de problemas distribuidos por ejes y por grados.

Cuadro 2.3

Los problemas y su contenido					
Grado	Medición	Aritmética	Geometría	Probabilidad y azar	Total[5]
2º	2	13	0	0	15
4º	9	9	3	2	23
6º	4	12	0	0	16
Total	15	34	3	2	54

Los problemas tienen una presencia considerable en la enseñanza de la aritmética. La escasez de los que se refieren a geometría, o a predicción y azar, corresponde probablemente al hecho de que los docentes siguen valorando como fundamental la aritmética en la escuela primaria.

Problemas aritméticos: una o más operaciones

Aunque en el conjunto de clases predominan los problemas de aritmética, éstos no tienen una misma modalidad; existen por lo menos dos de ellas: problemas que implican una sola operación o problemas

[5] Los cuadros en los que no corresponde el total con el número de registros recuperados o con la cantidad de ellos en que se utilizan problemas se explican porque un mismo registro puede contener distintos tipos de problemas.

que implican varias. Las frecuencias registradas se muestran en el Cuadro 2.4:

Cuadro 2.4

Problemas de aritmética			
Grado	Una operación	Varias operaciones	Total
2º	7	6	13
4º	0	9	9
6º	7	5	12
Total	14	20	34

De acuerdo con el conjunto de las clases observadas, los problemas que se resuelven con una operación en general son de índole cerrada que implican el uso de un algoritmo conocido por los niños. Aunque puede diferir el tratamiento didáctico que hacen los profesores de estos problemas (dichas particularidades se estudiarán en el apartado siguiente), aquí se intenta ilustrar las posibilidades de búsqueda que los problemas proporcionan a los alumnos. Se observa que, en general, los problemas con una operación limitan la interacción y la búsqueda porque, como se dijo antes, según la información contenida en los registros, los alumnos se limitan a identificar o utilizar una operación conocida. Veamos este caso:

[...]
Maestro: muy bien, vamos a empezar las clases de hoy; vamos a sacar el cuaderno de matemáticas y a escribir lo siguiente (se escuchan ruidos de niños que abren sus mochilas), vamos a anotar el siguiente problema; ¿estamos listos? Sonora tiene una extensión territorial de 184 934 km cuadrados, Aguascalientes tiene una de 5 589 km cuadrados.
Alumno: ¿cinco mil qué? (el maestro repite 5 589).
Maestro: punto y seguido y se abre signo de interrogación. ¿Cuántos km cuadrados más tiene Sonora que Aguascalientes? Se cierra el signo de interrogación.
Varios: ¿cuántos qué? (el maestro repite la última frase).

Maestro: van a tratar de resolver este problema con mucho cuidado; vamos a tratar de comprenderlo leyéndolo muy bien dos o tres veces, las que sean necesarias (la mayoría de los alumnos leen el problema en su cuaderno, y algunos van hacia el profesor a preguntarle sobre los datos).
Alumno (acercándose al escritorio): profe, y luego aquí ¿cómo le hago?
Maestro: tenía cuatro y es un nueve aquí, le restamos cero; ¿cuánto le queda? (el niño regresa a su lugar).
Maestro: vamos a ver esa resta (pasa por las filas); a ver, no están acomodadas las cifras ¡el 8 en las decenas y el 5 en las centenas! Revísenme bien la resta (indica a varios niños) ¡son dos! (dice a otro); aquí tenemos que va a ser un cambio: éste no es un 4; 184 934 (dice a otro niño). Muy bien, miren, a ver los que no han terminado. ¿Alguien no le entendió cómo hacerlo? Vamos a escuchar a algunos de sus compañeros para ver cómo le hicieron.
Alumna: ¡Yo en la calculadora! (interrumpe una niña).
Maestro: a ver, pase Vero.
Vero (pasa al pizarrón y lee el problema en voz alta): yo hice una resta.
Maestro: ¿por qué hiciste una resta?, ¿qué querías saber?
Vero: ¿cuánto tenía de más Sonora?
Maestro: ¿cuánto tenía de más Sonora?
Vero (continúa): y por eso hice una resta (escribe en el pizarrón).

$$\begin{array}{r} 184\,934 \\ -\ 5\,589 \\ \hline \end{array}$$

[...]
Maestro: a ver, dicen que la mayoría utilizó el procedimiento de Vero; levante la mano alguien que usó un procedimiento distinto (nadie la levanta). Vamos a sacar nuestro libro de matemáticas en la página 129 [...] (Grupo 6-R-R).

El planteamiento del problema sugiere la operación por realizar: "¿cuántos... más tiene...?" pues a estas alturas de la educación primaria,

los alumnos ya han trabajado el significado de resta asociado a este tipo de situaciones. Como se advierte, el intercambio entre los alumnos se ve limitado con este tipo de problemas. Ante la demanda: "levante la mano alguien que usó un procedimiento distinto", nadie lo hace porque todo se remite a una operación cuyo ámbito de aplicación ya es conocido, incluso antes de que los alumnos expongan cómo resolvieron el problema. Luego el profesor les advierte cuando pasa por las filas: "vamos a ver esa resta". La interacción entre el profesor y los alumnos también se ve reducida a una serie de correcciones sobre el acomodo de los números: "a ver, no están acomodadas las cifras ¡el 8 en las decenas y el 5 en las centenas! Revísenme bien la resta". Todo confluye: los problemas que requieren una sola operación, ya conocida, llevan a las preguntas sobre el desarrollo de un algoritmo. Aquí la interacción es escasa porque se trata del desarrollo de una misma estrategia; por tanto, el análisis que se puede hacer se circunscribe a la confrontación de resultados, sin atender los procedimientos. Los errores, en todo caso, pueden ser de cálculo, de modo que a problemas simples, interacciones limitadas.

Veamos ahora un caso distinto: se trata de una clase en la que el problema planteado tiene una estructura relacional más compleja y las preguntas de la profesora llevan a la confrontación entre los alumnos:

El grupo se encuentra resolviendo los problemas siguientes:

1. Don José es carpintero y para reparar un mueble ocupa tres pies de madera que faltaban y tornillos de 2.53 cm. ¿A cuántos centímetros equivalen los tres pies de madera? y ¿a cuántas pulgadas equivale cada tornillo?

2. Jesús tiene muchas cuerdas de 20 cm de longitud. Si para amarrar dos de ellas ocupa 5 cm de cada extremo, ¿cuántas cuerdas necesitará amarrar para tener un tramo de 300 cm?

[...]

Carmen: nosotros hicimos una división de 300 entre 10.

Maestra: ellos dicen que dividieron 300 entre 10, ¿por qué 10?

Carmen: porque en cada, en cada extremo hay 10.

Maestra: ustedes tienen un resultado de 30 cuerdas; ¿sería ése el resultado?
Alumnos: sí.
Maestra: a ver ¿alguien más? A ver, Agustín, ¿te escuchamos?
Alumnos: maestra, maestra, en la primera conexión amarra la primera cuerda.
Maestra: ajá.
Alumnos: es un centímetro y ellos los sumaron todos con 10 y lo que es el primero y el último, este, son de quince...
Maestra: ¿y qué pasaría con ese resultado entonces?
Agustín: estaría mal.
Mastra: estaría mal; entonces ¿cuál sería el correcto? [...]
Emmanuel: yo digo que podrían ser 27, 27 de 10 centímetros.
Maestra: 27 de 10.
Alumnos: y dos de 15.
Maestra: y dos de 15; entonces ¿serían 29 cuerdas?
Alumnos: sí, o sea, 170 más 30.
Emmanuel: 270 más 30.
[...]
Maestra: vamos a ver qué opina Daniel [...] (Grupo 6-UE-MH).

Lo destacable aquí es el tipo de interacciones mediadas por la búsqueda de una solución al problema. La diversidad de respuestas, las distintas interrogantes planteadas por la maestra y la corrección entre los alumnos permiten, en este problema, realizar realmente una confrontación. La diferencia con otros pasajes registrados reside en que, por una parte, el problema implica más de una operación y, por otra, en que la estructura relacional es más compleja.

Problemas de medición

Los problemas de medición incluyen cinco temas que se muestran en el Cuadro 2.5:

Cuadro 2.5

Problemas de medición						
Grado	Tiempo	Capacidad	Longitud	Peso	Superficie	Total
2º	0	1	1	0	0	2
4º	0	0	1	5	3	9
6º	2	0	2	0	0	4
Total	2	1	4	5	3	15

Puede verse que sobresalen por su presencia en las aulas los problemas relacionados con el peso, pero estos problemas destacan no sólo por ser los que más se tratan, sino también porque en ellos los profesores se acercan al enfoque propuesto en la reforma. Veamos el siguiente pasaje registrado en el grupo 4-UE-CO:

Los niños regresan de la cancha donde estuvieron pesando por equipos diversos objetos en una balanza, utilizando para ello bolitas de plastilina de 100 y 50 gramos.

Maestra: ¡shhh! Fila dos, guarden silencio; fila siete y ocho, calladitos. A ver, bien sentados por favor, Cristy ¿ya? De la actividad que estuvieron realizando ahorita allá afuera en el patio, los niños que registraron nos van a comentar sobre el peso de algún objeto que hayan anotado. A ver, en el equipo de Rodrigo: ¿qué fue lo que pesaron?
Rodrigo: un jugo de 500 gramos.
Maestra: ¿cuántas bolitas colocaron?
Rodrigo: cuatro de a 100 y dos de a 50.
Maestra: a ver, en cuatro bolitas de 100 y dos de a 50, ¿cuánto suman en total?
Niños: 500.
Maestra: a 500 ¿también le podemos decir que es...?

Niños: 1/2 kilo.
Maestra: bien, 500 gramos pesó el jugo, también le podemos decir que es medio kilo (la maestra escribe en el pizarrón):

500 g
1/2 kg

A ver, ¿qué otro equipo nos quiere comentar? A ver, Cristy, ¿qué pesaron ustedes?
Cristy: la goma.
Maestra: la goma de migajón pesó...
Niños: 30 gramos.
Maestra (escribe en el pizarrón: 30 gr): ¿qué tuvieron que hacer para llegar a ese peso si nada más tenían bolitas de a 100 y de a 50?
Niña: quitando la mitad a la plastilina de 50 y luego hicimos más pedacitos.
Maestra: ¿Y concluyeron que eran 30 gramos? Bien, ¿quién más? Leni.
Niña: una agenda 25 gramos.
Maestra: a ver, Karina, ¿qué tuvieron que hacer para llegar a ese peso?
Karina: a la bolita de 50 le quitamos la mitad.
Maestra: a la bolita de 50 la dividieron en dos partes.
Niños: ¡Yo, maestra! ¡Yo! ¡Yo! [...].

La participación de los alumnos se intensifica y la clase continúa intercambiando las formas de pesar objetos, acompañadas de preguntas planteadas por la docente: "¿qué pesaron?", "¿cuántas bolitas colocaron?", "¿qué otro equipo quiere comentar?" y "¿qué tuvieron que hacer para llegar a ese peso?" No todos pesaron lo mismo, ni todos utilizaron la misma estrategia, ni todos pueden explicar con claridad el procedimiento empleado. El trabajo con problemas implica dar cabida en el salón de clases a la diversidad de estrategias de resolución, de ritmos de aprendizaje, de posibilidades de explicación. La presencia de los procedimientos anteriores da cuenta de las aproximaciones que realizan algunos docentes al recorrer este camino.

Los problemas y el libro de texto

Según las clases observadas, los problemas dependen en gran parte de lo que proponen los materiales oficiales. La mayoría de los problemas planteados al inicio de la clase son similares a los que luego los alumnos deben contestar en el libro. Además, cuando esto último se hace, por lo general se trata de que todos los alumnos vayan "parejos" al resolver los problemas, "para no perderse".

Para analizar de qué forma se relacionan los problemas con el libro de texto se hizo la siguiente clasificación: los problemas *pre-texto* son los utilizados por el docente antes de trabajar con los incluidos en el libro de texto, pero lo hace en una misma clase; los *problemas-texto* son los que se incluyen en el libro, los problemas *pos-texto* son los que plantea el docente después de haber trabajado el libro, y que son similares a los ya vistos. Los problemas sin texto no tienen inmediatamente (en la misma clase) una "aplicación" en el libro, pero en la siguiente clase se ajustan a las páginas que se trabajan, en ocasiones —aunque muy pocas— provienen de los *Ficheros de actividades.*

El Cuadro 2.6 es el sustento de las afirmaciones anteriores:

Cuadro 2.6

Los problemas y su relación con el libro de texto					
Grado	Problemas pre-texto	Problemas-texto	Problemas pos-texto	Problemas sin texto	Total
2º	3	4	0	8	15
4º	8	9	1	6	24
6º	3	9	0	5	17
Total	14	22	1	19	56

Como hay un apartado dedicado exclusivamente al uso de los libros de texto, sus vínculos específicos con los problemas no se analizarán aquí.

Los problemas y su tratamiento didáctico

Para examinar el tratamiento didáctico de los problemas, se construyeron cuatro tipologías y se elaboró la siguiente tabla de frecuencias:

Cuadro 2.7

Los problemas y su tratamiento didáctico					
	Problemas Abiertos-abiertos	Problemas Cerrados-cerrados	Problemas Cerrados-abiertos	Problemas Abiertos-cerrados	Total[6]
2º	3	5	8	0	16
4º	6	3	7	4	20
6º	5	7	1	1	14
Total	14	15	16	5	50

Los problemas *abiertos-abiertos* son los que en su planteamiento permiten explorar varias estrategias de solución y el profesor así los trabaja. Los problemas *cerrados-cerrados* conllevan el uso de una sola operación (ya conocida) con frecuencia sugerida mediante palabras clave, como *repartir, quitar o juntar,* y el proceso de que son objeto también es cerrado, es decir, se orienta hacia un único camino para llegar a la solución. En este caso se atiende más el dominio de un algoritmo que la construcción de estrategias informales y se cierra el afán de búsqueda. Los problemas *cerrados-abiertos* corresponden a aquellos relacionados con la aplicación de un algoritmo conocido; sin embargo, el profesor convierte esta "aplicación" en una búsqueda y confrontación entre los alumnos. Los problemas *abiertos-cerrados* operan al contrario de los anteriores, mientras que en su planteamiento hay posibilidades de construir estrategias personales de resolución, el profesor convierte este guión en una puesta en marcha rutinaria y mecánica.

[6] Existe una diferencia con el total de registros en los que aparecen problemas (47), porque hay tres clases en que los problemas reciben dos tratamientos didácticos diferentes.

No está por demás insistir que en un mismo profesor pueden presentarse todas las tipologías anteriores, las cuales sólo tienen sentido como modelos ideales que en los hechos sufren múltiples adaptaciones y matices. Veamos en la red secundaria[7] las posibilidades cognitivas que se abren cuando los problemas abiertos son tratados de una forma también abierta.

Los niños trabajan en su libro de matemáticas en la lección "El almacén de ropa" [*véase* anexo 1a] en la cual se demanda encontrar el monto del descuento de las prendas de vestir que aparecen en una ilustración y que están en oferta. El trabajo se realiza por equipos y el fragmento siguiente da cuenta de la interacción que se suscitó en uno formado por dos niñas.

Cada una de las niñas tiene su libro abierto y, durante el desarrollo de la actividad utilizan fichas de distintos colores que representan 1, 10 y 100 unidades.

Niña 1 (lee en el texto): *Erick quiere comprar cuatro pares de calcetas, un suéter y dos playeras de la ropa de adulto. Lleva 230 pesos. ¿Le alcanza para todo lo que quiere comprar?*
Niña 2: ¡necesitamos (fichas) amarillas!
Niña 1 y 2: ¡necesitamos amarillas! (Les gritan a sus compañeros y uno de ellos se levanta y va a conseguir fichas).
Niña 1: ya tengo dos (fichas)
Niña 2: pon 230.
Niña 1: (pone lo siguiente):

C	D	U
OO	OOO	

(Las iniciales C, de centenas, D, de decenas y U, de unidades corresponden a un cuadro que tienen las niñas en su cuaderno donde anotan precios y operaciones).
Niña 2: quitamos cuatro (se refiere a las calcetas).
Niña 1: ¡2!

[7] Red secundaria de comunicación –de acuerdo con la categorización de R. Sirota, luego adaptada por Ávila (2001)– es la que tiene lugar de manera autorizada en el salón de clases y que se realiza sin la participación directa del profesor.

Niña 2: ¡cuatro pares de calcetas, mira! (señala la ilustración del libro). (La niña 1 no se da la prisa que su compañera desea para retirar las fichas correspondientes).
Niña 2: Sarahí, ¡córrele que el maestro (se refiere al observador) nos está esperando!, ¡quítale lo de las calcetas!
Niña 1: no se alcanza (sólo cambió una ficha con valor de 10 por diez con valor de 1 y de las 4 calcetas son $16).
Niña 2: *ferea*[8] otra de 10 unidades.
Niña 1: (cambia otra ficha de 10 y luego retira 16) quedaron cuatro (se refiere a que, de 20 fichas que obtuvieron al cambiar, quitaron 16 y quedaron 4; ahora les quedan $214).
Niña 2: y ¿qué más quiere comprar?
Niña 1: un suéter y dos playeras.
Niña 2: ¡de acá de la ropa de niño! (señala las prendas de la parte inferior de la ilustración, véase anexo).
Niña 1: ¡no!, mira... (lee el problema): *Erick quiere comprar cuatro pares de calcetas, un suéter y dos playeras de la ropa de adulto....* de la ropa de adulto, ¿entendiste?
Niña 2: el suéter cuesta 125 (no se percatan de que el precio rebajado es de $105).
Niña 1: quítalos, pues.
Niña 2: ¡no, está a 105! ...
Siguen trabajando; con sus fichas restan 105 a 214, se confunden y no restan el valor de las playeras que indica el problema, anotan que el dinero sí alcanza para todo lo que "Erick" quiere comprar, luego inician la resolución del problema siguiente.
Niñas 1 y 2: (leen): *Federico lleva 245 pesos para comprar ropa a sus hijos Iván y Estefanía. ¿Qué puede comprarles en el almacén.*
En ese momento la maestra las interrumpe y se percatan de que faltó restar las playeras, entonces retoman el problema de "Erick". [...] (Grupo 2-R-MM).

---

[8] Expresión regional que significa cambiar dinero por su equivalente en monedas de menor denominación, las niñas la trasladan al contexto de las fichas que representan unidades, decenas y centenas.

Lo que se manifiesta en este registro es una interacción cognitiva a partir del intento por resolver los problemas del texto utilizando fichas. En este proceso, las niñas intercambian información, se corrigen mutuamente, revisan sus estrategias, se explican una a otra, agrupan y desagrupan por centenas, decenas y unidades, modifican sus respuestas como producto de la interacción, etcétera. Estos aprendizajes son los que pueden adquirir los niños cuando se trabaja por equipos; además se permite el tiempo para la libre exploración, se proporciona el material necesario y no se apresura a los alumnos con el fantasma del tiempo: "¿ya mero terminan?", "les quedan dos minutos", "resuélvanlo *rapidito* porque quedan otras cosas por hacer". Pero este proceso didáctico también tiene sus puntos críticos (que no se aprecian en el fragmento citado), como el tránsito de la manipulación de objetos a la representación convencional, o la dificultad para emplear las fichas cuando se trata de cantidades mayores. No obstante estos riesgos, los acontecimientos recuperados en las clases observadas parecen justificar su puesta en práctica (*véase* el capítulo 3 dedicado al trabajo en equipo).

Las preguntas sobre los problemas

Cuando el proceso didáctico está caracterizado por los problemas *cerrados-cerrados* o *abiertos-cerrados*, es poco frecuente que los alumnos hagan preguntas a los maestros acerca de lo que no entienden, y las confusiones las dejan para plantearlas de manera furtiva a sus compañeros. En este tipo de problemas las preguntas del profesor por lo general son de un bajo nivel cognitivo y predominan aquellas que requieren un "sí" o un "no" como respuesta. Son menos frecuentes las preguntas que inquieren sobre los porqués, los cómos o los para qués y francamente escasas las que utilizan las dudas de los alumnos para explorar otros procedimientos de resolución o para hacer un análisis relacional.

Las preguntas que aparecen en los registros se podrían clasificar y ordenar en forma decreciente como sigue:

a) *Preguntas-operación* ("¿cómo se acomodan los números?, ¿por dónde empezar a resolver la operación: derecha o izquierda?"
b) *Preguntas de información* ("¿cuántos chiclosos le pusieron?, ¿cuántos chiclosos tuvieron en la pregunta seis?").
c) *Preguntas de confirmación* ("¿cuántas flores fueron?, ¿cuántos ramos salieron?").
d) *Preguntas de afecto* ("¿les gustó que ayudáramos a hacer ramos a las señoras?").
e) *Preguntas de apresuramiento* ("¿ya terminaron?", "¿cuánto les falta?", "¿alcanzan a terminar en cinco minutos?").
f) *Preguntas de comprensión* ("¿para qué sirve la división?").

No es casual que las *preguntas-operación* sean las de mayor presencia en los registros con problemas *cerrados-cerrados* o *abiertos-cerrados*, ni que las preguntas de comprensión resulten poco frecuentes, ya que esto corresponde a la poca relevancia que tiene la resolución de problemas con estrategias personales y como generadores de nuevos conocimientos.

En cuanto a las respuestas que los maestros dan a las infrecuentes preguntas de los niños, por lo general se dan las respuestas correctas en vez de plantear sugerencias o nuevas dudas. La mayéutica socrática, entendida como el replanteamiento de las preguntas del profesor a partir de las respuestas de los alumnos (Brousseau, 1994, cit., por Ávila, 2001), ocupa un reducido lugar, aunque cabe decir que no se encuentra del todo ausente.

El Cuadro 2.8 muestra la presencia de las preguntas en los registros. Aunque un mismo registro contiene distintos momentos y estilos de cuestionar a los alumnos, predominan las *preguntas de operación*, pues, al parecer, son las que interesan principalmente a los profesores; sin embargo, cabe señalar que, sumadas las preguntas sobre el procedimiento, las de confrontación y las de comprensión, resulta un número importante de momentos en las clases (24), en las que los profesores cuestionan a sus alumnos con un sentido heurístico, es decir, con la intención de conocer cómo van procesando cognitivamente los problemas.

Cuadro 2.8

Los problemas y sus preguntas				
Preguntas	Grados			Frecuencias
	2º	4º	6º	
Preguntas de confirmación	1	0	1	2
Preguntas de operación	5	6	13	24
Preguntas de confrontación	4	4	2	10
Preguntas del texto	0	2	1	3
Preguntas de comprensión	0	0	2	2
Preguntas sobre el examen	3	1	2	6
Preguntas del juego	5	0	0	5
Preguntas de apresuramiento	5	0	1	6
Preguntas sobre el procedimiento	3	7	2	12
Total	26	20	24	70

Los problemas que no *plantean los alumnos*

En apartados anteriores se mencionaban las presencias y las ausencias vinculadas con los problemas. Ahora es necesario referirse a una de las ausencias más notables: el planteamiento de problemas por parte de los niños. Como parte de la actividad matemática incorporada con en el nuevo enfoque, se sugiere que los alumnos no sólo participen resolviendo problemas, sino también planteándolos: "[que el alumno] desarrolle la capacidad para reconocer, plantear y resolver problemas que impliquen el algoritmo de las cuatro operaciones fundamentales. En el caso de la división, con divisores hasta de dos cifras" (SEPb. 1999:11).

Sin embargo, este propósito (plantear problemas) destaca por la

poca presencia que tiene en los registros, según se advierte en el Cuadro 2.9:

Cuadro 2.9

Los alumnos y el planteamiento de problemas					
	No plantear problemas	Plantear la pregunta	Plantear un problema de tarea	Plantear un problema en clase	Total de registros
2º	24	2	0	0	26
4º	16	1	1	2	20
6º	24	0	0	0	24
Total	64	3	1	2	70

Los alumnos trabajan principalmente con problemas planteados por el maestro o por el libro de texto. En tres casos, el profesor intenta que los alumnos participen aportando por lo menos la pregunta. El siguiente es un pasaje tomado del grupo 2-UD-G en el que esto ocurre:

Maestra: ahora sí, vamos a empezar, fíjense bien (escribe en el pizarrón, al mismo tiempo que dice en voz alta): *Lalo tiene 30 paletas y las quiere repartir entre sus cinco amigos* (deja de escribir y se dirige al grupo). A ver, Celeste, ¿qué podemos preguntar aquí?
Celeste: ¿qué podemos preguntar aquí?... Que cuántas paletas va a tener cada amigo.
Maestra: bien, lo voy a escribir (anota en el pizarrón): *¿cuántas paletas le tocan a cada uno?*
Maestra: Carmelita lee para ver cómo quedó todo el problema.
Carmelita: *Lalo tiene 30 paletas y las quiere repartir entre sus cinco amigos; ¿cuántas paletas le tocan a cada uno?*
Maestra: muy bien; ahora todos lo vamos a contestar, como cada quien pueda, y luego nos van a explicar cómo le hicieron.

Este problema constituye en otro sentido también un caso discrepante, pues pareciera —por la estructura y por las palabras que se utilizan ("repartir")— que los alumnos harían una mera aplicación de un algoritmo. Sin embargo, estamos ante uno de los problemas definido como *cerrado-abierto*, porque en el desarrollo de la clase los alumnos resolvieron con palitos, dibujando las paletas, manipulando los lápices como si fueran paletas, o directamente con la operación convencional escrita. Y esta variedad de procedimientos aparece porque la maestra la propicia. No obstante, se trata de intentos sumamente escasos en el conjunto de los datos, por lo cual puede decirse que la ausencia del trabajo con problemas planteados por los alumnos es una constante.

La estructura de los problemas

La estructura relacional de los problemas es importante porque de ésta depende que se promueva determinado tipo de interacción cognitiva de los alumnos con la situación problemática. En el Cuadro 2.10 se sintetiza y clasifica la estructura que adoptan los problemas planteados en las clases de matemáticas.

Cuadro 2.10

Los problemas y su estructura						
	A + B = X A x B = X A ÷ B = X	Información y una lista de preguntas	A =, > o < que B	A + B - C = X A - B x C + D = X	Estructura compleja	Total
2º	8	3	2	0	0	13
4º	7	5	4	4	0	20
6º	9	3	0	1	1	14
Total	24	11	6	5	1	47

Los problemas del tipo $A + B = X$ son los más frecuentados por los profesores. En la segunda columna del cuadro aparecen los pro-

blemas que aportan una información y luego plantean u
preguntas. Se trata de problemas que contienen un conju
tos, casi siempre provenientes del libro de texto ("La tie , El circo", "El peso de los animales", etcétera) y de ahí se deriva una serie de actividades que requieren el manejo de varias operaciones.

Los problemas con la estructura $A =, > o < B$ corresponden principalmente a los contenidos de probabilidad y azar, donde se trata de proponer una mayor o menor probabilidad de que aparezca un objeto, aspecto que a los alumnos les toca señalar mediante una frase del tipo: "los (dulces) rojos tienen más probabilidad de salir que los amarillos".

Los problemas del tipo $A + B - C = X$ consisten sobre todo en comparar edades o pesos y hacen necesario relacionar la información presentada; tienen una estructura un poco más compleja porque combinan diferentes operaciones en un mismo problema. En el inciso 5.1. hicimos referencia a este tipo de problemas.

Un caso distinto lo constituye uno de los problemas con estructura compleja que amerita mencionarse:

Reto:
El niño quería jugar al teléfono y pidió un hilo a su madre:
—¿Qué?, ¡Pero si yo te di un rollo ayer! ¿Qué pasó con el rollo?
El niño comenzó a recordar y contestó:
—Primero, tomaste la mitad para atar los bultos de ropa limpia (su madre era lavandera).
Él se acordó que el hermano llevó la mitad de lo que sobraba para pescar en el río, luego el abuelo se llevó la mitad y su hermana llevó tres quintos de lo restante para ir a la peluquería.
Bien, todavía quedaron 30 cm.
¡Pero esto no es suficiente para jugar al teléfono!
¿Cuál es el largo del hilo del rollo original? (Grupo 6-U-E-MH).

La comprensión del problema, la búsqueda de estrategias de solución, la comparación de resultados y la explicación de los proce-

dimientos originaron un proceso de análisis que llevó a los alumnos a restructurar varias veces sus estrategias. Empero, se dio más importancia a la confrontación de estrategias y de resultados y no se concluyó acerca de cuál de todos los resultados era el correcto.

El papel de los problemas en la clase

El papel que se ha dado a los problemas en la clase implicó un desplazamiento importante del significado planteado originalmente en la reforma, pues los problemas son principalmente una vía para abordar contenidos nuevos; sin embargo, no tienen ese sentido en la mayoría de las clases observadas. Es notorio el predominio de los problemas *para aplicar*, como se muestra en el cuadro siguiente:

Cuadro 2.11

El estatuto de los problemas				
Grados	Problemas para aplicar	Problemas de tarea	Problemas para introducir nuevos contenidos	Total
2º	9	2	2	13
4º	15	4	1	20
6º	10	2	2	14
Total	42		5	47

Como se ha mencionado, en el conjunto de clases observadas se advierte el uso de problemas en 47 de ellas, y según los datos, el papel de los problemas se inclina marcadamente hacia los problemas para aplicar. Por ello, la solución de los problemas es acompañada de comentarios como: "acuérdense cómo le hicimos el otro día", "esto ya lo habíamos visto" y "ya saben cómo le hacemos (para resolver) estos problemas". Parece que los profesores no plantean

problemas para incluir contenidos nuevos bajo la creencia de que los alumnos no pueden resolverlos (cf., Ávila, 2001); y cuando el libro de texto incluye un contenido no tratado, se opta por trabajar problemas *pre-texto* similares a los que luego se verán en el libro; existe el temor al error (veáse, el capítulo sobre los errores). Sin duda, un avance significativo es que aparezcan los problemas en clase, aunque su presencia se aleja a menudo de lo propuesto por la reforma.

Comentarios finales

En relación con los problemas, hay una distancia entre lo que se esperaba ocurriera con la reforma a la enseñanza de las matemáticas y lo que sucede realmente en las clases. Esta distancia se caracteriza por procesos en los cuales se manifiestan intentos por cambiar ciertas prácticas, que conviven con fragmentos de la tradición. Pero este proceso de resignificación de la reforma adopta una presencia compleja en tanto no permite clasificar nítidamente en grupos a los profesores, sino que cada profesor es uno y varios a la vez, es decir, según el contenido, el grado, la lección del libro o la actividad de que se trate, es probable que el profesor actúe de forma diferente ante los problemas matemáticos.

Sin embargo, es posible identificar las tendencias predominantes en el conjunto de los profesores: inclinación hacia las preguntas con bajo nivel cognitivo, poca presencia de problemas planteados por los alumnos, predominio de los *problemas para aplicar*, y mayor asociación de los problemas con el contenido del eje *los números, sus relaciones y sus operaciones.*

En los acontecimientos observados se destaca también la tendencia a plantear principalmente problemas del tipo $a + b = x$ (con la incógnita en el dato final). Asimismo, la búsqueda de la respuesta correcta y el arribo a ésta con base en el algoritmo convencional permean el tratamiento de los problemas en gran parte de los registros recuperados. Puede decirse que los *problemas para aplicar* —que corresponden a

los usos previos a la incorporación de la reforma— tienen una fuerte presencia en las clases observadas. Esto significa que la esencia de los problemas en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas planteada en el enfoque vigente no termina de tomar cuerpo.

Según lo analizado en este capítulo, los rasgos de una transformación conviven simultánea y alternadamente con las huellas de la tradición que impregna las clases de actividades rutinarias, de ejercicios mecánicos o de preguntas-algoritmo. La reforma no ha cambiado todo, ni es ignorada plenamente por los profesores. Se han incorporado los problemas cuya fuente principal son los libros de texto; además, se han modificado algunos estilos de preguntar, pero éstos conviven con los ejercicios mecánicos y las preguntas de bajo nivel cognitivo.

El propósito de la reforma a la enseñanza de las matemáticas, que solicita que los alumnos planteen problemas, es uno de los cambios escasamente logrados. En los pocos casos en que tal actividad se realiza es porque así lo sugiere el libro de texto.

Después de este análisis puede concluirse que la presencia de los problemas matemáticos adopta modalidades complejas. Al respecto, ¿se ha conseguido que los aprendizajes sean promovidos principalmente por medio de la resolución de problemas, como lo sugiere la reforma? Parece que no lo suficiente, pero esta pregunta no acepta respuestas simples o tajantes, porque lo que acontece en la aulas es mucho más complejo, lleno de matices y mixturas. El esfuerzo por conciliar los saberes adquiridos en el ejercicio docente con la propuesta de gestionar nuevas formas de acercar el contenido a los alumnos resulta difícil; sin embargo, los profesores no son indiferentes a lo que se les propone.

En ese panorama, la reforma no sólo permanece en los planes de estudio, sino también se ha deslizado a las aulas aunque no plenamente. Las formas de tratar los problemas matemáticos no son las mismas que antes de su incorporación, pero tampoco son las esperadas. Los niños ya no aprenden en el contexto de siempre, aunque los algoritmos y la rutina no los abandonan del todo. La utopía

que —señalábamos al inicio del capítulo— impregna toda reforma curricular se ha cumplido de manera parcial y por caminos quizá no previstos. Esta entreverada mezcla entre lo deseable, lo posible y lo *realmente existente* en las aulas es lo que nos propusimos reflejar en los fragmentos de las clases analizadas y las categorías construidas.

Referencias bibliográficas

Ávila, Alicia, *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de trasmisión y apropiación del saber matemático escolar*, tesis doctoral, UNAM, México, 2001.

Chevallard, Yves, *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, Ed. Aique, Buenos Aires, Argentina, 1997.

——, Mariana Bosch y Josep Gascón, *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Biblioteca del Normalista, SEP/Cooperación Española, 1998.

Erickson, Frederick, "Generación y verificación de las afirmaciones" en Merlin Wittrock (dir.), *La investigación de la enseñanza II*. Ed. Paidós, Barcelona, 1989.

Furlán, Alfredo, "El currículum pensado y el currículum vivido" (documento fotocopiado sin fecha).

Goetz, J. y M. Lecompte, *Los métodos cualitativos de investigación etnográfica*, Ed. Morata, Madrid, 1989.

Manoucheri, A. y T. Goodman, *Mathematics Curriculum Reform and Teachers: Understanding the Connections*, The Journal of Educational Research, vol. 92, núm. 1, EUA, pp.22-41, 1998

Mercado, Ruth y Elsie Rockwell, "La práctica docente y la formación de maestros" en *La escuela, lugar de trabajo docente. Descripciones y debates*, DIE-Cinvestav, México, pp. 63-77, 1989.

Paradise, Ruth, *Socialización para el trabajo: la interacción maestro-alumnos en la escuela primaria*, DIE-Cinvestav, tesis de maestría, México, p.105, 1979.

Pozo, Ignacio *et al.*, *La solución de problemas*, Ed. Santillana Aula XXI, México, pp. 9-85, 1998.

Robert, Aline y Jacqueline Robinet, "Representaciones de los profesores de matemáticas sobre las matemáticas y su enseñanza", *Cuadernos del Didirem*, núm.1, IREM, Universidad de París VII, traducción de Alicia Ávila, para uso interno, 1989.

Sacristán, José Gimeno y Ángel Pérez Gómez, *Comprender y transformar la enseñanza*, 7ª ed, Ed. Morata, Madrid, 1998.

SEP, *Plan y programas de estudio. Educación básica. Primaria*, Ed. SEP, México, pp. 9-68, 1999a.

——, *Libro para el maestro. Matemáticas cuarto grado*, México, pp. 9-20, 1999b.

——, *Libro para el maestro. Matemáticas sexto grado*, México, pp. 9-20, 1999c.

——, *Libro para el maestro. Matemáticas segundo grado*, México, pp. 9-26, 1999d.

3 El trabajo en equipos durante las clases de matemáticas

Edgar Becerra
Alicia Ávila

El trabajo escolar en pequeños grupos. Conceptos básicos

El trabajo en equipo o en pequeños grupos ha captado el interés de la comunidad educativa como una estrategia para mejorar los aprendizajes, desarrollar el pensamiento complejo, promover el comportamiento prosocial, facilitar la administración de grupos académicamente heterogéneos, y buscar la equidad (Cohen, 1994). En la reforma de 1993 se incorporó oficialmente en el currículo con la idea de que el aprendizaje es un proceso no sólo individual, sino que también dialogando e interactuando con los compañeros, los niños aprenden de manera más significativa. Al considerar el trabajo en pequeños grupos, las primeras interrogantes que vienen a la mente son sobre los tipos de aprendizaje que tienen lugar, si éstos ocurren y en qué medida, para todos los miembros de los grupos; asimismo, las interrogantes van hacia los niveles de participación de cada uno de los miembros y los beneficios o desventajas que tiene este tipo de trabajo.

La investigación sobre estas cuestiones es muy extensa y los resultados muy diversos: muestran que los beneficios obtenidos cuando se trabaja en equipo dependen de factores como la forma de organizar el trabajo, el tipo de tarea que se asigna, las experiencias previas de los alumnos con el trabajo bajo esta modalidad, el rol que

representa el maestro y, en general, el ambiente o cultura que prevalece en el aula (Cohen, 1994; Antil *et al.*, 1998; Jacob, 1999, y Manouchehri y Goodman, 1998). Entre estos factores sobresalen: *a)* el rol del maestro, que depende en gran parte de sus creencias y concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y *b)* el tipo de interacciones que ocurren entre los alumnos y entre ellos y el maestro. En estos factores centraremos nuestro estudio, aunque, como ocurre con casi cualquier proceso educativo, no es posible considerarlos aisladamente.

Antes de intentar comprender la opinión que expresaron los maestros y lo que observamos en el aula, es conveniente precisar algunos conceptos acerca de lo que ocurre o deseamos que ocurra, cuando se trabaja en equipo.

Productividad del trabajo en pequeños grupos. Elizabeth Cohen (1994), dejando atrás la preocupación de si resulta o no eficaz el aprendizaje en pequeños grupos, intenta conceptuar las condiciones en las cuales su uso en el aula es productivo. Según ella, la productividad se puede entender de diversas maneras, lo cual depende de lo que se pretenda como fruto del trabajo escolar. Se puede referir al desempeño académico y, dentro de éste, desde una perspectiva tradicional (con lo que se hace énfasis en las habilidades básicas, la memorización de hechos y la aplicación de algoritmos), o, en términos de aprendizaje conceptual y de desarrollo de procesos complejos del pensamiento, desde las perspectivas del constructivismo cognitivo y del constructivismo social, con énfasis en los procesos y no en los resultados.

Desde el marco del constructivismo social, para lograr el aprendizaje conceptual y el desarrollo de procesos complejos de pensamiento, son indispensables el trabajo en grupo y los procesos de discutir, compartir o descubrir junto con otros. De este modo, en cierta medida, la productividad se alcanza cuando se logran estos últimos.

La productividad se puede también considerar en términos de comportamientos sociales deseables, como ser cooperativo y amigable con los compañeros, en especial los que provienen de grupos sociales, culturales, étnicos, o raciales diferentes. Por último, los investigado-

res preocupados por la equidad definen la productividad en términos de que haya interacciones con estatus de iguales entre los miembros del grupo (Cohen, 1994).

El tipo de proceso que ocurre cuando se trabaja en equipo se conceptualiza de varias maneras: se habla por ejemplo de aprendizaje cooperativo, de aprendizaje colaborativo o de aprendizaje de otra clase. En la base de todas estas formas de ver el trabajo en equipo está la idea de que ocurra un aprendizaje para todos sus miembros. Según Cohen (1994), el aprendizaje cooperativo es aquel que se da en grupos lo suficientemente pequeños para que todos sus miembros participen de forma activa e interactiva en una tarea que les ha sido asignada. Se espera que los alumnos lleven a cabo dicha tarea sin la supervisión directa del maestro. Esta forma de ver el trabajo cooperativo es de naturaleza sociológica en tanto que el énfasis se pone en la realización en conjunto de la tarea y en la delegación de autoridad por parte del maestro, en lugar de utilizarse conceptos psicológicos como motivación, metas comunes y recompensas.

Diversos conceptos relacionados con el aprendizaje cooperativo ayudan a comprender mejor lo que transcurre durante el trabajo en grupo, los diversos métodos para lograrlo y los resultados. El trabajo cooperativo no ocurre simplemente con formar grupos y asignarles una tarea (Cohen, 1994; Slavin, 1991; Johnson y Johnson, 1991; Ortega Pérez, 1997). Los miembros del grupo pueden dedicarse a realizar la tarea individualmente, o incluso algunos de ellos dedicar su tiempo a asuntos no relacionados con ella. Es importante, pues, la naturaleza de la tarea y del problema que se presenta.

Tarea grupal (Cohen, 1994). Es aquella en la que se requieren recursos (información, conocimientos, estrategias heurísticas de resolución de problemas, materiales y habilidades) que ningún miembro posee por sí solo, de modo que ningún individuo puede resolver el problema o lograr los objetivos sin que los demás miembros contribuyan en algo. Es decir, llamamos grupal a una tarea cuando su naturaleza es tal que propicia que el trabajo en grupo sea cooperativo.

En contraposición, tenemos el *trabajo de banca* (*seatwork*, según la de-

nominación de Cohen), o sea, el trabajo rutinario que se realiza sentado en la banca sin necesidad de interactuar con los demás. El ejemplo típico sería una hoja de trabajo con ejercicios de consolidación (posiblemente incluidos los mal llamados "problemas") que siguen el mismo patrón que los resueltos por el maestro con anterioridad. Conviene aclarar que se puede dar el trabajo en grupo, en un sentido colaborativo, aunque la tarea no sea grupal. Pero queremos dejar claro que hay tareas que lo favorecen y otras no. Algunos métodos de aprendizaje cooperativo introducen elementos extrínsecos a la tarea, tales como recompensas, roles, guiones y repartición de recursos, para lograr que el grupo trabaje como tal aun cuando de suyo las tareas no sean necesariamente grupales por ejemplo: *los métodos Student Teams Learning de Slavin et al., y el Structural Approach de Kagan.*

Un aspecto importante que influye en el tipo de trabajo realizado por los grupos es la manera como las metas, los recursos y los beneficios o recompensa que ofrece la terminación exitosa de la tarea afectan la relación entre los miembros del equipo. Al respecto, tenemos el término *interdependencia positiva*, que ocurre cuando todos los miembros del grupo perciben que tendrán éxito en lo que se proponen si y sólo si cada miembro lo tiene (Johnson, Johnson y Holubec, 1998).

La responsabilidad individual exigible se relaciona estrechamente con lo anterior. Ésta se tiene cuando cada miembro del grupo es responsable de su aprendizaje, su desempeño es evaluado y todos los miembros asumen la responsabilidad de contribuir al desarrollo exitoso de la tarea. Slavin (1990) lo describe como sigue: "el éxito del grupo debe depender del aprendizaje individual de cada uno de los miembros".

Para que un grupo trabaje cooperativamente, todos sus miembros deben desarrollar ciertas *habilidades sociales*, como lidiar de manera constructiva con la competencia y los conflictos, mostrar disposición para darse soporte mutuo, usar diferentes puntos de vista y modificar el propio. Hay un consenso relativo en cuanto a la necesidad de enseñar de manera explícita estas habilidades; el tiempo empleado en ello incrementa notoriamente la productividad de los grupos (Johnson y Johnson, 1990; Snodgrass y Bevevino, 2000).

Otro concepto que, junto con el de habilidades sociales, ayuda a comprender la forma que toman las interacciones entre los miembros del equipo es el de estatus (Cohen, Lotan y Catanzarite, 1990) cuyos efectos, desde un punto de vista práctico, constituyen un problema significativo para quienes trabajan en situaciones de aprendizaje cooperativo. Las características de estatus (posición y estado) son rangos sociales para los que es una creencia general que es mejor tener un nivel alto que un nivel bajo. Cohen *et al.*, distinguen tres tipos de estatus: *a) sociales*, aquellas características adscritas al estudiante y que trae del exterior, tales como sexo, etnia, raza y nivel socioeconómico; *b) académicos*, características que son creadas y mantenidas dentro del ámbito escolar, y *c) de pares*, características creadas en las relaciones informales entre los alumnos.

En teoría, la introducción de la interdependencia en una tarea de grupo es suficiente para activar distintas expectativas de sus miembros de acuerdo con sus diversos estatus. Una vez activadas estas expectativas, si conciernen a la nueva tarea cooperativa en cuestión, los estudiantes con bajo estatus interactuarán menos que los de mayor estatus. Las expectativas de triunfo o fracaso surgidas del estatus son, en gran medida, profecías autocumplidas.

Por otra parte, la investigación ha demostrado que los grupos de estatus heterogéneo son dominados por los alumnos de mayor rango y que éstos no reciben el beneficio de las contribuciones de los alumnos de menor rango. Es necesario un esfuerzo pro activo para contrarrestar el efecto nocivo del estatus diferenciado.

En general, la frecuencia con que ocurren las interacciones no es un buen indicador de la productividad del trabajo en equipo (Cohen, 1994), ni todas las interacciones la promueven. Las interacciones que afectan positivamente el trabajo en grupo, *interacciones positivas*, se relacionan con la tarea, aunque esto no es suficiente para lograr un trabajo productivo. Ejemplos de interacciones útiles son: solicitar opiniones, alentar que los compañeros sean más explícitos, dar explicaciones tan extensas como se soliciten, contrastar puntos de vista y cuestionar el funcionamiento del grupo y las estra-

tegias empleadas. Para favorecer el aprendizaje conceptual la interacción eficaz debe ser un proceso de intercambio mutuo en el que se comparten ideas, hipótesis, estrategias y ánimo positivo.

Una razón por la cual, teóricamente (Cohen, 1994), el trabajo en pequeños grupos es recomendable deriva de los efectos favorables de dar explicaciones. Quien recibe la explicación también resulta beneficiado, siempre que la explicación corresponda al grado de ayuda solicitado.

En relación con el tipo de interacciones que deben darse, los hermanos Johnson (1991) han acuñado los términos siguientes:

a) Interacción promotora: indica que los miembros del grupo interactúan cara a cara para promover unos a otros el trabajo de cada uno.
b) Procesamiento grupal: el grupo reflexiona sobre sus esfuerzos para colaborar y decide lo referente a las formas de mejorar su eficiencia.

Según los hermanos Johnson, para que se dé el aprendizaje cooperativo, son necesarias y suficientes cinco de las condiciones que definimos anteriormente: *a)* interdependencia positiva (combinada la de metas y alguna otra); *b)* responsabilidad individual exigible; *c)* interacción promotora; *d)* enseñanza explícita de habilidades sociales, y *e)* procesamiento grupal.

A diferencia de los Johnson, Slavin (1991) opina que sólo son necesarias las primeras dos condiciones para que ocurra el aprendizaje cooperativo.

El acercamiento de Cohen es diferente del de los Johnson y del de Slavin. Su propuesta, llamada instrucción compleja, es un método de aprendizaje en pequeños grupos que propone tareas de descubrimiento abierto o conceptuales que ponen énfasis en las habilidades del pensamiento de orden superior. Se requieren cuatro criterios para satisfacer la idea de *instrucción compleja: a)* tareas conceptuales o de descubrimiento abierto que subrayen habilidades del pensamiento de orden superior; *b)* tareas grupales que requieran

aportaciones de otros miembros del grupo; *c)* tareas múltiples relacionadas con un tema intelectual central, con la oportunidad de experimentar más de una de estas tareas relacionadas, y *d)* la asignación de roles estructurados o semi-estructurados a los diferentes miembros del grupo.

El trabajo colaborativo y los maestros. Estudios previos

El estudio más completo que encontramos sobre el uso del aprendizaje colaborativo por parte de los maestros es el de Antil, Jenkins, Wayne y Vadasy (1998). Otro que abarca el tema, aunque se refiere a varios aspectos de las relaciones entre los maestros y las reformas curriculares, es el de Manouchehri y Goodman (1998). En México, tenemos la tesis de Juan L. Ortega (1997) quien estudia sus experiencias con maestros y el trabajo en equipo a partir "de lo que manifiestan en el discurso", lo que él llama *posturas*, y mediante la observación y el análisis de "la instrumentación de sus concepciones en el aula", lo que denomina *tendencias*. Las posturas las extrae de un taller en una escuela de un sindicato universitario en el que presenta a los maestros registros de clase y les pide decir cuál es la mejor clase y opinar al respecto. A su vez, las tendencias las deduce de registros de clases en las que los maestros intentan organizar una clase en la cual se trabaje en equipo.

En términos generales, Ortega dice: "a partir de las concepciones que los profesores manifiestan en su discurso se observa una aceptación 'de entrada' del trabajo en equipo y éste se concibe como un recurso importante para la construcción y socialización del conocimiento, en particular para la resolución de problemas matemáticos". En cuanto a tendencias afirma:

> No obstante lo antes expuesto y a partir de las primeras observaciones de aula, se encuentra que los maestros no logran instrumentar del todo el trabajo en equipo con sus alumnos. Los maestros se concretan a usar esta modalidad organizativa del trabajo escolar como una mera ubicación espa-

cial de los niños, quienes realizan actividades individualmente, o bien el "trabajo en equipo" se reduce a una distribución de tareas entre los integrantes. Todo esto complementado con una exposición de resultados o procedimientos sin una confrontación real, es decir, sin propiciar que los niños argumenten para defender su resolución y convencer a sus compañeros de las afirmaciones que hacen.

Antil *et al.,* (1998), por medio de encuestas y entrevistas, buscan respuestas sobre la prevalencia del aprendizaje cooperativo y las formas que éste adopta en el salón de clases. Dichos investigadores reportaron que la gran mayoría de los maestros consideraba utilizar algún método de aprendizaje cooperativo. Sin embargo, un análisis de sus prácticas mostraba que sólo una minoría se ajustaba a los criterios del aprendizaje cooperativo de Johnson y Johnson, Slavin o Cohen.

Al clasificar las razones que los maestros dieron para usar el aprendizaje cooperativo, aparecieron cinco grandes temas:

1. *Aprendizaje académico.* El tema más prominente consistía en creencias acerca de la promoción del aprendizaje por medio del *aprendizaje cooperativo*; según ellos, la promoción del aprendizaje ocurre tanto en conocimientos como en comprensión y tiene un efecto general de aceleramiento del aprendizaje.

Entre los mecanismos por medio de los cuales, en su opinión, se promueve el aprendizaje, la idea prevalente involucraba la habilidad de los niños para hablarse unos a otros de maneras especiales (*lenguaje infantil,* según los términos de Antil *et al.*).

2. *Participación activa e involucrada.* El aprendizaje cooperativo es beneficioso debido a que se logra una más amplia participación de los alumnos, un aprendizaje más activo o un mayor compromiso en las tareas en el aula.

3. *Aprendizaje social.* La idea principal fue que el aprendizaje cooperativo ayuda a los niños a aprender a cooperar y a valorar la cooperación. Otras ideas fueron: el aprendizaje de habilidades so-

ciales específicas (como escuchar y responder respetuosamente a las contribuciones de sus compañeros, además de buscar y alcanzar consensos) y aprender a trabajar con compañeros que no son sus preferidos.

4. *Experiencias personales como alumnos.* Algunos de los maestros tenían actitudes formadas en parte por sus propias experiencias, tanto positivas como negativas, en su calidad de alumnos. Las negativas se refieren a los aspectos de sus vivencias personales dentro del ambiente rígido de sus escuelas, que contrastan con el ambiente rico en oportunidades que se observa hoy día en aulas donde se practica el aprendizaje cooperativo. Unos cuantos tuvieron experiencias personales en clases en las cuales se usó el aprendizaje cooperativo y consideraban que el proceso era mucho más interesante y valioso.

5. *El argumento del producto.* Los productos fruto de actividades en las que se usa el aprendizaje cooperativo son mejores que los de actividades individuales. También se dijo que el aprendizaje cooperativo era una manera de ayudar a los alumnos menos capaces.

Los maestros mostraron un consenso sorprendente sobre los indicadores que tenían para saber cuándo funcionaba el trabajo colaborativo. Veían a los niños emocionados, comprometidos, activos, concentrados, hablando y escuchando pero sin pleitos y con deseos de que las actividades continuaran. En general, los maestros opinaban que el aprendizaje cooperativo funcionaba como ellos deseaban la mayoría de las veces. (cf., Antil *et al.*, 1998).

El trabajo de Manouchehri y Goodman (1998) contiene aspectos relevantes para el presente estudio, pues la reforma de 1993 en México tiene diversas características en común con la que promovió la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) con sus estándares en Estados Unidos y que es la que estos investigadores estudian. Manoucheri y Goodman detectaron un rezago entre las prácticas pedagógicas que afirmaban utilizar los maestros participantes y los métodos que de hecho usaban. En una encuesta aplicada como parte de la exploración previa al inicio del proyecto, todos los maestros participantes aseveraron implementar trabajo colabo-

rativo en grupo en su práctica docente. La observación directa reveló que en muchos casos las prácticas predominantes incluían el uso de trabajo individual con papel y lápiz. Los maestros usaban el trabajo en grupo para ayudar a los alumnos a completar los trabajos asignados para realizarse tanto en el salón como en casa, sin ser un trabajo conducente al aprendizaje colaborativo. Las actividades grupales no giraban en torno a la negociación de métodos o estrategias de solución de problemas. Los alumnos no tenían responsabilidades específicas en los grupos, ni los maestros brindaban retroalimentación sistemática o llevaban a cabo algún monitoreo sobre las actividades de los alumnos y su progreso.

El trabajo colaborativo según la SEP

Con la reforma a las matemáticas introducida en 1993, se incorporó sistemáticamente en el currículo de la educación primaria la idea de que el aprendizaje no sólo es un proceso individual, sino que también, al dialogar e interactuar con los compañeros, los niños aprenden más significativamente: "El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos" es una de las ideas centrales en los documentos oficiales (SEP, 1993). La idea se destaca en distintos párrafos del documento denominado Enfoque, el cual orienta en términos generales las acciones de enseñanza. Se dice, por ejemplo: "el éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas en la interacción con los otros" (SEP, 1993).

Los *libros del maestro* aportan elementos adicionales vinculados si no específicamente con el trabajo colaborativo o en pequeños grupos, sí con la interacción entre compañeros. Por ejemplo, en el de primer grado se lee: "el desarrollo de la expresión oral en el trabajo con las matemáticas es también un aspecto importante. Se pretende que los alumnos aprendan a expresar sus ideas, a explicar a sus com-

pañeros cómo logran resolver las situaciones problemáticas, que aprendan a discutir defendiendo sus formas de solución, así como a reconocer sus errores" (SEP, 1994a).

En otros *libros para el maestro* también hay referencias al abandono del trabajo individual: "ésta es una propuesta para dialogar con el compañero de banca, con los compañeros de equipo, con el maestro, y para interactuar con la información escrita y con las ilustraciones del propio libro o de otras fuentes. Se aprende más y más rápidamente si se dialoga con los compañeros y con el maestro. Escuchar las opiniones de los demás, preguntar, refutar, comparar y argumentar redunda en beneficio de alumnos y maestro" (SEP, 1994b).

Empero la Secretaría no fue suficientemente explícita acerca del significado profundo y las implicaciones del trabajo en equipo. De referencias como las que hemos anotado se pasa a las recomendaciones específicas para organizar las actividades en el salón de clases en cada tema tratado en los ficheros de actividades. En los materiales se observa un hueco de orden didáctico entre las afirmaciones a favor del trabajo basado en la interacción y las sugerencias específicas para realizarlo. Veamos un par de ejemplos:

1. *Ficha: la calculadora* (segundo grado): "[...] Se organiza el grupo en equipos de cuatro o cinco niños. Se entrega a cada niño su calculadora, se les pregunta si saben para qué sirve... El maestro invita a los alumnos para que exploren qué cosas pueden hacer con la calculadora. Después de un rato pide que muestren sus descubrimientos a sus compañeros".

2. *Ficha: los números que usamos* (sexto grado): "[...] Se organiza a los alumnos en equipos de tres a cinco niños. Se entregan a cada equipo dos dados y una bolsa de plástico con 40 corcholatas [...] cada equipo se pone de acuerdo para que uno de los integrantes sea el cajero [...] En su turno, cada jugador lanza al mismo tiempo los dados y obtiene la suma de los puntos [...]".

Finalmente, cabe señalar que sólo los libros del alumno de segundo, tercero y cuarto grados dan consignas específicas de manera sistemática para realizar actividades con esta modalidad.

Percepción y aceptación del trabajo en equipo por parte de los profesores de nuestro estudio

A 14 profesores se les pidió dar su opinión respecto al trabajo en equipo, 10 de los cuales opinaron favorablemente, uno favorablemente aunque con dudas para aplicarlo —"sí es bueno pero a lo mejor no lo hago" (2-R-MM)—, dos desfavorablemente (6-R-R, 4-R-S) y a uno (6-UD-MM) no se le hizo la pregunta (aunque por sus respuestas y comentarios en el resto de la entrevista, parece que no realiza el trabajo en equipo en su clase y que no lo considera una opción didáctica). Los dos profesores que rechazan discursivamente el trabajo en equipo creen que es deseable cuando funciona, pero que en general esto no ocurre, al menos no para todos los niños, por lo cual no lo usan. Por otra parte, algunos de quienes en principio aceptan el trabajo con esta modalidad tienen también algunas reticencias en cuanto a la práctica. Veamos entonces qué ventajas y desventajas encuentran al trabajo en equipo los maestros de la muestra. Enumeramos sus percepciones en propias palabras de los maestros.

Ventajas del trabajo en equipo

1. *Académico.* Promueve el desarrollo académico (los maestros consideran más los casos de beneficio al alumno menos avanzado):

> Cinco cabezas piensan más que una ... cuando un alumno se enfrenta a un problema y no puede hallarle solución, quizás el compañero la sepa y entre los dos la saquen (2-R-JR).Porque lo que no se le ocurre a uno se le ocurre al otro. También se hace una clara referencia al lenguaje infantil: sí, porque ellos se ayudan. A veces, hasta se dicen "¡Mira menso, es así!"... ahí está alguno batallando y llega el otro y le dice "¡Es así!" y el otro "¿por qué?" Y a veces entre ellos mismos se entienden más que a uno. Luego se dicen: "pues porque esta figurita", o porque esto o lo otro, según la clase. Bueno, yo pienso, ¿verdad? que sí es muy bueno (2-UE-S).
>
> ... hay que irlos intercalando para que ... el que es más trabajador, más rápido, jale al más lento, ... el que sí entiende le ayude al que no entiende (2-UD-AD).

Pues es bueno el trabajo (en equipo) ... se relacionan unos con otros y, pues, quien no tiene una ocurrencia, otro la tuvo y, pues, es buena idea, y aprenden unos con otros, la tienen y aprenden al estar en trabajo en equipo, pues un niño... es más creativo que otro y, pues, ya de esa creatividad que tiene la contagia a los demás y aprenden... el niño que no haya tenido mucho conocimiento... el niño que ya tiene alguna experiencia sobre eso se la transmite, es más enriquecedor (4-UE-CO).

Algún niño decía que le copiaban, pero como eso de copiar no es malo, no es tan malo sino que a veces le ayuda a construir sus propios resultados; no es malo en equipo, no, al contrario... (4-UD-A).

... los chicos con mayor bagaje cultural pueden apoyar al que está más limitado y, a su vez, éste podrá aportar ideas, estrategias de solución ante alguna situación problemática (6-R-CA).

2. *Social.* Promueve la participación y las actitudes y habilidades sociales positivas:

Yo pienso que es bueno porque hay niños que son muy egoístas y con el trabajo en equipo se enseñan a compartir. Porque había niños muy posesivos... y ahora los veo que participan y cuando traen de su casa alguna cosa (dicen): "¡Yo traje esto, yo traje esto!", y ya lo prestan. Y antes no, "¡Mire, me cogieron tal cosa!"... los hace ser menos egoístas y desenvolverse más (2-UE-S).

Y lo de trabajo en equipo, yo creo que es muy sustancioso cuando el maestro usa algunas estrategias para que el niño interactúe con los demás compañeros, (que) colaboren, cooperen, se ayuden, comparen, resuelvan (4-UD-A).

El trabajo en equipo es muy productivo, porque se crean compromisos de trabajar juntos (6-R-CA).

El trabajo en equipo ... es muy productivo; bajo las características especiales de mi grupo, creo que son muy participativos (6-UD-MO).

3. *Facilidad.* Facilita la labor del maestro:

Porque se me hace más fácil para el conocimiento y más fácil para mí, aunque es más cansado (2-UD-AD).

4. *Productos.* Mayor calidad en los productos de los trabajos:

... yo sé que es bueno el trabajo en equipo y que han salido trabajos buenos y que lo dejan a uno sorprendido, pero... como que yo no estoy muy hecha al trabajo en equipo (2-R-MM).

... sí, es muy bonito que trabajen en equipo; sí, es muy bonito, y hacen unas cosas preciosas... (6-UE-RM).

Desventajas y riesgos del trabajo en equipo

1. *Trabajo.* Representa mayor trabajo para el maestro:

Les da mucho provecho, aunque para el maestro es más cansado, pero sí, sí da más provecho (2-UD-AD).

El trabajar en equipo... el profesor va a tener que trabajar el doble porque tiene que estar poniéndole atención a todos los alumnos. De esa manera sí funciona; porque si uno los suelta ... (4-UE-CA).

... las actividades de equipo es lo que a veces, pues sí, se me hace un tanto pesado, pero por los materiales, pues que tenemos que salir al patio... (4-UE-CO).

... que el maestro se cansa, sí, se cansa y mucho, pero que el niño aprende, sí; pues que eso de que por equipos y que estarles revisando y que mientras aquel equipo está haciendo un desorden, éste no ha hecho nada, éste ya acabó... ¡no, no, no, no!... (6-UE-RM).

2. *Difícil.* Es complicado lograr que trabajen en equipo (por egoísmo y competencia, falta de costumbre, experiencia o desarrollo de habilidades tanto de los alumnos como del maestro):

... aquí en la escuela hemos tratado de hacer el trabajo en equipo tanto en el grupo como acá fuera, con el personal; que ya por falta de conocimiento para guiarlo, pues ahí ya es otro cantar, ¿no?... como que me desespero... como que yo no estoy muy hecha para el trabajo en equipo [...] más bien ha sido mi conducción, o sea, mi manera de explicar o pedir el trabajo; no tengo

esa facilidad para pedirles, para llegarles, para que me entiendan qué es lo que yo quiero como forma de trabajo en equipo, qué es lo que yo espero de ellos (2-R-MM).

... en esos grados donde prevalece(n) ... la competencia y el egoísmo... es difícil quererlos adaptar a ese rol de compartir y convivir (4-R-S).

Mire, el trabajo en equipo es bueno, siempre y cuando quienes lo apliquen sepan lo que están haciendo. A mí me da vergüenza lo que le voy a decir, pero la gran mayoría les dice a los muchachos: ¡Pónganse a trabajar en equipo! Y con eso creen que ya el profesor se está haciendo a un lado y que ellos hagan lo que les dé su gana (4-UE-CA).

... creo que hay momentos de culminación que no he logrado, digamos cuando ya se va a concluir las puestas en común; creo que es ahí donde yo siento que faltaría un poquito de mayor... experiencia, pero yo creo que (el trabajo en equipo) es muy productivo y que vale la pena, no obstante (6-UD-MO).

3. *Desorden.* Provoca desorden, indisciplina, distracción, pérdida de control, e incertidumbre al profesor:

Entonces como que sí, sí es bueno (el trabajo en equipo), pero si yo lo hago solita, mejor, porque lo hice más rápido y voy a decir totalmente lo que yo quiero, y si es en equipo, me van a contradecir y esto y lo otro... pues sí, es bueno, pero a lo mejor yo no lo hago (2-R-MM).

Pues en la práctica docente yo considero que sí es importante el trabajo en equipo, pero muchas de las veces no es muy confiable porque, pues le digo, al menos en mi clase me ha pasado que los niños se distraen, o más bien provocan mucha indisciplina en este trabajo; ésa es una de las cosas que no me parecen muy bien... hay muchos que aprovechan la ocasión para no hacer nada o simplemente para provocar desorden (6-R-R).

4. *Inequitativo.* Trabajo, aportaciones y aprovechamiento desiguales:

... me he puesto a pensar cuando trabajo en equipo que el que más sabe es el que hace todo el trabajo y... bueno, pero quiero una respuesta de todos (2-R-MM).

A veces yo me he fijado que el que sabe un poquito más se aburre... si le toca con alguien que casi no aporta... uno quisiera que tomara interés, ¿verdad? Que todos tomaran interés (2-R-NO).

Porque si uno los suelta... los muchachos no van a hacer nada y ahora sí se va a presentar el fenómeno de que uno hace el trabajo y los demás le copian y entonces el trabajo en equipo fracasó.... En matemática es bueno que trabajen en equipo, siempre y cuando los muchachos sí estén compartiendo sus experiencias; pero, en el momento que veamos que uno va a acaparar toda la atención y a los demás los va a hacer a un lado, definitivamente no (4-UE-CA).

Sí, pues es muy conveniente, pero siempre hay dos o tres niños muy flojos que están atenidos a lo que hacen los demás, y ahí está... los cambio de diferentes equipos, ya no los quieren en ningún equipo, porque ya se dieron cuenta que no, que no cooperan con nada y nomás están esperando a que les den los resultados, nomás molestando a los demás... (6-UE-RM).

5. *Condiciones materiales del aula.* Problemas de espacio:

El espacio, para mí y en particular en esta escuela, el espacio. Porque el día que los pongo por equipo, no se puede ni pasar, ahí sí, sí, así en esta forma... es que imagínese el tamaño de salón, maestro, para 41 alumnos (6-UE-RM).[1]

En el Cuadro 3.1 se resume las ventajas y desventajas que los maestros identifican en el trabajo de equipo.

Comentarios sobre la percepción y aceptación del trabajo en equipo

Al igual que en el estudio de Ortega (1997), los maestros entrevistados parecen aceptar apriorística y discursivamente el trabajo en equipo. La teoría dice, en principio, que es beneficioso, pero en ocasiones la práctica los lleva a desecharlo. En nuestro estudio, al igual que en los de Antil *et al.,* (1998) y Manouchehri y Goodman (1998),

[1] Conviene mencionar que este problema fue observado en dos grupos más (2-UE-S y 4-UE-CO); empero, las maestras no lo mencionaron en la entrevista.

es claro que la dificultad para llevarlo a la práctica —mencionadas por muchos maestros— está vinculada con las creencias y concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que tienen los docentes.

Cuadro 3.1

Ventajas y desventajas que los maestros identifican en el trabajo en equipo

Maestro	Ventajas				Desventajas				
	Académico	Social	Facilidad	Productividad	Trabajo	Difícil	Desorden	Inequitativo	Espacio
2-R-JR	✓								
2-R-MM				✓		✓	✓	✓	
2-UD-AD	✓		✓		✓				
2-UE-S	✓	✓							
2-R-NO								✓	
4-R-S						✓			
4-UD-A	✓	✓							
4-UE-CA					✓	✓		✓	
4-UE-CO	✓				✓				
6-R-CA	✓	✓							
6-UD-MO	✓	✓				✓			
6-UE-RM				✓	✓			✓	✓
6-R-R							✓		
Total	7	4	1	2	4	4	2	4	1

Quienes opinan que el trabajo en equipo representa mayor labor para el maestro, en general, permanecen más vinculados con una concepción tradicional del proceso de enseñanza-aprendizaje y es natural que esto genere reticencias en su uso.

El papel del profesor como transmisor del conocimiento y el del niño como receptor requieren un aula donde éste permanezca callado y atento y aquél ejerza control. Este ambiente contraviene los elementos esenciales del trabajo en equipo. Así, un maestro que conserva el rol tradicional y que pretende trabajar en equipo está obligado a trabajar más cuando lo hace con esta modalidad. En lugar de explicar a un solo grupo, aunque sea de 30 o 40 alumnos,

ahora tiene que hacerlo con cinco, seis y hasta siete grupos; el trabajo se ha multiplicado por el factor correspondiente. Es muy difícil mantener el tipo de control que el maestro siente necesitar sobre varios grupos cuando cada uno realiza diferentes actividades y parece que todos hablan a la vez. Entre los maestros de la muestra no encontramos ninguno que respondiera por completo a esta caracterización; se trata más bien, como hemos dicho, de que algunos profesores no han aceptado del todo el nuevo enfoque ni el trabajo en equipo, aun cuando varios de ellos lo utilicen esporádicamente e incluso como concesión. De esto nos percatamos cuando un profesor dijo a sus alumnos: "les voy a dar permiso de trabajar en parejas" u "hoy van a tener oportunidad de trabajar en equipo" (6-R-R).

En contraste, una de las maestras (6-UD-MO) que afirma utilizar ampliamente el trabajo en equipo da claras muestras de una concepción constructivista social interiorizada. Al explicar lo que para ella significa que el niño construya su conocimiento, dice:

> ... dar oportunidades a crear... a resolver situaciones en las cuales no se nos imponga un método, un procedimiento, sino que nos deje hacer a través de ese uso creativo y a partir de la socialización con otros, de estos procedimientos o de estos resultados; para mí, eso es construir matemáticas. Es enfrentar retos y es compartir las soluciones que yo tengo con otros para lograr establecer el camino más económico.

Los roles que según ella deben desempeñar los alumnos y el maestro son plenamente compatibles con el trabajo en equipo. En sus palabras:

> El rol que debe hacer en el plano ideal sería que el alumno se involucre en la tarea, que pueda explicitar sus puntos de vista, sus diferentes estrategias, poder considerar con los demás y éste validar sus resultados y, finalmente, poder aprender de tal manera que le puedan servir para solucionar otros retos, otros retos distintos que sirvan como un armazón para un techo, que le puedan servir para luego seguir resolviendo resultados más complicados.

> [...] el rol que nos corresponde [a los maestros] sería precisamente, si hablo de que dejar hacer a los alumnos, es plantear aquellas situaciones idóneas en las cuales los niños tengan oportunidad, oportunidad de resolver retos y la tarea difícil para mí como maestra es precisamente saber elegir cuáles son esos retos [...]

Desde el punto de vista de esa maestra, lo difícil no es que "los niños se distraen" o "provocan mucha indisciplina" o "me van a contradecir" o "tiene que estar poniendo atención a todos los alumnos". No, la dificultad reside en elegir las tareas, los retos "idóneos" para que los niños puedan construir colaborativamente sus propias soluciones.

Otra maestra (6-R-CA) que opina favorablemente del trabajo en equipo y que lo aplica en sus clases dice acerca de los roles de los alumnos y del maestro:

> El rol del maestro es de un personaje creativo, capaz de proponer situaciones de aprendizaje que permitan acercarse al objeto de conocimiento a los niños que cuentan o no con antecedentes sobre él.
> El rol que debe cumplir el alumno es de un ser participativo, dispuesto a probar sus estrategias, a argumentar sus respuestas, a escuchar y aprender de otros, a trabajar en equipo. —Además, la maestra afirma—: Un buen alumno es el niño o niña con el entusiasmo de querer trabajar, no importando sus limitaciones conceptuales, que se integra al trabajo en equipo, aportando sus ideas y probándolas.

Dicha maestra recuenta experiencias en las que sus alumnos descubrieron y redescubrieron conceptos y relaciones al trabajar en esa modalidad. Queda muy claro por qué la maestra tampoco tiene problemas con la disciplina y el orden; su aceptación del trabajo en equipo resulta congruente con su modo de concebir la enseñanza y el aprendizaje.

En cambio, otra maestra (6-UE-RM), tiene claras las dificultades que acarrea el trabajo en equipo, en relación con un taller dice: "lo que nos enseñó fue cómo manejar... el grupo en equipos, precisamente para

evitar que... se distraigan y... cómo hacer para que los niños, aunque uno no pueda estar —porque no se puede, (uno) tiene que estar dando vueltas alrededor de los equipos—, cómo evitar que se salgan del contexto... de la actividad que se está planteando". A dicha maestra no la vimos utilizar el trabajo en equipo.

Un comentario de uno de los profesores invita a reflexionar sobre su concepción del trabajo en equipo. Al respecto afirma: "... yo aquí lo trabajo, a lo mejor no mucho con los de segundo porque son poquitos; bueno, a la hora de trabajar, a la mejor formaría un equipo, pero lo trabajo mucho, por ejemplo; en la tarde con los niños de quinto y sexto que ya son un grupo un poco más amplio y puedo formar tres, o hasta cuatro equipitos, ¿no? Para el trabajo" (2-R-JR). Este comentario expresa la idea más o menos generalizada de que el trabajo en equipos se da cuando se divide al grupo en pequeños grupos. Un grupo con un único equipo no cuenta *realmente* como trabajo en equipo.

Frecuencia del trabajo en equipo

No en todos los grupos observados se trabajó en equipo; sin embargo, en un gran número de ellos se organizó el trabajo de esta manera.

Cuadro 3.2

Frecuencia del trabajo en equipo en los 17 grupos observados							
Segundo	2-UE-S	2-UD-G	2-UD-AD	2-R-NO	2-R-MM	2-R-JR	Totales
	4/5	3/4	1/4	3/4	5/5*	0/4	16/26
Cuarto	4-UE-CO	4-UE-CA	4-UD-A	4-R-S	4-R-R		
	1/4	1/4*	1/4	3/4	3/4*		9/20
Sexto	6-UE-RM	6-UE-MH	6-UD-MM	6-UD-MO	6-RR*	6-R-CA	
	0/4	3/4	0/4	4/4	3/5	3/3	9/24

*En estos grupos predomina el trabajo en parejas.

Puede verse que el trabajo en equipo es una forma de organización relativamente frecuente en los salones de clase. Casi en la mitad de las sesiones registradas se puso en práctica esta modalidad de trabajo; sin embargo, conviene destacar algunas cuestiones, por ejemplo: que la mayor frecuencia se encuentra en el segundo grado, que algunos profesores parecen preferir el trabajo en parejas como manera de promover la interacción colaborativa, y que sólo dos profesoras de sexto grado promovieron formas de trabajo individual en todas las sesiones observadas, pues incluso algunos de los profesores que discursivamente expresan dudas hacia el trabajo en equipo lo aplican en sus clases como concesión y a veces utilizan la modalidad "en parejas".

Elementos para el análisis de las interacciones durante el trabajo en equipo

En nuestra revisión conceptual vimos que un elemento muy importante del trabajo en equipo son las interacciones verbales entre los miembros del grupo. La Secretaría de Educación Pública parece haber asumido la idea. Recordemos que en *El libro del maestro* para primer grado (SEP, 1994a) se dice: "el desarrollo de la expresión oral en el trabajo con las matemáticas es también un aspecto importante. Se pretende que los alumnos aprendan a expresar sus ideas, a explicar a sus compañeros cómo logran resolver las situaciones problemáticas, que aprendan a discutir defendiendo sus formas de solución, así como a reconocer sus errores". Al respecto, es importante no sólo que los niños interactúen, sino también la calidad de sus interacciones. Así, conocer el trabajo en equipo es, en buena medida, conocer el tipo y calidad de las interacciones que surjen en el transcurso de su realización.

Esquema de codificación de las interacciones verbales

Para el análisis de las observaciones de clase en lo que se refiere al trabajo en equipo, nos auxiliamos (en las clases donde fue posible

por el formato del registro) de una codificación de las transcripciones. El esquema de codificación de las interacciones orales que usamos es una ligera modificación del desarrollado por Meloth y Deering (1994), quienes a su vez se basaron en el propuesto por Cooper *et al.*, (1982). El código involucra dos ejes: el de la forma de la interacción y el del foco de atención de la interacción oral.

En el eje de "forma" existen nueve categorías:

a) Enunciado del contenido (EC). Enunciado no solicitado o espontáneo que se relaciona con la tarea. Estas interacciones pueden ser el inicio de un diálogo o un comentario aislado, que no sigue un mismo hilo de ideas de una conversación.

b) Pregunta (P). Pregunta o petición no solicitada o espontánea que se relaciona con la tarea. Estas interacciones difieren de las anteriores en que se formulan como preguntas.

c) Respuesta (R). Enunciado que constituye una respuesta o que se dice con referencia a un enunciado o pregunta anterior relacionada con la tarea. Estas interacciones, que pueden darse en forma de enunciados o preguntas, son provocadas por una interacción previa y forman parte de una conversación.

d) Lectura oral (LO). Lectura en voz alta de un texto, hoja de trabajo u otros materiales escritos relacionados con la tarea.

e) Elogio / cooperación (E). Apreciación positiva de un compañero acerca de la forma de trabajar o de la tarea en sí, o comentario que promueva la cooperación o muestre una actitud cooperativa.

f) Crítica / actitud no cooperativa (CR). Apreciación negativa de un compañero relativa a la forma de trabajar o a la tarea en sí, o comentario que desaliente la cooperación o muestre una actitud poco cooperativa.

g) Mantener el ritmo (MR). Interacción que muestra una preocupación acerca del progreso del grupo o de la terminación de la tarea.

h) Administración (A). Interacción que pretende controlar el comportamiento de otros.

i) No relacionada (NR). Interacciones no relacionadas con la tarea.

Las primeras cuatro categorías de interacción (EC, P, R y LO) son de naturaleza académica* y las cuatro siguientes de comportamiento social (E, CR, MR y A). En un proceso de aprendizaje cooperativo productivo se espera que predominen las interacciones académicas y, entre ellas, las de respuesta (R), de modo que se observe una continuidad en el desarrollo de las conversaciones, y no una serie de enunciados (EC), preguntas (P) y respuestas (R) que saltan entre diversas cuestiones, sin formar un proceso hilado de desarrollo de la tarea y que muestre un verdadero trabajo intelectual. Esto es lo que se esperaría de un proceso en el que los alumnos están elaborando y contrastando puntos de vista, planteando hipótesis y conjeturas y poniéndolas a prueba, etcétera, como se sugiere en los materiales distribuidos por la Secretaría de Educación Pública.

Entre las cuatro categorías de comportamiento, variando ligeramente lo planteado por Meloth y Deering (1994), consideramos interacciones promotoras de trabajo colaborativo las de elogio/cooperación, y no promotoras de trabajo colaborativo las tres restantes. Además de las interacciones de crítica/actitud no cooperativa, que son claramente no promotoras, las de mantener el ritmo (MR) desvían la atención de los alumnos de lo conceptual y estratégico hacia la obtención del resultado y finalización de la tarea, y las de administración (A) inhiben la iniciativa y restan posibilidades de contribuir a los otros miembros del equipo.

El eje *foco de atención de las interacciones* tiene seis categorías:

a) *Materiales (RM):* interacciones sobre la procuración o distribución de materiales, como libros, objetos manipulables, gomas, lápices, etc., con excepción de cuando la referencia al material es de naturaleza conceptual o estratégica relacionada con la tarea.

---

* Decimos que es académica en el sentido de que son interacciones relacionadas directamente con el trabajo académico que implica el desarrollo de la tarea. Esto no quiere decir que todas se refieran a contenidos o a estrategias, sino también pueden involucrar materiales y organización. La distinción la haremos en el otro eje: el de foco de atención de las interacciones.

b) Resultados (RR): interacciones que piden o proporcionan el resultado obtenido o la respuesta a lo planteado en la tarea sin hacer referencia al método o estrategia empleada para obtenerlo.

c) Hechos (RH): interacciones que piden o proporcionan un hecho relacionado con la tarea, pero sin mencionar de qué forma es relevante.

d) Conceptos/estrategias (RC): interacciones que presentan o demandan elementos conceptuales relacionados con la tarea o sobre la estrategia a usar para el desarrollo de la tarea. Incluye referencias a materiales o hechos ligados conceptual o estratégicamente con la tarea.

e) Organización (RO): interacciones sobre la organización o las instrucciones para el desarrollo de la tarea.

f) Ayuda directa (RY): solicitud de ayuda al maestro o ayuda directa proporcionada por el maestro en la cual no se trata de una simple intervención o pregunta que lleve a pensar en cierta dirección. Son interacciones entre el maestro y los alumnos en las que se pide o se da la respuesta, se piden o se dan procedimientos para obtenerla, o se recurre a la autoridad del maestro como fuente de validación de un resultado.

Con respecto al foco de atención de las interacciones, consideramos que la distribución de éstas entre las seis categorías es indicativa de la productividad del trabajo en equipo. En un trabajo realmente intelectual constructivo, consideramos que predominan las interacciones que se refieren a conceptos o estrategias (RC), seguidas, con mucha diferencia, de las interacciones de organización (RO) y materiales (RM), y quedando un mínimo de las que se refieran únicamente al resultado (RR), a hechos (RH), o que sean de ayuda directa (RY) del maestro. Por último, incluimos las intervenciones del maestro entre las interacciones codificadas, debidamente diferenciadas, para cuantificar su tipo y nivel. No incluimos en el análisis los segmentos de la transcripción donde el maestro presenta la tarea a realizar y organiza el trabajo en equipos; es decir, sólo incluimos las intervenciones que el maestro realizó durante el desarrollo del trabajo en equipo ya propiamente

dedicado a la tarea que se desarrolla bajo esta modalidad. En consecuencia, las intervenciones del maestro debieran ser escasas y referidas sobre todo a conceptos y estrategias, pues, de acuerdo con el enfoque constructivista, se desea que los alumnos, al menos en los momentos en los que se realiza trabajo en equipo, desarrollen trabajo independiente con un mínimo de intervención por parte de su profesor.

Las clases en que se trabaja en equipo

De entre los 17 grupos observados, analizamos solamente dos grupos de segundo, dos de cuarto y uno de sexto como una muestra de lo que ocurre en los grupos que trabajaron en equipo durante las clases registradas. En los casos en que se registraron varias clases, se presentan aquellas que muestran la variabilidad en el tipo de interacciones que puede favorecer el trabajo en equipo, así como las diferencias en la productividad de éste, aun bajo la coordinación de un mismo profesor o profesora. Es decir, tratamos de dar cuenta de la diversidad de experiencias que puede generar, en términos sociales y cognitivos, el trabajo bajo esta modalidad. En un anexo incluimos las tablas con los resultados de la codificación de las interacciones.

Segundo grado

Distintas formas de trabajar en equipo: la actividad en el grupo 2-UE-S

Este apartado se basa en el trabajo realizado en el grupo 2-UE-S. Se observaron cinco clases de matemáticas en este grupo: en cuatro de ellas hubo trabajo en equipo, mismo que se codificó conforme a los ejes y las categorías antes descritos.

La maestra de este grupo parece mantener una relación muy positiva con los alumnos; además, es cariñosa, paciente y alentadora. Los niños dan muestras de quererla y respetarla y, en general, se percibe un clima de libertad, a la vez que se mantiene un orden no impositivo. Por ejemplo, en varios pasajes la maestra, al notar que

los niños empiezan a inquietarse, inicia alguna rutina de relajamiento en la cual los niños aplauden o cantan o bailan y, después de ella, según la observadora, se ven más tranquilos y el trabajo puede continuar.

La maestra organiza grupos más o menos permanentes buscando heterogeneidad en diversos aspectos: género, tendencia a ser activo, nivel académico, etcétera. Durante el año lleva a cabo algunas permutas a fin de conservar la heterogeneidad o mejorar el desempeño de algunos niños o grupos.

Primera clase. Manipulación de materiales y escaso diálogo intelectual

Apreciación

La tarea que se asigna a los niños es del libro de matemáticas oficial: la cooperativa escolar (*véase* anexo 1b). La maestra lee las instrucciones:

Maestra: página 112 [...] *La cooperativa escolar. Beto vende en la cooperativa paquetes de chiclosos. Hay paquetes con dos, tres, cuatro, seis y a veces diez chiclosos.* Hay paquetitos de eso en la cooperativa (los niños van leyendo en su texto en silencio). Ahora fíjense bien: no vamos a ir nomás a la cooperativa a comprar chiclosos, les vamos a ayudar a empacar los chiclosos, luego vamos a empacar otras cosas. Ahí en la cooperativa hay bolsitas de chiclosos, como ya dijimos, ¿verdad? Pero nosotros vamos a ayudarles a empacar más chiclosos. Dice aquí: "*del Rincón de las Matemáticas toma unas piedritas que vas a usar como chiclosos y ocho tapas para empacarlos*".
Antes de que los alumnos inicien el trabajo en equipo para resolver los problemas de la actividad, la maestra quiere asegurarse de que sepan bien lo que van a hacer:
Maestra: [...] Fíjense bien, aquí dice (se refiere al texto),... ¿qué dice? Primero vamos a hacer lo que dice el libro, ahorita no hagan otra cosa (esto último dirigiéndose a un equipo). *Del Rincón de las Matemáticas toma unas piedritas que vas a usar como chiclosos y ocho tapas*

para empacarlos. Haz paquetes con cuatro chiclosos cada uno y completa la tabla. ¿Cuántos paquetes van a hacer?
Niños: ocho | cuatro (| indica respuestas simultáneas).
Maestra: cuatro. Van a poner cuatro chiclosos en cada tapa-rosca.[2]

Por la forma en la que se presenta la tarea, ésta resulta ser trabajo de banca, no un trabajo grupal. Los alumnos pueden, y de hecho muchos lo hacen, dedicarse a resolver las preguntas individualmente o desligarse del trabajo y no participar. Sí hay necesidad de compartir los materiales, pero pocos niños recurren a ellos para resolver la tarea, pues pueden hacerla contando con los dedos o mentalmente. Por momentos también surgen desacuerdos debido a que los niños quieren manejar los materiales en forma individual, así ocurrió, por ejemplo, en un equipo de seis niños:

Cuatro niños ponen, cada uno por aparte, cuatro piedritas en cada tapa-rosca, no se comunican entre ellos; dos niños pelean; "Es mía (se refiere a una tapa-rosca)", pero el otro la conserva cerrando con fuerza la mano "¡Ya me la quitó!" dice el primero[...]

En general, durante el trabajo en los equipos observados no hay negociación, los diálogos no se desarrollan en torno a puntos de vista diversos o complementarios, se presentan como una serie de preguntas y respuestas, que consisten sobre todo en hechos conocidos (las tablas de multiplicar) o en indicaciones de algún tipo sin mención de procesos:

Niña 1: aquí pongan 48 (se refiere a la segunda tabla del texto; en realidad no acabó de poner las piedritas en sus tapas, parece que se sabe las tablas de multiplicar. Las demás niñas anotan en el texto, también sin acabar de poner las piedritas).
Niña 1: siete por seis 42; pongan 42.
Niña 2: ya.

[2] La preocupación de la maestra por asegurarse de las buenas respuestas de los alumnos es evidente en varias ocasiones en las que, a lo largo de la clase, interviene en los equipos y les dice lo que deben hacer.

Niñas: ahora, seis por...
Niña1: son 54, ¡pónganle!
Diana: ¿cuánto?
Niñas: 54.
Diana: ¿en la del seis?
Niñas: sí.

En cierto punto uno se pregunta: ¿qué pasó con el trabajo con los manipulables? Aunque es claro el papel que se pretende éstos desempeñen en la actividad, las niñas no los usan para resolver la tarea, sino más bien se apoyan en quienes saben las tablas de multiplicar.

En realidad, buena parte del trabajo los niños lo hacen individualmente, sin comentar mucho y la ayuda que entre ellos pudiesen ofrecerse no siempre llega, como se ve en el siguiente pasaje:

Diana: ¿dónde estamos? (se refiere a qué ejercicio del texto es el que están resolviendo. Nadie le contesta; en realidad, cada una pone piedritas en las tapa-roscas individualmente y ésa es su actividad).
Diana: ¿qué ponemos? (nuevamente se refiere a qué es lo que hay que anotar en el libro, pero no recibe respuesta).
Niña 2: seis por seis ¡36! (como para sí misma, sin atender a Diana).
Diana: ¿cuánto? (Diana se ve confundida, parece que no ha logrado captar la lógica de lo que están haciendo y nadie le responde).
Niña 3: aquí deben ser ocho, ¿no? (a todo el equipo; se refiere a que el libro tiene un ocho en la tabla y, por lo tanto, deberán poner ocho piedritas en cada una de las tapas).
Niña 2: sí, y aquí cinco. (señala en la tabla del texto, en el lugar que aparece un cinco).
Luego siguen trabajando individualmente, poniendo piedritas en las tapa-roscas, y sólo de vez en cuando hacen comentarios como los hasta aquí anotados. Después comienzan a contestar el texto; parece que la lógica que han construido es: "habrá tantos chiclosos en cada tapa-rosca como indiquen los números en la tabla".
Diana: cinco por cinco... (se queda pensando).

Pero no todo el tiempo los niños trabajan solos; a lo largo de la clase, la maestra se acerca a los diferentes equipos; entonces, sus intervenciones son o para indicar cómo hacer la tarea o para apresurar. Esto último se ve en el siguiente pasaje:

Las niñas habían puesto en sus tapa-roscas una cantidad importante e indefinida de piedritas cuando la maestra se acerca y las interroga:
Maestra: ¿cuántos chiclosos son cuatro en siete [tapa-roscas]? Siete tapaderitas, con cuatro.
Diana: ¡ah, entonces espérese! (Y se ponen a contar ahora sí, entre todas, las piedritas, dejando sólo cuatro piedritas en cada tapa-rosca).
Maestra: ¡córranle, que se van a quedar atrás! (Siguen contando cuatro piedritas en cada tapaderita).
Maestra: a ver, Diana, ¿cuántos son cuatro por siete? [...]

Puede verse que el grupo de niñas aún está en proceso de realizar la tarea, pero la maestra las apresura en el afán de que se mantengan al parejo de los otros grupos. Esta labor la lleva a cabo la maestra, con distintos equipos a lo largo de la clase.

Análisis de la codificación

Un análisis del total de los pasajes en los que se trabaja en equipo que fueron registrados en esta sesión de clase permite ver que las interacciones de los alumnos no promotoras del trabajo colaborativo representan el 16% —crítica o actitud no cooperativa (CR), 9%; para mantener el ritmo (MR), 2%, y de administración (A), 4%— , quedando 81% de interacciones de tipo académico*. Considerando sólo las académicas, las interacciones de respuesta (R) representan 69% (61% global), lo cual deja en promedio poco más de dos res-

* Recuérdese que son las directamente relacionadas con el trabajo académico que implica el desarrollo de la tarea.

puestas (2.3) por cada interacción de tipo espontáneo —enunciado conceptual (EC) 11% y pregunta (P) 19%)— sugiriendo un proceso poco fluido y fragmentado, según las razones que se comentaron anteriormente.

Por lo que respecta al foco de atención de las interacciones, sólo 24% se refieren a conceptos y estrategias (RC), quedando la mitad (50%) de referencia a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY) y 25% se refieren a materiales (RM) u organización (RO).

Veamos ahora lo que extraemos de la codificación sobre el papel de la maestra. Casi un tercio (31%) de sus intervenciones, en cuanto a forma, son del tipo que no promueven el trabajo cooperativo: 12% de crítica/actitud no cooperativa (CR), 13% para mantener el ritmo (MR) y 6% de administración. En cuanto al eje de foco de atención, en la mayoría de sus intervenciones (85%) se refiere al resultado (RR), a los hechos (RH) o son de ayuda directa (RY). Sólo en 12% de sus interacciones se refiere a conceptos o estrategias (RC) y en el resto (3%) se refiere a materiales u organización.

Segunda clase. Desplazamiento a la actividad no matemática

Apreciación

La actividad que se desarrolla bajo la modalidad de trabajo en equipo en esta clase no representa, en nuestra opinión, una actividad matemática, aun cuando la maestra así lo supone. Si bien trata de figuras geométricas, por la forma en que se plantea, no hace referencia a conceptos o procesos con algún sentido matemático.

La actividad, como aparece descrita en el registro de la observación, es la siguiente:

Están casi al final de una actividad que realizan individualmente y que se refiere a características de figuras geométricas.

Maestra: les voy a repartir unas figuras; a cada equipo le voy a dar diferentes para que usen su ingenio, ¿Se acuerdan que ya una vez formamos figuras? <

Niños: sí | Payasos | Casitas | Un sol.
La maestra saca unas bolsas con figuras y muestra algunas a todos. En realidad no las reparte, no todos los niños la atienden, algunos siguen leyendo su libro y otros comentan entre sí. Transcurre algún tiempo mientras terminan la actividad anterior.
La maestra pide formar equipos (se hace un gran barullo; se forman los grupos de siempre: "Los Dálmatas", "Los Rayos", "Los Boffys"...). La maestra da a cada equipo una de las bolsas con figuras de colores: cuadriláteros, triángulos, hexágonos y otros polígonos. Algunas de las figuras son iguales y otras distintas a las de otros equipos. También les pide llevar su libreta y un lápiz: "porque van a dibujar las figuras que formen". Los distintos equipos se sientan en el piso, junto al pintarrón, o junto al Rincón de las Matemáticas. La maestra indica que todos van a formar figuras, las que quieran, usando las que repartió.
La actividad genera inmediatamente un ambiente de juego, pero no un juego con algún trasfondo matemático. Sin hacer mención de las características de las figuras en un sentido geométrico, los niños proceden a decidir qué figura formar con las piezas:
Niño: ¿qué hacemos? (dirigiéndose a todos.)
Niños: (se voltean a ver unos a otros; nadie responde).
Niño: ¡un coche!
Niña 1: un coche, pero...
Niña 2: ¡un payasito!
Niño: ¡no! (con cara de desgano).
Niña 2: ¿por qué no?
Niño: es mejor un coche (sin más explicación).

En lo que sigue, cada uno toma dos o tres piezas e individualmente forma una figura; una pareja de niños comenta: "¡las llantas!", y buscan dos círculos para ponerlas; los demás siguen trabajando individualmente; un niño dice algo inaudible a una niña y ésta le responde, un poco molesta: "¡podemos hacer las figuras que queramos!".

Como vemos, las razones para preferir una figura y no otra son sólo por ocurrencia, no se relacionan con las piezas que tienen a su disposición. Por otra parte, las interacciones, aun las relevantes a la tarea, son totalmente carentes de implicaciones con sentido matemático; al menos no hay ninguna referencia explícita. Muchas de las intervenciones son bromas, no relevantes a la tarea. Más notoria es esta situación en otro de los equipos:

Niño 3: ¡aquí viene un asteroide! (trae en la mano una figura y "la estrella" contra un planeta que hizo un compañero).
Niños: ¡ay! (entre "asustados" y divertidos).

De esta manera continúan. Luego parece que se cansan porque comienzan a trabajar individualmente: "yo voy a hacer un huevo", dice por ejemplo un niño; o ya sólo hacen bromas y desorden: "mira mi lápiz... *toing* (y le pega al compañero en la cabeza con una figura rectangular bastante alargada); otro niño canta: "a mí me gusta el pim...¡ah! (y avienta las figuras); uno más dice: "¡qué bonita figura, aquí están sus dos ojos!" (y pone dos pequeños círculos en los ojos de una niña); otra niña dice: "¡ya la hicieron enojar!"

En otros equipos se realizó un trabajo más ordenado y de construcción de figuras, pero prácticamente sin referencias a cuestiones matemáticas. La preocupación en esos casos fue de orden estético.

Decidimos presentar el análisis de esta clase como ejemplo de que un maestro puede organizar a su grupo para trabajar en equipo, asignarles una tarea que involucre objetos matemáticos y los niños interactuar; sin embargo, el resultado puede ser muy pobre en cuanto a actividad matemática significativa pues la atención de los niños se desvía del contenido.

Análisis de la codificación

En los segmentos de esta clase que codificamos, las interacciones de los alumnos no relevantes con la tarea representaron el 41% del total. No hubo interacciones no promotoras del trabajo colaborati-

vo —crítica/actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A)—. Las interacciones de tipo académico fueron el 59%, pero aun éstas, como hemos dicho, no versaban sobre contenidos matemáticos. Considerando sólo las académicas, las de respuesta (R) representan 95% (57% global), lo cual muestra un promedio de 9.5 respuestas por cada interacción de tipo espontáneo —enunciado conceptual (EC) 2% y pregunta (P) 18%— e indica un proceso más fluido que el de las otras clases, pero lleno de comentarios no relevantes. Por lo que respecta al foco de atención, las referencias a conceptos y estrategias (RC) (en este caso, para la realización de esta tarea, no matemáticos) son de 29%, a materiales (RM) u organización (RO) 67% y el restante 5% a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY) (resulta lógico, ya que no hay resultados o hechos propiamente a los cuales referir).

Las participaciones de la maestra en nuestro registro corresponden a 5% del total de las interacciones, lo cual indica un participación mucho menor que en la clase número 1. Esta autolimitación en la participación de la maestra —que en principio sería positiva en términos intelectuales— no surte el provecho posible debido a que la tarea, como se habrá visto, no favorecía en sí la construcción de conocimientos de tipo geométrico, ni implicaba un verdadero problema para los alumnos.

Tercera clase. "Trabajo bajo liderazgo"

Apreciación

La actividad, también del libro de texto, pide distribuir diferentes cantidades de boletos entre distintos números de niños: 30 boletos entre seis niños, 15 boletos entre tres niños, etcétera. En la clase anterior ya estuvieron trabajando sobre la división y la maestra inicia queriendo asegurarse de que "ya entendieron" que "dividir es repartir". A la hora de plantear la tarea, llama a un niño, Alán, a quien considera uno de sus mejores alumnos, para que encabece un equipo que él mismo constituye (distinto de los grupos permanen-

tes que ya están constituidos), estableciéndolo desde un principio como el líder del grupo. Alán asume este papel con toda naturalidad, compartiéndolo en parte con una niña, Mariana. Luego la maestra forma otros equipos, pero el registro es del equipo de Alán.

En este equipo, la mayor parte del trabajo la hacen Alán y Mariana. De hecho, desde el principio parecen saber la respuesta, pero llevan a cabo lo que se les pide. En parte, parece que lo hacen para beneficio de los demás:

Tarea: repartir 30 boletos entre seis niños. Están todos sentados en un círculo. Alán tiene una parte de los boletos y Mariana otra. Ambos (aunque la voz de Mariana sobresale) dirigen un conteo y los demás los siguen.
Alán y Mariana: cinco más cinco diez, más cinco quince, más cinco 20, más cinco 25, más cinco 30. (Al hacerlo, Mariana va señalando a cada uno de los niños, como indicando "cinco para él y cinco para él", etcétera).
Mariana: eran seis personas, ¿verdad? (a los compañeros).
Niños: ¡sí!
Alán: cinco por seis treinta (como para que los demás perciban que ése es el resultado) (hacen varios comentarios entre ellos, incomprensibles en la grabación).
Niño: ¿cuál es la otra, Alán?
Alán: ahora repartir 15 boletos a tres niños.
Niño: ¡ay, pues 5!
Alán y niño: 5, y 5 y 5 (señalando a tres compañeros, como para comprobar que son 15). [...]

En otra parte de la clase, cuando ya no trabajan por equipos, la maestra llama a Alán para que le ayude a explicarle a una niña cómo hacer divisiones, y él lo hace asumiendo completamente el papel de tutor, por lo cual suponemos que está acostumbrado a desempeñar este papel.

A pesar de que hay más interacciones significativas que en las otras clases, la tarea, al igual que las anteriores, es trabajo de banca

que los alumnos podrían realizar individualmente. No hay interdependencia positiva ni se tienen tareas complejas para realizar. De hecho, se trata más bien de un trabajo con la tutoría de quien más sabe: en este caso, Alán.

Análisis de la codificación

En esta clase, todas las interacciones de los alumnos fueron neutras en cuanto a la promoción del trabajo colaborativo y, con sólo 2% de interacciones no relevantes, queda casi la totalidad (98%) de las interacciones de tipo académico. Considerando sólo las académicas, las de respuesta (R) representan 91% (89% global), llegando el promedio a casi nueve respuestas por cada interacción de tipo espontáneo —enunciado conceptual (EC) 7% y pregunta (P) 2%—, lo cual muestra una mayor fluidez que en las clases anteriores, a lo que se añade la falta de interacciones no promotoras del trabajo colaborativo. Por lo que respecta al foco de atención, las referencias a conceptos y estrategias (RC) representan 59%, seguido de 30% de referencia a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY), y el restante 11% a materiales (RM) u organización (RO).

Las intervenciones de la maestra cuando los niños están trabajando en equipo se reduce. Sus interacciones del tipo que consideramos que no promueven el trabajo cooperativo disminuyen a 30% del total de sus intervenciones, siendo todas de administración (A).

En cuanto al eje foco de atención, se revierten los porcentajes, quedando una mayoría (57%) de sus intervenciones de referencia a conceptos y estrategias (RC), seguido por 29% de referencias a resultados (RR), hechos (RH) o que son de ayuda directa (RY). El 14% restante de sus intervenciones se refieren a materiales (RM) y organización (RO).

Interacción y mejor comprensión, forma de trabajo que se repite

En el grupo 2-R-MM, cuyo trabajo da lugar a este inciso, se observaron cinco periodos de clase de matemáticas y sólo en dos hubo trabajo

en equipo. La relación de la maestra con el grupo, en lo general, parece ser buena, aunque tiene sus momentos de fricción cuando la docente pierde momentáneamente la paciencia o muestra fastidio y los niños responden de forma poco respetuosa. Los equipos —en las clases observadas— son formados al azar o mediante una mezcla de azar, conveniencia y elección personal por parte de los niños. Las dos formas son ingeniosas y atractivas: la primera consiste en repartir "Sugus" de colores que los niños sacan de una bolsa sin ver y en formar los equipos de acuerdo con el color del dulce. La otra se realiza saliendo al patio y mediante un juego de "náufragos" se constituyen grupos de diversos tamaños hasta que la maestra decide que los equipos se integran como quedaron en un momento dado. Los grupos no necesariamente resultan heterogéneos.

Primera clase

Apreciación

Una vez que lleva a cabo la rutina "Los náufragos" para formar los equipos, la maestra, al igual que la del grupo 2-UE-S, inicia un periodo de práctica y revisión de las instrucciones de la tarea y muestra cómo hacerlo con algunos ejemplos. La actividad que asigna a los niños en esta clase es un antecedente de una actividad que aparece en las páginas 124 y 125 del libro de matemáticas "El almacén de ropa" que realizan en la siguiente sesión (*véase* anexo 1a). En diversas partes del salón se encuentran colgadas prendas de vestir con diferentes precios.

Maestra: vamos a continuar con lo del otro día: el remate de ropa [...] cada quien me va a ir diciendo cuánto rebajé en cada prenda. (Refiriéndose a una prenda colgada en la pared con el precio de $150). De 150, ahora lo doy en...
Alumnos: ¡76!
Maestra: ¿cuánto es lo que le rebajé?
Alumno 1: ¿podemos hacer cuentas en el cuaderno?

Maestra: sí. ¿Qué más podemos hacer para saber cuánto le rebajé? Ésta de 267 a 156.
Alumno 1: ¿cuánto le vamos a quitar? (le dirige la pregunta a la maestra).
Maestra: yo lo que quiero saber es cuánto rebajé [...]

Unos minutos después de iniciado el trabajo en equipo propiamente, la maestra vuelve a dirigirse a todo el grupo para explicar de nuevo lo que desea. Luego se acerca a distintos equipos y los va guiando con preguntas para que resuelvan los problemas cuando tienen dificultades. Con esta forma de participación, la docente inhibe el que entre los mismos niños resuelvan sus dudas, cometan errores y lleguen a descubrirlos, que entre ellos discutan, argumenten, contraargumenten, tengan diferencias de opinión y, en general, que adopten el tipo de comportamiento que es la razón de ser del trabajo en equipo.

Sin embargo, los niños del equipo observado —aprovechando el espacio de libertad de que gozan debido a que la maestra trabaja con otros equipos— parecen desarrollar un trabajo productivo, utilizando los materiales manipulables (que por cierto piden los propios niños: "maestra, ¿nos presta fichas?") y con un buen nivel de participación:

Alumno 1: ahora ¿cuál hacemos?
Alumno 2 : la playera.
Alumno 1: sí, anótala. (Escribe, en forma vertical, la resta 140 - 60, sin poner el signo menos).
Alumno 2: a cero le quitamos cero, queda cero.
Alumno 1: a cuatro le quitamos seis, no se puede. *Feriamos* (cambiamos) la centena y cuatro que teníamos son 14. Le quitamos seis, quedan ocho.
Alumno 2: y cinco que teníamos.
Alumno 1: ¿cinco?, ¿cuatro, no?
Alumno 2: no, cinco.

Alumno 1: ¡mira, son cuatro! (los cuenta) uno, dos, tres, cuatro.
Alumno 2: ¡ah, sí! Entonces *feriamos* la centena, y cuatro son ... (los cuenta) 14. Entonces le quitamos cinco, quedan ocho, y la centena que ya habíamos *feriado* quedan [...]

Faltando unos 10 minutos para el final de la clase, ante un error en uno de los equipos, la maestra interrumpe el trabajo para dirigir al grupo entero una explicación que conduce por medio de preguntas. Al terminar les pide que expliquen "cómo le hicieron", pero no hay una fase de cierre en la que relacione lo realizado con otros conceptos o procedimientos, ni con lo que está por venir, o que reflexionen sobre lo que aprendieron. Empero, puede verse, el trabajo que realizan los niños observados en los momentos en que no son dirigidos por la profesora constituye una interacción positiva.

Análisis de la codificación

Las interacciones de los alumnos que consideramos que no promueven el trabajo cooperativo representan el 10% —crítica o actitud no cooperativa (CR) 6% y de administración (A) 4%—, quedando 88% de interacciones de tipo académico. Considerando sólo las académicas, las de respuesta (R) representan 75% (66% global), lo cual deja en promedio aproximadamente tres respuestas por cada interacción de tipo espontáneo —enunciado conceptual (EC) 11% y pregunta (P) 19%)— sugiriendo un proceso bastante más fluido que en las clases antes analizadas. El 59% se refiere a conceptos y estrategias (RC), 10% de referencia a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY) y 31% se refiere a materiales (RM) u organización (RO).

De las participaciones de la maestra, casi un tercio (31%) son del tipo que no promueven el trabajo cooperativo: 4% de crítica/actitud no cooperativa (CR) y 28% de administración. Un 47% de sus intervenciones se refiere a conceptos, quedando el resto repartido por partes iguales: 27% de las intervenciones se refieren a resultados

(RR), a hechos (RH) o son de ayuda directa (RY) y otro 27% se refiere a materiales (RM) u organización (RO).

Segunda clase

Apreciación

Al igual que en la primera clase, la maestra inicia con una serie de preguntas con las que se asegura que los niños entienden lo que aparece en la página 124 del libro de matemáticas, *El almacén de ropa*, en la cual se basa la actividad que van a desarrollar. En seguida les pide que lean las siguientes páginas, pero ante la primera pregunta les explica lo que dice y trata de ayudarlos a entender lo que van a hacer.

Maestra: bien, es [la página 124 del libro de matemáticas de 2°] la del almacén [de ropa] y nosotros tenemos aquí también nuestro almacén.
Maestra: [...] ¿qué hay en el dibujo? (dirigiéndose a todo el grupo).
Alumnos: ¡calcetines!, ¡ropa!, ¡pantalones!, ¡faldas! [...]
Maestra: ahí está una playera blanca con rayas...
Alumnos: ¡rojas!
Maestra: de 43 rebajado a...
Alumnos: ¡38!
Maestra: unas camisas de 99 rebajadas a...
Alumnos: ¡75!
[...]
La maestra continúa pidiéndoles las rebajas para diversos artículos.
Maestra: bueno, ésta es la información y con ella vamos a resolver los problemas de la páginas siguientes. ¡Léanlas!
[...]
Alumno 1: maestra, ¿viene por favor? (la maestra se acerca).
Alumno 1: no le entiendo, maestra.
Maestra: a ver, ¿qué dice?

Alumno 1: (primer problema, lo leen juntos). *¿Qué tiene mayor descuento, el pantalón o el suéter para niño?*
Alumno 1: ¡ah!, que de cuál pagó menos.
Maestra: así es. (En realidad no lo es).

La maestra acude con los niños que la llaman, que son la mayoría, a ayudarlos a leer el problema y entender qué van a hacer. Los niños que parecen ir comprendiendo los problemas acuden a su caja de material y toman montones de fichas de colores que representan unidades, decenas y centenas.

Por lo general, en la pareja observada las niñas realizaron trabajo productivo con pocas intervenciones por parte de la maestra:

Alumna 1: ¿ya sabes cuánto ahorró en las camisas?
Alumna 2: dos,... no... 20.
Alumna 1: dos camisas, 60.
Alumna 2: ¿se ahorró 60?
Alumna 1: ¿sí estamos bien?
Alumna 2: no, ahora quítales 18.
Alumna 1: pon 60 fichas rojas.
Alumna 2: seis de 10.
Alumna 1: ahora, quítales 18.
Alumna 2: no se puede.
Alumna 1: hay que *feriar* una por 10. (Una ficha de decenas por 10 fichas que representan unidades).
Alumna 2: quedaron cuatro de 10 y dos de uno.
(Anotan 42 como respuesta al descuento de las camisas).

Es notorio que en una de las ocasiones en que la maestra se acerca para observar a las niñas, les pregunta: "¿en qué van, señoritas?", y al percatarse de que cometieron un error, recurre nuevamente a la conducción por medio de preguntas hacia el *resultado correcto*:

Maestra: ¿en qué van, señoritas? A ver (lee en el libro el problema de Erik): ¿cómo le hicieron?, ¿se ajustó o no lo que les pidieron? Fíjense lo que les preguntan.

Alumna 1: es que faltaron las playeras de contar.
Alumna 2: a ver, tenemos dos.
Maestra: ¿dos qué?
Alumna 2: dos centenas.
Maestra: ¿y qué más?
Alumna 1: y tres.
Maestra: ¿tres qué?
Alumna 2: tres decenas, es que valen... no, necesitamos cambiar una decena.
Maestra: ¿para qué?
Alumna 1: para poder pagar lo de las calcetas [...]

Nuevamente, no hay momento de cierre por parte de la maestra. Casi al finalizar la clase, el observador dice: "en lo que siguió de la clase, los niños se dedicaron a conversar de otros temas. Es decir, ya no trataron de resolver los problemas matemáticos". Su siguiente registro es: "termina la clase".

Análisis de la codificación

Las interacciones de los alumnos que consideramos no promotoras del trabajo cooperativo representan el 10% —crítica o actitud no cooperativa (CR) 6% y de administración (A) 4%— quedando 88% de interacciones de tipo académico. Considerando sólo las académicas, las de respuesta (R) representan 75% (66% global), lo cual deja en promedio, aproximadamente, tres respuestas por cada interacción de tipo espontáneo —enunciado conceptual (EC) 11% y pregunta (P) 19%)—, sugiriendo nuevamente un proceso más fluido que el observado por ejemplo en el grupo 2-UE-S. El 59% se refiere a conceptos y estrategias (RC), 10% de referencia a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY) y 31% que se refiere a materiales (RM) u organización (RO).

De las participaciones de la maestra durante el trabajo en equipo, casi 39% son no promotoras del trabajo cooperativo: 6% de crítica/actitud no cooperativa (CR), 6% para mantener el ritmo (MR) y

28% de administración (A). Un 55% de sus intervenciones se refieren a conceptos, 27% a resultados (RR), hechos (RH) o son de ayuda directa (RY) y 18% a materiales (RM) u organización (RO).

Algunas apreciaciones generales sobre los grupos de segundo grado

En general, en las clases de la maestra del grupo 2-UE-S vemos que el trabajo en equipo se utiliza para que los niños practiquen y refinen su comprensión de lo ya conocido. No vemos que se busquen oportunidades para que los niños construyan conceptos nuevos. Por otra parte, en las distintas sesiones se puede observar una variabilidad importante en la realización del trabajo en equipo: la casi ausencia de interacción promotora de aprendizajes y la centración en los materiales, el trabajo con la dirección de un líder, o la pérdida del contenido matemático. Esto muestra, como dijimos antes, que el trabajo en equipo puede generar experiencias totalmente diversas y aun entre los mismos niños, pues la productividad y los efectos positivos de esta modalidad de trabajo (como otros investigadores lo han señalado) derivan de múltiples factores: la tarea asignada, la claridad en la tarea y el estatus de los distintos participantes.

El trabajo registrado en el grupo 2-R-MM deja ver también un interés importante de la profesora por que el trabajo en equipo se realice después de que los niños tengan los conocimientos suficientes para realizar la tarea. Adicionalmente, ella participa con un trabajo fuertemente directivo, acercándose a los distintos grupos cuando los niños se encuentran trabajando con esta modalidad. No obstante, el trabajo de algunas parejas registradas parece realmente colaborativo, aunque la tarea de referencia se trate sólo de cuestiones algorítmicas.

Cuarto grado

Lo operativo sobre lo intelectual

La maestra del grupo 4-R-S, al cual se refiere este análisis, tiene

poca experiencia docente según sus palabras: "... nada más tengo dos años de servicio". Parece que no tiene mayor conflicto con los niños, aunque posiblemente la inexperiencia conlleva implicaciones didácticas ya que, durante sus clases, muchos niños se distraen o compiten por llamar su atención, causándole perdida de continuidad cuando conduce la clase. También presenta algunas confusiones en cuanto al tema de área sobre el que versan las clases observadas. Señalamos esto, pues como veremos más adelante, parece ser parcialmente la causa de dificultades con el tipo de tareas que asigna a los niños.

La maestra integra los equipos sin estrategias especiales; simplemente les pide que los formen, de modo que aquéllos son una mezcla de elección hecha por los niños y conveniencia por cercanía.

Primera clase

Apreciación

La clase inició con un repaso/desarrollo del concepto de área y de las fórmulas para calcular el área de figuras cuadradas y rectangulares. El desarrollo de la actividad completa ocupó esta clase y la siguiente. Como pudimos observar, la maestra no describió de manera clara y concisa en qué consistía la actividad, la cual además presenta un problema conceptual*. Durante la clase, los alumnos han calculado el área de varias figuras, cuadriculándolas y contando el número de cuadros (aunque hay un par de pasajes que muestran confusión al respecto, debido a que los cuadros miden dos centímetros de lado). Por otra parte, la maestra se ha esforzado en distinguir entre la fórmula de área para el cuadrado y la del rectángulo. De alguna manera, lo que parecería iba a ser un ejercicio para medir el área de un patio se convierte en otra actividad consistente en comprobar si ciertas instalaciones de la escuela son rectangulares o cuadradas. Veamos:

* La medición de longitudes, en este caso los lados de una figura, involucra metros lineales, no metros cuadrados. No se requiere construir un metro cuadrado para determinar si una figura es cuadrada o rectangular. Algunos niños son confundidos por esto, como veremos en la clase siguiente.

Se ha formado en el pizarrón una lista de "instalaciones" (pasillo, cancha, salón y patio) y, con base en lo que la maestra llama "anticipación", los alumnos los han clasificado como rectangulares o cuadrados:
Maestra: [...] ¿y el salón?
Niños: cuadrado.
Marcos: cuadrado, ¡se ve! ¡Mira, se ve, se ve, se ve!
Niño 1: ¡no es cierto!
Maestra: ¡ajá! Ahorita vamos a comprobar. ¿El patio, este donde estamos? (pregunta ahora por el patio de acceso).
[...]
Maestra: para comprobar si es cierto...
Niño 1: ¡vamos a medir! (interrumpe a la maestra).
Maestra: ... para ver si es cierto lo que acaban de anticipar por equipos vamos a fabricar un metro cuadrado.
Niño 1: vamos a hacer una... como la hicimos la otra vez.
Maestra: sí, pero la otra vez la hicimos con un hilo, ¿verdad?
Maestra: ahora con un periódico se va a hacer un metro cuadrado.
(Comentan todos a la vez, haciéndose incomprensible lo que dicen).
Marcos: ¿y luego? (pregunta a la maestra, retomando el tema de la clase).
Maestra: a ver, ¿cuánto debe medir cada metro?,* ¿cada lado del metro cuadrado?
[...]
Niño 1: ¡cien!
Maestra: cien de cada uno, ¿verdad?
Maestra: entonces ahorita por equipos nos vamos a organizar [...]
Niña: ¿qué vamos a hacer?
Maestra: ¡un metro cuadrado con periódico!

* La pregunta es confusa. Un metro es una unidad de medida; un metro mide un metro; en centímetros, es decir, si tomamos al centímetro como unidad de medida, un metro mide 100 cm. Otra pregunta, junto con su respuesta, que parece señal de confusión es la siguiente: "¿con qué se mide lo ancho o lo largo de algún objeto? y le responden: "¡con los centímetros!", y la maestra confirma: "¡con los centímetros!"

La actividad consiste entonces en lo siguiente: "... con un periódico hacer un metro cuadrado". De acuerdo con la maestra, esta actividad es preliminar a: "...ver si es cierto lo que acaban de anticipar por equipos", esto es, comprobar si las "instalaciones" son cuadradas o rectangulares según habían postulado.

Dada la naturaleza de la actividad, los niños están sobre todo ocupados en realizar labores manuales, recortar, pegar, y medir ocasionalmente. De modo que la mayoría de las interacciones son sobre los materiales y la organización: solicitar materiales, decidir quién recorta, pedir ayuda para recortar o manejar el periódico, ver si alcanza o no el pedazo de periódico que tienen, etcétera:

Niño 1: [...] ¡agárrale de la orilla, Juan!
Niño 2: ¡dame otro (pedazo de papel)!
Niño 3: [..] no hay tijeras.
Niño 2: ¿dónde están las tijeras que te presté, Bárbaro?
Niño 1: ¡sabe!
Niño 3: no hay tijeras [...]

La tarea de medición es simple: comparar con "el metro" (la regla de madera que mide un metro) o con un hilo que les dio la maestra. En general, aunque tienen dificultades operativas, todos saben qué hacer, con excepción del equipo de José. Este equipo ha hecho una tira de periódico de un metro de largo y 10 centímetros de ancho aproximadamente.

Maestra: ¡no van a hacer tiras, van a hacer un cuadrado! Una figura cuadrada, que cada lado mida un metro.

Si bien es posible que esta actividad deje a los niños una representación concreta de un *metro cuadrado*, no consideramos que sea una aportación importante en términos de aprendizaje (al menos no en la forma como fue diseñada y presentada a los niños). No da la impresión —al menos por lo que se deduce de las interacciones y de la observación en general— de que los niños elaboran o reelabo-

ran sus conceptos, de que contrastan sus diferentes puntos de vista, etcétera, ni vemos señales del tipo de procesos que se pretende ocurran durante el trabajo en equipo.

Según nuestros registros acerca del tema área, la maestra *enseña* a los niños los conceptos y los procedimientos, ya sea en forma expositiva o mediante un procedimiento mayéutico dirigido al grupo entero (aunque estén constituidos en equipos). El trabajo en equipo lo reserva para que los alumnos hagan labores manuales. Parece que la maestra no tiene una idea elaborada sobre lo que les va a aportar la actividad. Por otra parte, como se observa en el pasaje siguiente, no todos los equipos trabajan, ni todos sus integrantes lo hacen:

Maestra: ¿niños, ya terminaron el metro cuadrado? (se refiere a los integrantes de un equipo en el que han estado jugando la mayoría del tiempo al juego que en la región denominan "tazos").
Maestra: ¿quién está en este equipo? (los niños de ese equipo se encuentran dispersos jugando con otros. Al oír la voz de la maestra, vuelven a integrarse).
Maestra: ¿están trabajando los cuatro? [...]

De hecho, sólo uno de los tres equipos constituidos había terminado cuando la maestra dio por concluida la sesión de matemáticas. Al equipo que terminó su trabajo le pide que comprueben si es en realidad un metro cuadrado.

Análisis de la codificación

Por parte de los alumnos, 27% de las interacciones son de las no promotoras del trabajo cooperativo —crítica o actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A)—, 16% no son relevantes a la tarea y no encontramos interacciones promotoras del trabajo colaborativo, quedando sólo 57% de interacciones de tipo académico. De las académicas, 64% son de respuesta (R), lo que da un promedio aproximado de dos respuestas por cada interacción

espontánea, indicando una conversación poco fluida y fragmentada. El 36% se refieren a conceptos y estrategias (RC), 62% a materiales (RM) u organización (RO) y 2% a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY). Estos datos son consistentes con lo que hemos comentado en nuestra apreciación. El 44% de las participaciones de la maestra son del tipo que consideramos no promotoras del trabajo cooperativo, es decir, de crítica/actitud no cooperativa (CR), para mantener ritmo (MR) y de administración (9), quedando reducidas a 56% las del tipo que consideramos académicas. El 67% de sus intervenciones se refieren a conceptos y el 33% restante a materiales (RM) u organización (RO); ninguna alude sólo a resultados (RR), hechos (RH) o son de ayuda directa (RY). Estos porcentajes serán entendibles si se tiene en cuenta la simplicidad de la tarea realizada.

Segunda clase

Apreciación

En esta clase se desarrolla la actividad que planteó la maestra en la sesión anterior: usar el *metro cuadrado* de periódico que hicieron los alumnos para comprobar si eran correctas sus "anticipaciones" (*es cuadrado o es rectangular*) sobre diversas "instalaciones" de la escuela (patio, cancha, etcétera). En referencia a un ejercicio del libro de matemáticas en el que se habla de terrenos y de la forma de medir su superficie, tenemos el siguiente pasaje del registro:

Lula: *¿cómo crees que los niños pueden medir el patio? Coméntalo con tus compañeros* (leyendo en el texto).
Maestra: ¿cómo creen que vayan a medir el patio los niños? [Hace la pregunta al grupo en general, refiriéndose a los niños que el libro menciona].
José: ¡con un metro cuadrado!
Maestra: con un metro cuadrado; ¿con qué más?
Algunos: ¡con un metro!

Maestra: ¿con un metro nada más? ¿nada más, con eso se mide?
Niño 1: ¡escuadra!
Maestra: continúa Lula [se refiere a que siga leyendo].
Lula: *una unidad que sirve para medir las superficies, como el piso del patio o el piso del salón, es el metro cuadrado. El metro cuadrado es un cuadro que mide un metro por cada lado.* (Lula lee con fluidez).
Maestra: ¡que se nos grabe bien esto! ¿eh? El metro cuadrado es un cuadrado que mide un metro por cada lado [...]
Lula: *¿cuántos metros crees que mide el piso de tu salón?* [...]
(La maestra pide a varios niños que continúen con la lectura).
Rubén: *observa el patio y anota lo que creas que mide.* [...]
Brando: *averigua con tus compañeros cuántos metros cuadrados miden el patio y el piso del salón. Busquen un procedimiento para no tener que contar los metros cuadrados de uno en uno.*
Maestra: ¡a ver, vamos a ver! ¿Qué procedimiento hay [...] para no tener que hacer lo que hicieron por ahí otros niños?
(Hay varias voces que se empalman y hacen indescifrables los comentarios).
Maestra: ¿cómo podemos hacer para medir, sin tener que poner el papel de metro por metro?
Niña 1: ¡lado por lado!
José: si fuera un rectángulo, ¡base por altura!, ¡multiplicándole!
Maestra: ¿y si fuera un cuadrado?
José: ¡lado por lado!

Aparentemente, la maestra retomó la actividad como estaba planteada en el libro de matemáticas, pero, como veremos más adelante, esto no es así. En este punto de la clase, toma los metros cuadrados de periódico elaborados en la sesión anterior, los reparte entre los equipos y da indicaciones para realizar la actividad. En seguida asigna a cada equipo el lugar cuya área van a medir.

En general, hay problemas operativos para realizar la medición: el viento no deja colocar el periódico sobre el piso o el periódico se rompe; empero, los equipos que midieron los exteriores terminan

organizándose de tal manera que varios niños sostienen el periódico y uno más anota el número de veces que el periódico se traslada.

El equipo que observamos con más detalle y cuyo registro se codificó midió el salón de clases. La mayoría de sus intervenciones son para afrontar problemas operativos:

Maestra: ¡acá al frente también! (se refiere a que midan también la pared del frente del salón).
José: ¡no, mire! (le indica la presencia del escritorio y los dos gabinetes que se encuentran en la esquina izquierda).
Maestra: puedes ir alrededor, como dice Marcos.
Marcos: ¡medimos éste y luego aquél! (señala dos de las paredes del salón).

Al parecer, José se muestra renuente a realizar la actividad que le ha tocado a su equipo, porque considera que no se pueden quitar las butacas, los estantes y los demás objetos que se encuentran dentro del salón y que dificultan la medición.

José: ¡pero no es cuadrado!
Maestra: por eso lo van a medir primero, para saber si es cuadrado o rectangular.

La actividad termina siendo una mezcla de dos (medición y resolución de problemas operativos para poder hacerlo). Al principio, todos los niños intentaron medir los lados de las distintas áreas con el *metro cuadrado* de periódico, pero, por ejemplo, el equipo que midió el salón de clases terminó por abandonarlo a favor de la regla de madera, o un hilo, de un metro de longitud.

Al terminar la actividad, se hace en el pizarrón una tabla en la cual se anota el lugar medido, la forma que tiene, las medidas de sus lados y su área. Los resultados ofrecidos por un niño muestran que, al menos para su equipo, la actividad no resultó útil para colaborar en la construcción de la noción de área, pues, según su respuesta, el área es la suma de la medida del largo y el ancho.

Análisis de la codificación

Los alumnos tuvieron, del total de sus interacciones, 10% del tipo que consideramos no promotoras del trabajo cooperativo —crítica o actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A)— y el 90% restante fue de las interacciones del tipo académico. No registramos interacciones no relevantes a la tarea ni interacciones promotoras del trabajo colaborativo,. De las académicas, 94% son de respuesta (R), lo que nos da un promedio de más de nueve (9.5) de respuestas por cada interacción espontánea que indica más fluidez en la conversación. El 22% se refiere a conceptos y estrategias (RC), 61% a materiales (RM) u organización (RO) y 17% a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY). Estos datos son consistentes con lo que hemos comentado en nuestra apreciación.

En su mayoría (75%), las participaciones de la maestra son del tipo que consideramos no promotoras del trabajo cooperativo, es decir, de crítica/actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A), quedando sólo 25% del tipo que estimamos académicas. La totalidad de sus intervenciones se refiere a materiales (RM) u organización (RO), pero ninguna a conceptos ni a resultados (RR), hechos (RH) o es de ayuda directa (RY).

Participación equitativa en la resolución de problemas[3]

La maestra de este grupo mantiene una clase dinámica, relativamente ordenada y suele captar el interés de los alumnos; también guarda una relación cordial y respetuosa con ellos. Las actividades las toma del libro oficial y les dedica más de una clase. Al igual que el resto de los maestros que hemos mencionado, dedica mucho tiempo a explicar y a resolver problemas junto con toda la clase. De cuatro clases observadas, sólo en una se utilizó la modalidad de trabajo en equipo. En esa ocasión, los alumnos resolvieron "problemas" similares a los que habían visto con ella; sin embargo, la natu-

[3] Este inciso se basa en el trabajo realizado en el grupo 4-UE-CO.

raleza de las actividades y dado que probablemente aún les falta mucho por comprender, hizo que se involucraran en la tarea.

Apreciación

La actividad se deriva de la lección "Esferas de plastilina", que corresponde al libro de matemáticas de cuarto grado y que tiene por objetivo que los niños sumen fracciones de denominador 2 y 4, pesando esferas de plastilina. Los niños llevaron de tarea unas balanzas que hicieron en casa con un palito de madera y tapas de plástico o botecitos colgados de los extremos y un hilo amarrado al centro para sostener o colgar la balanza. También llevaron cierto número de bolitas de plastilina de 100 g y de 50 g. La consigna de trabajo fue la siguiente:

Maestra: van a formar equipos y van a pesar diferentes objetos; luego alguien del equipo va a registrar el peso de cada objeto.
Los niños salieron a la cancha de basquetbol y formaron nueve equipos, distribuidos en toda la cancha y en algunas de las jardineras de alrededor.

El equipo observado agrupa a cuatro niñas que tienen diversos objetos para pesar: goma, sacapuntas, corrector, tijeras, su balanza y sus bolitas de plastilina. Inician su trabajo casi desde el principio de la clase con un mínimo de intervención por parte de la maestra, pero con la de la observadora:

Observadora: a ver, este equipo, ¿qué van a hacer?
Alumnas: vamos a hacer un ... vamos a pesar las cosas, queremos comparar el peso de la goma con la plastilina... son como cinco... cinco.

Conviene señalar que la clase anterior se dedicó en su totalidad a trabajar en esta actividad con el grupo entero. Según nuestra opinión, esto limitó la oportunidad de que los niños exploraran por

sí mismos y enfrentaran problemas para, a partir de su trabajo, construir su propio conocimiento. De cualquier manera, las niñas encuentran interesante la actividad y enfrentan diversas situaciones que, a pesar de haber visto problemas similares en la clase anterior, aún representan un reto para ellas. El trabajo en equipo resulta productivo. En este caso, los manipulables son incluso compartidos; sin embargo, no queda claro en la transcripción si todas las niñas del equipo participaron por igual debido a la similitud de sus voces, pero es evidente por la naturaleza del diálogo una participación de la mayoría. Veamos un pasaje:

Alumna: vamos a ver, ¿qué pesaremos ahora?
Alumna: las tijeras.
Alumna: a ver, ponle la [bolita] de cien.
Alumna: no creo que estén tan pesadas.
Alumna: no, se las va a llevar. (Trata de decir que la bolita de plastilina es más pesada que las tijeras, y así ocurrió.)
Alumna: ponle la de 50.
Alumna: ¡ya están todas revueltas! (No encuentran una bolita de plastilina de 50 g).
Alumna: ponle dos de 25.
Alumna: (pone las bolitas) le falta.
Alumna: ¿y si le ponemos la goma?
Alumna: a ver, ponle el corrector. (Pesan las tijeras con el corrector y aquéllas pesaron más.)
Alumna: (después de hacer varios intentos con bolitas de plastilina y con objetos). Entonces, ¿el objeto que ha pesado más? [...]

Cabe señalar que durante el trabajo en pequeños grupos, la observadora participó más allá de lo deseable, pero los diálogos entre las niñas parecen ocurrir de modo natural. Por otra parte, registramos este pasaje porque, a pesar del sesgo que se da más adelante debido a la participación de la observadora, la tarea realizada durante la no intervención de la maestra permitió realizar un trabajo en equipo productivo.

Análisis de la codificación

En relación con los alumnos, no encontramos interacciones no promotoras del trabajo cooperativo —crítica o actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A)—, pero sí al menos algunas interacciones positivas (3%), quedando 97% de interacciones de tipo académico. De las académicas, todas son de respuesta (R) y representan 96% global. Esto se explica debido a que la observadora dispara la conversación en dos ocasiones diferentes y los alumnos siguen el hilo de esas conversaciones durante casi todo el episodio. El 69% se refieren a conceptos y estrategias (RC), 23% a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY) y 8% a materiales (RM) u organización (RO).

En esta clase no encontramos participaciones del tipo que consideramos no promotoras del trabajo cooperativo, es decir, de crítica/actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A), y todas fueron del tipo académico. El 40% de las intervenciones se refieren a conceptos, 40% a resultados (RR), hechos (RH) o son de ayuda directa (RY) y 20% a materiales (RM) u organización (RO).

Sexto grado

Un equipo claramente disfuncional

En esta clase —correspondiente al grupo 6-R-CA— el registro no resultó muy informativo para fines de la codificación, con excepción del segmento al que nos referiremos más adelante. La observadora asegura haber registrado todas las interacciones verbales, pero notamos que son muy escasas. La clase duró dos horas y el trabajo en equipo se realizó en dos partes: una en los 50 minutos del inicio y la otra casi al final de la clase. Al comienzo se plantea la actividad siguiente:

Maestra: todo el equipo me va a escribir qué características tiene esto (toma varios envases de forma cilíndrica con distintas dimensiones, por ejemplo: una lata de *Choco-Milk*)... por lo menos cinco características (entrega un envase a cada equipo).

En esta parte, la maestra sólo concede dos minutos para trabajar y luego pide a los niños decir "¿qué pusieron?" La mayoría de los equipos da toda clase de características, muchas de las cuales no tienen relación con aspectos geométricos ni con lo que se les pide en la segunda tarea. La forma como se planteó esta tarea, no parece ser de un nivel correspondiente al sexto grado ni de mucha ayuda para la siguiente actividad:

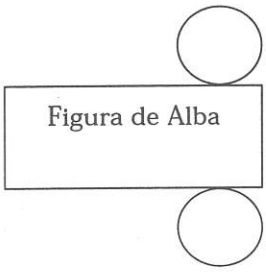
Maestra: muy bien, todos ustedes mencionaron características del objeto que tienen en su mano. Al final vamos a ver si es o no es. Nuestra encomienda ahorita es que a cada equipo le voy a repartir una cartulina (y) van a hacerme una figura semejante a la que tienen en sus manos. ¡Tiempo! ¿Qué hora es, Omar? [...]
Seguramente los niños hacen preguntas a la maestra porque al acercarse a los equipos a entregar la cartulina, la maestra dice: "cómo ustedes quieran" o "de la medida que ustedes escojan".
Se hace mucho ruido, los niños empiezan a hablar en voz alta.
Maestra: antes de que empiecen, ya que están comentando sus ideas, por equipo ... (no la atienden) ¡Muchachos! (se hace cierto silencio.) Antes de que comiencen, les voy a entregar una hoja, en esa hoja me van a dibujar cómo sería el plano de ese objeto que van a hacer.

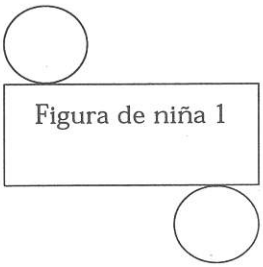
Los equipos proceden a ello, pero varios de ellos enfrentan dificultades. El nivel de participación es muy variado. En uno de los equipos, formado por dos niñas y dos niños, cada uno hace su propio desarrollo sin interactuar. Una niña y un niño están en desacuerdo con la solución que éste plantea; entonces la niña, después de varios intentos del niño por explicarle, termina convenciéndose por sí sola, pero queda molesta. Los otros miembros del equipo no hacen comentarios al respecto. (Este pasaje lo reproducimos completo más adelante).

No es muy clara la finalidad de la tarea. Al menos, las instrucciones dadas a los alumnos no conducen a ella. Al parecer, la profesora trataba que usaran el concepto de π (pi) para determinar la longitud de un rectángulo de papel que formaría la cara lateral de un cilindro, conociendo el diámetro de la base circular. En una parte del pizarrón hay cartulinas con alusión a π (pi); no obstante, las instrucciones dadas para la realización de la tarea no llevó a utilizarlo.

Como ya se dijo, la mayoría del tiempo en que los niños trabajaron en equipo lo hicieron en silencio; sin embargo, durante un segmento del registro hubo interacciones y creímos interesante reproducirlo en su totalidad para presentar luego el análisis de la codificación de ese segmento.

Un niño a quien llaman Alba hizo el dibujo que mostramos abajo del lado izquierdo y una alumna, niña 1, la figura de la derecha, ambos por separado, tratando de cumplir con la parte de la tarea en la que se les pide "dibujar cómo sería el plano de ese objeto que van a hacer", en este caso un cilindro. La disposición de las bases del cilindro de la niña 1 corresponde a las que aparecen en el libro de texto.





Niña 1: ¡no está bien, debe estar así! (le dice a Alba y señala las bases en los extremos opuestos de su figura).
Alba: es lo mismo.
Niña 1: no.
Alba: sí está bien.
Niña 1: no, debe ser así y así. (Señala nuevamente en su cuaderno las bases).

Alba: ¿verdad que es lo mismo? (Preguntándole a la maestra).
La maestra no lo atiende, pues está con otros equipos.
Alba (a la compañera): haz de cuenta que las hacemos así y así queda ... (lleva a cabo un ademán, como haciendo los dobleces necesarios en la plantilla para formar el cilindro).
Niña 1: no. (Parece que no se convence, pero ahora se ha quedado seria y ya no hace nada).
Alba ya no continúa la discusión y ahora pone las "pestañas" a las bases de su plano. Los otros dos miembros del equipo no hacen nada ni participan, sino sólo están callados.
Alba (a la niña): ¡de los dos modos va a salir! (como insistiéndole, cuando la ve que sigue sin hacer nada).
La niña retoma su trazo, con las bases colocadas en los extremos opuestos.
Alba (en voz alta a la maestra): maestra, ¿verdad que de las dos formas sale?
La maestra finalmente se acerca al equipo.
Alba: le digo que sale de las dos formas...
Maestra: ¿cómo sé que sale de las dos formas?
Alba: porque nomás le hacemos ésta para acá y ésta para acá (realiza un ademán sobre las bases de su plano) y es lo mismo.
Maestra: y ¿por qué no lo hacen? (luego se dirige a la niña). Si crees que sólo así sale, compruébaselo, hazlo. (Se retira).
Niña 1: (Se queda pensativa, no hace nada).
Alba: (da el plano a la niña que no ha participado para que remarque con color los trazos que él realizó. La niña lo hace sin más comentario).
Niña 1: (arranca la hoja de su libreta).
Alba: ¿y ahora? (como diciendo: ¿qué pasó?).
Niña 1: ya no lo voy a hacer; sí sale.

A pesar de que la niña 1 resolvió su duda, el resultado, en cuanto a trabajo colaborativo, no es favorable. En el resto de la actividad, sólo Alba trabaja y los demás únicamente lo observan. A partir de este momento, Alba tiene el liderazgo completo del grupo. En un

punto recluta a un compañero: "dibújale las pestañas aquí", "faltan las de aquí", y al no parecerle el ritmo que sigue, Alba vuelve a tomar los instrumentos, traza las pestañas y dice en tono un poco molesto: "¡ahí está y yo ya no lo recorto!". El equipo es disfuncional.

Análisis de la codificación

En este segmento de la transcripción del equipo de Alba, las interacciones no promotoras del trabajo cooperativo —crítica o actitud no cooperativa (CR), para mantener el ritmo (MR) y de administración (A)— representan 13% de sus interacciones, no encontramos interacciones positivas y el resto (87%) son de tipo académico. De las académicas, 92% son de respuesta (R), lo que corresponde a una sola conversación en este pasaje. El 23% se refiere a conceptos y estrategias (RC), 69% a resultados (RR), hechos (RH) o ayuda directa (RY) y 8% a materiales (RM) u organización (RO). Como se puede ver en el pasaje, en la mayoría de las interacciones (62%) entre Alba y la niña 1 se limitan a decir que su respuesta es la correcta y la del otro no (niña 1) o que ambas lo son (Alba). Pocas veces dan algún argumento.

Si bien la maestra interviene en el equipo sin darles la respuesta sino alentándolos a que resuelvan ellos mismos el conflicto, lo hace ante al llamado de Alba. Si el equipo trabajara en forma cooperativa, habría buscado el modo de resolverlo sin llamar a la maestra. Todas las intervenciones de ésta son de concepto y estrategia.

Las causas de la baja productividad de un grupo son diversas, están complejamente entrelazadas y constituyen parte del contexto cultural del aula. El papel de la maestra, lo que ella controla de su actuar, es sólo una componente.

Conclusiones sobre el trabajo en equipo

Muchos maestros parecen haber aceptado el trabajo en equipo como modalidad de enseñanza y aprendizaje. Discursivamente, salvo unos cuantos casos, es señalado como beneficioso para los logros escolares en matemáticas. En los hechos del salón de clases se

observa un uso efectivo frecuente de esta modalidad de trabajo, particularmente en el segundo grado.

Por la forma que utilizamos para levantar los datos, sólo pudimos registrar uno o dos equipos en cada clase en que se utilizaba esta modalidad, estamos conscientes de que un registro más completo quizá mostrase una diversidad que hoy no estamos en posibilidades de recontar. Empero, con la recuperación de los hechos que logramos, consideramos válidas las afirmaciones siguientes:

1. Por lo general, las tareas son de bajo nivel de complejidad; son tareas de las que hemos llamado trabajo de banca; aun las que les resultan más interesantes a los niños involucran conceptos que el maestro ya les ha explicado con anterioridad y problemas del tipo que él ya ha resuelto. Los niños que al inicio de la tarea ya dominan el concepto o procedimiento lo realizan sin dificultad y, con frecuencia, los que no lo dominan carecen de la oportunidad y el tiempo necesario para lograr el aprendizaje previsto.

Sin embargo, recordemos que las tareas son, en su mayoría, las planteadas en el libro o los ficheros de actividades de matemáticas de la SEP y, según la misma SEP, "el éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas en la interacción con los otros" (SEP, 1993). En nuestra opinión, muchas de las actividades observadas no logran esto último.

2. Normalmente, no hay interdependencia positiva de ningún tipo: ni de metas ni de recursos, ni de recompensas entre los alumnos. En algunos casos comparten materiales, pero no se muestra que comprendan la necesidad de compartirlos para alcanzar o completar la tarea.

3. Los maestros no tienen establecido ningún mecanismo o estrategia para determinar el logro individual de los propósitos de las tareas. Con excepción de señalamientos aislados, no saben si cada alumno ha desarrollado los procesos que conduzcan a comprender el contenido matemático de la lección. Es decir, no hay responsabilidad individual exigible.

4. El nivel de participación en los equipos es muy dispar. Algunos niños realizan la mayor parte del trabajo y otros no contribuyen en lo absoluto. Las maestras y maestros, de acuerdo con las entrevistas, están conscientes de ello pero no tienen una estrategia para lograr que participen todos por igual; es más, se observa que frecuentemente recurren a los alumnos más avanzados para salir de una situación difícil.

5. Los maestros tienen dificultad para devolver a los alumnos la responsabilidad no sólo de su aprendizaje, sino también del desarrollo de las actividades, ni siquiera de efectuar la lectura de los textos. Es decir, se percibe como necesario mantener el control puntual de los procesos de los alumnos. En ocasiones, no se les da la oportunidad de entender por sí mismos las instrucciones de las tareas asignadas.

6. Las actividades en sí, junto con la distribución y la forma de conducir las clases, revelan que en la mayoría de los profesores permanece una concepción del aprendizaje según la cual primero se enseñan a los alumnos los conceptos y los procedimientos y luego los deben practicar muchas veces hasta que "los aprendan bien". Utilizan la modalidad de trabajo en equipo principalmente para esto último.

7. En general, no se aprovechan los errores ni las situaciones conflictivas que surgen durante el trabajo en equipo. Los maestros acuden ante los equipos para resolver cualquier duda que surge y para corregir los errores, usualmente mediante preguntas dirigidas. De acuerdo con el pensamiento constructivista que da lugar a la reforma, son precisamente las situaciones de desequilibrio las que posibilitan el aprendizaje.

8. Lo más frecuente es que no se terminan las sesiones de trabajo en equipo con algún tipo de conclusión o recapitulación en la que los alumnos reflexionen sobre lo que han aprendido y la maestra o maestro lo relacionen con los saberes socialmente reconocidos.

9. No hubo ningún caso en el que se haya pretendido la enseñanza explícita de habilidades sociales, ni de interacción promotora, ni de procesamiento grupal.

Según hemos visto, no se cumple ninguna de las cinco condiciones que investigadores expertos en el tema sostienen son necesarias para que se dé el aprendizaje cooperativo: interdependencia positiva, responsabilidad individual exigible, interacción promotora, enseñanza explícita de habilidades sociales, y procesamiento grupal. Igual suerte corren los cuatro criterios requeridos para satisfacer la idea de instrucción compleja: tareas conceptuales o de descubrimiento abierto que hagan énfasis en las habilidades del pensamiento complejo, tareas grupales que requieran aportaciones de otros miembros del grupo, tareas múltiples relacionadas con un tema intelectual central con la oportunidad de experimentar más de una de estas tareas relacionadas, y papeles asignados a los diferentes miembros del grupo.

Con la reforma a las matemáticas introducida en 1993 —definida oficialmente como una reforma en la que las modificaciones fundamentales son de orden metodológico— se incorporó sistemáticamente en el currículo la idea de que el aprendizaje no es sólo un proceso individual, sino que también dialogando e interactuando con los compañeros, los niños aprenderán más significativamente. "El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos". Al parecer, con base en el trabajo en equipo que pudimos observar y del cual aquí hemos presentado sólo una muestra, esta aspiración está aún lejos de cumplirse.

Referencias bibliográficas

Antil, R. L., Jenkins, J. R., Wayne, S. K. y Vadasy, P. F., "Cooperative Learning: Prevalence, Conceptualizations, and the Relation Between Research and Practice", *American Educational Research Journal*, vol. 35, núm. 3, pp 419-454, 1998.

Cohen, E. G., "Restructuring the Classroom: Conditions for Productive Small Groups", *Review of Educational Research*, vol. 64, núm. 1, pp. 1-35, 1994.

—, Lotan, R. y Catanzarite, L., "Treating Status Problems in the Cooperative Classroom", en S. Sharan (ed.), *Cooperative Learning: Theory and Research*, pp. 203-209, Nueva York: Praeger, 1990.

Cooper, C., Marquis, A. y Ayers-López, S., "Peer Learning in the Classroom: Tracing Development Patterns and Consequences of Children's Spontaneous Interactions", en L. Wilkinson (ed.), *Communicating in the Classroom* (pp. 69-84), Nueva York: Academic Press, 1982.

Finkel, D. L. y Monk, G. S., "Teachers and Learning Groups: Dissolution of the Atlas Complex", en C. Bouton y R. Y. Garth (eds.), *Learning in Groups*, pp. 83-97, San Francisco, Cal., Jossey-Bass, 1983.

Jacob, E., "Cooperative Learning in Context: An Educational Innovation in Everyday Classrooms", Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1999.

Johnson, D. W. y Johnson, R. T., *Learning Together and Alone: Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning, (3a., ed.,)*, Boston, MA. Allyn & Bacon, 1991.

—, Johnson, R. T. y Holubec, E. J., *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires, Paidós, 1998.

Kagan, S., "The Structural Approach to Cooperative Learning", *Educational Leadership*, vol. 47, núm. 4, pp. 12-15, 1989.

Manouchehri, A. y Goodman, T., "Mathematics Curriculum Reform and Teachers: Understanding the Connections". *The Journal of Educational Research*, vol. 92, núm. 1, pp. 27-41, 1998.

Meloth, M. S. y Deering, P. D., "Task Talk and Task Awareness Under Different Cooperative Learning Conditions", *American Educational Research Journal*, vol. 31, núm. 1, pp. 138-165, 1994.

Ortega Pérez, J. L., "El trabajo en equipo como un espacio de socialización del conocimiento matemático: una experiencia con maestros", tesis para el grado de maestro en ciencias. DIE-Cinvestav, 1997.

Romberg, T. A., *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment*, Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1995.

Sharan, Y. y Sharan, S., "Group Investigation Expands Cooperative Learning", *Educational Leadership*, vol. 47, núm. 4, pp. 17-21, 1989.

Slavin, R. E., *Cooperative Learning: Theory, Research and Practice*, Boston, MA. Allyn & Bacon, 1990.

——,"Synthesis of Research on Cooperative Learning", Educational Leadership, vol. 48, núm. 5, pp. 71-82, 1991.

Stevens, R. J. y Slavin, R. E., "The Cooperative Elementary School: Effects on Student's Achievements, Attitudes, and Social Relations", *American Educational Research Journal*, vol. 32, núm. 2, pp. 321-351, 1995.

Snodgrass, D. M. y Bevevino, M. M., *Collaborative Learning in Middle and Secondary Schools: Applications and Assessments*, Larchmont, N. Y.: Eye on Education, 2000.

4. Los libros de texto en la clase de matemáticas

María Elena Saucedo
Asunción Hermosillo

En este capítulo se presenta un análisis del uso que se dio a los libros de texto gratuitos en las clases de matemáticas de segundo, cuarto y sexto grados de educación primaria observadas en el transcurso de esta investigación. El empleo que se da a dichos materiales y los procesos que se promueven en su presencia se contrastan luego con los previstos en la reforma. Conforme a esta última, los cambios se encaminan a que las matemáticas se conviertan en un objeto de conocimiento de amplia significación para los alumnos.

Antecedentes

Preceden a este trabajo investigaciones realizadas en los primeros años de la incorporación de la reforma a las matemáticas, orientadas principalmente a conocer la aceptación de los entonces nuevos libros de texto gratuitos y el uso que se les daba en las clases. Por ejemplo, A. Ávila publicó en 1996 los resultados del análisis de 68 entrevistas a docentes de primero, tercero y quinto grados con preparación diversa, y encontró que la aceptación variaba según la experiencia docente y el grado de profesionalización que los maestros tenían. Las dificultades más frecuentemente enunciadas para el uso de los libros de texto (no se contaba entonces con materiales auxi-

liares, como el libro para el maestro y el fichero de actividades) muestran que la presentación de las lecciones no era considerada acorde con las formas de enseñanza tradicionalmente adoptadas por los maestros y que estaban vigentes en esos momentos.

Destaca que en el momento de la introducción de los nuevos materiales, los maestros daban un uso importante a guías y libros comerciales para reforzar los temas que desarrollaban en clase. Un gran porcentaje de la población entrevistada señaló utilizarlos, principalmente los profesores de quinto grado. Ávila hace una comparación entre esos materiales y los oficiales, anotando algunas diferencias entre ellos: en los oficiales, se plantean con frecuencia problemas para que los niños los resuelvan desarrollando estrategias personales, se solicita trabajo en equipo y discusión, y los cálculos con procedimientos mecánicos tienen poca presencia. De manera distinta, en las guías y textos comerciales prevalece el trabajo individual, la solución de cálculos mediante símbolos y procedimientos convencionales, y los problemas aparecen después del aprendizaje y ejercitación de los algoritmos o la introducción de los conceptos.

Muchos de los maestros entrevistados en el estudio mencionaron que el libro de texto oficial requería su intervención permanente con explicaciones y ayudas, mientras que los ejercicios que aparecían en los materiales comerciales los podían resolver los niños por sí solos. Otro aspecto también mencionado en ese entonces por los maestros es que el libro de texto oficial ofrece pocos ejercicios, mientras que en los otros son abundantes y permiten que los niños ejerciten suficientemente los procedimientos de solución de operaciones. Estas ideas se vinculan con una concepción de enseñanza de las matemáticas entonces instalada en las escuelas, según la cual se aprende primero para después aplicar los conocimientos.

También en 1996, Ávila y Cortina publicaron "Opiniones, perspectivas y posturas de los profesores ante los textos gratuitos de matemáticas", artículo en el que exponen opiniones de maestros de primero, tercero y quinto grados, identificando las ideas que éstos tenían sobre el nuevo enfoque curricular y cómo cuestionaban o asimilaban las su-

gerencias didácticas concretadas en los textos gratuitos. Se encontró que los textos —a la vez que son recibidos e interpretados por los maestros según sus ideas específicas de las matemáticas y su enseñanza— tienen una importante posibilidad de incorporar elementos innovadores en la práctica. Por ejemplo, la inclusión de sugerencias acerca del uso de material manipulable o de situaciones problemáticas, según el decir de muchos maestros, ha llevado a hacer modificaciones en las formas de enseñanza.

Los resultados del estudio son interpretados por los autores de acuerdo con el momento en que se realizó la investigación. En ese momento, muchos maestros se mostraban cautelosos y desconfiados ante los cambios presentados en las lecciones, particularmente en las que se proponen situaciones para que los niños construyan algún conocimiento nuevo, o en las que las actividades planteadas pueden resultar divertidas.

En esa época, Carvajal (1996a, 1996b) analiza lo que ocurre con el libro de texto de primer grado en la práctica. Esta autora investiga por medio de entrevistas y observaciones de clase cómo es percibido y cuál es el uso que se da en las escuelas a este texto. Según Carvajal, las opiniones que vierten las maestras interrogadas sobre el libro de matemáticas, así como los usos que le dan, están influidas por su forma de entender las matemáticas y su enseñanza. De este estudio deriva también la conclusión de que, en términos generales, el texto fue aceptado. La mejoría en la calidad del papel y las ilustraciones fue un primer motivo para ello, pero también el tipo de actividades que se proponen en él. No obstante la disposición a trabajar con el texto oficial que Carvajal documenta en un pequeño grupo de profesoras, la resistencia de otras se evidencia en el análisis que Cortina (1996) hace de los materiales comerciales utilizados frecuentemente como alternativa a la propuesta oficial en los primeros grados. Estos textos, de acuerdo con dicho investigador, conservan los formatos de enseñanza frontal identificada como *tradicional*.

En todos esos estudios se menciona la necesidad de hacer un seguimiento de las interpretaciones que con el paso del tiempo

habrán de hacer los maestros del enfoque de enseñanza basado en la resolución de problemas y, por lo tanto, de los usos que den a los libros de texto y otros materiales oficiales derivados de él, pues, aunque en general son reconocidos como útiles, parecen existir otros factores que dificultan su utilización plena en las clases de matemáticas.

Características de los libros de texto y otros materiales oficiales

Los libros para el maestro

Los libros para el maestro de matemáticas son documentos de apoyo para que los profesores profundicen en el enfoque que sustenta la enseñanza actual de las matemáticas. Estos libros explican al maestro lo que conviene hacer alrededor de cada contenido y dan ideas para superar algunas dificultades con la nueva forma de trabajo, como los procedimientos no convencionales que en un momento dado pudieran utilizar los alumnos.

En los libros para el maestro se presentan también abundantes propuestas para la enseñanza de cada contenido, así como para la utilización del libro de texto y otros materiales. Según estos auxiliares, el papel del maestro en la enseñanza de las matemáticas va mucho más allá de la trasmisión de conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticos. El maestro se convierte tanto en un diseñador de situaciones problemáticas que propician el aprendizaje de diferentes contenidos, como en promotor del diálogo y la interacción entre los alumnos y en coordinador de la discusión derivada del trabajo en las diversas situaciones planteadas.

El papel otorgado al docente no se limita a facilitador de la actividad, pues, además de respetar los procesos y la interacción libre de los alumnos, debe explicar, orientar y dar ejemplos cuando la situación lo amerite. Así, su intervención es más compleja porque debe seleccionar el momento de ésta de tal forma que no sustituya el trabajo de los alumnos, ni obstaculice su proceso de aprendizaje (SEP, 1994),

Los libros de matemáticas para el alumno

Aunque no exclusivamente, en los libros del niño se presentan situaciones problemáticas diversas que se espera sean promotoras de la construcción de conocimientos nuevos. En dichos materiales se incluyen prácticamente todos los contenidos señalados en los programas, lo cual no significa que la propuesta curricular se base en el uso exclusivo de los libros de texto. Se cuenta también con un *Fichero de actividades* que permiten introducir y/o profundizar en los contenidos y que ayudan a construir conocimientos por parte de los niños; sin embargo, por estar disponible para todos los maestros y sus alumnos, es válido suponer que el libro de texto puede convertirse en el material utilizado más frecuentemente en las clases. Ahora bien, los textos gratuitos de matemáticas de los distintos grados analizados en este estudio tienen similitudes pero también ciertas diferencias tanto en la forma como en el uso que ha de dárseles en clase. En seguida señalamos las que nos parecen más relevantes.

El libro de segundo grado. La mayor parte de las situaciones problemáticas que los niños de este grado pueden enfrentar son actividades que se realizan con materiales concretos (cf., SEP, 1994a, 20). Por ello, se dan recomendaciones sobre el uso que se debe dar al libro de texto y su vinculación con los materiales manipulables:

> Para que los alumnos puedan comprender y resolver las lecciones del libro es necesario, en la mayoría de los casos, que previamente se realicen actividades con material concreto [...] el libro de texto enfrenta a los niños a la interpretación y uso de representaciones gráficas, que corresponden a un momento posterior a las actividades realizadas fuera del libro con material concreto (SEP, 1994a, 20).

Por la relevancia otorgada a la actividad con base en materiales manipulables y buscando asegurar su realización, se ha incorporado gran cantidad de material en un *Libro recortable* (SEP, 1993d) y se destaca el carácter del libro de texto como recurso que favorece la interacción de los niños con representaciones gráficas. Con tal idea, también se diseñó el *Fichero de actividades*, que permite disponer de

una amplia gama de situaciones y sugerencias para que los niños entren en contacto con los conocimientos matemáticos.

Es posible decir, pues, que conforme a la propuesta curricular, el libro del alumno de segundo grado debería utilizarse después de que se han trabajado —con el apoyo de material manipulable— situaciones problemáticas en las que subyace un cierto conocimiento.

El libro de cuarto grado. Según los documentos oficiales, en este grado el libro del alumno contiene las situaciones básicas que permiten la construcción de cada uno de los conceptos matemáticos incluidos en el programa. En cada lección se propone una situación a partir de la que se pueden derivar búsquedas, actividades, preguntas, discusiones y ejercicios de aplicación que en conjunto permiten lograr los propósitos previstos para el tema en cuestión.

De acuerdo con las indicaciones que se dan al maestro de cuarto grado, se reconocen tres momentos en la organización de la actividad en clase:

a) Un primer momento en el que se plantea la actividad y se organiza al grupo por equipos, por parejas o de manera individual.
b) Un segundo momento en el que los alumnos se hacen cargo del problema planteado, realizando las acciones que consideren necesarias para resolverlo, mientras que el maestro observa cómo lo hacen.
c) Un tercer momento en el que se socializan, discuten y validan los procedimientos encontrados por los alumnos, analizando las ventajas o las desventajas de cada uno de ellos (cf., SEP, 1994b, 17 y ss.).

En el propio libro de texto pueden encontrarse consignas del tipo: "organízate en equipo", "trabaja con tu compañero" o "compara tu resultado o procedimientos con tus compañeros".

El *Fichero de actividades* en este grado ofrece una serie de actividades que enriquecen la propuesta contenida en el libro de texto y son útiles para reforzar algunos temas. Al maestro corresponde iniciar, adaptar o ampliar la secuencia propuesta en el libro, utilizando las actividades y problemas propuestos en las *fichas* (cf., SEP, 1994b).

El libro de sexto grado. Para una adecuada comprensión y resolución de las lecciones planteadas en el libro de texto de este grado —según se afirma en el *libro del maestro*— es necesario que los alumnos realicen actividades previas que se refieran a cuestiones y problemas planteados por ellos mismos, actividades con material concreto y otras que impliquen conocimientos de otras asignaturas (cf., SEP, 1994c; 19).

Es en un segundo momento que se recomienda abordar el trabajo propuesto en las actividades, los problemas y los ejercicios contenidos en el libro de texto. Este trabajo deberá realizarse algunas veces con material concreto y otras a partir de expresiones gráficas para llegar al manejo convencional o notación simbólica (cf., SEP, 1994c). Al igual que en los otros grados, en el sexto es importante la discusión de las cuestiones planteadas en las lecciones, sobre todo si el problema motivo de la sesión puede tener múltiples respuestas. Un tercer momento del acercamiento a los contenidos consiste en plantear actividades de práctica y profundización mediante el uso de juegos y otros problemas que refuercen los algoritmos y cálculos matemáticos.

Metodología

Los datos que se analizan en este apartado, como se dijo en el capítulo introductorio, fueron obtenidos a partir de la observación directa de 70 clases de matemáticas de cuarto, quinto y sexto grados.[1] Su recolección se llevó a cabo en marzo, abril y mayo del ciclo escolar 1999-2000. El análisis se realizó en dos planos:

a) Uno que se refiere a la frecuencia e intensidad del uso de los materiales oficiales.
b) Otro que considera lo que sucede en términos de interacciones didácticas cuando los libros están presentes.

[1] Escuelas rurales, urbanas ubicadas en zonas desfavorecidas y urbanas de prestigio académico reconocido que se identifican de la manera siguiente: R rural, UD urbana ubicada en zona desfavorecida y UE urbana con prestigio reconocido.

Para este último análisis se consideraron los aspectos siguientes:

a) El momento de la clase en el que se usa el libro de texto y la forma como se vincula con los sucesos que ocurren cuando no está presente.
b) El tipo de participación que tienen el maestro y los niños cuando la interacción está mediada por la presencia del texto.

Frecuencia de uso de los libros de texto

El Cuadro 4.1 muestra las sesiones en las que los libros de texto estuvieron presentes en algún momento de la clase.

Cuadro 4.1

Frecuencia del uso de los libros de texto			
Grado	Total de sesiones observadas	Sesiones con presencia del libro	Porcentaje de sesiones de clase en que se usan los libros de texto
2º	26	7	27%
4º	20	12	60%
6º	24	13	54%

En segundo grado se observaron seis grupos con un total de 26 sesiones, de las cuales sólo en siete se utilizó directamente el libro de texto. Dichas sesiones se desarrollaron en dos grupos (2-UE-S y 2-R-MM); en cambio se constató, que las actividades con uso de material manipulable, como fichas de colores, boliches o dados —del cual dotó la Secretaría a cada alumno—, ocupan gran parte de las clases de matemáticas en el segundo grado, dejando poco tiempo para el trabajo con el libro de texto o incluso con otro tipo de trabajo. El uso que se da al texto en este grado parece ser relativa-

mente escaso, pero conviene señalar que en los diversos grupos en que se realizaron otras actividades, éstas son por lo general, similares a las que aparecen en el libro de texto. Incluso en uno de los grupos, en todas las sesiones observadas se realizó este tipo de actividades, aunque de manera mucho más simplificada (2-R-JR).

Un dato más que se puede resaltar es que los libros se emplean más en los grados superiores de la educación primaria (cuarto y sexto). Particularmente en cuarto grado parece que se ha acogido la idea de que el texto es el principal apoyo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Otro dato relevante es que en sexto grado, de un total de 24 sesiones observadas, en 13 se utilizó el libro del alumno de matemáticas y en tres ocasiones más fue utilizado el Atlas de geografía universal para el desarrollo de la clase. Esto último muestra el interés de algunos maestros por presentar los datos numéricos en un contexto que les dé sentido, relacionando además las matemáticas con otras materias escolares. Tal vinculación parece agradar a los profesores de la muestra y coincide con resultados reportados anteriormente, según los cuales un valor que los docentes encuentran en los libros de texto es precisamente la posibilidad de correlacionar distintas materias (cf., Ávila y Cortina, 1996).

El libro de segundo grado en la clase

Hemos dicho que el tiempo en segundo grado es dedicado principalmente a realizar actividades con material manipulable. En general, estas actividades están inspiradas en el libro de texto o en el *Fichero de actividades*. En ocasiones, empero, es claro que el maestro se ha fijado como objetivo de la secuencia que los niños resuelvan una cierta lección del texto. Entonces, se incorporan actividades que van desde el manipular materiales bajo formas claramente iguales a las que luego aparecen en el texto, hasta escuchar breves historias que pretenden motivar. Se trata de actividades que "preparan" para resolver el texto.

Actividades previas al uso del libro de texto

Una actividad poco frecuente: motivación o referencia explícita a conocimientos previos

En las escasas ocasiones en que no se realizó una actividad previa consistente en manipulación de material o resolución de actividades similares a las que aparecen en el texto, la maestra o maestro hacen alusión a algún conocimiento que ya se ha enseñado a los niños o simplemente utilizan la *motivación*:

Maestra: bueno, ahora vamos a seguir platicando de una cosa que hace mucho les platiqué. ¿Se acuerdan que una vez les platiqué cuando los números estaban tristes porque no tenían nombre?
Niños: ¡sí!
Maestra: ¿y quién le regaló su nombre y apellido?
Niños: ¡un duende!
Niño: y también que no tenían casa.
Maestra: sí... Bueno, ahora vamos recordando otra cosa. ¿Se acuerdan cuando escribimos números, y esos números tenían distinto valor, según el lugar donde estaban?
Niños: ¡sí!
Maestra: bueno, pues ahorita vamos a acordarnos de todo eso que platicamos en el cuento del duendecito, porque ya sabemos cómo se llama cada número, ya sabemos el lugar que ocupa, ¿verdad?
Niños: ¡sí!
Maestra: bueno, pues ahorita vamos a sacar nuestro libro de matemáticas.
Niña: ¿libro?
Maestra: sí, y lo abrimos en la página 114. (Grupo 2-UE-S).

En esta página se propone que los alumnos trabajen en equipos y con juegos de tarjetas en las que aparecen los dígitos para representar números de tres cifras. La sugerencia es tomada en cuenta por la maestra para la organización del grupo y la realización de la tarea.

Actividades frecuentes: resolución de problemas o realización de actividades similares a las del libro de texto

Hemos dicho que sólo en dos de los grupos de segundo observados, al realizar las sesiones se utilizó directamente el libro de texto. La mayoría de las veces en que esto ocurre, se incorpora una actividad previa a su uso relacionada con la lección que los niños tendrán que contestar, y se lleva a cabo durante la misma sesión o el día anterior al empleo del texto. Estas actividades se llevan a cabo frecuentemente con materiales manipulables, y en ocasiones se trabaja la ficha de actividad didáctica con la que guarda relación el contenido, aunque no exactamente como se propone en ella. La resolución de problemas de estructura similar a los que aparecen en el texto constituye también el contenido de las actividades previas.

Con esas variantes, lo que se busca es dotar a los niños de un modelo de resolución que luego pondrán en uso al resolver la lección. Pareciera que se quiere preparar a los niños para que en el momento de trabajar en su libro sepan qué hacer y escriban sólo respuestas correctas. Veamos un ejemplo en uno de los grupos rurales observados (grupo 2-R-MM):

En el salón estaban a la vista diversas prendas de ropa con papel que indicaba "el precio": $150, $180, $140, $120, etcétera. La maestra inicia la clase:
Maestra: vamos a continuar con lo del otro día: el remate de ropa.
Niños. ¡uuuh, sí!
Maestra: cada quien me va a ir diciendo cuánto rebajé en cada prenda. De $150, ahora la doy en... (hace una pausa, esperando la respuesta de los niños).
Niños: ¡76!
Maestra: ¿cuánto le rebajé?
Niño: ¿podemos hacer cuentas en el cuaderno?
Maestra: ¿qué más podemos hacer para saber cuánto le rebajé? Ésta de 267 a 156.
Niño: ¿cuánto le vamos a quitar? (le pregunta a la maestra).

Maestra: yo lo que quiero saber es cuánto le rebajé.
Niño: éste lo está haciendo con calculadora (dice un niño a la maestra, señalando a un compañero).
Maestra: nada más que también me van a decir cómo le hicieron y cuánto quedó (en tono de advertencia a quien utiliza la calculadora).
Maestra: van a ir haciendo la operación para saber cuánto le rebajé a cada prenda.
Niño: falta la falda negra.
Maestra: ahorita espérame (en el pizarrón la maestra va anotando las siguientes operaciones que corresponden al precio original y lo que costaban los artículos después de la rebaja).

140	140	150	120	50	204
99	60	80	55	48	105

Niño: maestra, ¿le pongo menos? [...]

Los niños utilizaron fichas de colores para apoyar la resolución de los algoritmos, actividad que realizaron en equipos. Posteriormente la profesora revisó el trabajo con todo el grupo usando el pizarrón. Al día siguiente se trabajó la lección "El almacén de ropa" (*véase* anexo 1a) en la que se plantean situaciones muy parecidas a la anterior, pero con mayor nivel de complejidad. Con esta secuencia didáctica, la maestra ha ofrecido elementos para que los niños sean eficientes ante el texto; por lo general, así ocurre en este grado. Prácticamente no observamos el uso del libro de tal manera que los alumnos se acercaran a las situaciones ahí planteadas sin tener una "dirección por anticipado" de su maestro o maestra.

Lectura inicial del texto: los docentes se hacen cargo de la comprensión

Estando el libro de texto presente, se trabajó en equipos y en forma individual. No obstante las diferencias que pudiesen suponerse con base en una u otra organización, en ambas modalidades se inicia el

trabajo con el libro de la misma manera: lectura o análisis de la situación por parte de la maestra o maestro. Al parecer, con esto se busca asegurar que los niños entiendan las consignas y recuperen toda la información que aparece en las ilustraciones; por ejemplo, en un grupo en el que el trabajo se realiza individualmente, se observó que la maestra dirige a los niños hacia una revisión exhaustiva de las imágenes del libro (prendas de ropa), así como de la información que está junto a éstas (precios de la ropa). Veamos el pasaje de referencia:

Maestra: vamos a trabajar en su libro de matemáticas en la lección del almacén de ropa.
Niño: ¿en cuál lección?
Maestra: en el almacén de ropa.
Niño: en la página 124, ¡ya la hallé!
Niño: ¡yo también! (los niños a la vez que encuentran la página van sacando su lápiz).
Maestra: bien, es la del almacén, y nosotros tenemos también aquí nuestro almacén. ¿Qué hay en el dibujo?
Niños: ¡calcetines!
Niños: ¡ropa!
Niños: ¡pantalones, faldas!
Maestra: ahí, en ese almacén, ¿venden abrigos?
Niños: ¡sí! (contestan cuatro niños).
Niños: ¡no!
Maestra: ¿medias?
Niños: ¡sí!
Maestra: ¿faldas?
Niños: ¡sí!
Maestra: ¿calzones?
Niños: ¡sí (tres niños).
Niños: ¡no!
Maestra: ahí está una playera blanca con rayas...
Niños: ...rojas (gritan completando la frase de la maestra).
Maestra: de 43 rebajada a...

Niños: ¡38!
Maestra: unas camisas de 99, rebajadas a...
Niños: ¡75!
Maestra: un pantalón de 130, rebajado a...
Niños: ¡109!
Maestra: unos calcetines de 8 rebajados a...
Niños: ¡5! (Grupo 2-R-MM).
La profesora continúa preguntando a los niños acerca de todas las imágenes que aparecen en la página de su libro, así como de los precios que están junto a éstas. Al término de la revisión y suponiendo que los niños ya tienen la información suficiente para continuar solos, les dice:
Bueno, ésta es la información y con ella vamos a resolver los problemas de las páginas siguientes. Léanlas [...]

Ésta es una forma común de utilizar el libro de texto en segundo grado. Cuando se trabaja en equipo la dinámica de inicio es similar:

Maestra:[2] a ver, vamos a comenzar en la página 114.[3] Dice: *uno más, uno menos. Con dos de tus compañeros forma un equipo. Tomen del Rincón de las Matemáticas sus tarjetas de los dígitos.* ¿Se acuerdan de las tarjetas de los dígitos?
Niños: ¡sí!
Maestra: bueno, realicen la siguiente actividad. Revuelvan las tarjetas y pónganlas al centro con los números hacia arriba. Otras veces: ¿se acuerdan que hemos jugado con los números hacia abajo?
Niños: ¡sí! (continúa la lectura dirigida por la maestra).
Nuevamente se observa que la profesora prefiere tomar la responsabilidad de una buena lectura.

---

[2] Las cursivas indican lectura de algún texto.
[3] La página 114, como ya señalamos, contiene una serie de ejercicios con números naturales de tres cifras que los niños han de hacer en equipo con el apoyo de tarjetas en las que aparecen los números del 0 al 9.

Tratamiento de preguntas y problemas abiertos

Marginación de preguntas o consignas de difícil gestión

Cierto tipo de preguntas o consignas que se plantean en el libro no fueron consideradas por las maestras de este grado que lo utilizaron, como en el grupo 2-R-MM en el que los niños, al responder el último problema que se planteaba en la lección "El almacén de ropa", consideran terminada la clase y la situación es aceptada por la profesora. Ninguno de ellos atendió las consignas finales de la página 125, que dicen:

> Con los datos del dibujo, inventa otros problemas, escríbelos y resuélvelos en tu cuaderno.
> Con el grupo y tu maestro, comenten todos los problemas y la manera como los resolvieron.

Por la naturalidad con que los niños cierran su libro al responder la última pregunta "más estructurada", podría suponerse que esta dinámica ha ocurrido en otras lecciones.[4]

Simplificación de las preguntas y problemas

La simplificación del trabajo en el texto también se aplica sobre los problemas ahí planteados. Este análisis se desarrolla más ampliamente en el capítulo dedicado a los errores, aquí sólo ilustramos con un caso la forma como ocurre esto:

[4] En observaciones realizadas en tercer grado en el desarrollo de otro estudio advertimos como patrón recurrente el "dejar para después" este tipo de consignas y preguntas.

Maestra: vamos a trabajar en el libro, página 138 (los niños sacan su libro). Página 138 y 139. El futbol.[5] Vayan viendo lo que cada quien quiere comprar (los niños leen y comentan entre ellos). Bueno, ya les di tiempo de que vieran lo que quieren comprar, ahora todos juntos vamos a recorrer ahí afuera el estadio (la maestra les pregunta los precios de los boletos y los nombres de los artículos que aparecen en la ilustración).
Vamos a comenzar a contestar lo que dice ahí. *Al salir de casa, Fernando llevaba la cantidad exacta para comprar tres boletos y entrar. Al sacar el dinero de su bolsa, sólo traía 18 pesos, ¿cuánto dinero se le perdió?* Aquí no dice a cuál iba a entrar, pero yo sí sé: iba a entrar a la de 8 pesos. Su mamá le dio lo de tres boletos para sus hermanos y para él, pero cuando llegó al estadio ya nada más tenía 18 pesos; ¿cuánto llevaría si iba a comprar tres boletos de 8 pesos? [...] (Grupo 2-UE-S).

En el pasaje anterior puede observarse cómo la maestra se encarga de simplificar el problema agregando información (los boletos son de $8). Con esto, se elimina de la situación la posibilidad de que los niños desplieguen distintos razonamientos, discusión y argumentación. En pocas ocasiones las preguntas abiertas que aparecen en el texto se incorporan y se manejan como tales en la clase.

Controlar la uniformidad de la actividad, forma de participación recurrente del profesor

Hemos visto cómo la lectura inicial del texto es "vigilada" por las profesoras que lo utilizan directamente en clase. Otra de las estrategias frecuentemente empleadas cuando está presente el texto es hacer que el grupo trabaje de manera simultánea, lo que al parecer permite tener un mejor control sobre los niños. La estrategia más común en esta mo-

[5] En la página del texto aparece una ilustración que muestra la entrada de un estadio, hay muchas personas que quieren entrar, un cartel con los precios de los boletos ($50, $22 y $8) y muchos vendedores que ofrecen sus productos a precios que van entre $2 y $18.

dalidad consiste en leer de manera pausada, cuestionar a los niños para asegurarse de que el texto ha sido comprendido y brindar información adicional cuando se considera pertinente. Veamos un caso:

Maestra: vamos a sacar su libro de matemáticas... en la página 116 y 117.[6]
Los niños sacan su libro y lo abren en la página indicada.
Maestra (lee lentamente): *Adivinanzas geométricas. Realiza lo que se te pide en las figuras geométricas de abajo. Anota un cuatro dentro de todas las figuras que tienen cuatro lados* (lee lentamente)*: ¿Cómo dijimos que se llaman las figuras que tienen cuatro lados?*
Niños: ¡cuadriláteros!
Maestra: ¿y cómo se llaman las figuras que tienen tres lados?
Niños: ¡triángulos!
Maestra (sigue leyendo): *anota un tres adentro de todas las figuras que tienen 3 lados. Pinta de rojo las figuras que tienen dos lados grandes iguales y dos lados chicos iguales* .¿Cuáles serán esas?
Niños (dos o tres): el rectángulo [...] (Grupo 2-UE-S).

La maestra continúa leyendo el texto y preguntando a los niños sobre aspectos que considera necesarios para que puedan resolver correctamente la lección. Mientras, los niños deben seguir la lectura según la va haciendo la maestra; a la vez, han de dar respuesta a las preguntas que les hace y contestar las de su libro. En esta clase, los niños que ya saben van contestando, y los que parecen no saber (porque se quedan callados ante las preguntas de la maestra) se limitan a escribir en su libro la respuesta correcta una vez que la han escuchado de voz de otro niño y ha sido validada por la profesora.

En varias de las sesiones observadas se repite de manera más o menos regular este tipo de práctica. Aunque una misma maestra puede variar un poco su forma de llevar la clase —lo cual depende, entre otras cosas, del conocimiento matemático que se pretende al-

[6] En el texto aparecen figuras de tres y cuatro lados, un hexágono y también figuras de lados curvos.

canzar o de la capacidad que sobre la tarea supone en sus alumnos— en general la relación con el texto es mediada y controlada de la manera mostrada. Incluso cuando se trabaja en equipo alrededor del texto —condición que haría suponer un acercamiento más libre— se ha ofrecido con anterioridad un modelo para la actividad que ha de realizarse (para un análisis pormenorizado véase el capítulo dedicado al trabajo con esta modalidad).

Actividades similares a las del libro de texto, o el texto como estructurador virtual de la actividad en clase

En cuatro de los grupos de segundo visitados no se observó trabajo directo con el libro de texto; sin embargo, pudimos constatar que casi todas las actividades que se realizaron son similares a las contenidas en dichos materiales.

En dos de los grupos, las actividades realizadas eran versiones simplificadas de las que aparecen en el *Fichero de actividades* o en el libro de texto. Por ejemplo, en uno de los grupos rurales (2-R-JR) se trabajó con una lámina con dibujos de ropa en la que los niños guiados por el profesor y trabajando todos de manera simultánea, ponen precios a las diferentes prendas para luego compararlos y calcular la cantidad de ellas que se podrían comprar con $100.

Esta actividad es muy parecida a la de la ficha "¡Vamos de compras!" y a la lección "El almacén de ropa", que vimos trabajar en otro grupo. La diferencia estriba en que los rangos de las cantidades utilizadas por el profesor son más bajos, así como más sencillos los problemas que se plantearon. Por ejemplo, problemas en los que se debe saber "para cuántas prendas alcanza una cierta cantidad de dinero" —en los que se prevé que con base en la estimación se hagan combinaciones de cálculos para ajustarlos hasta obtener el resultado conveniente— se traducen en ejercicios supuestamente similares en los que se resta uno a uno, bajo la dirección del profesor, el costo de los artículos que pudiesen comprarse. Con ello se elimina no sólo la estimación de resultados prevista sino también la complejidad del

razonamiento originalmente planteada. También se observa que aun en problemas que sólo requieren un cálculo sencillo, los niños son apoyados por el profesor en forma excesiva, brindándoles pocas oportunidades para poner en juego sus propias ideas y estrategias, tal como lo proponen los materiales. Veamos directamente algunos pasajes de la clase que hemos referido:

El profesor del grupo, después de dialogar un poco con sus alumnos respecto a las compras que se pueden hacer en una tienda de ropa, coloca una lámina en el pizarrón con dibujos de prendas de vestir. Después de analizar todos los dibujos que contiene la lámina y los precios que están escritos, el profesor plantea preguntas para centrar la atención en la información y asegurarse de que son comprendidas. Luego dirige la atención a lo siguiente: *¿cuál es la prenda más barata?, ¿cuál es la prenda más cara? Al llegar a la pregunta ¿Cuánto gasto si compro una camisa y un pantalón?*, el profesor considera que los niños requieren más ayuda, por lo que les da un ábaco y les pide que tengan listo su cuaderno; luego continúa dirigiendo la actividad:

Maestro: vamos a ver la camisa, ¿cuánto vale?
Niños: 40 (representan dicha cantidad en sus ábacos).
Maestro: bueno, tenemos lo de la camisa, pero queremos comprar algo más.
Niño: un cinturón.
Maestro: ¿y cuánto vale el cinturón?
Niño: 24.
Maestro: a ver si ya tenían acomodado lo de la camisa (en el ábaco). Acomoden también los 24, que es lo que vale el cinturón. Hay que separarlo para que no se nos confunda.
Maestro: bien, ya tenemos lo de la camisa y los del cinturón. Voy a poner lo del cinturón debajo de la camisa y le pongo el signo de más para hacer la suma así (mientras escribe en el pizarrón):

$$\begin{array}{r} 40 \\ +\ 24 \\ \hline \end{array}$$

La sesión llega a su fin sin que los alumnos tuvieran oportunidad de realizar algún esfuerzo para resolver los problemas, poniendo en juego sus propias ideas y estrategias. Por otra parte, si se comparan los problemas planteados por el profesor con los expuestos en el texto, podrá observarse una simplificación importante de éstos. Veamos dos de los problemas del texto para tener un punto de comparación con el anterior:

Erick quiere comprar 4 pares de calcetas, un suéter y 2 playeras de la ropa de adulto. Lleva 230 nuevos pesos, ¿le alcanza para todo lo que quiere comprar?

Federico lleva 245 nuevos pesos para comprar ropa a sus hijos Iván y Estefanía. ¿Qué puede comprarles en el almacén?

Igualmente, las interacciones previstas (diálogo, puesta en común, y argumentación) fueron sustituidas por otras en las que quien orienta e indica es el profesor.

En otras de las sesiones observadas en ese grupo, las actividades que se plantearon resultaron ser también similares a las del libro, pero se hicieron de nuevo bajo la dirección puntual del docente.

En otros grupos vimos "hacer charolitas" y formar grupos de piedritas, o llenar de arena envases diversos como un supuesto acercamiento a la medición de la capacidad (2-R-NO, 2-UD-A). Todas ellas son actividades similares a las del libro de texto. Se realizan aun sin que su uso esté previsto en lo inmediato.

Conclusiones en relación con el uso del libro de texto de segundo grado

El libro de segundo grado tiene menor presencia directa en las clases que en el resto de los grados analizados; sólo en dos de los seis grupos observados se utilizó de esta manera. Sin embargo, indirectamente tiene una presencia muy importante, pues sus páginas constituyen modelos para las actividades de enseñanza que plantean los profesores. El texto es el referente principal de la actividad, porque generalmente el conjunto de actividades se orientan a que los niños puedan —en días posteriores— responder las lecciones de aquél.

Lo hasta aquí expuesto permite afirmar que el libro de segundo tiene una gran aceptación en los profesores de este grado, ya que todas las actividades matemáticas que se realizan están guiadas por éste en menor o mayor medida. Es destacable también en este grado la aceptación que ha tenido el material manipulable con que la Secretaría de Educación Pública dotó a los alumnos.

Sin embargo, en el uso del texto se observan algunas limitaciones que no permiten que el potencial, en términos de aprendizaje que ofrece, sea del todo explotado, por ejemplo: destaca la escasa posibilidad que los profesores dan a los alumnos para leer de manera independiente el contenido del texto. Por lo general, la ayuda del profesor es excesiva, pues busca leer y releer, hacer comprender y agregar información una y otra vez, hasta que considera que, con tales ayudas, los niños podrán hacer sin problemas la lección en turno. Otra cuestión que destaca es que, con frecuencia, cuando el texto sirve como fuente de inspiración para el planteamiento de actividades, éstas suelen tener un nivel cognitivo más bajo que el planteado en aquél y la actividad es despojada en buena medida de su complejidad. Esto deriva nuevamente de la creencia profesoral —implícita— de que los niños serán incapaces de resolver si no se les ha dicho cómo hacerlo y si no se les han ofrecido modelos para la acción. Tal concepción aflora una y otra vez en la acción didáctica de los profesores de éste y otros grados.

El trabajo con el libro de cuarto grado

Conforme a la propuesta curricular y la estructura del texto gratuito del cuarto grado, la introducción de los contenidos incluidos en el programa puede hacerse directamente mediante el uso del libro de texto. De hecho, se espera que tal auxiliar ofrezca las situaciones que permitan a los niños construir los conocimientos matemáticos programados para el grado. Es decir, no son necesarios explicaciones ni trabajo previo con materiales manipulables para poder realizar las actividades sugeridas en el texto, pues las situaciones que supuestamente generarán los conocimientos se presentan en él, incluidas las

que implican uso de materiales manipulables. No obstante, en general los profesores prefieren hacer las cosas de otra manera. Lo más común es que propongan alguna actividad o ejercicio que preparará a los niños para resolver la lección en turno. Estas actividades previas son de naturaleza diversa, pero a veces de manera franca se prefiere utilizar una forma de enseñanza consistente en comunicar el conocimiento para luego aplicarlo en la resolución de las situaciones y problemas que plantea el texto.

Actividades que preceden al uso del libro de texto

Actividades frecuentes: ostensión de los conceptos o resolución de situaciones similares a las que aparecen en el texto [7]

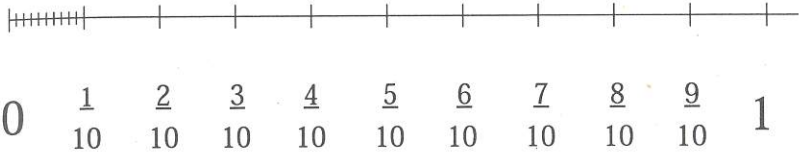
Los maestros observados hacen un uso muy regular en cuanto al momento didáctico en que se utiliza el libro de texto en clase: por lo general, en un momento posterior a una actividad que introduce al trabajo que se desarrollará en las lecciones. Estas actividades consisten en explicaciones del maestro —a veces apoyadas en ilustraciones u objetos— del concepto en juego, o en la realización de actividades similares a las que presenta el libro.

La forma de trabajo basada en la ostensión se observó, por ejemplo, en el grupo 4-UE-CO, en el que sistemáticamente las sesiones comenzaban con una explicación de la maestra, quien para apoyar su explicación ponía a la vista de todos los alumnos un material didáctico muy parecido al que se iba a manejar en la lección. Insertamos en seguida un fragmento de un registro en el que ocurre lo anterior:

Maestra: a ver, calladitos, vamos a hacer una actividad en nuestro

[7] Con el término ostensión, que hemos tomado de R. Rajohn, (1977) nos referimos a una cierta presentación de los objetos de enseñanza en la que "todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción prevista son proporcionados" por el profesor o el libro de texto.

libro de matemáticas; si ustedes se fijan en la siguiente lección (página 134, "Animales que saltan"), nos dice que hay animalitos que se desplazan por medio de saltos; verdad que se fijaron...
Niños: la rana.
Maestra: una pulguita, un conejito.
Niños: y un canguro.
Maestra: y un canguro, y nos dice que esos animalitos se van a desplazar de un lado a otro, saltando, por medio de saltos. Bueno, vamos a ver pues, vamos a analizar un poquito, cómo es el salto de esos animalitos en esta recta numérica (pega en el pizarrón una recta numérica realizada previamente en una tira de papel bond cuadriculado).



Esta recta numérica está pequeña, nada más tiene aquí, ¿qué número es éste (señala)?
Niños: ceero.
Maestra: y luego un enorme salto (desplaza una figura de canguro sobre la recta)... y está el número...
Niños: uuno.
Maestra: después otro salto muy enorme y está el número... (desplazando la figura hacia el número que han de decir los niños).
Niños: dooos.
Maestra: nada más está hasta ahí, pero no termina; miren, no se ha cerrado (señalando la línea recta). Esto significa que la recta puede continuar; nosotros podemos imaginarla que luego sigue ¿qué número del dos?
Niños: tres.

La clase continúa con la misma dinámica. Apoyados en la recta numérica que ostenta la maestra, los niños realizan ejercicios pre-

paratorios en el pizarrón y en el cuaderno antes de ocuparse de la actividad en el libro de texto. Luego de hacer varias comparaciones de saltos de dos animales (el canguro y el conejo), la maestra pide a los niños sacar su libro y les indica la página en la cual han de trabajar. La actividad es similar a la que se ilustró anteriormente. Se trata de comparar los saltos de tres animales: el canguro, la pulga y el conejo, de lo cual se derivarán las relaciones de orden y equivalencia entre la unidad, los décimos y los centésimos.

Pasajes como el anterior se repiten en las clases del grupo 4-UE-CO en las que se utiliza el texto, también en otros grupos, por ejemplo: el maestro del grupo 4-UD-A, afanado en que sus alumnos aprendan a trazar círculos con el compás, inicia mostrándoles cómo hacerlo para que ellos luego retomen sus enseñanzas en la resolución de la lección del texto ("El lugar del tesoro").

Podrá pensarse que esto no es sino cuestión de secuencia y que no tiene mayor relevancia el hecho de que el texto se utilice después de haber mostrado o explicado el concepto en cuestión, empero, el asunto no es trivial. La incorporación directa del procedimiento de resolución o el concepto en juego modifican la naturaleza de las tareas planteadas en el texto, según el cual los niños deberían acercarse a las situaciones poniendo en marcha sus propias ideas y formas de resolución. Con la introducción ostensiva que les precede, la forma de búsqueda de la solución ha sido controlada de antemano por el profesor. Esto hace una diferencia fundamental entre la propuesta oficial y su puesta en acto por los profesores. No obstante la distancia que lo anterior implica con las directrices curriculares —como podrá verse en el capítulo dedicado a los aprendizajes escolares—, esto no redunda en perjuicio de los conocimientos alcanzados por los alumnos.

Una actividad poco frecuente: resolución de una tarea desplegando recursos intelectuales personales

Más cercana a la propuesta oficial nos parece la experiencia que se presenta a continuación y que es representativa de la dinámica de trabajo llevada a cabo en el grupo 4-R-R. En esta experiencia, los niños

desarrollan, utilizan y luego comunican diversas estrategias de resolución con las cuales enfrentan una situación de proporcionalidad que no aparece en el texto, pero que preparará para resolver otras incluidas en él. La situación planteada se basa en el cuadro siguiente:

Tiempo (hr)	1	11/2	2			6	3		10	
Distancia (km)			160	200	180			400		440

La actividad consiste en "Completar el cuadro que está en la central camionera". Por indicaciones del profesor, los alumnos resuelven en parejas; las recomendaciones no van más allá. Las explicaciones que —una vez concluida la actividad— dan algunas de las parejas acerca de la tarea realizada, son del siguiente tenor: "Es que aquí (sobre 440) le puse 6 horas y cada hora es 80 y, o sea, yo pensaba que 480 y le puse que 6 horas (donde dice 440) y luego me dijo Arturo: aquí son cinco horas y puse 400; entonces acá (en 440) nomás le aumento media, media hora es 40 kilómetros, y me fijé que eran 440".

Los resultados de la actividad se revisan mediante un interrogatorio que promueve la expresión de respuestas, la explicación del proceso de su obtención y la adhesión (o rechazo) a aquéllas. Al término de la actividad se procede a realizar las que propone el libro de texto en las páginas 174 y 175. Tres de ellas consisten en completar cuadros como el siguiente:

Verdolagas con queso			
Ingredientes	6 raciones	3 raciones	12 raciones
Verdolagas	1/2 kg		
Queso Chihuahua	1/4 kg		
Tomate verde	1/2 kg		
Cebolla	1 pieza		

De nuevo, el profesor permite que los niños resuelvan sin que él indique explícitamente cómo hacerlo. Ésta es una de las escasas ocasiones en que un profesor decide dejar a los alumnos utilizar sus propios recursos para resolver un problema que se les ha planteado, pues no se ha enseñado el procedimiento "convencional" o algún otro previsto en el programa que pueda ser útil para resolverlo.

Formas de interacción didáctica cuando el libro de texto está presente

Resolución bajo estricta dirección

En ocasiones observamos una forma de interacción alrededor del texto fuertemente acotada por las indicaciones e instrucciones del docente; por ejemplo: en el grupo 4-UD-A, a veces el maestro invita a los niños a participar, pero sólo lo hace discursivamente y no lo concreta en su práctica. Veamos como muestra de esto un pasaje de la clase donde se trata la lección "El lugar del tesoro" pp. 142-143 (*véase* anexo 1c):

Maestro: bueno, fíjense bien en su regla. ¿Cómo encontraríamos el tesoro si fuera una pista nada más? Lo demás lo van a encontrar por sí solos, porque se trata de eso, de que investiguen, de que no todo reciban del maestro, sino que investiguen, analicen, ¿verdad? Piensen, ahí va, yo voy a iniciar la primera medida. Voy a sacar la primera medida y ustedes van a encontrar que, ¡ah caray!... Donde se junten las cuatro rayitas, vamos a encontrar ¿qué?
Niños: ¡el tesoro!
Maestro: el tesoro, ¿verdad? Fíjense bien, en esta crucita o esta tachita vamos a poner la regla. Sí, en ese punto, y vamos a colocar el número cero y... ¿cuánto dice de la fuente?, ¿cuántos metros?
Niños: ¡4!
Maestro: 4 metros de la fuente, ¿cuántos centímetros tengo que poner?
Niños: 4.

Maestro: ah, bueno, entonces yo voy a escribir, voy a trazar 4 cm: supongamos que esos 4 cm serían hasta aquí. (El maestro sigue haciendo en el pizarrón los dibujos que aparecen en el libro).

Como puede verse, el profesor acota de manera importante la participación de los alumnos hasta llegar al extremo de dirigir y mostrar paso a paso lo que deben hacer en cada ejercicio. Con tal forma de acción docente se pierde la posibilidad (intencional en el material) de que los niños procesen la información y luego anticipen estrategias y las pongan a prueba. Es quizá en este grupo donde tal forma de actuar resultó más evidente.

Resolución libre seguida de comunicación de estrategias

Otras veces, de manera distinta, la comunicación entre los alumnos se permite y ésta es real y provechosa, por ejemplo: en una sesión que se desarrolla a partir de la lección "Algo sobre animales" (p. 161) que presenta una serie de ilustraciones e informaciones acerca de pesos y medidas de animales, los alumnos resolvieron en parejas varios problemas —sin que el profesor participara en el proceso— y luego comunicaron sus resultados. El tipo de interacción a que dio lugar esta última fase fue la siguiente:

Maestro (leyendo):
El animal más grande que existe es la hembra adulta de la ballena azul. Con sus 120 000 kilos pesa aproximadamente lo mismo que 20 elefantes o 30 hipopótamos o 40 rinocerontes. Luis Armando, ¿cuánto pesará un elefante?
[...] bueno, vamos a ver, Christian.
Christian: 100 kilos.
Maestro: ¿cómo le hiciste?
Christian: hice una resta.
Maestro: ¿qué cantidad quitaste?
Christian: 120 000 kilos a 20 elefantes.
Maestro: ¿te salió 100?

Christian: le conté mal.
Maestro: a ver, Rosita.
Rosita: 6 000 kilos.
Maestro: ¿cómo le hiciste?
Rosita: multipliqué 6 000 por 20 000 (en realidad debería haber dicho multipliqué 6 000 por 20).
Maestro: ésa fue su forma de hacerlo; a ver, Roberto.
Roberto: 6 000 kilos, 20 elefantes entre 120 000.
Maestro: al contrario.
Roberto: puse adentro 120 000 [...]
Maestro: [...] ¿Y un hipopótamo, Monse?...
Monse: 4 000 kilos.
Maestro: [...] ¿cómo le hiciste?
Monse: usé el procedimiento de la división: 120 000 entre 30 hipopótamos. (Grupo 4-UE-CA).

La interacción permitió comparar acercamientos y definir la respuesta correcta al problema. Otros episodios que transcurren alrededor de problemas incluidos en la misma página del texto son similares. Aunque los razonamientos que se derivan de la situación son relativamente modestos —en parte porque el maestro no solicita a los alumnos argumentar sus respuestas ni se compara la conveniencia de las distintas estrategias—, se muestra cómo a partir del trabajo en el libro se da oportunidad a los niños para que expresen sus formas de solución y reflexionen sobre la validez de las respuestas.

Control de la lectura por parte del profesor

Con frecuencia, en el cuarto grado, el libro se contesta de manera simultánea, unas veces con mayor control que otras por parte del maestro. Pero en todos los grupos se ha establecido una forma de trabajar consistente en que un alumno hace la lectura en voz alta o ésta la realiza todo el grupo, incluido el maestro.

Aunque en este grado escolar los niños muestran más habilidad lectora que en grados inferiores, el hecho de que la mayoría de las

veces se haga lectura simultánea —en opinión de los profesores— ayuda a los niños a comprender lo que les propone el texto. De esta manera, si bien la ayuda directa del profesor sobre las ilustraciones o el texto propiamente dicho disminuye si se le compara con el segundo grado, el interés por que todos los niños contesten al mismo ritmo sigue observándose en clase. Sin duda, esto limita razonamientos o interacciones más libres que podrían resultar intelectualmente productivos.

Tratamiento de tareas y preguntas abiertas

Muchas de las preguntas planteadas en el libro no evocan respuestas construidas con antelación sino que promueven su construcción, algunas otras buscan que los niños comenten acerca de su experiencia, y algunas consignas más proponen que los niños elaboren nuevos problemas a partir de los resueltos. Estas preguntas o consignas reciben distintos tratamientos.

Cerrar las preguntas y las tareas. Una manera de tratar las preguntas abiertas es convertirlas en una pregunta cerrada; aquí se muestra en un ejemplo muy simple, en que la actividad directiva del maestro orienta a la producción de una respuesta esquemática:

Maestro: lee la pregunta Alma.
Alma (lee la pregunta número 1 del libro): *¿qué verduras hay en el lugar donde vives?*
Niño: ¡yo leo la respuesta! Lechugas, repollos, jitomates... (en realidad no está leyendo, puesto que no ha registrado nada en su libro).
Maestro: Brenda Chantal, siguiente pregunta...
Brenda Chantal: lechuga, zanahoria...(la pregunta del libro es *¿Cuáles has probado?*).
Escuchadas estas dos respuestas, el maestro se dirige al grupo.
Maestro: anoten cinco verduras que hayan probado (cada uno de los alumnos hace sus anotaciones en su libro). (Grupo 4-R-R).

La acotación del maestro hace que los niños no anoten diferentes cantidades de verduras; tampoco permitirá que afloren las dife-

rencias entre las experiencias individuales. Otra forma de cerrar las preguntas (o las tareas) es indicar cómo hacer:

Los niños están por empezar a resolver un cuadro con números decimales que aparece en el texto.
Maestro: Carmelita, una manera de comparar estos números precisamente es primeramente comparar los números enteros. (Grupo 4-R-R).

Escaso aprovechamiento de preguntas abiertas. No siempre los profesores tienen por voluntad cerrar las preguntas que aparecen en el texto, sino que en ocasiones intentan dejarlas abiertas, pero —quizá por falta de experiencia o habilidad didáctica en tal sentido— el provecho que se obtiene de ellas es escaso:

Lula (leyendo): *¿cuántos metros cuadrados crees que mide el piso de tu salón?*
Maestra: a ver, espérame. Una estimación, ¿cuántos metros cuadrados crees que mide el piso del salón?
Niña: ¡como 16!
Maestra: recuerden que es todo el piso. Lo que crean anótenlo en su libro.
Los niños hacen sus estimaciones y las expresan en voz alta; por haber coincidido con el cambio de casete esta parte del episodio no se registró textualmente, pero de entre las respuestas ofrecidas, sin mediar ninguna argumentación la maestra selecciona "sesenta metros cuadrados".
Niña: ¿cuánto?
Maestra: sesenta metros cuadrados. Continúa, Rubén.
Rubén (leyendo): *observa el patio y anota aquí lo que creas que mide.*
Maestra: bien, hagan una estimación de cuántos metros cuadrados tendrá el patio de la escuela donde hacen los honores.
José: ¡doscientos!
Niña: doscientos cincuenta!

Niños: ¡quinientos!
Juan: ¡quinientos!
Maestra: los que dicen doscientos, pónganle doscientos y los que dicen quinientos pónganle quinientos.
Niño: ¡yo (voy a poner) que mil!
Maestra: ¿ya? Sigue, Brando. (Continúa la lectura). (Grupo 4-R-S).

El anterior es un caso claro de cómo, a pesar de la voluntad de la maestra de dejar que los alumnos respondan según sus previsiones personales y sus ideas, esto no es suficiente para que la posibilidad se aproveche positivamente. Las respuestas dadas por los niños no tienen ninguna base de actividad matemática, ni la participación de la maestra lleva a ello. De esta manera, más allá de la actitud abierta de la profesora que hace a los niños sentirse bien porque responden libremente, es difícil suponer que se obtendrá algún aprendizaje derivado de tal forma de responder, pues en la base de las respuestas no está la construcción de hipótesis ni su puesta a prueba.

Omisión de tareas de organización compleja. Ocasionalmente, ante tareas sugeridas en el texto que implican mayor esfuerzo organizativo, los profesores deciden eludirlas o no recuperarlas más allá del trabajo hecho en equipos para discutirlas o comentarlas en el conjunto del grupo. Veamos un ejemplo de esto con base en lo que ocurrió en un grupo rural (4-R-S) cuando terminaban de resolver la lección "Canicas de colores" (página 114). Esta lección incluye la repetición de experimentos de azar (extraer una canica de una caja que tiene azules y rojas) y como última actividad se solicita reunir los resultados obtenidos en los diversos equipos para calcular la probabilidad frecuencial con base en 100 extracciones:

Maestra: a ver, Lula, ¿qué sigue? (Le pregunta a la niña que estaba leyendo).
Lula: *suma los resultados que hay en tu tabla con los que obtuvieron los otros cuatro compañeros para completar las 100 veces.*
Los alumnos han perdido la compostura en la clase. La niña sigue

leyendo sin aparente atención de sus compañeros;
Lula: *¿cuántas veces salió la canica roja?*
Niña: ¿cuántas veces salió la canica roja?... Las canicas rojas (sigue el bullicio, la mayoría de los niños ya no están concentrados en la clase).
Niña: ¡maestra!
Maestra (la maestra retoma la palabra): a ver, aquí como no pudimos conseguir todas las canicas, esas dos preguntas... a ver, José, esas dos preguntas van a quedar inconclusas, ¿verdad?, porque ya... [...]

Niña: ¡po's le ponemos igual, igual!
Maestra: ¡no! ¿por qué igual? Si no pudimos hacer el experimento. Entonces quedan inconclusas esas dos preguntas debido a que no se consiguieron más canicas.
Niña: ¡ah 50 y 50!
Lula: ¡yo sí las traje "Maye"...! (refiriéndose a la maestra).
Maestra: ¡pero se debe hacer 100 veces!
Niña: ¡no!
Niño: ¡la tarea, maestra!
Niña: ¡yo traje 10!
Maestra: hasta ahí le vamos a dejar hoy la clase de matemáticas, por favor, guardamos el libro.[8]

Parecido a lo anterior es lo que el maestro del grupo 4-R-R decide al decir a sus alumnos que inventen un problema según indica el ejercicio de la lección dedicada a proporcionalidad y decimales ("Los Quelites"). Una vez terminada la redacción del problema, él evalúa personalmente a cada alumno y tal evaluación no tiene ninguna con-

[8] Esta forma de trabajo fue observada también por profesores del Distrito Federal, quienes, aun mostrándose comprometidos con el aprendizaje de sus alumnos y dando un uso intenso a los libros de texto, señalan su decisión de no realizar este tipo de actividades, pues el tiempo que habrá que dedicar a ellas puede ser utilizado de la manera que ellos consideren más productiva.

secuencia visible en clase. El interés de la actividad consistía en que, una vez inventado el problema, la corrección de éste se pusiera "a prueba", mediante el intento de resolución por algún compañero y la comparación de distintos problemas. Pero el hecho de que con frecuencia este tipo de actividades aparezcan al final de las lecciones facilita su eliminación, aun por parte de los profesores más entusiastas.

Introducción de información adicional a la contenida en el texto. Los maestros de cuarto grado ofrecen también a sus alumnos alguna información no contenida en las lecciones, como la resolución de algoritmos canónicos o la simbolización de algunas expresiones informales contenidas en los ejercicios. Esto es observado sobre todo en el grupo 4-UE-CO, cuya maestra se ocupa permanentemente de escribir en el pizarrón expresiones formales o simbólicas que corresponden a los cálculos o conceptos tratados en el texto.

Actividades que prosiguen a la resolución del texto

Actividades desvinculadas del contenido matemático

No todos los maestros de cuarto grado realizan una conclusión o "cierre" de la actividad matemática realizada en clase. Una vez que han llevado a cabo la actividad, hay quien la retoma, pero para tratar aprendizajes no matemáticos sino de otro tipo. Tal es el caso de un maestro que, después de que los niños trazaron círculos con apoyo del compás en el libro y en el cuaderno, les pidió que salieran a la cancha a trazar círculos concéntricos con ayuda de un trozo de hilo y luego aprovecharon el dibujo para jugar al "Stop". Cuando se retoma la actividad, el maestro les interroga sobre la actividad y los castigos que impusieron a quienes perdieron, haciéndolos reflexionar si eran acordes con el juego que realizaron (grupo 4-UD-A).

Ausencia de una fase de formalización o conclusión

Una de las fases consideradas en la secuencia didáctica sugerida oficialmente es la confrontación y análisis de las soluciones y estrate-

gias utilizadas en la actividad efectuada. Esta fase no siempre es realizada por los maestros de cuarto grado. Por ejemplo, la profesora del grupo 4-R-S, aunque en ocasiones promueve cierta confrontación o elabora una síntesis del tema en el pizarrón, otras veces no lo hace. A continuación se muestra esto último con base en lo que sucedió al finalizar una clase en la cual se calculó con estrategias personales el área de varios rectángulos:

Los niños trabajan en su libro, calculan el área de un cuadrado y registran el resultado en su libro. La maestra se acerca a una niña y revisa la figura de su cuaderno, empleando su escuadra de madera, igual que lo hace con su compañera de al lado. A otros niños les pide que corrijan porque hicieron el cuadrado con una medida de 15 cm por lado. Les dice que se fijen bien.
Maestra: a ver, José, ¡lee la pregunta!
José: *¿qué medida necesitas para conocer el área de un cuadrado? Coméntalo con tus compañeros y después anota lo que opine la mayoría.*
Los niños no comentan conforme lo señala la consigna, y la maestra hace un recorrido observando el trabajo de aquéllos. Después de su reorrido, da por terminada la sesión de matemáticas, no se obtienen conclusiones como producto.

Al igual que ocurrió en el pasaje anterior, con excepción de la maestra del grupo 4-UE-CO, que sistemáticamente formaliza los conocimientos, es frecuente que los maestros de este grado no organicen una conclusión acerca del conocimiento tratado en el texto. Esto hace poco productivo el trabajo, pues se pierden oportunidades de aclarar dudas o de decidir, luego de que los niños utilizaron diversas estrategias, cuál resulta más conveniente. También se desperdician ocasiones de formalizar los conocimientos puestos en juego en el desarrollo de la actividad. Tal ausencia lleva incluso a perder de vista el saber formal motivo de la clase, el cual sólo se hace presente en forma de actividades diversas.

Conclusiones relativas al uso del libro de cuarto grado

El libro de cuarto grado tiene una fuerte presencia en las clases de matemáticas y en buena medida ayuda a estructurarlas. En todos los grupos observados, las actividades realizadas consisten en preparar a los alumnos para resolver el texto, en trabajar a partir de él, o en complementar y reforzar las actividades que ahí aparecen. Dicho material se utiliza tanto para resolver problemas como para aplicar modelos de resolución conocidos; aunque en menor medida, se emplea también para promover la construcción de estrategias diversas de resolución.

No obstante las recomendaciones curriculares de que los niños interactúen libremente con su libro, la forma de trabajar con él suele estar mediada por la participación docente. Por lo general, o el maestro ha ofrecido un modelo previo para la resolución de la actividad, o ésta se lleva a cabo de manera simultánea y se van resolviendo uno a uno los ejercicios; es común que las preguntas abiertas se cierren o, en el extremo, se ejerza un fuerte control sobre la actividad cognitiva de los alumnos.

Sólo vimos escasas situaciones en que se dejara libres a los niños cuando el texto está presente o que la actividad previa no controlara de antemano las posibilidades de solución. Los tiempos más libres registrados fueron en clases dedicadas a la probabilidad (grupos 4-R-R y 4-R-S), a la proporcionalidad (grupo 4-R-R) o a problemas llamados para razonar (grupo 4-UE-CA) en los que se utiliza la estrategia que en otro trabajo (Ávila, 2001) se ha llamado *devolución dosificada*.[9] Aunque no directamente incluida en el texto, también fue posible observar en el grupo 4-UE-CO una actividad de medición del peso derivada en forma directa de aquel que se muestra intelectualmente productiva porque la profesora permite a los alumnos actuar con libertad. Este tipo de situaciones evidencian que, en efecto, la hipótesis según la

[9] Esta expresión se refiere a dar tiempos a didácticos (tiempos en los que la voluntad explícita de enseñar desaparece) breves, alrededor de tareas y problemas de complejidad moderada.

cual los alumnos podrían interactuar libremente con el texto de manera provechosa resulta válida; empero, parece que los profesores no están del todo convencidos de ella.

Por último, es posible observar que a la resolución del texto pocas veces sigue una fase de conclusión o cierre de la actividad.

Trabajo con el libro de sexto grado

Aunque no en todas las sesiones de sexto grado se utilizó de modo directo el libro del alumno, se observó que con frecuencia las actividades están organizadas en torno a lo que en el libro se sugiere o son casi iguales a las incluidas en él. Puede decirse que en algunos grupos el libro de texto es un estructurador de la actividad en clase, o en otros al menos un referente para el tipo y forma específica del conocimiento que los niños deben dominar. Sólo en un grupo se notó que las formas de tratar el contenido no guardan semejanza con las que se presentan en las lecciones; sin embargo, la presencia directa de este material da lugar a distintos procesos relacionados con el momento de la clase en que es incorporado y, sobre todo, con la manera específica como el profesor concibe su papel en el proceso de aprendizaje.

Una actividad previa al uso del libro de texto realizada con frecuencia: resolución de un problema-modelo

En la mayoría de los grupos visitados se observó la realización de actividades previas a la resolución del libro de texto. Es decir, generalmente, este auxiliar se utiliza sólo cuando se ha trabajado el tema que se trata en él. Las actividades previas son de distinta naturaleza y tienen diversas finalidades. Van desde un ejercicio corto o una tarea en casa, a la presentación de un modelo de resolución o hasta el trabajo completo de una o más sesiones en relación con el conocimiento subyacente en las situaciones que presenta el libro de texto. En seguida se muestra la que se realiza con más frecuencia: resolución de un problema-modelo. En una escuela rural (grupo 6-R-R) el maestro inicia su clase dictando el problema siguiente:

Sonora tiene una extensión territorial de 184 934 km^2. Aguascalientes tiene una de 5 589 km^2. ¿Cuántos km cuadrados más tiene Sonora que Aguascalientes?

Después de dictar el problema y asegurarse de que todos lo escribieron, el maestro continúa: "van a tratar de resolver este problema con mucho cuidado; vamos a tratar de comprenderlo leyéndolo muy bien, dos o tres veces, las que sean necesarias".

Una vez que los niños resuelven el problema, el maestro interroga acerca de cada paso seguido para realizar la resta; posteriormente se inicia el trabajo con el libro:

Maestro: vamos a sacar nuestro libro de matemáticas en la página 129; por ahí dejamos que hicieran un mapa en su casa (actividad que también se utiliza como introducción a la lección del libro). Mientras paso a revisarlos, quiero que lean lo que dice el libro para contestarlo.

La validez de la resta como procedimiento de solución no es discutido, pues todos los niños la utilizaron para resolver el problema. Seguramente a estas alturas tienen claro que la resta es una operación que sirve para calcular no sólo un resto sino también diferencias, y de esto se trata buena parte de la lección, por ejemplo el problema siguiente, que el maestro lee:

La Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas se fundó el 30 de diciembre de 1922 y estuvo integrada hasta 1990 por 15 repúblicas confederadas. Ocupaba un territorio de 22 402 000 km cuadrados.
Primero deben fijarse en la información que nos dieron en la página anterior (que Rusia mide 17 075 400 km cuadrados); la pregunta es: *¿cuánto suman las extensiones territoriales de las 14 repúblicas que aparecen primero en la lista, es decir, sin incluir Rusia?*

Nuevamente, los niños resuelven sin ninguna dificultad el problema y, por ello, la discusión posterior se centra otra vez en los cálculos realizados.

El maestro del grupo 6-R-R inicia de manera muy parecida todas las clases; de hecho, en cada una de las que observamos se trabajó sobre el texto de tal modo que los alumnos contasen con la forma de solución útil para resolver exitosamente los problemas. Tal forma de acercamiento probablemente genera algún aprendizaje, pero con ella se obstaculiza el logro de uno de los objetivos principales de la reforma, consistente en que los niños se acerquen a los problemas poniendo en juego sus conocimientos previos, sin que el procedimiento de resolución les haya sido comunicado por su profesor.

Formas de interacción con el texto

Lectura y resolución simultánea controlada por el profesor

Una de las formas de organización común en los grupos es el trabajo individual, regularmente controlado por el profesor para que todos los alumnos avancen de manera simultánea. Veamos un ejemplo de esto:

Profesor: esas preguntas las van a contestar en forma individual primero, ¿sí?
Alumno: ¿en la libreta?
Profesor: ahí en su libro. *¿Cuántas pulgadas equivalen a un pie?, y ¿cuántos metros equivalen a una milla, si ésta tiene 1 790 yardas?*
Profesor (escribe en el pizarrón): ¿sí observan que viene un pie y luego una abreviatura?

Un pie (ft) _____ pulgadas (in).

Alumnos: una *efe* y una *te*.
Alumno: y una *in*.
Profesor: sí, también una *in*, ¿sí? Una yarda equivale a 0.914 metros. En la primera pregunta van a convertir un pie en pulgadas. Un pie tiene 30.5 ¿qué? Centímetros y una pulgada tiene 2.54 cm. Aquí se

trata de saber cuántas pulgadas completo con esto, ¿verdad? Sabiendo que una pulgada tiene 2.54 cm, a ver ¿cómo le haríamos entonces?, ¿cómo lo entendemos de otra manera? Lo entenderíamos así: ¿cuántas veces cabe 2.54 en 30.5 cm o ¿con cuántos 2.54 completo 30.5?
Alumna (leyendo del libro): *¿Cuántos metros equivalen a una milla si ésta tiene 1 760 yardas?*
Profesor: a ver levanten su brazo quienes ya pudieron contestar la primera. Karen, no te me adelantes, vamos en la primera, ¿quién terminó la primera? A ver, Martha. (Grupo 6-R-R).

La clase continúa de la misma manera, los alumnos contestan el ejercicio individualmente y bajo el control del profesor, sin permitir que nadie se adelante a cada pregunta. El libro en estos casos es un instrumento de mucha utilidad para la organización y el control de las clases.

Vinculación libre con el texto

El trabajo sobre el sistema inglés de medidas se había iniciado en clases previas a la que nos referiremos en este apartado, pues ya se habían identificado las distintas unidades y éstas se encuentran anotadas en una hoja del rotafolio a la vista de todos los niños. En esta clase (observada en el grupo 6-UD-MO), la maestra interroga al grupo sobre dichas medidas y establece algunas comparaciones con el sistema métrico; entonces se introduce el trabajo con el libro:

Maestra: para seguir trabajando las yardas y las medidas del sistema inglés, ¿qué creen que vamos a hacer?
Niños: leer en el libro.
Maestra: ya lo saben, vamos a sacar el libro de matemáticas y a resolver; fíjense bien antes de que lo saquen; la consigna es la siguiente: van a resolver por equipos la lección que se llama *El mundo maya* y al terminar, entonces sí, ustedes se comunican los resultados y discuten si estuvo bien o estuvo mal, "mira te equivocaste", "yo

tengo la razón", ¿sí?
Niños: ¡sí!
Maestra: solamente así y luego, ya después, vamos a irnos, este equipo, con los resultados de los demás. Levanten la mano los que me entendieron. ¿Algún equipo que no haya entendido? (no hay respuesta).
Maestra: muchachos, participación, todos podemos hacerlo.

Los alumnos comienzan a trabajar en pequeños grupos sobre su texto. El pasaje muestra que la intención de la actividad es realmente introductoria y no directiva; además, parece que la pretensión de la maestra es dejar que los niños interactúen de manera libre con su libro, y así lo hacen.[10] Lo que ocurre luego en la fase de puesta en común y confrontación de resultados entre los distintos equipos se expone más adelante.

El libro como espacio de afirmación de los conocimientos

Observamos que en el grupo 6-R-CA, el texto se utiliza cuando se ha realizado toda una secuencia (que puede durar varios días) del tema que aparecerá en cierta lección. En este caso, las formas didácticas que toma el contenido durante la clase son inspiradas en las que presenta el libro de texto, pero éste es utilizado sólo como un espacio para aplicar los conocimientos supuestamente construidos, a la vez que como una forma de controlar la disciplina de aquellos que "terminaron primero".

Sólo en un grupo se observó que el texto es utilizado sin que haya una relación directa con el modo de presentación y tratamiento del tema en cuestión. Se trata del grupo 6-UE-RM, en el que la clase sigue un desarrollo basado en las ideas personales de la profesora y sólo como afirmación se solicita la resolución de ciertas lecciones. La

[10] Por razones de tipo técnico, no fue posible registrar de manera fina el trabajo en los equipos; las notas del observador son del tipo "Discuten entre ellos", "Dos alumnos cambian de equipo" o cuestiones similares. Lo que queda claro es que la interacción se realiza sin la intervención de la profesora.

forma específica que toma el contenido en ellas no se relaciona con las que utilizó la maestra para vincular a los niños con el conocimiento en clase. Ésta es quizá una de las profesoras que en los hechos deja ver menor interés por recuperar la propuesta de enseñanza introducida en 1993.

Participación del profesor e interacción con el texto

Tratamiento de preguntas abiertas

Las preguntas abiertas que aparecen en algunas lecciones del libro con frecuencia no son tratadas por los profesores en el salón de clase, o el tratamiento que se les da es muy superficial y ya no son confrontadas. Veamos un episodio sucedido en la escuela 6-UE-RM:

Maestra: ahora debe escribirse ahí (p. 148, libro del alumno) cómo llegamos a esos resultados... por eso le pusieron tantos renglones para que le escriban muy bien cómo fueron sacando los diámetros, cómo se fueron sacando las circunferencias. Ándenle. (Los niños trabajan con su libro.)
Maestra: bueno, los que acabaron levanten la mano. (Sólo algunos niños la levantan. La mayoría no ha terminado. En ese momento suena el timbre para el recreo y la maestra les dice que pueden salir.)

Éste fue uno de los pocos casos en los cuales se indicó a los alumnos que resolvieran una pregunta abierta, pero la cercanía con el recreo favoreció a que no se obtuviera mayor provecho de la situación.

Ausencia de la fase de conclusión o problemas en su desarrollo

Esta fase no se llevó a cabo de manera clara en la mayoría de los grupos observados. Por lo común, al terminar de responder las preguntas que aparecen en el libro, la clase se da por terminada, coin-

cidiendo casi siempre esto con la hora del recreo, lo cual favorece la ausencia de esta fase didáctica.[11]

En otras ocasiones, lo que sigue al trabajo sobre el libro de texto no es la búsqueda de claridad o síntesis de los conceptos trabajados, sino la realización de ejercicios similares a los que aparecen en él (por ejemplo: en los grupos 6-R-R o 6-UD-MO). En este tipo de ejercicios no se incluyen definiciones ni se resaltan aspectos conceptuales vinculados con el contenido, sino que, en general, se centran en las reglas de resolución de los cálculos.

Cabe decir también que, en ocasiones, cuando se intenta una fase de conclusión después del uso del texto, la forma como ésta se realiza no resulta exitosa. De ello es muestra la interacción siguiente, que prosigue al episodio presentado en el inciso *Vinculación libre con el texto:*

Maestra: miren, lo interrumpimos porque ya el tiempo se prolongó demasiado y estamos haciendo bastante ruido y no creo que así puedan trabajar [...] Casi a todos nos va a tocar participar; el equipo que participa no sólo da el resultado. El resultado no nos importa; ¿qué nos importa, muchachos?<
José Luis: el procedimiento, cómo lo hicieron para así comparar con nuestros compañeros, a ver si lo tenemos bien el procedimiento y después al último el resultado [...]
La maestra indica qué equipo iniciará.
Juan José lee el texto del recuadro de la parte superior de la página 152 (véase anexo 1d).
Cuando Juan José lee "mañana iremos a Chichén Itzá", la maestra pregunta: ¿quién lo dijo... lo dijo Willy o lo dijo el especialista?...
Niños: el especialista.
Maestra: el especialista lo dijo; ¿qué fue lo que dijo el especialista? [...]

[11] Por lo general, las clases de matemáticas se prolongan bastante. Es frecuente que su desarrollo en éste y los otros grados analizados lleve 1:30 o 2 horas; por ello, luego la clase debe concluir abruptamente.

Maestra (cuando Juan José termina la lectura): a ver, ahora sí explícanos tu pregunta y tu respuesta...
Juan José: no terminamos.
Maestra: ¿no terminaron?
Juan José: no le entendimos.
Maestra: ¿no le entendieron? A ver, el equipo número 10 [...]
Sergio: *¿cuántas millas tendrá que recorrer la familia de Smith desde la ciudad de México a Escárcega?* (leyendo en el texto).
Maestra: ¿cómo la resolvieron?
Sergio: nosotros nos fijamos en el mapa donde dice una milla es igual a uno punto seiscientos nueve kilómetros.
Maestra: ¿una milla?
Sergio: sí.
Maestra: ¿y luego qué más? Eso le pusieron. ¿Qué opina el equipo número 9?
José Luis: Omar, nueve, Omar.
Maestra: ¿es correcta su respuesta?
Omar (no contesta).
Maestra: ¿no tienen su respuesta? o ¿están de acuerdo con lo que dijo Pablo?, ¿sí escucharon lo que dijo Pablo Sergio?
Alumnos: ¿qué dijo Pablo? [...]
Omar: la milla.
Maestra: nos dio la equivalencia de la milla, pero ¿eso resuelve lo que nos están preguntando?
Niños: no.
Maestra: a ver, equipo número 8, ¿quién es ocho?
Niños: nosotros.
Maestra. a ver, equipo 8.
Niños: ¿la misma?
Maestra: sí, la misma.
No: ¿le digo lo que está ahí?
Maestra: (el) procedimiento.
Alumno: es que dice que las millas...
Maestra. fíjense bien en la pregunta que nos están haciendo; Pablo

Sergio dice que con la equivalencia de la milla podemos resolver la pregunta. A ver, el equipo 7 ¿qué opina?, ¿que sí o que no?
Niños: sí.
Maestra: ¿que sí?
Niños: sí.
Maestra: a ver, ¿cómo?, ¿por qué sí?
Carlos: porque dice que de la ciudad de México a Escárcega hace 1 196...
Maestra: a ver, pásale a escribir el dato para que no se nos vayan.
Carlos: (escribe 1 196).
Maestra: 1 196 ¿qué?, ¿metros o kilómetros?
Niños: kilómetros.
Maestra: 1 196 kilómetros, ¿están seguros?; a ver el resultado: ¿kilómetros o metros? Es mi pregunta.
Niños: kilómetros.
Maestra: 1 196 kilómetros (escribiendo en el pizarrón).
No: ¿eso es una milla, maestra?
Maestra: no, es la distancia que hay de la ciudad de México a Escárcega.
Carlos (comienza a anotar una división en el pizarrón).
Maestra: no, no, no, espérame, o sea, utilizas el dato y luego divides el dato, ¿por qué divides?
Carlos: para sacar cuántas millas son en los kilómetros [...].
No: ¡Está al revés, maestra! (Grupo 6-UD-MO).

Es posible observar cómo, entre la discusión de la información, la toma de acuerdos, la necesidad de precisar los datos o las aclaraciones periféricas, el contenido se pierde. Hasta que Carlos anota una división se toca en realidad el problema de la equivalencia entre las millas y los kilómetros. Adicionalmente, como el camino para llegar a ello está tan lleno de rodeos, sólo algunos niños ponen atención. El resto de las preguntas de la lección se resuelve de manera similar. En vez de la puesta en común de las estrategias de resolución y la argumentación de aquéllas (cuestiones que podrían haberse hecho de

una sola vez, sin fragmentarlas) la interacción ocurre alrededor de un conjunto de preguntas y respuestas de distinto orden y tema —quizá favorecidas por el formato del texto— en medio de las cuales se diluye el conocimiento matemático. La intención democrática de la profesora no resultó suficiente para promover con eficacia el aprendizaje y la formalización de los conceptos involucrados en la lección. Como puede verse en el episodio presentado, la forma de interacción desvanece el provecho de haber permitido a los niños trabajar desplegando sus propias ideas.

Así, la puesta en común y la confrontación de las respuestas, si bien constituyen un elemento importante en el proceso de aprendizaje, no son suficientes para asegurar su utilidad en términos intelectuales. Éstas deben tener ciertas características para que sean realmente provechosas.

El atlas de geografía universal, otro auxiliar para la enseñanza de las matemáticas

Vale la pena comentar finalmente la actividad en un grupo (6-UE-MH) en el cual con el apoyo del atlas de geografía —material con el que la Secretaría de Educación Pública dotó a los alumnos— se trataron diversos temas aritméticos durante tres sesiones: lectura y escritura de números, cálculos con decimales y división. Conforme a las interacciones observadas, los niños parecen estar a gusto cuando los temas que se tratan aluden a cuestiones del mundo real, comentan entre ellos y traen a colación cuestiones vinculadas que se ve les interesan. Puede decirse que se observa un ambiente de agrado en la clase. Los profesores parecen también gustar de este tipo de contextos para situar los contenidos que se tratarán.

A pesar de esas potencialidades reconocidas, el trabajo sobre el atlas tiene también limitaciones en la forma específica de uso. Por ejemplo, en el grupo referido, un número importante de niños se dedicó a copiar el trabajo a los compañeros más adelantados, o a esperar a que la profesora los auxiliara, pues la tarea (consistente en

calcular la densidad de población de varios países) implicaba hacer divisiones con números de hasta nueve cifras en el divisor. Por ejemplo, fue necesario realizar el cálculo 159 630 000 (÷) 8 511 996 para conocer la densidad de población de Brasil. El asunto, puede verse, no es sencillo. Mucho menos si ¡el uso de la calculadora sólo fue autorizado para verificar los resultados o si se piensa que muchas sólo aceptan números de ocho dígitos! Tener que realizar cuatro divisiones de tal dificultad resultó en detrimento del provecho que se le pudiese haber sacado a la situación.

Empero, lo que aquí destaca es la utilidad que el atlas mostró en el grupo en que fue utilizado, pues durante varias clases proporcionó las situaciones útiles para trabajar diversos contenidos de aritmética. Semejante es la utilidad que maestros y niños parecen ver en las lecciones del libro de matemáticas en las que los cálculos se refieren a datos geográficos. Esto lo vimos, por ejemplo, en el acercamiento a la lección "Un mundo con números" (pp. 128-129) trabajado en el grupo 6-R-R y en la cual los datos aluden a la extensión territorial de diversos países.

Conclusiones acerca del uso que se da al libro de texto de sexto grado

La presencia directa de los libros de texto de matemáticas en el sexto grado, según se constató en las observaciones realizadas, es importante. Especialmente en el grupo 6-R-R, el texto ejerce una influencia decisiva en el qué y cómo se enseña. En general, también es importante la influencia que los libros tienen en la organización de las clases, pues, según vimos, éstos suelen ser modelos de referencia para las actividades que se realizan. Destaca en este sentido la forma didáctica —distinta de la presentación tradicional— que han tomado el círculo y la relación Pi (aquél inscrito en un cuadrado) que vimos trabajar en dos salones de clase, aun sin estar presente el libro de texto. Sin embargo, conviene señalar que en otros temas se ve un distanciamiento importante entre la forma en que los contenidos se tratan en clase, y la presentación que se ofrece en el texto. Esta distancia no se observa en segundo ni en cuarto grado.

Por otra parte, la presencia específica del texto genera distintos procesos didácticos. En ocasiones, los ejercicios se resuelven mediante el control directo del profesor y la lectura se realiza simultáneamente. Otras veces, se autoriza a los alumnos a trabajar en parejas y seguir su propio ritmo, pero en los hechos el control se ejerce por anticipado ya que se han introducido antes las formas de resolución que permitirán obtener las respuestas. Muy pocas veces, el texto se resuelve efectivamente de manera libre y se permite que los niños discutan o al menos intercambien opiniones y ayudas en los pequeños grupos. Este tipo de acercamiento es escaso y, para obtener el máximo de provecho, debería acompañarse de una fase de cierre o conclusión acerca de los conceptos abordados; pero al uso del texto raras veces le prosigue una fase de este tipo. Generalmente, lo que se hace es agregar ejercicios (rutinarios) en los que se utilizan los procedimientos tratados previamente. Las pocas veces en que después de resolver una lección hay tiempo dedicado a discutir o aclarar las ideas trabajadas (o al menos a comunicarlas a todo el grupo), la confrontación muestra una forma específica que disminuye de manera importante los beneficios que pudiesen obtenerse por haber gozado de un tiempo de trabajo sin el control puntual del profesor. En efecto, según vimos, lo que podría ser oportunidad para exponer las formas de solución y luego ante las opiniones de los compañeros argumentar y contraargumentar, es fácil que se pierda en una abigarrada suma de conocimientos fragmentados y asuntos de todo tipo, quizá promovida por el propio formato del texto.

Conclusiones

A lo largo de este trabajo se observó que los libros de texto gratuito tienen una incorporación importante en las clases de matemáticas, pues las actividades que se realizaron en la mayoría de los grupos visitados giran en torno a éste. Aunque no siempre esté presente de forma directa en la clase, las actividades que en ella se realizan tienen como referente las que propone el libro, sobre todo en

segundo y cuarto grados. Destaca también la utilidad que el atlas de geografía tiene en las clases de sexto grado. La posibilidad de vincular los contenidos aritméticos con temas de geografía es bien aceptada por niños y profesores y muestra interesantes posibilidades de trabajo en los grados superiores.

Los libros de texto son más utilizados de manera directa en cuarto y sexto grados, pareciera que los profesores de segundo están interesados básicamente en que los alumnos trabajen con el material manipulable ofrecido también por la Secretaría de Educación Pública. Hasta después de periodos amplios con este tipo de trabajo se utiliza el libro de texto. Pero en general las actividades realizadas tienen como referencia los contenidos y ejercicios propuestos en aquél o en el *Fichero de actividades*.

En todos los grupos visitados únicamente se emplearon materiales oficiales, sin observarse en ellos guías didácticas o textos comerciales. Este dato resulta de singular importancia porque indica que las actividades propuestas en los libros de texto, aún con todas las adaptaciones que los maestros realicen sobre ellas, se han convertido en ejes articuladores de las clases, lo cual constituye un panorama distinto del reportado hace cuatro o cinco años.

Por lo general, en las clases los libros son utilizados después de una actividad que adopta diversas modalidades: la ostensión del concepto o procedimiento en juego y la introducción de un problema modelo o un modelo de actividad entre las principales. La interacción con el texto libre del peso del "modelo previo" de resolución es una excepción; en cambio, el momento de la conclusión o cierre no es desarrollado con la misma regularidad. Es frecuente que las clases terminen al finalizar la resolución de los ejercicios y no se lleve a cabo una fase de conclusión tendiente a aclarar los conceptos específicos tratados. Lo prolongado de las clases de matemáticas favorece esta ausencia.

En cuanto a la intervención de los maestros, se puede concluir que la mayoría de las veces se apoya a los alumnos a leer lo escrito en los textos y lo que aparece en las ilustraciones; además, se hace

énfasis en las palabras "importantes" y se plantean preguntas para asegurarse de la comprensión. Es decir, por lo común, en la utilización directa del libro de texto se ve poner en marcha una creencia docente según la cual los niños no pueden leerlo solos sin que los límites de su propia lectura los lleve luego a errores en el trabajo matemático. Ésta es una de tantas creencias que se contraponen a los supuestos de la reforma y que, si bien conforme se avanza en la primaria disminuye, no desaparece del todo aun en el sexto grado.

Repasar mecanismos de solución de algoritmos y dar informaciones adicionales relacionadas con el desarrollo de la propia lección o el manejo convencional de los procedimientos en juego son otras formas de participación docente cuando los libros de texto están presentes. La participación del docente también tiene otra dirección menos productiva intelectualmente: cerrar las preguntas abiertas que resultarían difíciles de gestionar.

Por otra parte, puede verse que los objetos "tradicionales" de ostensión han sido modificados. Ahora se ostentan no sólo algoritmos convencionales o conceptos bien definidos, sino también formas de hacer. Y si bien el modo de trabajar de los maestros puede traer beneficios efectivos a los niños (comprender mejor y leer mejor), aquélla se distancia de las propuestas de la Secretaría, que pretendían que los niños pusieran en juego sus recursos intelectuales personales para acercarse a las lecciones y, haciendo sus interpretaciones, intentaran luego resolver las tareas que ahí se les plantean. Sin duda, son dos formas distintas de concebir el aprendizaje matemático y las condiciones óptimas de su realización; son también dos formas que se encuentran y se ajustan cotidianamente en los salones de clases ante la presencia frecuente de los libros de texto.

Referencias bibliográficas

Ávila, Alicia, "Los usos reconocidos en los textos de matemáticas", *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, vol. 1, núm 2, pp. 314-342, 1996.

——, José Luis Cortina, "Opiniones perspectivas y posturas de los profesores ante los textos gratuitos de matemáticas", *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol. XXVI, núm. 1, Centro de Estudios Educativos, México, pp. 59-131, 1996.

——, Hugo Balbuena y Pedro Bollás, *Matemáticas. Cuarto grado*, SEP, México, 1994.

Carvajal, Alicia, "El libro de texto de matemáticas de primer grado en la práctica", *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol. XXVI, núm. 1, Centro de Estudios Educativos, México, pp. 131-164, 1996.

——, "El uso del nuevo libro de texto de primer grado. Una mirada a las matemáticas en la escuela", *Revista Básica*, núm. 11, mayo-junio de 1996, pp. 15-20, 1996b.

Cortina, José Luis, "Los libros de texto de las editoriales privadas. Sus propuestas para matemáticas de primer grado", *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, vol. XXVI, núm. 1, Centro de Estudios Educativos, México, pp. 165-204, 1996.

Fuenlabrada, Irma (coord.), *Matemáticas. Segundo grado*, SEP, México, 1994.

Pérez Hernández, Esnel y Gonzalo López Rueda (coords.), *Matemáticas. Sexto grado*, SEP, México, 1994.

Ratsima-Rajohn, Harrison, "Étude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques", *Memoria de DEA en didáctica de matemáticas*, Universidad de Burdeos, Francia, 1977.

SEP, *Matemáticas. Libro para el maestro. Segundo grado*, México, SEP, 1994.

——, *Matemáticas. Libro para el maestro. Cuarto grado*, México, SEP, 1994b.

——, *Matemáticas. Libro para el maestro. Sexto grado*, México, SEP, 1994c.

5. Los errores en matemáticas y sus tratamientos didácticos

Luis Manuel Aguayo

Desde hace no pocos años, los estudios de los "errores" han constituido una línea de investigación en educación matemática. La detección de las causas que los generan y su corrección fueron los objetivos fundamentales que se persiguieron en los primeros estudios sobre el tema; sin embargo, con la aparición de nuevas perspectivas teóricas sobre el aprendizaje, se transformaron las propuestas para la enseñanza y con ellas las formas de estudiar los errores.

El error en los nuevos enfoques para la enseñanza de las matemáticas es un elemento consustancial al proceso de aprendizaje, por esta razón, el profesor deberá tener clara su importancia y estructurar ciertas relaciones didácticas que permitan al alumno hacer de sus errores una oportunidad para aprender.

En el sentido de las afirmaciones anteriores se mueve el presente análisis, en el cual el objetivo es dar cuenta de las formas como los profesores de las escuelas primarias enfrentan o utilizan los errores de los alumnos durante las clases de matemáticas. Para lograrlo, como se expuso en la introducción, hubieron de analizarse 70 observaciones de clase desarrolladas en segundo, cuarto y sexto grados por profesores que trabajaban en escuelas del medio rural, en el medio urbano marginal o en aquellas consideradas de prestigio por las autoridades educativas del estado donde se realizó el estudio.

Los registros de las observaciones fueron sometidos a un análisis

"recursivo", es decir, se buscaron en ellos los elementos recurrentes y aquellos que fueran discrepantes. De tal análisis se derivan las consideraciones que dan cuerpo al presente texto.

Los errores en el proceso del conocimiento

Bachelard y los obstáculos epistemológicos

La noción de obstáculo epistemológico es un concepto construido por Bachelard, básicamente en su obra *La formación del espíritu científico.* Este autor plantea la noción de obstáculo epistemológico como explicación del error cuando afirma que "... en la investigación de las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia, se llega muy pronto a la convicción de que hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos..." (Bachelard, 1994, 15).

Con esa afirmación, Bachelard se refiere no a los obstáculos externos, sino a los que se encuentran inmersos en el acto de conocer. Para él, en este proceso aparecen los obstáculos como una necesidad funcional del modo de conocer. A las confusiones y dificultades que aparecen en este proceso él las llama *obstáculos epistemológicos* y, según su perspectiva, son inherentes al proceso de conocimiento.

Para Bachelard, la verdad se encuentra al volver sobre un pasado de errores, porque se conoce sólo en contra de un conocimiento anterior, es decir, superando los obstáculos epistemológicos y además, sólo si el espíritu científico ha partido de una pregunta. En este último sentido afirma, "... si no hubo pregunta, no puede haber conocimiento científico. Nada es espontáneo. Nada es dado. Todo se construye..." (Bachelard,1994,16). La pregunta, que es también una construcción del sujeto que conoce, funciona como guía que permite identificar en las respuestas inadecuadas los obstáculos epistemológicos.

El constructivismo

La epistemología genética ha desarrollado una teoría de la cogni-

ción cuyos principios han permitido articular las teorías consideradas constructivistas. Esta epistemología tiene como principio básico los procesos de asimilación y acomodación.

La asimilación de un objeto de conocimiento —se afirma desde esta perspectiva— requiere una interpretación mediante la cual el objeto es admisible para ser procesado por determinada estructura cognitiva. El resultado de este proceso constituye una forma de conocimiento que deriva no de "copiar" el dato externo, sino de una construcción (asimilación y acomodación) incesante a partir del mundo de las experiencias.

Desde esa tesis, el conocimiento es un resultado al mismo tiempo que un proceso. Es un resultado porque representa el punto de llegada deseado, es decir, se constituye como un objetivo o una meta prefijada, pero al mismo tiempo el conocimiento logrado es también un punto de partida que se orienta hacia una nueva actividad cognitiva; a su vez, la relación entre los esquemas y el proceso de conocer está dada por las posibilidades que los conocimientos logrados brindan en una nueva meta del conocimiento, es decir, son un medio que permitirá asimilar, interpretar o significar un nuevo objeto.

Ahora bien, cuando los esquemas entran en acción existe la posibilidad de que el sujeto emita dos resultados: los que son compatibles con lo esperado y los que no se corresponden con ello. En el primer caso, los esquemas se hacen más confiables en tanto recursos cognitivos y más complejos en tanto estructuras intelectuales. En el segundo caso, los esquemas cognitivos se desequilibran y entonces se produce el llamado *conflicto cognitivo*. La aparición del desequilibrio, se dice, nos hace más conscientes del problema que enfrentamos; superarlo o resolver el conflicto cognitivo se logra mediante sucesivas modificaciones de los esquemas hasta que se consigue el resultado esperado. Lo anterior no significa que cualquier respuesta sea aceptable, pero sí que las respuestas inadecuadas se deben considerar en relación con el proceso de construcción que tiene el alumno.

Los errores en la enseñanza de las matemáticas

Las matemáticas escolares son distintas del quehacer eminentemente matemático, pues en este último no todos los problemas tienen una o un conjunto de respuestas, de hecho, existen problemas matemáticos para los cuales aún no se encuentra solución alguna. En contraste con esto, en las matemáticas escolares todos los problemas planteados tienen una o un rango de respuestas adecuadas y cualquier otra se considera inapropiada. Cuando un alumno emite una respuesta inadecuada, se puede decir que su respuesta es errónea y la solución emitida es un error en cuanto a la cuestión propuesta.

Por otra parte, si consideramos que los errores son elementos consustanciales al proceso de conocimiento, habremos de aceptar que en el proceso usual de construcción de conocimientos matemáticos los errores aparecerán de forma sistemática. En este sentido, los errores son datos objetivos que se encuentran de manera permanente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Esta consideración sobre el error, así como las implicaciones didácticas que tiene permean el enfoque para la enseñanza de las matemáticas, y los materiales para la reforma lo acotan de la manera siguiente:

> Los intentos fallidos o los errores de los alumnos al resolver un problema forman parte de su proceso de aprendizaje y deben ser aprovechados para que, a partir de ellos, avancen en sus conocimientos (SEP, 1994, 18).

Sin embargo, esta concepción sobre el error y su relación con la construcción de conocimientos no siempre han estado presentes en la investigación en educación matemática. En las primeras aproximaciones, los errores eran considerados señales de un aprendizaje deficiente o un fracaso; por esta razón, los estudios que hasta antes de 1970 se habían realizado, fundamentalmente se dedicaron a clasificar y cuantificar los errores en la idea de que al detectar las causas que los originaban (cf., Rico, 1995, pp. 76-80) se podrían estructu-

rar formas de corregirlos. Luego de esta época surgieron estudios que cuestionaban la utilidad de la clasificación y la cuantificación, además de la identidad entre el error y el fracaso. Un estudio que enfatizaba esta diferencia es el de Salin (1976).

El error como fuente de validación del conocimiento

Salin pone de relieve que el error es contrario a la verdad, constituye un juicio, opinión o resultado que se aleja de ella, mientras que el fracaso es lo contrario del éxito. El fracaso en el aprendizaje de las matemáticas es resultado de una acción cuyo producto no corresponde a los objetivos planteados por el profesor. El fracaso aparece en una actividad específica y se manifiesta por cierto número de errores puntuales, pero existe también el fracaso generalizado.

Cuando un sujeto no puede reconocer la causa de su fracaso, es decir, cuando no tiene claro que lo es o por qué lo es, es porque no dispone de suficientes conocimientos sobre su propia acción, ni cuenta con un sistema de validación que le permita analizar su fracaso en términos de errores. Hacerlo significa la posibilidad no sólo de modificar sus acciones, sino también de prevenir las acciones erróneas que producirían nuevos fracasos.

Respecto a esta cuestión se dice que el reconocimiento del error y la posterior reflexión sobre él son tareas que encuentran sus posibilidades en la presencia de un sistema de validación propio del sujeto; si no es así, la validación de los errores y las acciones deberá provenir de un agente externo al proceso, la autoridad o la tradición. En este sentido, el de la validación, Brousseau señala que debemos someter a validación (prueba) los conocimientos y menciona que dicha validación puede provenir de la misma situación o mediante la argumentación (cf., Brousseau, 1986).

Sin embargo, Salin también afirma que el análisis del fracaso en términos de errores es una actividad eminentemente didáctica, esto es, la transformación del fracaso en error está determinada, entre otras cosas, por las percepciones y actitudes que los profesores tengan frente al error y por el lugar que asuman respecto a la validación.

Percepciones y posturas frente al error

En cuanto a la manera como se perciben y enfrentan los errores, Salin sugiere en un principio la existencia de dos niveles desde los cuales los profesores pueden percibirlos: un nivel en el que no se reconocen diferencias entre los errores y otro que se basa en la observación de ciertas distinciones.

En el primer nivel, la percepción de los errores está influida por un énfasis en el aprendizaje del contenido. Los profesores que los perciben desde esta postura muestran una preocupación centrada en el contenido y suponen que los alumnos disponen de cierto número de herramientas matemáticas que ellos les han enseñado, razón por cual asumen, no deberían presentarse errores.

En el segundo nivel, los profesores reconocen diferencias entre los errores y de acuerdo con estas distinciones se puede hablar de dos tipologías básicas: una primera clasificación, un tanto tradicional, los clasifica como errores de estrategia, razonamiento y cálculo[1] y una segunda, construida por Brousseau (cit., por Salin, 1976), los sitúa en dos dimensiones: en una semántica, cuando el modelo de resolución y su forma no corresponden a la situación, y en otra sintáctica, cuando el modelo es adecuado pero la manipulación defectuosa. En esta tipología, los errores de cálculo pertenecen al nivel sintáctico. Ahora bien, aunque el profesor pueda caracterizar de un modo u otro los errores, esto no tiene una determinación mecánica sobre las posturas que asume cuando se presentan durante la clase (y que, en opinión de Salin, difícilmente pueden ser explicadas por ellos).

La primera actitud se relaciona con la creencia de que el error es aleatorio y que deriva de una situación en la cual el alumno tenía

[1] Los errores de estrategia se presentan cuando ésta no corresponde a las condiciones planteadas en la situación. Los de razonamiento obedecen a una acción producida por una concepción defectuosa, por ejemplo: si un alumno establece que le falta calcular 25 x (234 + 46) y calcula (25 x 234) + 46, ha cometido un error de razonamiento. Los errores de cálculo se consideran de diferente naturaleza y aparecen sobre todo al manipular algoritmos.

amplias posibilidades para no cometerlo; en estos casos, el profesor no lo atribuye a una causa pedagógica, sino supone que es producto de la fatiga, o de la falta de cuidado o de atención por parte del niño.

Otra actitud se deriva de la presencia de un error que se ha producido varias veces. En este caso, si el profesor observa que un mismo error se ha producido en varias situaciones idénticas, asumirá que la causa está en la situación o en el problema y no en las concepciones de los alumnos, y en un intento por desaparecerlo plantea situaciones diferentes o modifica la situación en la que aparece.

La utilización de los métodos activos,[2] en opinión de Salin, genera una actitud caracterizada porque, a pesar de que los profesores plantean adecuadamente las primeras fases de la clase, cuando se trata de que los alumnos expongan, discutan y critiquen sus estrategias y soluciones, suponen que los alumnos pueden comprender de manera espontánea las diferencias entre los otros trabajos y el suyo. Por esta razón, las discusiones no incorporan análisis sobre los errores en la estrategia o sobre las ventajas entre una y otra estructura, ni sobre las diferencias entre los resultados.

Por otra parte, en opinión de Salin, las investigaciones desarrolladas en el Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Burdeos han permitido la constitución de una práctica de la enseñanza para la escuela primaria en la que las actitudes de los maestros frente al error difieren de las mencionadas líneas atrás. Dicha propuesta, que se explica en "Los procesos de matematización" (Brousseau, 1972), tiene una gran similitud con los planteamientos del enfoque sugerido para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. El planteamiento básico de Brousseau tiene que ver con la idea de que:

---

[2] Los métodos activos a los que se refiere Salin son las tendencias desarrolladas a partir de las ideas de H. Aebli, autor que se apoya en las ideas de Piaget para estructurar un propuesta didáctica. Dicha propuesta se caracteriza por tener tres momentos: punto de partida (discusión del problema), fase de investigación y fase de comparación de resultados.

> El alumno aprende al adaptarse a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber, fruto de la adaptación del alumno al medio, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje (Brousseau, cit., por Ávila, 2001).

Como se puede ver, dicho planteamiento tiene influencia de Piaget y su semejanza con los postulados del enfoque de matemáticas vigente se advierte cuando en este último se señala que "un aprendizaje con significado surge cuando el niño, para responder a una pregunta de su interés o resolver un problema motivante, tiene necesidad de construir una solución..." (SEP, 1994, 9).

Otra semejanza está dada en lo que concierne a las situaciones; la propuesta de Brousseau tiene como elemento central la noción de situación didáctica. Desde esta perspectiva, la enseñanza de las matemáticas puede basarse en el empleo de tres tipos de procesos dialécticos: dialéctica de la acción, dialéctica de la formulación y dialéctica de la validación (posteriormente Brousseau incorporó la idea de institucionalización). En estos procesos o situaciones didácticas, el error desempeña un papel fundamental como motor de la acción y la reflexión. El enfoque sitúa al error en la misma posición, en él se señala que "los intentos fallidos o los errores de los alumnos al resolver un problema forman parte de un proceso de aprendizaje y deben ser aprovechados para que, a partir de ellos, avancen en sus conocimientos" (SEP, 1994, 18).

Como es evidente, existe un principio compartido por la enseñanza a través de las situaciones y el enfoque sugerido para la enseñanza en la escuela primaria: el aprendizaje se logra luego de que el sujeto realiza acciones de aproximación, lo cual significa que el error es un elemento didáctico que debe ser aprovechado para la construcción de conocimientos. Sin embargo, este principio no es el único elemento compartido; en adelante se analizarán otras correspondencias.

La situación o dialéctica de la acción es aquella en la que el alumno se ve obligado a desplegar sus estrategias, en las cuales, el error es

importante en la medida que la reflexión sobre él permite a los alumnos juzgar el resultado de la acción y ajustarla sin la intervención del maestro. Este tipo de proceso y la actitud frente al error inherente a él se encuentran presentes también en el enfoque que se sugiere en la reforma. Al respecto se dice:

> Cuando se resuelven problemas matemáticos en la escuela, los alumnos tienden a depender de la aprobación del maestro para saber si la forma en la que los resolvieron es o no correcta; sin embargo, es conveniente que sean ellos mismos quienes reconozcan si el procedimiento que emplearon los llevó a la solución del problema, verifiquen sus resultados y localicen el error (SEP, 1994, 18).

Las situaciones de formulación se caracterizan por producir afirmaciones que expresan un saber; las situaciones en las que deben enviarse mensajes orales y escritos de contenido matemático, o expresarse instrucciones para cumplir con una tarea matemática son situaciones de formulación, también están sugeridas en el nuevo enfoque.

Las situaciones de validación se organizan de tal modo que los alumnos tengan la necesidad de formular justificaciones; su importancia radica en la posibilidad que brindan a los alumnos de validar, a partir de la congruencia de las justificaciones de los demás o de la construcción de la propia, las acciones y el resultado de su trabajo. En cuanto a las situaciones de validación, el enfoque señala:

> Es formativo, para clarificar la naturaleza del error, que el alumno sepa por qué con determinados procedimientos no es posible resolver el problema. Esto se puede lograr si el maestro propicia un clima para que los niños expliquen la lógica de sus estrategias, identifiquen sus errores y los corrijan (SEP, 1994, 17)

Las situaciones de institucionalización permiten al maestro dar a los conocimientos generados un estatuto de saber; en este caso, el maestro

relaciona las diferentes respuestas de los alumnos con el saber institucionalizado. Las situaciones de institucionalización tienen cierta correspondencia con las propuestas del nuevo enfoque que resulta evidente en comentarios como el siguiente:

De manera paulatina, a través del diálogo entre compañeros, el maestro y el libro de texto, los niños evolucionarán en sus procedimientos de solución, aproximándose a los procedimientos convencionales. Posteriormente, el maestro deberá proponer el procedimiento convencional como una forma más económica para encontrar la solución (SEP, 1994, 15).

Como se ha podido observar, existen posiciones epistemológicas sobre la relación entre el error y el conocimiento, cuyos rasgos se dejan ver en el tratamiento que el maestro da a los errores de sus alumnos. En este sentido, tanto la propuesta para la enseñanza de las matemáticas basada en las situaciones didácticas como la de resolución de problemas sugerida en la reforma plantean un alejamiento de las posturas frente al error en las que éste tiene poca relación con el proceso de conocer.

Tratamiento didactico de los errores

La consideración de que el error es parte esencial del proceso de conocimiento y la reflexión que el sujeto que aprende realiza sobre los que comete le permite validar sus conocimientos, son nociones centrales en el enfoque oficial para la enseñanza de las matemáticas. Su inclusión se relaciona con el intento de transformar las formas como los profesores tratan el error. Sobre las posibles transformaciones de tales tratamientos se centra el análisis en los siguientes apartados.

Mecanismos de "evitación" *del error semántico*

A pesar de que el enfoque para la enseñanza de las matemáticas hace especial énfasis en la necesidad de que los estudiantes reco-

nozcan sus errores en las estrategias de resolución que estructuran, además de reconocer aquellos generados en el razonamiento sobre dichas estrategias y en los cálculos que realizan, los registros analizados muestran que en los primeros momentos de la clase algunos profesores ponen en marcha ciertos mecanismos orientados a minimizar las posibilidades de que se presenten errores de tipo semántico. En analogía con los *mecanismos de regulación*,[3] los llamaremos *mecanismos de evitación*, pues su función no es corregir o sustituir un contrato sino *prevenir* ciertos efectos futuros de la relación didáctica que recién establecen.

Respecto a los "mecanismos de evitación" del error semántico, se observan tres tendencias principales: la evitación mediante la ostensión del concepto o del modelo; mediante estrategias didácticas relacionadas con cierto tipo de problemas, y con su manejo por medio de una estrategia basada en el trabajo directivo.

La ostensión como mecanismo de evitación *de errores semánticos*

Existen diferentes formas como los profesores inician un proceso que cancela las posibilidades del error semántico; dicho proceso —que se relaciona con la manera de concebir las matemáticas y el aprendizaje— se inicia con las primeras actividades de la clase. Este tipo de error, que aparece sólo si se plantean problemas o situaciones en las que el alumno tiene que elaborar estrategias de solución, se puede evitar si en la apertura de la clase se estructuran mecanismos que dificulten su ulterior aparición. La ostensión del concepto y del modelo puestos en juego, en tanto mecanismos que permiten evitar el error semántico, se ilustran en el siguiente registro:

---

[3] De manera general se puede decir que la tarea del profesor no sólo consiste en poner en marcha un contrato y sostenerlo a costa de lo que sea, pues existen elementos del entorno que determinan las condiciones de funcionamiento de dicho contrato. Estas determinantes generan rupturas del equilibrio del contrato que pueden o no ser resueltas, en cuyo caso la función del profesor es gestionar regulaciones didácticas intra-contratos (cuando se pueden hacer correcciones) o inter-contratos (cuando se trata de sustituir el contrato). (cf., Brousseau en Ávila, 2001).

Maestra:[4] vamos a trabajar con la lectura y escritura de números con punto, en la página 48 del atlas; eso es lo que vamos a ver hoy, pero vamos a trabajar con esto que dice densidad de población. Vamos a tratar de explicar qué es la densidad de población. ¿Alguien sabe de esto?
Niño 1: ¿densidad?
Niño 2: que va disminuyendo.
Maestra: que va disminuyendo... (alarga la frase como esperando el resto de la respuesta).
Niño 3: o que está muy pobre.
Maestra: ¿cuál?
Niño: disminución.
Maestra: el número de personas que hay en algún lugar. Densidad de población es eso: el número de personas que hay en determinados lugares y son los países que tienen más personas y necesitan más servicios, más agua, más plantas, más comida. Un ejemplo sería si yo hago un cuadro aquí en la tierra entre los cinco (señala cinco cuadros de mosaico del piso) y hay una persona, esa persona podría estar aquí o aquí, —señala dos cuadros en el piso—, no necesitaría tanta agua, no necesitaría tanto espacio, estaría así muy cómoda. Pero si ¡vente, Martín! Pero si habemos dos personas en este cuadro de 5 por 5, pues ya necesitamos ponernos un poquito de acuerdo: ¿cuál es tu espacio?, ¿cuál es mi espacio?, pero si estamos tres personas, nos queda menos espacio y tenemos que acomodarnos mejor, ¿sí?
Niños: síii.
Maestra: entre más personas haya (ha invitado a más alumnos a compartir el espacio), más vamos a batallar para acomodarnos y mejor comunicación vamos a tener [...]; por eso es importante conocer la densidad de población de un país para que el gobierno sepa cómo distribuir mejor el espacio y todos los servicios que necesitamos. Con los datos que tiene nuestro atlas vamos a conocer la densidad de po-

[4] Fragmento tomado del registro 6-U-E-MH. La clave del registro tiene la siguiente lógica: el número se refiere al grado educativo, la segunda letra al tipo de escuela (urbana o rural), la tercera a la clasificación de la escuela, E para las de prestigio; las siguientes letras representan datos relacionados con el observador.

blación de algunos países. Pero los vamos a trabajar de esta manera, con los mismos equipos que tenemos ahorita en ciencias naturales; con estos cinco equipos vamos a encontrar la densidad de población de estos países que tenemos aquí (señala una lista en el pizarrón).
Niño: ¡ya los tenemos, maestra!
Maestra: pero, espérenme, ¿cómo se encuentra la densidad de población? La densidad de población se encuentra tomando el dato de la población que tiene cada país y dividiéndolo entre su extensión territorial para saber qué espacio le queda a cada persona. Vamos a sacar el número de habitantes por kilómetro cuadrado, ¿sí?

Como se puede ver, la estrategia didáctica con la que la profesora inicia la clase se fundamenta en un tipo de contrato basado en la ostensión;[5] se trata de "mostrar" el objeto, sus características y propiedades bajo el supuesto de que dicha "mostración" permitirá que los estudiantes lo aprendan.

De manera entonces que, con la certeza de que los alumnos requieren conocer el objeto en su totalidad, la profesora hace de la ostensión la única oportunidad de aprenderlo, realiza la "mostración" del concepto (la densidad de población) bajo el supuesto de que el alumno ve en él las nociones y las propiedades que le son consustanciales. Esta forma de apertura de la clase se constituye como un mecanismo didáctico de prevención aun sin proponérselo de manera consciente; mediante su puesta en marcha, el profesor evita que los estudiantes estructuren cuestionamientos o acciones que les permitan construirlo, es decir, mediante este mecanismo se obturan las posibilidades de contar con situaciones de acción o formulación.

Una primera dimensión de la ostensión funcionaría como mecanismo de "evitación" para las acciones constructivas del concepto de

[5] La *ostensión* para Ratsimba-Rajjohn (en Ávila; 2001) define una forma de introducción del objeto de conocimiento conforme a la cual, mediante imágenes, esquemas, gráficas, discurso, lista de propiedades o axiomas el profesor (o el texto) pretenden proporcionar "de un solo golpe" todos los elementos y las relaciones constitutivas de la noción en juego.

densidad de población, es decir, "mostrar" tal concepto evitaría los cuestionamientos y conflictos de los alumnos referidos a la comprensión de aquello a lo que alude la densidad de población. Sin embargo, la dimensión de la ostensión realizada es de mayor amplitud: no sólo funciona como "evitación" de errores relacionados con el concepto, sino también incorpora la "mostración" de la estrategia convencional para calcular tal densidad.

Cuando la profesora muestra el objeto y la herramienta matemática, permite al alumno trabajar con el mínimo de errores; por esta razón, cuando dice "pero espérenme, ¿cómo se encuentra la densidad de población?", es porque ha reconocido que le falta mostrar un elemento y que éste, en tanto fuente de posibles errores, también requiere ser mostrado. En correspondencia con el supuesto bajo el que desarrolla la apertura de la clase, la profesora no espera las respuestas de los alumnos, sino que les muestra el modelo para resolver la situación. *La densidad de población se encuentra tomando el dato de la población que tiene cada país y dividiéndolo entre su extensión territorial para saber qué espacio le queda a cada persona. Vamos a sacar el número de habitantes por kilómetro cuadrado, ¿sí?* Con esta respuesta autorrecibida, la profesora evita los errores semánticos. Un intento por comprobar la eficacia de su "mostración" lo constituye la pregunta al final de su respuesta.

La estrategia de ostensión es un mecanismo orientado a disminuir los cuestionamientos y errores. Como el objeto y sus propiedades han sido mostrados y supuestamente aprendidos, se espera que las preguntas de los alumnos disminuyan de manera paulatina hasta desaparecer; en esta percepción, la ausencia de preguntas será señal de "que los alumnos no tienen dudas". Para ilustrar el funcionamiento de este mecanismo en lo que concierne a la disminución de cuestionamientos, obsérvese a continuación un fragmento del mismo registro:

Niño: maestra...
Maestra (sin dejar que el niño termine la pregunta): están en

nuestro atlas en la página 48.
Niño: maestra... (insiste).
Maestra (nuevamente sin dejarlo terminar): espérame, es de la 48 a la 52.
Niño: maestra (insiste nuevamente), ¿nos volteamos? (se refiere a la posición de los mesabancos).
Maestra: no, todavía no, déjenme darles las últimas indicaciones. Tres equipos nos van a encontrar la densidad de población de estos cuatro países (señala el pizarrón), ¿sí? Les voy a entregar una hoja de papel bond y primero hacen en su cuaderno el borrador; ahí hacen todo lo que tengan que hacer de operaciones y todo, luego ustedes en la hoja de máquina lo pasan para presentarlo aquí. Me van a poner por favor la división, ¿sí?, el resultado y cómo se lee el resultado. ¿Preguntas?
Niño 1: no.
Niño 2: ¿vamos a dividir lo de la población entre la extensión territorial?
Maestra: entre la extensión territorial, y el número que salga ése es el número de densidad de población. ¿Dudas? (nadie contesta e inician la actividad).

En la primera parte de este fragmento se observa cómo este mecanismo de "evitación" permite conservar el equilibrio de la secuencia propuesta, a pesar de recibir reiterados intentos de interrogarla éstos no son tomados en cuenta. La profesora no deja terminar la pregunta del alumno porque supone que ésta se referirá a algún elemento que está considerado en la ostensión, pero da la respuesta que supone no ha sido administrada eficazmente por su mostración. La negativa de recibir preguntas es parte del mecanismo de "evitación", pues el desarrollo ulterior de las clases está basado en la creencia de que los alumnos no pueden emprender la actividad hasta en tanto no hayan aprendido el objeto mostrado en términos escolares, hasta en tanto "no haya dudas".

Mientras se ostenta no hay preguntas, y hasta que ya no existan

preguntas podrán trabajar los alumnos; éstas, al parecer, son dos reglas fundamentales de una apertura basada en la ostensión. Alumnos que no tienen preguntas, que han confirmado la única estrategia por utilizar y que han deslizado el significado de la tarea, difícilmente presentarán errores. Iniciar la actividad "hasta que no haya dudas" no es en sí misma una actitud desviada, pero lo es por la forma como se llega a eliminar tales dudas.

Como corolario de los mecanismos de evitación mediante la ostensión, obsérvese las últimas indicaciones de la maestra; el borrador con las posibles fallas se quedará en el cuaderno. En la hoja de papel, que es la importante porque con ella van a exponer —indica la maestra— deberá tener el trabajo en limpio. Con una apertura de la clase basada en la ostensión, los profesores excluyen dos elementos importantes del aprendizaje de las matemáticas, el error semántico y el significado de los resultados encontrados.

Evitar el error semántico por medio de problemas cerrados

No obstante que en el enfoque sugerido se hace énfasis en la necesidad de plantear problemas que le permitan a los alumnos involucrarse en procesos de búsqueda y de estructuración de estrategias para su solución, algunos profesores desarrollan la clase basándose en problemas y situaciones que se contraponen con las ideas del enfoque, es decir, mediante problemas que poco dejan a la búsqueda, esto al parecer no deriva de un objetivo explícito sino de las dificultades para plantear situaciones abiertas. En ocasiones junto con los problemas cerrados se observa un trabajo dirigido que se caracteriza por cerrar aún más las posibilidades para que los alumnos estructuren estrategias de solución sin la participación del profesor. En los capítulos dedicados a los problemas en la clase de matemáticas y al uso de los libros de texto hay abundantes episodios que muestran lo anterior.

Una situación diferente tiene que ver con cierta intención explícita en el planteamiento de situaciones cerradas, es decir, a diferencia

de los profesores que intentan, aunque tengan dificultades, hacer planteamientos que se correspondan con el enfoque; existen otros profesores que plantean problemas cerrados como un recurso propio del tipo de clase que piensan desarrollar, este mecanismo puede observarse en el siguiente registro:

La maestra está terminando de explicar la forma de calcular porcentajes.
Maestra:[5] ahora vamos a escribir un problema y se van a fijar en lo que les dije ayer, si se hace una operación, si se hacen dos y qué tipo de operaciones se tienen que hacer ¿si? Ustedes solitos van a analizar el problema, no quiero que pase como ayer que no supieron, pasa Olga (la niña pasa al pizarrón). *Si un abrigo cuesta $890 pesos y está rebajado en un 20% de descuento. ¿Cuánto pagó por él?* (Olga realiza la operación siguiente):

$$890.00 \times 0.20 = 17\,800.00$$

En este fragmento se aprecian dos elementos incluidos en el mecanismo de "evitación", el primero tiene que ver con la estructura del problema, en tanto alumnos de sexto año es evidente que la situación planteada poco margen les deja para la elaboración de estrategias de solución que no sean la convencional, un problema con una sola interrogante en el que los datos incluidos se remiten de manera directa a las operaciones explicadas anteriormente, difícilmente producirá estrategias diversas, mucho menos si como se ve, el problema está orientado a la aplicación de conocimientos que previamente se adquirieron.

No obstante que, solamente con la estructura del problema planteado se "evita" la posible presencia del error semántico, la profesora, como se puede ver en el siguiente fragmento, pone en marcha otros mecanismos de "evitación":

[5] Fragmento tomado del registro 6-U-MM.

Maestra: bueno fíjense en la pregunta: ¿cuánto pagó por él?, ya sacaron el porcentaje pero ¿cuánto va a pagar por él? Dice, (repite el problema).
Niña: setenta... Ah no.
Maestra: analicen el problema, analicen la pregunta.
Niña 1: 810.
Niña 2: ¿te salió 800?
Maestra: a ver ¿qué tenemos?, ¿qué sacó Olga?... Sacó lo que era el 20% ¿si? Ahora ¿cuánto vas a pagar por ese?, no vas a pagar... (reparen el error) fíjate donde lleva el punto.
Niña: en el 8 maestro (Olga corrige).
Maestra: ahí está, 178, ahora ¿qué necesitamos hacer para pagar?, no vas a pagar 178.
Olga: una división.
Maestra: ¿porqué una división?
Niños: no, una resta.
Niña: 890 menos 178.
Maestra: exactamente, a 890 le vamos a descontar lo que equivale a 20% de descuento (Olga realiza la resta) entonces ¿cuánto tiene que pagar por ese abrigo?
Olga: 712.
Maestra: sí, 712 pesos.

La validación y corrección de los errores sintácticos, como se puede ver, son asumidos por el profesor; aunque los compañeros identifican la operación que falta para encontrar el resultado es el profesor quien asume la tarea de validar ya que es él quien determina si la operación enunciada por los alumnos es la correcta, con esto, al alumno sólo le queda la tarea de buscar el resultado.

Finalmente puede observarse que las características del problema están relacionadas con el papel que se les daba en la clase, en este caso el problema no es sino un ejercicio para la aplicación del procedimiento que, antes del planteamiento del problema, el maestro habia explicado. En este sentido se dice que en ocasiones el plan-

teamiento de problemas serrados obedecen a un objetivo relativamente claro; aplicar los conocimientos que el profesor a explicado con anterioridad. Objetivo explícito que es inherente a otro más que no lo es tanto; la "evitación" de los problemas semanticos.

Evitar el error semántico a pesar del manejo de problemas abiertos

Se ha mencionado que la causa de que se planteen problemas cerrados tiene que ver con las dificultades de los profesores para realizar planteamientos adecuados o con la intención de que sirvan como ejercicio previo al trabajo con el libro de texto; sin embargo, la simple inclusión de situaciones orientadas hacia la búsqueda de procedimientos de solución no garantiza por sí sola la posibilidad de que surjan errores semánticos. Al respecto Brousseau afirma que considerar que el medio es la fuente de aceptación de la responsabilidad es insuficiente, a la vez que aceptar la interacción con la situación y las reglas de interacción sólo es posible por la mediación de un contrato didáctico (cf., Brousseau en Ávila, 2001).

Otorgar el modelo de la situación

En este sentido, lo observado es que, a pesar de incluir en la clase situaciones abiertas, pueden desarrollarse mecanismos de "evitación" del error semántico. En el registro siguiente se aprecia cómo se ponen en marcha:

Maestra:[6] bueno, vamos a ver: yo aquí tengo boletos (les enseña pequeños rectángulos de papel). Adivínenle, ¿cuántos boletos son?
Niños: 12, 10, 42, 30 (contestan varios).
Maestra: ya alguien le adivinó; yo tengo 30 boletos. Vamos a repartir estos boletos. ¿Cómo se llama la operación de repartir?

[6] Fragmento tomado del registro 2-UE-S. El problema de reparto que la profesora plantea es considerado en este caso una situación que promueve la generación de estrategias, porque la clase se desarrolla con alumnos de segundo grado.

Niños: dividir, división (contestan varios niños).
Maestra: división; Alán, venga (el niño pasa al frente). Vas a escoger otros niños para que sean seis. Son 30 boletos; repártanselos pero llévense el cuaderno para que apunten. Aquí tenemos otros 15 boletos; vamos a ver, entre 3 a ¿cuántos les toca? Repartan los boletos y me dicen ¿cuál es la división que hicieron? Primero dijimos que había 30 boletos, ¿verdad?
Niños: síii
Maestra: (anota en el pizarrón) "dividir es repartir". Primero dijimos que había 30 boletos para seis niños, luego 15 para tres niños y luego 14 para dos (mientras habla va anotando en el pizarrón las divisiones que corresponden a cada reparto).

A pesar de plantear una situación (de reparto) que hubiera dado lugar a la búsqueda de la solución, se observa cómo, de manera inmediata, la maestra pone en marcha mecanismos que evitan esta posibilidad. Aun antes de completar las condiciones del problema ("vamos a repartir esos boletos"), la profesora inicia la "evitación" pidiendo la traducción de la primera condición (repartir) a su algoritmo correspondiente. Cuando pregunta ¿cómo se llama la operación de repartir? y recibe la respuesta esperada, ha evitado cualquier posible reflexión sobre la forma de solucionar un problema aún no planteado; a su vez, cuando el planteamiento se completa, los alumnos tienen claro que hay un modelo validado por la maestra que se deberá utilizar.

En este caso, como en el anterior, la "evitación" no se queda en el nivel de lo semántico. Cuando la maestra interroga sobre la división que hicieron o cuando escribe las operaciones correspondientes a cada reparto, "evita" también los posibles usos "erróneos" del modelo dado; junto con el modelo, la maestra hace ostensión de la forma como ha de ser usado. Con la traducción del problema a su algoritmo respectivo y con la ostensión de la forma de usar el modelo se cancela la posibilidad de que aparezcan errores semánticos y sintácticos, y el error de cálculo será el único con posibilidades de aparecer.

Transformar la situación

Una variante de la "evitación" del error semántico mediante el otorgamiento del modelo lo constituye un "mecanismo de evitación" que se caracteriza por evitarlos mediante la transformación de la situación. En estos casos, el profesor parte de una situación que permite generar diferentes procedimientos de solución; sin embargo, transforma dicha situación con base en una "negociación" entre las condiciones de la situación y las posibilidades de recibir respuestas adecuadas por parte de los alumnos. Esta negociación, que tiene como objetivo reducir la complejidad de la situación para ampliar las posibilidades de recibir respuestas correctas, restringe las oportunidades de aprendizaje que brindaba la situación original. La manera como funciona la transformación de la situación se ilustra en el registro siguiente:

Maestra: vamos a trabajar en el libro (los niños sacan su libro): páginas 138 y 139, "El futbol". Vayan viendo lo que cada quien quiere comprar (los niños leen y comentan entre ellos). Bueno, ya les di tiempo de que vieran lo que quieren comprar; ahora todos juntos vamos a recorrer ahí afuera el estadio (la maestra les pregunta los precios de los boletos y los artículos que aparecen en la ilustración).
Maestra: vamos a comenzar a contestar lo que dice ahí (lee).
Al salir de casa, Fernando llevaba la cantidad exacta para comprar tres boletos y entrar. Al sacar el dinero de su bolsa, sólo traía 18 pesos. ¿Cuánto dinero se le perdió?
Maestra: aquí no dice a cuál iba a entrar, pero yo sí sé: iba a entrar a la de 8 pesos. Su mamá le dio lo de tres boletos para sus hermanos y para él, pero ya cuando llegó al estadio ya nada más tenía 18 pesos; ¿cuánto llevaría si iba a comprar tres boletos de 8 pesos?
Niños: 24.
Maestra: muy bien, 24 pesos traía Fernando al salir de su casa; pero al sacar el dinero sólo traía 18 pesos; ¿cuánto dinero se le perdió? (mientras dice esto, escribe en el pizarrón la operación 24.00 –18.00 y la resuelven a coro).

Maestra: le quedaron... (no hay respuesta) porque acuérdense que tenemos que poner la respuesta completa [...] ¿Les parece que éstos sean problemas difíciles?
Niños: nooo
Mediante la misma mecánica siguen contestando las preguntas del libro.

Como se observa, las condiciones que plantea la situación requerían que los niños reflexionaran sobre los datos (los diferentes precios de los boletos y el dinero que tenía) y la forma como podrían solucionar la situación. Sin embargo, la maestra considera que los niños no podrán llegar a la solución por sí solos; por esta razón, prefiere "evitar" que se enfrenten con una situación de tal complejidad transformándola a un nivel en el que, espera, tengan ciertas oportunidades de resolverla.

La situación es transformada cuando la maestra incluye un dato que no estaba en el planteamiento original (*no dice a cuál iba a entrar, pero yo sí sé: iba a entrar a la de 8 pesos*). No obstante que la situación ha perdido complejidad, la profesora supone que no ha sido suficiente, por lo cual procede a tomar a su cargo la situación transformada. Una vez que la situación queda en sus manos, va dosificándola en correspondencia con lo que supone los alumnos pueden contestar. Con esto, la situación se ha transformado nuevamente. Del problema sobre el dinero que se le perdió al niño han quedado dos situaciones: lo que cuestan los tres boletos y el dinero perdido.

Como se observa, la transformación de la situación puede tener una doble dimensión; "evita" las posibilidades del error semántico y puede incluir la "evitación" del error sintáctico al otorgar la estructura del modelo (la resta y la colocación adecuada de las cifras).

Decomisar la responsabilidad por medio del trabajo directivo

La puesta en contacto con el medio (en tanto situación didáctica), afirma Brousseau,[7] corre por cuenta del profesor y, al hacerlo, éste

[7] Cf., Brousseau en Ávila, 2001.

"devuelve" a los alumnos la responsabilidad de su aprendizaje. La "devolución" consiste en provocar la interacción con el "medio" en situación adidáctica;[8] para que esto se logre, en principio, afirma el autor, la situación planteada deberá "obligar" al alumno a producir cierto conocimiento a la manera de estrategia de resolución.

En contraposición con esa idea, algunos profesores no sólo no intentan hacer la "devolución" de la responsabilidad, sino también decomisan para sí la situación en la idea de hacer una "gestión colectiva" del aprendizaje; sin embargo, dicha gestión no llega a concretarse porque los profesores se sitúan como centro de la actividad. En estos casos se habla de un profesor que "decomisa" la responsabilidad para sí, con lo cual evita no sólo la posibilidad del error semántico, sino también la de realizar un error sintáctico. Un ejemplo de tal actitud puede observarse en el registro siguiente:

Maestra:[9] bueno, muy bien; vamos ahora a responder la actividad de nuestro libro de matemáticas; todos en la página 135 en la lección "Animales que saltan" (los niños sacan su libro).
Maestra: la actividad uno fue la que terminamos el viernes, de los saltos del canguro y del conejo; ahora nos vamos a ocupar de los saltos de la pulga. Bueno vamos a leer el número dos; también Alán va a leer; no se me atrase (todos en coro, incluida la maestra, leen):
En el dibujo se muestran las relaciones de los saltos de los tres animales; ¿cuántos saltos tiene que dar la pulga para igualar un salto del conejo?
Niños: diez (en coro).
Maestra: lo localizamos en la recta que está ahí en su libro, ¡localicen el número!
Maestra: diez saltos, muy bien. Ahora la segunda pregunta todos.
Niños (leyendo en coro): *¿cuántos saltos tiene que dar la pulga para igualar un salto del canguro?*
Niño: cien.

[8] Para Brousseau, una situación adidáctica es aquella en la que desaparece la voluntad explícita de enseñar.
[9] Fragmento tomado del registro 4-UE-CO.

Maestra: ahora localicen ahí en la recta el número cero y localicen un salto del canguro; vamos a checar a ver si la pulguita dio cien saltos.
Niños: diez, veinte, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, ¡cien! (en coro).
Maestra: cien, muy bien; ¿sí viste bien la recta, Francisco?, ¿cuántos saltos tiene que dar la pulga para igualar el salto del canguro?
Niños: cien (a coro sin dejar que Francisco conteste).
Maestra: a ver el número 3 (leen todos).

Como se aprecia, hay una primera declaración que tiene que ver con la intención de gestionar colectivamente el aprendizaje. Cuando la maestra dice nos vamos a ocupar de los saltos de la pulga, además de indicar un trabajo colectivo, se incluye como parte de ese grupo; sin embargo, como se verá más adelante, su posición no es similar a la de cualquier otro miembro. Ella indica lo que se hace con la respuesta correcta que colectivamente se emitió y valida aquellas que se han de registrar en el libro.

Mediante esa dinámica se pone en evidencia la dificultad para que puedan presentarse errores constructivos: en primer lugar, porque la voz del colectivo emite las respuestas y los errores individuales no tienen lugar en dicha dinámica; y en segundo, porque de aparecer un error colectivo, la maestra, en tanto directora del colectivo, podrá corregirlo sin romper las reglas de este tipo de interacción.

Consideraciones acerca de los mecanismos de "evitación"

Como se ha observado, existen diferentes mecanismos de "evitación" del error semántico, que en su mayoría corresponden a los primeros momentos de la clase y representan las primeras actitudes que los profesores presentan frente a los errores de los alumnos. Sin ser mecanismos desarrollados de manera consciente, generan ciertas implicaciones relevantes para los momentos ulteriores de la clase. Una vez que se ponen en marcha, las estrategias personales de los

alumnos desaparecen casi por completo o, mejor dicho, las acciones que los profesores consideran estrategias son por lo general sólo búsquedas sobre la manera de operar el modelo de la situación o simplemente los cálculos realizados.

Cuadro 5.1

Grado		2°	4°	6°	Total
Número de registros		26	20	24	70
Ostensión		4	3	3	10
Mecanismos de "evitación" del error semántico	Problemas cerrados	4	1	1	6
	A pesar de problemas abiertos	4	1	–	5
	Decomisando la responsabilidad	9	7	11	27
Total		21	12	15	48

Se ve en el Cuadro 5.1 que un gran número de profesores utilizan estos mecanismos. No obstante, es preciso mencionar que en diferentes momentos de la clase realizan tratamientos del error que indican cierta relatividad en sus posturas. Es decir, aunque en el inicio de la clase hayan desplegado mecanismos para evitar el error semántico, organizan posteriormente la confrontación de "estrategias" y someten a validación los errores sintácticos. Estas acciones posteriores a la "evitación" indican que tales mecanismos no obedecen a intenciones explícitas.

Por otra parte, como se observa en el mismo cuadro, decomisar la responsabilidad es, entre los mecanismos de evitación, el que más utilizan los profesores. Al parecer, esto indica que afrontan dificultades para estructurar situaciones "devolvientes" o que no tienen seguridad sobre las ventajas de hacer la "devolución" de la responsabilidad de los aprendizajes.

Los "usos" tradicionales de los errores

Popper menciona que existen dos posturas epistemológicas tradicionales desde las cuales se ve el error; ambas, la empirista y la racionalista, comparten un principio básico: lo fundamental reside en saber cuáles son las fuentes del conocimiento y, una vez conocidas, el error no tiene lugar en el proceso de conocimiento (Popper, 1983). Estas ópticas se observan en el ámbito educativo mediante ciertas actitudes que los profesores asumen frente a los errores.

Los maestros que al enseñar muestran estas posturas consideran que el error aparece por una falta de atención del alumno y, en consecuencia, se esfuerzan por ignorar las posibilidades de reflexión que aquél brinda. A pesar de las sugerencias que sobre la importancia de reconocer y reflexionar sobre los errores se hacen en los materiales de matemáticas vigente, en algunas posturas de los profesores se observa que no son consideradas. En este apartado se analizarán los "usos" tradicionales del error en la enseñanza de las matemáticas.

El error como elemento marginal

Una forma tradicional en la que los profesores enfrentan el error tiene que ver con las dicotomías correcto-incorrecto y saber-no saber; el alumno que sólo emite respuestas correctas es el que sabe y, en contrapartida, los errores son una conducta propia de aquél que no sabe. En esta postura, los profesores se asumen como la autoridad externa que valida el saber de los alumnos, es decir, determinan, basados en la presencia de los errores, cuál alumno sabe y cuál no. En este caso, los errores son elementos que no se incorporan al desarrollo de la clase, sino que se ignoran y con ello se ubican en espacios marginales del proceso de aprendizaje. Una forma en que los errores son marginados de este proceso se ilustra en el registro siguiente:

Maestra:[10] bueno, vamos a empezar. Primero van a sacar el área del círculo [...] ¡Pasa, Elías, y explica cómo lo vas a hacer!

[10] Fragmento tomado del registro 6-UE-RM.

Elías: es que como el área del cuadrado se saca radio...
Maestra (lo interrumpe): ¿del cuadrado?
Niños: del círculo (algunos).
Elías: del círculo, se saca radio al cuadrado por "pi" y como es radio al cuadrado se multiplica por el mismo número.
Maestro: bueno, ponga la fórmula de este lado (señala el pizarrón) para ver si es cierto que conoce la forma de sacar el área de cualquier círculo.
Elías: (escribe π por d).
Maestra: ¿qué es eso, Elías, no te sabes la fórmula?
Niños: *pi* por radio al cuadrado (algunos).
Maestra: bueno, ahora seguimos (Elías se regresa a su lugar).

En correspondencia con la idea de verificar el aprendizaje por medio la reproducción formal,[11] el profesor no se ve satisfecho por la explicación de Elías. La prueba de su aprendizaje deberá estar dada por la reproducción de la fórmula, exigencia que resulta evidente con la consigna dada por el profesor, *¡Ponga la fórmula para saber si es cierto que conoce la forma de sacar el área de cualquier círculo!*

La respuesta inadecuada, en tanto error, es para el profesor una clara muestra de que el saber no se encuentra presente. Por esa razón, cuando pregunta: "¿qué es eso Elías, no te sabes la fórmula?", en realidad no intenta cuestionar, sino expresar su reprobación, indicar que Elías es un alumno "que no sabe".

Esta afirmación cobrará sentido si se observa que, una vez que el error se ha presentado, no hay intentos por transformarlo en una situación reflexiva. La respuesta colectiva de los alumnos, sin ser pedida por la maestra, refuerza solamente la existencia de una respuesta correcta a la que Elías no pudo llegar. Cuando la maestra dice: "bueno, ahora seguimos", está expresando su renuncia a seguir

[11] Según Brousseau, existe un contrato didáctico, el de la reproducción formal, en el cual el profesor se compromete a hacer que el alumno realice una tarea culturalmente reconocida como marca de adquisición del saber (cf., Brousseau en Ávila, 2001).

trabajando con alguien que no sabe; en correspondencia con ella, Elías regresa a su lugar.

Durante la clase existen otros momentos que destacan más esta actitud; en el siguiente fragmento de la misma clase se puede observar:

Maestra: ahora que pase Eduardo a sacarnos los perímetros (Eduardo pasa). Nada más nos faltaba la circunferencia, ¿qué es lo que va a sacar, Eduardo? Eduardo va a sacar la circunferencia, o sea... a ver, Eduardo, como ya tiene el radio...
Eduardo: el radio es 3.
Maestra: si quieres, dibuja el círculo como tú quieras [...], pero como quiero circunferencias, o sea, lo de alrededor, eso (aceptando lo que señala en su dibujo Eduardo), lo de alrededor.
Eduardo (escribe): 3 x 3.14.
Maestra: no, a ver algún niño que sí sepa. Mejor siéntate. Pásele, Elías, porque lo que queremos es el perímetro, o sea, la circunferencia.
Elías (pasa y empieza sus cálculos intentando basarse en la operación de Eduardo):
Eduardo: (se resiste a regresar a su lugar y sigue en el pizarrón intentando corregir su operación)...
Maestra: ¡ay, Eduardo! ¿cuánto tiempo más puede ser?

Una vez más, la maestra considera que el error de Eduardo se relaciona con el no-saber; por esta razón, prefiere solicitar la reproducción formal, que es señal del aprendizaje: "a un niño que sí sepa". Lo destacable en este fragmento son los esfuerzos de Eduardo por convertir su error en una situación de aprendizaje y la actitud que despliega la maestra frente a ellos; ante la insistencia de Eduardo por concluir la tarea, la maestra muestra su impaciencia, pues, para ella el tiempo dedicado a trabajar sobre el error es algo perdido cuando dice: "¡ay!, Eduardo, ¿cuánto tiempo más puede ser?" Al parecer, indica que el saber poco tiene que ver con la reflexión sobre el error: simplemente se tiene o no.

Una forma de marginar al error es ignorarlo porque, a juicio de los profesores, las causas que lo generaron no tienen relación con

la enseñanza, sino que son atribuibles a defectos o faltas propias de los alumnos. En el fragmento siguiente se puede observar cómo la maestra hace explícitas sus percepciones respecto a las causas de los errores de sus alumnos:

Maestra:[12] (explicándoles acerca de una cuestión que no supieron contestar): si esta figura es un mes normal gregoriano, dice, si esta figura representa un mes, ¿cómo iluminaría un mes sinódico? Pues casi todo, porque ¿cuánto valía el mes sinódico?
Niños: 29.5.
Maestra: 29.5; entonces casi todo, porque si el mes lo consideramos de 30 días, casi se completaba el día, le faltaban 7 minutos. Entonces era casi todo iluminado.
Niño: yo así le hice, maestra.
Maestra: es que no pusieron a trabajar su cerebro; hicieron la tarea a la carrera, no se concentraron.

Como se ve, para la profesora no hubo respuestas correctas porque los alumnos no pusieron a trabajar su cerebro o no tuvieron el cuidado (lo hicieron a la carrera) o la atención debida (no se concentraron). Al excluir cualquier causa de índole didáctica, resulta justificable que los errores no tengan lugar dentro de la clase, por ello, no es necesario utilizarlos como elemento para la reflexión.

La marginación transferida

Asumir que el error es un elemento que debe marginarse no es una actitud exclusiva del profesor, también es posible transferir la marginación del error y la clasificación del sujeto que lo comete. Mediante este mecanismo, el profesor transfiere tales responsabilidades a cierto sector del grupo o subgrupos formados con base en determinadas características.

[12] Fragmento tomado del registro 6-UE-RM.

Las competencias entre niños y niñas o entre las diferentes filas es la manera como regularmente se realiza esta transferencia. En el registro siguiente se observa cómo los alumnos asumen ciertas actitudes que les han sido transferidas por el profesor:

Maestro:[13] vamos a ver: hoy es viernes; vamos a repasar los temas vistos en la semana. Marichuy, dinos ¿cuántos decímetros tiene un metro?
Niña: diez.
Maestro: diez, correcto.
Niños: ¡ahhh! (gritan festejando la respuesta correcta).
Maestro: a ver, Joselito, fíjate bien en la pregunta: ¿cuántos centímetros tiene un metro?
Niño: mil.
Niños: ¡ahhhh! (disgustados por el error de su compañero).
Maestro: Deancy, ¿cuántos centímetros tiene un metro?
Deancy: cien.
Maestro: cien (aceptando la respuesta). Luis, ¿cuántos milímetros tiene un metro?
Luis: cien.
Maestro: mi-lí-me-tros (repite el profesor silabeando y destacando la palabra mil).
Luis: mil.
Niños: ¡ahhh! (festejando la respuesta correcta).
Maestro: Stephanie, ¿cuántos gramos tiene medio kilo?
Stephanie: ¿250?
Niños: ¡Nooo! (festejan el error de su compañera).
Maestro: David, ¿cuántos gramos tiene medio kilo? [...]

Como se aprecia, aunque el profesor no utiliza al error como oportunidad de aprendizaje, tampoco pretende marginarlo de la clase. Él se ha ubicado como un elemento neutral en la actividad (aunque en momentos dicha neutralidad resulta discutible, como

[13] Fragmento tomado del registro 4-UE-CA.

cuando atiende la respuesta de Luis); sin embargo, la consideración de que el error es un elemento que debe evitarse en el aprendizaje sigue presente, pero ahora la responsabilidad de mostrar tal actitud ha sido transferida a los subgrupos de alumnos, la molestia, que constituye un síntoma de la ausencia del saber, es asumida por los compañeros del alumno interrogado. Aunque un tanto diferente, este tratamiento comparte con el anterior un principio básico: no hay causa didáctica en la aparición de los errores, por lo cual deben ser imputables al sujeto que los comete y apartarse del proceso de aprendizaje.

La autoridad del profesor como sistema de validación

Se había mencionado que la posibilidad de minimizar el fracaso está relacionada con el hecho de que los alumnos contaran con un sistema de validación que les permitiera analizarlo en términos de los errores. Validar las acciones realizadas permite al sujeto modificar las acciones productoras del fracaso. La construcción de este sistema de validación está determinada entonces por las ocasiones en que se dé oportunidad al alumno para reconocer y reflexionar sobre sus errores. Cuando el sujeto que conoce no posee este sistema requiere una autoridad externa que valide sus acciones.

Una actitud tradicional de enfrentar los errores de los alumnos consiste en que el maestro se ubica como esa autoridad externa, lugar que le confiere la tarea de decidir cuáles acciones son correctas y cuáles no; desde esta postura, se le confiere también la responsabilidad de modificar o prevenir ciertas acciones de los alumnos. En el registro siguiente se observa la manera como un profesor sustituye el sistema de validación del alumno:

Maestro:[14] (el grupo ha estado leyendo acerca de las fracciones decimales): bien, a veces se le agregan ceros y punto decimal. Héctor, ¿cómo se lee 2/10 en expresión decimal?

[14] Fragmento tomado del registro 6-R-R.

Héctor: 2 dosavos.
Maestro: no, en expresión decimal.
Héctor: dos punto doce.
Maestro: no, a ver Karen.
Karen: dos décimos.
Maestro: sí, Alejandro, ¿6/100?

En este fragmento se observa cómo las respuestas del alumno tienen como receptor únicamente al profesor; en correspondencia con la unidireccionalidad del acto, el profesor acepta o rechaza las respuestas. En el presente caso, los alumnos no tienen oportunidad de analizar sus errores, sino simplemente deben validarlos mediante la autoridad del maestro; una actitud similar puede apreciarse en el fragmento siguiente:

La clase en desarrollo trata sobre el cálculo de porcentajes.
Maestra:[15] bueno, vamos a anotar: ¿qué porcentaje es 3 900 de 9 750? ¡Pasa, Chuy!
Chuy (escribe en el pizarrón): 3 900 de 9 750.
Maestra: le vas a poner qué porcentaje es.
Chuy (desarrolla la operación): 9 750 x 3 900.
Niña: ¿está bien Chuy, maestra?
Maestra: no. (Chuy borra lo realizado).
Niña: se multiplica 3 900 por 100.
Maestra: así sí, a ver, Chuy, rápido.
Chuy (realiza correctamente la operación 3 900 x 100)...
Maestra: sí, 3 900 por cien y lo que salga entre 9 750.
Niña: a tres, maestra.
Maestra: no, entre ese mismo (se dirige a Chuy): 3 900 entre 9 750.
Chuy (toma la calculadora y escribe: 3 900 ÷ 9 750 = 0.4).
Maestra: (se acerca a Chuy): no, no (ella toma la calculadora y realiza la operación): 390 000 entre 9 750 = 40.
Niña: no me sale.

[15] Fragmento tomado del registro 6-UD-MM.

Niña: yo la tenía bien.
Niña: ¿40 maestra?.
Niña: no es cierto, no sale 40.
Maestra: eso sale.

A diferencia del fragmento anterior, en éste se aprecia no sólo la forma como la maestra ha ido validando las respuestas, sino también la manera cómo, en sustitución del alumno, va analizando los posibles errores y modificando las acciones de los alumnos. Frente al cuestionamiento de otra alumna, la profesora no transfiere la pregunta a Chuy, es decir, no da oportunidad de que reflexione sobre la validez de su procedimiento; en lugar de ello, la maestra da por sentado que existe un error, pero, a diferencia del profesor que se molesta y clasifica al alumno como el que no sabe, en este caso la maestra da oportunidad al alumno de que continúe su tarea.

Chuy modifica su acción (borra lo realizado) sustentándose en una validación externa; posteriormente la profesora vuelve a validar como correcto el procedimiento que la alumna ofrece, con lo cual ha prevenido posibles acciones que lleven al fracaso. Esta forma de tratar el error, —la prevención de acciones inadecuadas—, se vuelve a observar cuando la maestra anticipa el paso siguiente, "3 900 por 100 y lo que salga entre 9 750" le dice a Chuy, anticipándose a cualquier acción incorrecta.

Por otra parte, las posibilidades de cuestionar esa autoridad, como se ve, no tienen lugar cuando se despliega este mecanismo, frente a expresiones como: ¡no es cierto, eso no sale! La única respuesta acertada pertenece a la autoridad. "¡Eso sale!", expresa la maestra y termina con toda posibilidad de cuestionamiento y de reflexión.

La validación artificialmente colectiva

Frente a la consideración de que el maestro no debe ser la única autoridad que valore las estrategias y procedimientos de los alumnos, uno de los primeros esfuerzos que los profesores hacen para descen-

trarse de tal validación se relaciona con un intento de validación colectiva. No obstante estos esfuerzos, en algunos casos la validación colectiva apenas disfraza el papel central que sigue ocupando el profesor, es decir, algunos profesores, a pesar de intentar que los errores pasen por la reflexión del grupo, siguen actuando en realidad como autoridad que analiza errores y modifica o previene acciones orientadas hacia el fracaso.

Si bien es cierto que en estos casos el profesor pregunta al grupo sobre las acciones realizadas, no lo es menos que los cuestionamientos que lanza están preparados para producir las respuestas que él espera. La validación del profesor con una aparente participación del grupo puede observarse en el registro siguiente:

Maestro:[16] la siguiente (están haciendo ejercicios que dejaron de tarea) son 556 cm; vamos a convertirlos en pulgadas. ¿Quién quiere pasar a hacerlo?
Niña (pasa una niña y escribe): 2.54 x 556 =
Maestro: ¿está bien lo que hizo ella?
Niños: ¡nooo!
Maestro: va a convertir centímetros a pulgadas; ¿debe salir más o debe salir menos?
Niños: menos (algunos).
Maestro: menos ¿por qué? Porque una pulgada tiene 2.56 cm; vamos a ver cuántas veces cabe ese numerito, el valor de la pulgada en los 556 cm para ver cuántos completamos, ¿sí? Entonces al multiplicar el resultado va a ser... (alarga la frase esperando la respuesta).
Niños: mayor (algunos).
Maestro: mayor, va a ser más grande y lo que nos debe resultar es un número menor, ya que las pulgadas son una unidad mayor que el cm. Tiene 2.54 cm, 556 entre 2.54, ¿sí?; le quitamos un punto decimal, ¿sí? (la niña empieza a cambiar la operación).

[16] Fragmento tomado del registro 6-R-LM.

Cuando, aún sin esperar que la alumna concluya su procedimiento, el profesor pregunta al grupo (en lugar de cuestionar a la alumna) sobre la pertinencia del modelo planteado, es porque se ha dado cuenta de que ha habido una acción que requiere modificarse antes de fracasar en la tarea. La pregunta planteada antes de concluir la actividad es, para el grupo, una señal clara de que el profesor ha detectado un error; por esa razón, para los alumnos no es difícil contestar: ¡nooo! En tanto respuesta inducida por el profesor, tampoco implica gran responsabilidad para el grupo, pues no hay interrogantes ulteriores que les permitan dilucidar la razón del error. Pero lo más importante en este caso es que la alumna que realiza la tarea requirió una autoridad externa que validara sus acciones, es decir, no tuvo oportunidad de utilizar su error como una oportunidad de reflexionar sobre su posible fracaso.

Ahora bien, aquello que subyace en esta aparente validación colectiva se puede observar en las siguientes acciones del profesor: ante la pregunta ¿por qué debe salir menos?, la participación del grupo queda anulada casi totalmente. Entonces el profesor da una respuesta en la que, además, otorga de manera velada el modelo por utilizar. La expresión "vamos a ver cuántas veces cabe el numerito" sirve para indicar la operación (división) que debe utilizarse y al mismo tiempo para anunciar la respuesta que se espera.

Luego de recibir una señal convencional (cuántas veces cabe el numerito), por analogía los alumnos entienden que la multiplicación producirá un resultado inadecuado (mayor) que también es validado como tal por el profesor: "¡Mayor, va a ser más grande! y lo que nos debe resultar es un número menor", dice concluyendo una reflexión que, por las reiteradas solicitudes de aprobación —¿sí? ¿si?...—, ha sido supuestamente colectiva. Una vez que el análisis del error concluye, sin llegar nunca a la alumna en el pizarrón ni a los alumnos que no contestan, aquélla modifica su acción (empieza a cambiar su operación) con base en una validación efectuada por una autoridad externa, el profesor y el grupo.

La calculadora como fuente de validación

Al igual que en la validación artificialmente colectiva, el uso de la calculadora como sustituto del sistema de validación del alumno representa un intento de los profesores por abandonar el papel de autoridad. Sin embargo, por la manera y en el momento en que se presenta, en este tratamiento del error existen ciertos rasgos peculiares que cabe destacar; para ello, se utilizará el registro siguiente:

Maestra:[17] ahora tengo un círculo cuyo diámetro es de 8.4; cuánto medirá de sus lados el hexágono (dibuja en el pizarrón un hexágono inscrito en una circunferencia cuyo diámetro es de 8.4).
Niño: 4.2.
Maestra: muy bien, 4.2 un lado (lo anota en el dibujo del pizarrón), pero ¿cuánto medirá el perímetro del hexágono?
Niños: 16.8.
Maestra: verifíquenlo con su aparato electrónico (los niños teclean en su calculadora). A ver, Efraín, que es muy hábil para hacer operaciones, ¡pasa a comprobarla en el pizarrón!
Efraín (pasa y realiza la operación): 4.2 x 6 = 24.2
Niño: 25.2 (le dice observando su calculadora) (en otro momento de la clase).
Maestra: ahora la pregunta es: ¿cuánto medirá el perímetro de esa circunferencia (señala el texto) si el radio mide 3? ¡Sergio!
Sergio: seis
Maestra: entonces ¿cuál será su perímetro?
Niños: 18.
Maestra: 18, ¿y exactamente? Porque 18 es un aproximado (no hay respuesta). Auxíliense con su aparato electrónico.
Niño: 18.84.

Una primera característica del uso de la calculadora como fuente de validación son sus límites. Si bien es cierto que a través de su uso

[17] Fragmento tomado del registro 6-UE-MH.

el alumno puede reconocer sus errores, éstos serán siempre errores de cálculo. Como es evidente, las reflexiones sobre el modelo de solución y la forma de utilizar el modelo no tienen posibilidades de realizarse mediante la utilización que se hace de la calculadora. En este sentido, como se puede observar, a pesar de la intención del profesor, tampoco logra descentrarse de la tarea de validación. En este caso puede apreciarse la manera en que la maestra "invita" a usar la calculadora sólo cuando se ha presentado el error, es decir, a los alumnos les resulta claro que cuando la maestra emite frases como "verifíquenlo con su aparato electrónico", es porque su respuesta no ha sido la adecuada; mediante el llamado a utilizarla la profesora indica la presencia del error. Una vez más, el reconocimiento de una respuesta errónea corre por cuenta de la autoridad externa.

Una variante de esta actitud deriva de una consigna inicial que puede reducirse a la siguiente frase: ¡resuelvan el problema y comprueben su operación con la calculadora! En casos como éste (menos frecuentes), la calculadora sirve sólo para el reconocimiento de los errores de cálculo, aunque, cabe decirlo, los alumnos actúan con mayor independencia. Sin embargo, sin importar la manera en que se utilice, es obvio que en ninguno de los dos casos la calculadora puede sustituir los cuestionamientos de un profesor cuyas preguntas intenten que el alumno se replantee los conceptos o las reglas que se estén utilizando de manera inadecuada.

Tratar los errores por medio de la mayéutica socrática

Algunos profesores intentan enfrentar a los alumnos con los resultados de sus acciones a través de una especie de espiral de preguntas; en esos casos su actividad se asemeja al contrato didáctico basado en la mayéutica socrática.[18] En el siguiente registro se observa la manera

[18] Para Brousseau, un contrato didáctico basado en la mayéutica socrática es fuertemente didáctico y se caracteriza porque el profesor escoge preguntas de las cuales el alumno pueda encontrar respuestas con sus propios recursos. (Cf., Brousseau en Ávila, 2001).

en que una profesora conduce a sus alumnos hacia la construcción de explicaciones y justificaciones mediante una serie de preguntas que va construyendo en correspondencia con las respuestas que van dando los alumnos:

Maestra:[19] miren, voy a preguntarles algo más sencillo, por ejemplo: voy a medir la cancha de basquetbol. Díganme: ¿qué utilizaría yo en el sistema de medida inglés,? Para medirlo, ¿qué se les ocurre?
Niño: yo utilizaría un pie.
Maestra: ¿tú utilizarías un pie?.
Niño: o sea, agarraría de medida 30.5 cm, que es un pie, y mediría, por ejemplo, que 30 pies y así...
Niño: en vez de esa medida, pondría la mía para no reborujarme [...]
Niño: con la yarda sería más fácil.
Maestra: ¿por qué más fácil?
Niño: porque es casi un metro.

En este fragmento se puede ver cómo la actividad inicia con una pregunta y una vez que la maestra ha recibido las primeras respuestas (con un pie, con una yarda) empieza a desplegar interrogantes ("¿por qué es más fácil?") que obligan a la estructuración de argumentaciones ("porque es casi un metro"). No obstante que ha recibido respuestas adecuadas, como se puede observar en el siguiente fragmento, no las valida de inmediato.

Maestra: por ejemplo, ellos dicen que el pie; ¿por qué tú dices que el pie no?
Niño: porque el pie está más chico que el metro.
Maestra: porque está más chico; a ver, José.
José: porque son 30.5 cm.
Maestra: bueno, seguimos con Carlos.
Carlos: la milla.
Maestra: ¿una milla?

[19] Fragmento tomado del registro 6-UD-MO.

Carlos: 1 609 metros.
Maestra: ¿una milla es igual a 1 609 metros?
Niños: no, no.

En lugar de conformarse con la respuesta adecuada y presentarla como la estrategia idónea, la maestra transfiere la responsabilidad de aceptarla o no a otros alumnos. Cuando expresa "ellos dicen que.. ¿tú qué dices?", está renunciando a ubicarse como autoridad que valida lo correcto; dicha responsabilidad es transferida a los alumnos, pero no de manera colectiva sino individual. Sin embargo, obsérvese cómo, a pesar de la transferencia, a cada respuesta recibida ella contesta con una nueva pregunta; "¿una milla es igual a 1 609 metros?"

Con la milla ha recibido tres posibles respuestas y otras tantas justificaciones y ninguna ha sido validada como estrategia ideal. Al parecer, sin posibilidades de que sean los propios alumnos quienes validen la respuesta más adecuada, la profesora realiza, como se puede apreciar en el siguiente fragmento, una acción que le permite nuevamente renunciar al lugar de la autoridad:

Maestra: vamos consultando ahí (señala una cartulina pegada en la pared en la cual están anotados los valores de las medidas inglesas), sí, sí es, Ahora díganme ¿qué haría yo para saber cuántos pies caben en una yarda?
Niños: división, división.
Maestra: ¿por qué?
Niños: porque sí.
Maestra: a ver, la pregunta es: ¿cuántos pies caben en una yarda? Fíjense bien: ustedes dicen que 18; si fuera multiplicación, yo diría que 0.914 por... ¿cuánto mide el pie, 30.5?
Niños: ¡nooo!
Maestra: punto 914 entre punto...
Niños: no.
Maestra: ¿cuál operación ocupo?
Niños: la división.

Maestra: ¿por qué?
Niños: porque para saber cuántos pies le caben a una yarda.
Maestra: ¿están seguros?
Niños: sí

Quien valida las respuestas no es el profesor ni el grupo en su conjunto; la validación proviene de un elemento del medio (una cartulina pegada en la pared) y, una vez reconocida la medida ideal, la maestra vuelve a poner en marcha la mayéutica. La interrogante "ahora díganme: ¿qué haría yo para saber cuántos pies caben en una yarda?", reabre nuevamente el juego de las preguntas-respuestas-preguntas, que sólo se atenúa cuando al parecer hay una gran parte del grupo que no guarda dudas sobre lo adecuado de su respuesta. Cuando los alumnos contestan "la división, la división", es uno de esos momentos que, sin embargo tampoco la hacen validar; lo hace sólo hasta que el contraejemplo (la multiplicación) ha sido cuestionado y desechado sobre la base de una última justificación a favor de la división.

No obstante que mediante la mayéutica se produce el reconocimiento de los errores, debe hacerse notar que en este tipo de tratamiento son escasas las oportunidades para que los alumnos interaccionen con sus compañeros. La razón es que, mediante esta forma de trabajo, todas las respuestas han de ser mediadas por el profesor. Las posibilidades de que los alumnos confronten sus respuestas están dadas sólo por la capacidad que la profesora tenga para transferirlas de un alumno a otro o de unos alumnos a otros.

Consideraciones acerca de los "usos" *tradicionales del error*

De los datos que se muestran en el Cuadro 5.2 se derivan algunas consideraciones. La primera tiene que ver con una visión optimista respecto a los efectos de la reforma. Como se observa, a pesar de que persisten ciertos usos del error relacionados directamente con visiones tradicionales sobre la enseñanza, al parecer son pocos los profesores que persisten en estas actitudes.

El error como elemento marginal, en tanto actitud más apegada a lo tradicional —y por ende, en mayor contradicción con el nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas— muestra síntomas que hacen pensar en su futura desaparición. Los bajos porcentajes de registros en los que se encuentra esta actitud así parecen señalarlo; sin embargo, como lo revelan los datos, los primeros intentos por transformar tal actitud, al parecer aproximan a los profesores hacia actitudes si bien un tanto diferentes, todavía lejanas de lo deseable en los planteamientos de la reforma.

Cuadro 5.2

Grado		2°	4°	6°	Total
Número de registros		26	20	24	70
Usos tradicionales del error	El error como elemento marginal	-	2	2	4
	La autoridad del profesor como sistema de validación	2	1	2	5
	Validación artificialmente colectiva	3	4	4	11
	La calculadora como fuente de validación	-	-	2	2
	Los errores por medio de la mayéutica socrática	8	1	4	13
Total		13	8	14	35

Dar la oportunidad para que los alumnos reconozcan sus errores y convertirlos en oportunidades de aprendizaje es una actitud todavía lejana si se piensa en la existencia de profesores cuya prin-

cipal distancia de los "usos" tradicionales consiste en reconocer que se debe utilizar el error, pero que siguen estructurando validaciones "externas" al sujeto que aprende. Por otra parte, al parecer son pocos los profesores que han encontrado un rol constructivo para la calculadora; "comprobar" las operaciones realizadas a lápiz y papel o "agilizar" los cálculos numéricos no parece ser el rol más adecuado en tal sentido.

Aproximaciones hacia nuevos tratamientos del error

Plantear situaciones en las que sea necesario entablar una búsqueda de soluciones, como lo propone el enfoque de enseñanza vigente, es una forma de poner al alumno en interacción con el medio y, al mismo tiempo, constituye una "devolución" de la responsabilidad sobre su aprendizaje. Por otra parte este acto de "devolución", implica que el alumno haga suya la responsabilidad de reflexionar sobre sus acciones, lo cual le permitirá reconocer sus errores y reflexionar sobre aquellas conceptualizaciones o aprendizajes deformados.

Este giro en la relación didáctica no sólo se remite a la reflexión individual sobre las acciones, pues la interacción referida incluye también la confrontación de procedimientos y resultados con la idea de que el convencimiento, así como los cuestionamientos de los demás (el profesor y los compañeros), en tanto que obligan a formular argumentos y justificaciones, son una fuente de aprendizaje.

En ese sentido se puede hablar de profesores "devolventes"[20], es decir, de profesores que despliegan mecanismos que devienen del reconocimiento de la importancia de los errores en el aprendizaje y cuyo objetivo es enfrentar al alumno con el producto de sus acciones. En el apartado siguiente se analizan los mecanismos mediante los cuales los profesores se aproximan a un tratamiento de tipo "devolvente".

[20] El término *devolvente* es utilizado por B. Sarrazy (Sarrazy, 1996, cit., por Ávila, 2001) para referirse a los profesores que están en disposición práctica de transferir a sus alumnos la responsabilidad del aprendizaje.

Una "cuasivalidación colectiva"

En la validación artificialmente colectiva, los profesores preparaban las preguntas y entre las respuestas recibidas en coro destacaban la adecuada, para posteriormente dar indicaciones sobre la modificación o prevención de acciones. A diferencia de esta actitud, la *cuasivalidación colectiva* se caracteriza porque el profesor efectivamente confronta los procedimientos o resultados de un alumno con los de sus compañeros; sin embargo, al final, dicha confrontación no llega a ser una "devolución" completa de la responsabilidad. En el registro siguiente se ilustra de qué manera se desarrolla una cuasivalidación colectiva:

Maestro:[21] voy a escuchar a Karen, que nos lee el primer problema.
Karen (lee): *Faby fue a la tienda y compró una lata de chiles y medio litro de aceite. Si pagó con una moneda de 10 pesos, ¿cuánto le regresaron de cambio?*
Maestro: Karen ¿cuánto le regresaron de cambio?
Karen: 2.75.
Maestro: estamos de acuerdo.
Niños: ¡nooo! (a coro).
Maestro: ¿no?; a ver, ¿cuál es el resultado?
Niña: dos pesos.
Maestro: Dulce, ¿tú qué dices?
Dulce: 1.55.
Maestro: ¿tú que dices? (se dirige a otro niño).
Niño: dos pesos con 10 centavos.
Maestro: Eri, ¿tú qué dices?
Eri: 1.75.
Maestro: ¿tú, Roberto?
Roberto: 1.65.

[21] Fragmento tomado del registro 4-UE-CA.

En la primera parte de la actividad se observa cómo el profesor solicita una validación colectiva del resultado de Karen; sin embargo, se observa también que, a diferencia de otros tratamientos, en éste el profesor, aunque ha recibido la señal de que no es correcta, no procede a corregirla o a ignorarla, sino que solicita a varios niños más sus resultados. A pesar de haber detectado que ninguno es adecuado, vuelve a renunciar a usar la autoridad y, como se aprecia en el fragmento siguiente, pone en marcha la etapa de las justificaciones:

Maestro: bueno, vamos por partes. Karen, pasa y dinos por qué nos das ese resultado.
Karen (pasa y escribe): 3.50 + 4.85.
Maestro: ¿de qué son esos 3.50?
Karen: de la lata de chiles y 4.85 del medio litro de aceite.
Maestro: medio litro de aceite, ¿estamos de acuerdo?, ¿en el medio litro de aceite?
Niños: síii (unos), nooo (otros).
Maestro: hay unos que sí y otros que no. ¿Quién no está de acuerdo? (algunos levantan la mano).
Maestro: ahorita vamos a ver; pero, para mí, que ahí ha de estar la diferencia (se refiere a los resultados). Bien, ¡adelante!
Karen (reinicia su trabajo en el pizarrón: suma 3.50 + 4.85 = 8.35, y luego resta 10.00 — 8.35 = 2.75).
Maestro: algo le falla a esa resta (realiza la resta en voz alta); aquí es donde está el problema (señala el 7 y escribe 2.65), ¿verdad?
Niños: ¡Síii! (a coro).

Las justificaciones de Karen marcan la correspondencia entre la situación y el modelo, por lo que el maestro las acepta; sin embargo, en ese momento el profesor decide recuperar la situación y termina por decomisarla. La última parte del fragmento explica que el profesor, al resolver la operación, ha olvidado el motivo por el cual había solicitado los resultados a los demás.

Dos cuestiones que conviene destacar en el tratamiento de validación cuasicolectiva son: la recuperación que el profesor hace de la si-

tuación como recurso último, ante la imposibilidad de validar de manera colectiva —en coro o por medio de las justificaciones—, deja a un lado las posibilidades que se habían generado con la confrontación de resultados; al final, éstos son utilizados simplemente como la búsqueda (del profesor) de un resultado adecuado entre los alumnos. En segundo término, a pesar de que el profesor resuelve finalmente la situación, todavía existían posibilidades de que los alumnos analizaran el fracaso en términos de los errores; sin embargo, esto no sucede, porque, una vez que se llega al resultado esperado, los procedimientos fallidos no son objeto de reflexión.

Esa forma de tratar los errores se constituye entonces en una acción didáctica que se ubica entre la validación del profesor y una actitud que permite a los alumnos hacerse cargo de su aprendizaje. Por un lado se solicita la confrontación de resultados y justificaciones y, por el otro, el profesor decide al final recuperar la responsabilidad cedida.

Justificación individual del error y validación colectiva

Los tratamientos que los profesores dan al error y que hasta aquí hemos mencionado tienen por lo general un denominador común: el grupo, como colectivo, es un elemento importante que difícilmente se deja de tomar en cuenta. Sin embargo, entre los profesores también aparecen otras posturas en las que se observa cierto distanciamiento del tratamiento colectivo; en estos casos, lo que caracteriza a la dinámica que desarrollan es el énfasis en el reconocimiento del error en un nivel individual; además, la confrontación de estrategias o resultados es una actividad en la que difícilmente se involucra al grupo, aunque se le haga participar en su validación.

Las justificaciones que los alumnos expresan individualmente son elementos mediante los cuales el profesor transfiere al alumno la responsabilidad de reconocer el error, aunque la de validarlo es cedida al colectivo. En los fragmentos siguientes se ilustra una actitud basada en la justificación individual con validación colectiva.

En este momento de la clase, los alumnos confrontan sus estrategias con las que resolvieron el problema: un bebé nació el 5 de enero y falleció el 10 de marzo, ¿cuántos días y minutos vivió?.
Maestra:[22] a ver, Fabiola, ¿cuántos días y minutos? Él ya sacó los días (refiriéndose a un alumno), faltan los minutos.
Niño: ¿cuántos días eran? 64 (él mismo se contesta).
Fabiola: primero se va a sacar cuántos minutos tiene el día.
Maestra: sí.
Fabiola: le tengo que hacer 24 porque son 24 horas y lo voy a multiplicar por 60 (escribe 24 x 60 = 1 440) y un día tiene 1 440 minutos.
Maestra: correcto, muy bien.
Fabiola: entonces 1 440 lo voy a multiplicar por 64, que son los días (escribe 1 440 x 64 = 91 160). Entonces los 64 días tienen 94 160 minutos.

Un rasgo peculiar en esta clase es la forma como los alumnos realizan su tarea; como se aprecia, al mismo tiempo que Fabiola desarrolla su procedimiento va justificando cada uno de sus pasos. En este caso, el profesor sólo realiza una actividad de seguimiento y es observable porque Fabiola no se pregunta sobre sus acciones, sino que las explica. Las justificaciones de Fabiola representan el momento de la responsabilidad individual y, una vez que presenta su resultado, el profesor inicia la actividad de validación colectiva. En el fragmento siguiente se ve cómo en un primer momento realizará aparentemente este tipo de validación:

Maestro: los que vayan de acuerdo con Fabiola levanten la mano.
Niño: no, está mal la suma (de la multiplicación).
Maestro: a ver, que nos diga Angélica por qué está mal la suma.
Angélica: ¡porque está mal la suma!
Maestro: ¿en dónde?
Angélica (se pone de pie y anota): 7 + 4 son 11 (se ríen de Angélica porque en esa columna no había error).

[22] Fragmento tomado del registro 6- UE-RM.

Sin embargo, una vez que ha aparecido una opinión divergente, el profesor no la somete a la validación colectiva, sino que solicita a Angélica que justifique su posición. En este acto radica la diferencia con la actitud cuasicolectiva; el profesor solicita de manera directa a quien sostiene la opinión contraria que dé su explicación sobre el posible error que ha detectado; esto es, a diferencia del tratamiento anterior en el que el profesor recibía al mismo tiempo una serie de respuestas sin mediar justificación, aquí cada alumno que presenta una respuesta distinta debe justificarla individualmente. En el fragmento siguiente de la misma clase se ve también el error que ha detectado y el procedimiento mediante el cual lo superó:

Maestro: a ver, Jacobo quiere opinar otra cosa.
Jacobo: aquí sale 5.
Fabiola: no porque, mira, son 4 por 0, cero; 4 por 4, 16 y llevamos una, 4 por 4, 16 y una 17; 4 por 1 cuatro y una... (se da cuenta de que son 5 y entonces corrige la operación).
Maestro: los que estén de acuerdo levanten la mano (todos la levantan).

La respuesta inadecuada de Angélica permite reciclar el tratamiento que sigue el profesor; con la misma lógica, la opinión discrepante de Jacobo implica dar una justificación. Entonces él reconoce y muestra el error de Fabiola, quien lo acepta y modifica su acción; finalmente, ante la evidencia de Jacobo, el grupo valida el resultado.

Lo que destaca en este tipo de actitud es, por un lado, la "devolución" que el profesor hace de la responsabilidad de reconocer el error; como se ha visto, dicha responsabilidad forma parte de las tareas de los alumnos, quienes justifican la presencia o ausencia del error. Por otro lado, una característica de esta manera de "utilizar" el error radica en la manera como el profesor "diluye" o transforma la participación del grupo en tanto colectivo. En este caso, el grupo valida sólo si no existe un individuo que pueda sostener una opinión contraria a la pre-

sentada públicamente; en otras palabras, las justificaciones son individuales aunque su validación corre a cuenta del colectivo.

Devolver la responsabilidad integral al colectivo

Entre las aproximaciones a un tratamiento de tipo "devolvente", quizá la más cercana a las sugerencias del enfoque para la enseñanza de las matemáticas sea la caracterizada por trabajar los dos niveles del colectivo: la dimensión de equipo en términos de justificaciones y la dimensión grupal en términos de confrontación de estrategias y de validación.

Los profesores que se enfrentan a los errores de sus alumnos desde esta actitud suelen intentar plantear una situación que permita a aquéllos cierta libertad para buscar procedimientos de solución; por lo general, dicha búsqueda es una actividad que se realiza en equipo, de manera que las justificaciones que de ellas se hacen, no representan el razonamiento individual sino las ideas consensadas de un pequeño grupo de alumnos. Por esta razón, el momento de la confrontación y justificación de estrategias no se desarrolla con la relación individuo-colectivo sino con la de colectivo-colectivo, es decir, equipo-grupo.

Esta característica establece la diferencia con la actitud que hace énfasis en la justificación individual; sin embargo, lo más importante es que, con el manejo de las dos dimensiones colectivas, el reconocimiento y la reflexión sobre el error tienen una doble posibilidad: se puede reflexionar sobre los errores en el trabajo intraequipo y en el interequipos. A continuación se presenta un fragmento de clase en el que la profesora muestra esta actitud:

Maestra:[23] ahora les voy a decir un problema y lo van a resolver entre todos los del equipo, pero solamente usando su material; no se vale usar nada más, ¿listos? Paulina tiene cuatro amigas y les dio 8 chocolates a cada una. ¿Cuántos chocolates tenía?

[23] Fragmento tomado del registro 2-UD-G. Al clasificar la situación planteada como abierta o cerrada se ha tomado en cuenta el grado en que se desarrolla la clase.

Maestra (momentos más tarde): ¿ya terminaron?
Niños: ¡síii!
Maestra: a ver, el equipo de Carmelita, ¿a cuánto les salió?
Niña: a 32.
Maestra: ¿cómo le hicieron?
Niña: pusimos cuatro tapas y luego pusimos ocho frijoles y luego las contamos y son 32.
Maestra: y en los otros equipos, ¿qué les salió?
Niños: a 32 (en coro).
Omar: a mí me salió a 38.
Maestra: ¿cómo le hiciste?
Omar: contamos primero las tapas.
Maestra: ¿cuántas tapas pusiste?
Omar: seis.
Maestra: y ustedes ¿cuántas pusieron (dirigiéndose a los otros equipos)?
Niños: cuatro.
Maestra: ¿por qué pusieron 4?
Niños: porque son cuatro amigos.
Maestra: Omarcito, ¿ya se fijaron?
Omar: sí, es que no nos habíamos fijado que eran cuatro.
Maestra: ¿a quién le salió 32? (la mayoría levanta la mano).

Se ve en primer término el planteamiento de una situación que no remite a la aplicación de un conocimiento formal aprendido previamente; en este sentido,es una situación adidáctica que "...obliga al alumno a producir cierto conocimiento a manera de estrategia de solución..." (Brousseau, cit., por Ávila, 1999a). El primer nivel en el que se posibilita reflexionar sobre los errores, el del trabajo intraequipos, no aparece en este registro, por lo cual el análisis se habrá de centrar en las actividades interequipos.

En esa dimensión, lo primero que se observa es una dinámica del tipo respuesta-procedimiento, es decir, la respuesta solicitada por la maestra es seguida por la explicación del procedimiento que la produjo. Aunque las justificaciones son emitidas por un alumno, fueron

producto del trabajo en equipo; en este sentido, las justificaciones son elaboraciones colectivas. Dicho rasgo representa una diferencia fundamental respecto al tratamiento basado en las justificaciones individuales, aunque, al igual que en otras aproximaciones, es claro que las respuestas no obtienen una validación por parte del profesor. Al respecto, obsérvese cómo el error de Omar es incluido en la misma lógica. "¿Qué te salió?", "¿cómo le hiciste?"

Una vez que se presenta el error, la lógica de la clase toma un rumbo similar a la justificación colectiva, se pide al grupo que indique la respuesta correcta, se solicita la confrontación de procedimientos diferentes del erróneo y mediante esta confrontación se reconoce el error. Finalmente, un elemento para destacar, en éste como en otros registros, es el siguiente: resulta evidente la dificultad para plantear situaciones abiertas. Como se observa, la situación no produjo gran diversidad de estrategias, por lo que la confrontación se remite sólo al reconocimiento de los errores de cálculo.

Consideraciones finales

No obstante que el presente análisis forma parte de una indagación sobre las repercusiones de la reforma para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, reflexionar sobre el tratamiento didáctico que los profesores dan a los errores de sus alumnos sólo en términos de saldos sería una tarea simplificadora. Esto es, analizarlos para concluir simplemente que la reforma no ha llegado a las aulas de manera integral hubiese sido una tarea predeterminada, habida cuenta de los numerosos y diversos mecanismos mediante los cuales los profesores interpretan y llevan a cabo las relaciones didácticas sugeridas idealmente.

En su lugar han de señalarse las diferentes formas como los profesores han traducido los principios del enfoque en prácticas educativas que, si bien no son una copia fiel de lo propuesto, representan indicadores del proceso que los profesores han iniciado respecto al reconocimiento de la importancia de los errores en el aprendizaje.

En ese sentido y como se observa en el Cuadro 5.3, lo primero que se requiere destacar es la imposibilidad por ajustar este análisis a una clasificación de profesores con base en el tratamiento que dan a los errores. Tal imposibilidad se deriva de la relatividad con que los maestros asumen estas actitudes, es decir, no se puede hablar de profesores que sólo ponen en marcha mecanismos de "evitación" o que sólo validan los errores de una manera artificialmente colectiva, ni de profesores que sólo validan con devolución integral.

Según el momento de la clase, la naturaleza del contenido, el momento en que se maneja el contenido (contenido nuevo o contenido previamente estudiado) o las condiciones de la actividad, los profesores modifican sus actitudes frente a los errores en correspondencia con estas variables. Por esta razón, los datos incluidos en el cuadro no muestran totales idénticos al número de registros analizados, en muchos casos hay por lo menos la presencia de dos actitudes.

Cuadro 5.3

Grado		2°	4°	6°	Total
Número de registros		26	20	24	66
Mecanismos de "evitación" del error semántico	Ostensión	4	3	3	10
	Problemas cerrados	4	1	1	6
	A pesar del uso de problemas abiertos	4	1	-	5
	Decomisar la responsabilidad	9	7	11	27
Subtotal		21	12	15	48

Continuación del Cuadro 5.3

Usos tradicionales del error	El error como elemento marginal	-	2	2	4
	La autoridad del profesor como sistema de validación	2	1	2	5
	Validación artificialmente colectiva	3	4	4	11
	La calculadora como fuente de validación	-	-	2	2
	Los errores a través de la mayéutica	8	1	4	13
Subtotal		13	8	14	35
Aproximación hacia una nueva actitud frente al error	Cuasivalidación colectiva	5	3	1	9
	Validar el error mediante justificaciones	4	3	9	16
	Devolución integral	2	2	2	6
Subtotal		11	8	12	31

Por otra parte, resulta claro que los altos porcentajes de profesores que despliegan mecanismos de "evitación" del error semántico (68 %) pueden explicarse principalmente con dos razonamientos: *a)* "evitar" la aparición de errores semánticos no es un objetivo explícito, y *b)* la presencia de situaciones o problemas cerrados está relacionada con las dificultades que los profesores tienen para realizar planteamientos abiertos. Esto resulta evidente cuando se observa que, aun trabajando con situaciones o problemas que brindan pocas o ningunas posibilidades de generar estrategias, los profesores llevan

a cabo actividades para que los alumnos confronten sus "estrategias"; como se ha visto, éstas son sólo las explicaciones propias del algoritmo.

Una segunda razón que explica la presencia de los otros mecanismos de "evitación" (ostensión y decomiso de la responsabilidad) es la inseguridad de los profesores respecto a las bondades de una actitud "devolvente", esto es, los profesores no parecen estar seguros de que una "devolución" de la responsabilidad repercuta positivamente en el aprendizaje de los alumnos. La actividad dirigida, la validación artificialmente colectiva y la autoridad del profesor como único sistema de validación son también conductas que permiten suponer la presencia de tal inseguridad.

En cuanto al lugar que los errores tienen en la clase, cabe decir que, a pesar de que la mitad de los registros indican la presencia de tratamientos considerados tradicionales, éstos no son modos de actuar uniformes. En estos casos destacan dos datos: *a)* el bajo porcentaje de registros con tratamientos referidos al error como elemento marginal del proceso de aprendizaje, apenas 6% de los registros, y *b)* la preeminencia de los tratamientos tradicionales de la mayéutica socrática.

Lo que ilustran estos datos es la presencia de tratamientos didácticos en los que el profesor ha dejado de ser la autoridad central en la validación del error. Sin ser idóneas, las actitudes relacionadas con la validación artificialmente colectiva y el uso de la calculadora, se constituyen como acciones intermedias entre los tratamientos tradicionales del error y los principios expresados en la reforma, la mayéutica socrática en este mismo sentido representa, aunque actitud tradicional, un reconocimiento de la importancia que los profesores otorgan al error.

Finalmente, es necesario destacar que no pocos profesores han reconocido la importancia de utilizar el error como oportunidad de aprendizaje. Los 31 registros que muestran aproximaciones hacia un nuevo tratamiento del error son prueba de ello; sin embargo, la mayoría de ellos tienen un rasgo relevante: a pesar del adecuado tratamiento que realizan de los errores, los mecanismos didácticos específicos para su tratamiento se constituyen como ausencias notables. Al parecer, una actualización que tome en cuenta no sólo las

concepciones de los profesores o los contenidos matemáticos sino también la formación de habilidades didácticas sigue siendo una tarea prioritaria.

Referencias bibliográficas

Ávila, Alicia, *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar*, tesis doctoral, UNAM, México, 2001.

Bachelard, Gaston, *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*, Siglo XXI, Madrid, 1994.

Popper, Karl R., *Conjeturas y refutaciones*, Paidós Studio Básica, Barcelona, 1983.

Rico, Luis, "Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas", en Kilpatrick *et al.*, *Educación matemática*, Iberoamérica, México, 1995

Salin, Marie Heléne, *Le role de l' erreur dans l' apprentisasage des mathematiques a lécole primaire*, Instituts de Recherche Sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), Bourdeos, 1976.

SEP, *Libro para el maestro. Matemáticas. Segundo grado,* México, 1994.

—, *Libro para el maestro. Matemáticas. Cuarto grado,* México, 1994.

—, *Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado,* México, 1994.

6. La visión de los alumnos acerca de las matemáticas y su enseñanza

José Luis Estrada

Una de las intenciones al incorporar la reforma sustentada en la resolución de problemas fue que los alumnos establecieran una adecuada vinculación (en términos no sólo cognoscitivos sino también afectivos) con las matemáticas. Las bases para considerar la posibilidad de esta nueva vinculación eran las formas que tomaría esta disciplina en la escuela y el nuevo papel que asumirían tanto los alumnos como sus maestros en el proceso de su enseñanza y aprendizaje. Conocer dicho vínculo permitirá ponderar desde otro ángulo las repercusiones de la reforma introducida en 1993. Por ello, la intención de este fragmento de la investigación es dar cuenta de las diferentes ideas, concepciones y valoraciones que los alumnos han construido acerca de las matemáticas escolares. Específicamente se busca poner de manifiesto cómo un grupo de niños —seleccionados de entre los alumnos de los grupos visitados durante la investigación— conciben las matemáticas y su enseñanza y cómo se han vinculado de manera afectiva con ella.

Población analizada y acopio de la información

Los alumnos participantes en el estudio forman parte de la primera generación de niños cuya educación primaria fue articulada a partir

del Plan y Programas de Estudio introducido en 1993 (SEP, 1993). Esta generación de alumnos fue encaminada a la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de la interacción con situaciones problemáticas. Teóricamente, todos los niños que terminaron su educación primaria en el ciclo escolar 1999-2000 habrán de ser capaces de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas; podrán anticipar y verificar resultados de cálculos y mediciones, y habrán desarrollado la capacidad para comunicar e interpretar información matemática, así como la imaginación espacial (cf., SEP, 1993, 15). Adicionalmente, se desea que los niños "pierdan el miedo" a las matemáticas y que vean en ella un espacio de creación y agrado.

Acopio de la información

La información se obtuvo a partir de entrevistas sustentadas en un guión previamente elaborado. Las preguntas eran abiertas y buscaban indagar aspectos, como: el agrado o desagrado de los niños por las matemáticas, las imágenes construidas sobre lo que es esta disciplina, la utilidad que le encuentran y lo que de ella es importante de aprender en la primaria.

La elección de los alumnos entrevistados se apegó a la siguiente metodología: *a)* se entrevistó a tres alumnos en cada grupo observado (eventualmente se entrevistó a más de tres); *b)* se procuró obtener las opiniones de un *alumno sobresaliente,* de otro que en opinión del maestro fuera *de aprovechamiento medio* y aun de otro *marginado en las clases* (para esto último, en general se tomó como base lo ocurrido en las sesiones observadas); *c)* cada observador llevó a cabo las entrevistas del grupo correspondiente al final de las observaciones de clase y empleó exclusivamente un día para el efecto; *d)* las entrevistas se realizaron de forma individual y fueron audiograbadas y transcritas, quedando disponibles para el análisis.

Los entrevistados

El grupo de alumnos entrevistados se constituyó con 58 niños que cursaban segundo, cuarto y sexto grados, distribuidos en 17 grupos pertenecientes a diversas escuelas públicas de educación primaria del estado de Aguascalientes.[1] Las opiniones se recabaron de 35 niños (60% del total) y 23 niñas (40% del total).

Aspectos considerados en el análisis de la información

A la fecha, son sumamente escasos los trabajos que se orientan al análisis de la visión de los alumnos acerca de su experiencia matemática escolar, su vínculo afectivo con las matemáticas y las concepciones e ideas que con base en dicha experiencia construyen en relación con la disciplina. Nosotros utilizamos el concepto de representación para examinar las ideas que han construido los alumnos acerca de las matemáticas y su enseñanza. Este término es comentado en el capítulo "Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas". Para facilitar la lectura de este apartado, incorporamos sólo la definición más genérica, recuperada de los trabajos de Moscovici (cit., por Abric, 1987): "La representación es el producto y el proceso de una actividad mental por la cual un individuo o un grupo reconstituye la realidad a la cual es confrontado y le atribuye una significación específica".

De acuerdo con Aline Robert y Jacqueline Robinet (1989), —quienes trasladaron el concepto de representación al campo de la didáctica de matemáticas—, consideramos elementos fundamentales de las representaciones en este campo: la concepción de alumno, la de profesor y la de matemáticas (saber que es motivo de la relación didáctica). Asimismo, con la idea de que la actividad escolar en la

[1] Como se señaló en la introducción, el estudio fue realizado en 18 grupos (seis ubicados en zonas rurales y 12 en escuelas urbanas de distinto nivel académico); por razones técnicas no fue posible entrevistar a los niños de uno de los grupos participantes.

clase de matemáticas es el universo donde se sitúa la experiencia de los niños como alumnos, recuperamos opiniones acerca de la actividad que se desarrolla en clase. En síntesis, se colectaron puntos de vista referentes a:

- Las actividades escolares que se realizan cotidianamente.
- La función del profesor.
- La función del alumno.
- Las matemáticas escolares.

Nuestra hipótesis es que los eventos que se suceden en el espacio dedicado al aprendizaje escolar en matemáticas tiene un peso decisivo en el conjunto de representaciones que los alumnos construyen sobre dicha disciplina y su enseñanza, así como en el vínculo que establecen con ella.

Para el análisis de la información obtenida en las entrevistas, se establecieron criterios de clasificación de las respuestas surgidos de la lectura de los datos. Para ello, se tomó y adaptó el modelo utilizado por Celia Hoyles (Hoyles, 1989). A continuación se describen los criterios establecidos en torno a cada aspecto considerado.

Cómo se concibe la función del profesor

Las respuestas relacionadas con la función del profesor han sido clasificadas con base en dos aspectos:

1. La función técnica docente. El niño observa y percibe al profesor por medio de sus funciones estrictamente didácticas. Las imágenes construidas en torno al docente *técnico* fueron identificadas con base en los modelos de enseñanza derivados de las distintas relaciones que pueden establecerse entre los elementos constitutivos de la relación didáctica: el maestro, el alumno y el saber. Específicamente, se tomaron los perfiles propuestos por R. Charnay (1994):

a) Perfil normativo. El maestro trata de comunicar un saber a los alumnos, ofrece importancia sustancial a los contenidos, muestra las no-

ciones, las introduce y da ejemplos. El modelo normativo se centra en el contenido y considera que el saber es algo acabado o construido.

b) *Perfil incitativo.* En términos de Charnay: "el maestro escucha al alumno, suscita su curiosidad, le ayuda a utilizar fuentes de información, responde a sus demandas y busca una mejor motivación". El modelo incitativo se centra en el alumno y el saber está ligado a las necesidades de la vida y del entorno. Es un modelo que puede asociarse a la escuela activa en sus diferentes variantes.

c) *Perfil aproximativo.* Se centra en la construcción del saber por el alumno a partir de su interacción con una situación. Conforme a este perfil, el profesor propone y organiza situaciones con distintos obstáculos (considerando diversas variables didácticas), organiza las fases del proceso de aprendizaje, (investigación, formulación, validación e institucionalización), estructura la comunicación de los resultados, y propone en el momento adecuado los elementos convencionales del saber (notaciones y terminología).

2. La actitud disciplinaria[2] y valoral. En este caso, el niño conceptualiza al profesor por su comportamiento relacional afectivo y establece una disolución entre las actitudes de sentimiento y aquellas ligadas a la función técnica docente en estricto sentido. En ciertos casos, el profesor es entendido por la capacidad de comprensión moral hacia sus alumnos.

Cómo se concibe la función del alumno

1. Por su dominio y manejo de saberes curriculares. El niño considera que su valor como estudiante estriba en aprender y dominar aquellos conceptos que se le ofrecen en el salón de clases; para él, los contenidos curriculares son el motivo de la educación. Se citan los números, las sumas, las multiplicaciones, entre otros contenidos, como elementos cuyo dominio habrá de darles la categoría de "buenos" alumnos.

[2] De aquí en adelante, al término "disciplinario/a" se le da una acepción actitudinal o de comportamiento.

2. Por su comportamiento conforme a normas. En este aspecto aparecen las concepciones constituidas en torno a actitudes conductuales. La disciplina intraescolar y extraescolar sirve de referencia para definir a los alumnos como "buenos" o "malos"; aquí los aprendizajes matemáticos presentan subordinación ante las reglas disciplinares "convencionadas".

3. Por su aptitud en el trabajo escolar. En este caso, hay una franca expresión de habilidades para las tareas desempeñadas en clase. Los alumnos describen sus capacidades matemáticas como aptitudes para desempeñar funciones específicas, como saber sumar, saber hacer divisiones y saber medir, pero en el sentido estricto de una función escolar. Los alumnos considerados "buenos" son capaces de enfrentarse a procesos algorítmicos con cierto éxito operacional, son aquellos que encabezan las clases y marcan el ritmo de trabajo.

4. Por su aptitud para resolver problemas extraescolares. Se ubican en esta categoría aquellas declaraciones que conciben al "buen" alumno como capaz de aplicar a situaciones de la vida común las nociones aprendidas en la escuela.

Concepciones acerca de las matemáticas

Las respuestas de cómo los niños entienden las matemáticas, así como los argumentos que ofrecen para justificar aquéllas, aparecen en cinco posibles dimensiones:

1. Manipulación de objetos concretos. Aquí se ubican las respuestas que hacen referencia a la manipulación de objetos físicos de los que se valen los niños para apoyar su aprendizaje de las matemáticas, pero no por el estricto cumplimiento de su función como apoyo didáctico, sino como el objeto de las matemáticas en sí mismo. Al parecer, las matemáticas adquieren significado cuando se manipulan diversos objetos, como: la calculadora, el libro, los sólidos y figuras, la libreta, el material recortable, el equipo para geometría, etcétera.

2. Actividad realizada. Las respuestas ubicadas aquí identifican el trabajo matemático con ciertas actividades realizadas; éstas, si bien son labores que pueden propiciar el aprendizaje escolar, sólo destacan por

el significado dinámico y motivacional que les imprimen los alumnos. Algunos niños dejan ver en sus comentarios la importancia que para ellos tiene jugar, dibujar, hacer la tarea, realizar varios trabajos, etcétera.

3. Manejo de contenidos. En esta clasificación se ubican las opiniones de los niños que relacionan las matemáticas con: "los números", "las sumas", "las restas", "las multiplicaciones" y "los problemas". Los contenidos matemáticos son percibidos como objetos específicos que tienen valor en sí mismos.

4. Habilidad escolar. Son respuestas que se refieren a las matemáticas en términos de ciertas habilidades útiles para resolver las tareas escolares. Los alumnos se preocupan por aprender procedimientos y algoritmos, a la vez que ponen en práctica los contenidos curriculares pero con la finalidad de cumplir acciones derivadas de compromisos claramente escolares. Los niños mencionan a las matemáticas como: "saber hacer" sumas, restas, multiplicaciones, etcétera, considerando la capacidad para el desempeño escolar el objeto de aprendizaje.

5. Habilidad para la vida. Los alumnos conciben a las matemáticas con un significado más práctico y creen que sirve en la resolución de problemas de la vida diaria. Esta concepción muestra una idea de las matemáticas que extiende sus fronteras más allá de lo escolar. Quienes consideran así las matemáticas las conciben como una herramienta que les es útil en la medida en que la aplican.

Con base en esta categorización construida empíricamente se presenta el análisis de los resultados, los cuales se han organizado conforme a los tres grados estudiados para dar una idea precisa tanto de las especificidades del grado como de las diferencias que se observan en los distintos grados de la educación primaria.

Resultados correspondientes al segundo grado. *La actividad matemática escolar*

Lo que se hace en clase

A la pregunta "¿qué hacen en la clase de matemáticas tú, tus compañeros y tu maestro?", los niños de este grado expresan situaciones

específicas. Suponemos que hablan de lo que hacen con más frecuencia o de lo que para ellos ha sido más significativo. Se declaran actividades tales como jugar, sacar el material *(del Rincón de las matemáticas)*, manipular figuras u otros materiales, sacar el libro, usar el pizarrón para realizar operaciones, escribir enunciados, contar y anotar números, estudiar las tablas de multiplicar, mantenerse callados y escribir lo que se les dicta.

En general, las respuestas manifiestan la gran diversidad de actividades que se realizan en clase, muchas de ellas derivadas de la propuesta curricular vigente, mientras que otras parecen más apegadas a modelos de enseñanza previos. Sin embargo, destaca la referencia al juego y la manipulación de material. En los grupos 2-UE-S, 2-UD-G y 2-UD-A, todos los niños lo mencionan y en los otros grupos también tiene cierta presencia.

Sólo un niño de la escuela 2-UD-A da una respuesta divergente en relación con el conjunto de los entrevistados, al afirmar que: "no hace nada porque le quitan su lápiz o porque a él la maestra nunca le pregunta". Es la voz de los niños marginados, cuya condición persiste a pesar de la nueva dinámica impulsada y que parece haberse establecido, al menos parcialmente, en los salones de clase.

Por otra parte, se ve que para los niños, la figura del profesor tiene un alto grado de importancia en la actividad que realizan: les da las indicaciones, les dice lo que van a hacer, les pone la muestra, les ayuda, les da los permisos, condiciona la forma de trabajo y en alguna ocasión "hasta les da varazos" (Ricardo, 2-R-M). Pero también se hace referencia al maestro —particularmente en algunos grupos— de otra manera: les pone adivinanzas y juegos, les dice que hagan dibujos o les revisa el trabajo.

Debemos decir que los comentarios recabados en este grado en relación con la labor del profesor fueron poco precisos, pero en general se observa la figura de un docente que dirige las actividades en el desarrollo de las clases conforme al modelo normativo en el que los saberes se trasmiten y se muestran, pues destacan las opiniones de que el profesor explica, pone la muestra o realiza cosas similares.

La noción de problema como actividad que se desarrolla en clase se menciona sólo en tres ocasiones, que corresponden exclusivamente a niños de dos grupos (2-UD-G y 2-UE-S); por ejemplo, Dalia (2-UD-G) dice: "a veces hacemos equipos y nos dan destas, destas tapitas de Gerber o de Nescafé y ponemos frijoles o piedritas y la maestra nos dice cuántas piedritas pongamos para entenderle, con eso resolvemos problemas a veces". En cambio, no aparecen las nociones de confrontación, comparación o discusión de las respuestas, actividades sugeridas en los documentos oficiales.

Muchas de las actividades enunciadas parecen triviales desde el punto de vista matemático; sin embargo, son importantes porque dejan ver lo que ocurre en las clases y los recuerdos que los niños conservan de ellas, seguramente lo que les ha sido significativo. Además, por los comentarios vertidos acerca de lo que los niños hacen (por ejemplo: jugar o manipular materiales) puede apreciarse en los profesores (aunque más en unos que en otros) un intento de establecer condiciones para el aprendizaje de los alumnos conforme a las directrices de la reforma curricular, o al menos en algunos de sus aspectos.

Las clases que más gustaron a los niños

Tal parece que el uso de los materiales manipulables tiene una influencia importante en el gusto que los niños de segundo grado han desarrollado por las matemáticas, ya que ante la pregunta *¿cuál es la clase de matemáticas que más te ha gustado?*, nueve de los 22 niños mencionan actividades o sesiones en las cuales se utilizan materiales concretos. En cambio, las opiniones acerca de si "¿habrá una clase que te haya gustado menos o que no te haya gustado?", sólo en dos ocasiones están vinculadas con sesiones en que se utiliza algún tipo de material o el juego.

En relación con las clases de su agrado, los niños no expresan una clara preferencia por determinado tema; ellos mencionan que les ha gustado la clase "por hacer números", "por contestar preguntas," "por jugar vendiendo", "por las sumas y restas", por "sacar las cajas"

o "porque era la del pingüinito y hacíamos paletas". Sin embargo, cabe destacar que estas actividades se relacionan con aritmética; poco se menciona la geometría o algún otro aspecto del programa: sólo se hace referencia (en dos casos) a las figuras y los triángulos. Es claro que las actividades lúdicas e interactivas son las que se expresan como elemento principal de inclinación y no el contenido abordado.

Las clases que menos gustaron a los niños

Siete de los 22 alumnos interrogados contestaron que no hay una clase que no les haya gustado. Entre quienes mencionaron alguna, las figuras geométricas son aludidas con desagrado en dos ocasiones; el desagrado proviene de la dificultad excesiva: "no podía hacer las figuras", es algo de lo que se nos dice. El resto de los niños entrevistados mencionan: la clase de las decenas, las operaciones de *casita* (división), cuando han visto las tablas, cuando las "preguntas" las hacen con fichas o con los dedos y no con calculadora, porque no le gusta contestar con lápiz, porque no le gusta escribir en el cuaderno, o porque no le gusta leer. Pero la mayor frecuencia se concentra en la clase dedicada a la resta: cinco niños la refieren. La falta de gusto se expresa en todos los grupos; los argumentos son del tipo: "no me gusta donde hicimos las restas del 9 (se refiere a restas en las cuales hay que pedir prestado) porque son muy batallosas" (Cynthia, 2-R-NO).

Es decir, el distanciamiento está relacionado con el nivel de dificultad experimentado.

Inclinación por las matemáticas

Cuadro 6.1

Opiniones acerca de la inclinación por las matemáticas. Segundo grado							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Lo que más me gusta	3	2	2	3	4	4	18
Me gusta regular	–	–	–	–	–	2	2

Continuación del Cuadro 6.1

No me gusta	–	–	1	–	–	–	1
Respuesta descontextualizada	–	1	–	–	–	–	1
Totales	3	3	3	3	4	6	22

Es notorio que la mayoría de los entrevistados (18 de 22) señala a las matemáticas como la materia que más le gusta. En algunos grupos, la opinión fue contundente, ya que el total de entrevistados ubica a las matemáticas en el primer lugar de su preferencia. Sólo un niño del grupo 2-R-M declaró desagrado por esta disciplina al argumentar que: "está muy difícil".

Cuadro 6.2

Motivos por los que gustan las matemáticas							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Por fácil	1	1	–	–	–	1	3
Porque tienen preguntas	–	1	–	–	–	–	1
Por los contenidos aritméticos	–	–	–	–	3	–	3
Por la manipulación de objetos concretos	–	–	1	–	–	3	4
Por las actividades que se realizan en clase (incluso lúdicas)	–	–	1	2	1	2	6
Porque adquieren conocimientos	–	–	–	1	–	–	1
No mencionan por qué les gusta	2	–	–	–	–	–	2
Totales	3	2	2	3	4	6	20*

*Cantidad que representa la suma de opiniones de mayor gusto y gusto regular por las matemáticas, según el Cuadro 6.1.

En las justificaciones dadas a las respuestas se aprecian tendencias en términos del bienestar que ocasiona convivir con los compañeros, realizar actividades manuales, dibujar y recrearse, más que en experimentar placer por el aprendizaje de algún conocimiento matemático.

Efectivamente, la mayor frecuencia (6) corresponde a niños a quienes les gusta la asignatura de matemáticas porque en ella realizan actividades como las mencionadas. En las declaraciones se nota que los niños ven las actividades matemáticas escolares como ocasiones de recreación, más que como oportunidad de aprendizaje. Por ejemplo, José Roberto (2-R-M) menciona: "mm... jugamos con unos bigotitos, así que parecen de cartón, y luego unas moneditas, así para hacer sumas con eso", al igual que Víctor Manuel (2-UE-S), quien contesta: "porque tiene dibujitos, muy fáciles, tiene fáciles las cosas".

Relacionado con lo anterior, manipular objetos que ayudan al aprendizaje matemático también es una vía para definir el agrado o el desagrado por las matemáticas; algunos niños evocan la idea de las matemáticas por estos medios. Por ejemplo, Carla María (2R-MM) menciona: "me gustan las matemáticas porque me gusta la calculadora, por los botones y porque le aprieto". Por su parte, Enrique (2-UE-S) dice: " ... Porque en las matemáticas sacamos unas cajas, las que tenemos ahí guardadas", en referencia a la caja que contiene el material manipulable.

El gusto por los contenidos de aritmética es también significativo, de modo que los niños citan "las operaciones" como los elementos con los cuales se identifica a la matemática, y éstos se perciben como objetos de aprendizaje agradable. Tal es el caso de Dalia Anahi (2-UD-G), quien señala que le gustan la matemáticas "porque hay muchas sumas, muchas restas y hay muchos problemas", o el caso de Joel (2-UD-G), quien a la misma pregunta contesta: "porque hacemos... porque hay problemas, multiplicaciones, sumas... " Es obvio que se alude a estos contenidos cuando no generan dificultad.

Cómo se conciben las matemáticas

Preguntamos al respecto: "para ti, ¿qué son las matemáticas?" En las respuestas de los niños se percibe que conciben esta disciplina en forma concreta, es decir, la asocian por lo general con ideas relacionadas con la asignatura pero que son tangibles, por ejemplo: "son sumas" o "son multiplicaciones y números". Aparecen otras concepciones a partir de la idea de "acción" o "actividad", que se expresan mediante verbos. Aquí las matemáticas están relacionadas con "el hacer".

Cuadro 6.3

Cómo se entienden las matemáticas							
	2R-JR	2R-NO	2R-MM	2UD-A	2UD-G	2UE-S	Totales
Contenidos aritméticos	2	1	2		1		6
Actividades de aprendizaje (vinculadas con la aritmética)		–	1	1	–	2	4
Herramientas para la vida	1	–	–	–	–	–	1
Compromiso	–	–	–	1	–	–	1
Trabajo fácil	–	–	–	–	–	1	1
No se le formuló la pregunta	–	1	–	1	2	2	6
Dice no entender	–	1	–	–	–	1	2
No contestó la pregunta	–	–	–	–	1	–	1
Totales	3	3	3	3	4	6	22

Llama la atención el hecho de que las matemáticas son asociadas, por casi la tercera parte de los niños, con contenidos de aritmética. Los niños hablan principalmente de "sumas y restas", de "tablas de multiplicar" y de "letras y números". En menor proporción se en-

tiende a las matemáticas como las actividades escolares que realizan en clase, por ejemplo la escritura de números, o hacer sumas y restas, operaciones y dibujos. Aun en este caso, la actividad refiere nuevamente a la aritmética. Sumando ambos tipos de referencias, casi la mitad de los alumnos identifica a las matemáticas con la aritmética.

Al expresar sus ideas acerca de las matemáticas, algunos niños señalaron actividades que se realizan en el salón de clases. Sin embargo, las respuestas ofrecen una diferencia respecto de los motivos por los que les gusta o les disgusta dicha disciplina. Mientras al expresar su noción de matemáticas los alumnos se refieren a actividades relacionadas con el aprendizaje de contenidos, al hablar de los motivos de su inclinación por esta materia citan actividades que tienen que ver con la recreación y el solaz.

Cuadro 6.4

Lo que los alumnos consideran importante como aprendizaje							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Los contenidos aritméticos		2	–	–	3	3	8
El desarrollo de habilidades escolares (también vinculadas a la aritmética)	1	–	2	–	1	3	7
Cumplir con actividades escolares	1	–	1	1	–	–	3
Respuesta inducida por el entrevistador	1	–	–	–	–	–	1
Respuesta ambigua	–	–	–	1	–	–	1
No lo menciona	–	1	–	–	–	–	1
Dice no saberlo	–	–	–	1	–	–	1
Totales	3	3	3	3	4	6	22

Ocho de 22 alumnos de segundo grado manifiestan directamente que los contenidos aritméticos son lo más importante en mate-

máticas. Por ejemplo, Cinthya (2-R-NO) contesta llanamente: " Las restas, las sumas... y las multiplicaciones".

Aparecen casi en igual proporción opiniones en favor del desarrollo de habilidades escolares, vistas como capacidad para realizar las diferentes tareas que se asignan en el salón de clases, por ejemplo: saber hacer las sumas y las restas, o aprenderse las tablas. Aquí, en prácticamente todos los casos reaparece la relación con la aritmética. Por otro lado, emerge la importancia de las matemáticas a partir del compromiso escolar. Cumplir con todas las actividades planteadas por el profesor representa lo más trascendente en matemáticas para tres niños, lo cual pone de manifiesto que, para algunos de ellos, realizar bien las tareas es lo realmente importante. Es el caso de Luis Antonio (2-R-JR), quien afirma: "Salir bien... poner bien las palabras, los números, las cuentas... hacerlas bien".

Finalmente, conviene destacar que, ya sea como contenido curricular, como habilidad o como compromiso, muchos niños de segundo tienen claro que lo primordial es aprender las operaciones aritméticas y particularmente las tablas de multiplicar. Tal perspectiva coincide con la de sus profesores (*véase* el capítulo correspondiente) y probablemente está vinculada con la frecuencia con que dichos temas se tratan en la clase y con actitudes y/o comentarios de los docentes.

La utilidad

A partir de la pregunta "¿para qué crees que sirven las matemáticas?", los niños expresaron sus ideas al respecto. Como puede apreciarse en el Cuadro 6.5, la utilidad que dicen ver en ellas es prácticamente instrumental; la mayoría las considera como una herramienta que les ayuda para alguna actividad, la cual por lo general está constituida por las matemáticas mismas. Hay quienes dicen que las matemáticas les ayudan a aprender mejor las matemáticas, o para aprender las operaciones, o todo lo que enseña el maestro. En estas opiniones se nota una marcada tendencia de uso escolar; no obstante, una pequeña parte de los entrevistados encuentra la utilidad de las matemáticas más

allá de la escuela, entre ellos un niño y una niña, pertenecientes al grupo 2-UD-G, quienes respectivamente dicen: "Sumar me sirve para aprender, por ejemplo: si voy a la tienda y mi mamá me manda que vaya por papas y todo eso... para comer y allí cuando compre algo y cueste algo, le sumo" o "sirven para hacer cuentas".[3]

Cuadro 6.5

Utilidad que se percibe en el saber matemático							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Herramienta escolar	2	2	2	2	2	2	12
Actividad lúdica	–	–	–	–	–	1	1
Herramientas para la vida	–	–	–	1	2	–	3
Como requisito escolar	–	–	1	–	–	1	2
No especifica para qué es útil	1	–	–	–	–	–	1
Dice no saber	–	–	–	–	–	1	1
No se le formula la pregunta	–	1	–	–	–	1	2
Totales	3	3	3	3	4	6	22

Cómo se concibe la función del profesor

Las preguntas que indagaron sobre el profesor fueron las siguientes: "¿cómo es para ti un buen maestro?" y "¿cómo crees que deben enseñarte las matemáticas?"

[3] En este caso, al igual que otros niños en otros momentos, la niña utiliza el término "cuenta", para referirse a la acción de resolver una situación real a través de un proceso matemático, lo que le da un sentido utilitario a su expresión. Esto es distinto de "hacer operaciones" en la escuela.

Cuadro 6.6

Demandas de actitudes en el profesor							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Debe brindar apoyo	2	2	2	1	2	4	13
Capaz	–	–	1	–	2	1	4
Bondadoso	1	–	–	2	–	–	3
Afectuoso	–	1	1	–	–	–	2
Respetuoso	–	–	–	1	–	1	2
Cortés	–	–	–	–	–	2	2
Alegre	–	–	–	1	–	–	1
Respuesta inducida por el entrevistador	1	–	–	–	–	–	1
Respuesta no suficiente	–	1	–	3	–	–	4
Totales	4	4	4	8	4	8	32*

*Algunos alumnos demandaron más de dos actitudes.

Con base en las respuestas obtenidas, se advierte en los niños de segundo grado una idea, aunque no aparezca aún del todo clara, del papel que deben desempeñar los profesores. La noción de maestro expresada se orienta más hacia el aspecto actitudinal que a sus funciones y cualidades estrictamente didácticas, por ejemplo: recurrentemente se afirma que el profesor debe ayudarlos y saber guiarlos en sus actividades escolares. Hay también quien afirma que el profesor "debe ser bueno" y afectuoso, o respetuoso y cortés. No aparecen calificativos como reflexivo o cuestionador.

Cuadro 6.7

Concepciones sobre la función del profesor							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Perfil normativo	2	2	2	3	4	5	18
Perfil incitativo	–	–	–	–	–	1	1
Perfil aproximativo	–	–	–	–	–	–	–
Respuesta inducida por el entrevistador	1	–	–	–	–	–	1
Respuesta no suficiente	–	1	1	–	–	–	2
Totales	3	3	3	3	4	6	22

La idea que los niños tienen del maestro en términos de su práctica estrictamente didáctica —cuando se refieren a ésta— se vincula principalmente con el perfil normativo, muy escasamente al incitativo y nunca al aproximativo. En efecto, según su decir, los niños creen que les deben dar la clase "haciendo números", "sumando, restando y haciendo cuentas" o "preguntando las tablas" (grupos 2-R-JR, 2R-MM y 2-RNO); también consideran que les deben enseñar matemáticas "poniéndoles la muestra", "ayudándolos" o "pasándolos al pizarrón" (2-UD-A y 2UD-G).

Varios niños del grupo 2-UE-S dejan ver que entienden el hacer del profesor desde una visión claramente normativa. Por ejemplo, Alán afirma que un buen maestro "debe saber muchas matemáticas para que nos explique bien y nos diga bien cómo le hagamos". O Enrique dice que el profesor "les tiene que explicar a sus niños cómo hacer, en qué página busquen y que les explique y les dé ejemplos". Sin embargo, en este mismo grupo aparece una respuesta muy diferente: la de Diana, quien considera abiertamente que la forma de enseñanza de las matemáticas debe ser a partir de juegos. Ella dice: "Que enseñe jugando y haciendo sumas y restas... mi maestra es buena porque jugamos, aprendemos".

En esta última respuesta puede verse que los modelos ideales construidos por los alumnos —si bien en su mayoría se asocian al normativo— pueden ser diversos, independientemente de que hayan tenido una experiencia escolar, en principio similar. Tal vez las diferencias están relacionadas con el ser buen o mal alumno, o con la diversidad de la experiencia que puede vivirse en un mismo salón de clases.

Cómo se concibe el papel del alumno

Las respuestas de prácticamente todos los niños dejan ver una idea muy generalizada de lo que para ellos es un "buen alumno"; la gran mayoría condujo sus respuestas hacia el buen comportamiento.

Un buen alumno

Cuadro 6.8

Rasgos del buen alumno							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Dominio de contenidos aritméticos	–	1	1	–	3	1	6
Buen comportamiento	2	1	1	2	–	3	9
Tener habilidad para el trabajo escolar	1	1	1	1	1	1	6
Activamente lúdico	–	–	–	–	–	1	1
Totales	3	3	3	3	4	6	22

Como lo muestra el Cuadro 6.8, el criterio de buen comportamiento prevalece sobre los demás; no obstante, el dominio de contenidos y la habilidad para el trabajo escolar también sirven para definir a los buenos alumnos. En efecto, para aproximadamente una tercera parte de los entrevistados, los buenos alumnos son los que aprenden

los contenidos escolares; el buen alumno se caracteriza por aprender mucho. En tres ocasiones se utiliza el término *listo* como sinónimo de buen alumno. Al parecer, los niños delegan en dotes personales (¿quizá innatas?) la posibilidad de ser buen alumno.

Ellos mismos

Cuadro 6.9

Autocopercepciones							
	2-R-JR	2-R-NO	2-R-MM	2-UD-A	2-UD-G	2-UE-S	Totales
Buen alumno	3	3	2	3	3	2	16
Regular alumno	–	–	–	–	1	2	3
Mal alumno	–	–	1	–	–	–	1
No registra respuesta	–	–	–	–	–	2	2
Totales	3	3	3	3	4	6	22

En los niños entrevistados según se aprecia en el Cuadro 6.9, hay una franca inclinación por considerarse buen alumno. Las razones dadas para hacerlo son, principalmente, cumplir con las normas disciplinarias establecidas en el salón de clases, seguidas del cumplir con todas las actividades escolares, tener cierto dominio de los saberes matemáticos y entender al profesor. Los pocos niños que se consideran a sí mismos "regulares" en general dicen serlo por sus calificaciones y por no saber todo lo aprendido. El argumento que da la niña que se estima a sí misma "mala alumna" es el siguiente: cuando la maestra los pone a hacer cosas, ella se dedica a jugar con su compañera, por lo cual se retrasa en el aprendizaje.

En síntesis, el concepto de "ser bueno en la escuela" es entendido con múltiples significaciones, pero prevalece la idea de que ser "buen alumno" es poner atención, ser responsable y cumplir en las actividades escolares. Se constata, por otra parte, una autopercepción positi-

va que permite suponer un "estar a gusto" en clase, factor que en principio redundará en beneficio de los aprendizajes matemáticos. Asimismo, es posible distinguir que la noción de alumno que acarrearía la reforma no aparece en las concepciones expresadas por los niños, tampoco la de profesor. Otra idea que no aparece sino como excepción es la de que las matemáticas son un espacio en el que se resuelven problemas. La identidad entre matemáticas y operaciones aritméticas está aún instalada en las ideas de los niños acerca de esta disciplina. Es una idea coincidente con la de sus profesores.

Resultados correspondientes al cuarto grado. *La actividad matemática escolar*

Lo que se hace en clase

También los niños de cuarto grado respondieron a la pregunta: "¿qué es lo que hacen en la clase de matemáticas tú, tu maestro y tus compañeros?" Ante tal interrogación, los entrevistados narran cuestiones de distinta índole que dejan entrever lo que les ha resultado significativo en sus clases. En general, hablan de una manera más completa y estructurada de las clases que los niños de segundo grado, quienes sólo se referían a actividades aisladas. Así, Antonio (4-UE-CA) dice:

> El *profe*, por ejemplo, nos pone multiplicaciones y luego nosotros lo hacemos y luego para corregirnos pasa a unos [al pizarrón] y luego ya dice si está bien o mal. Nos pone cinco, a veces como de multiplicaciones, divisiones, sumas, o a veces pone multiplicaciones junto con divisiones. El libro lo repasamos recordando, a veces es de tarea, pero la mayoría de las veces lo contestamos aquí en el salón; el maestro nos ayuda, a veces hacemos equipos de tres o cuatro para trabajar; con que uno diga una respuesta, ya verán todos, y si todos se ponen de acuerdo ya la anotamos. A veces traemos material aparte del libro, como tijeras, transportadores, escuadras y reglas. Una vez trajimos unos cuerpos geométricos.

O una niña del grupo 4-UE-CO relata:

> (Trabajamos en equipo) cada cuando viene en el libro, nos salimos al patio, alguien es la cajera [...]. La maestra, si es una actividad nueva, primero pone lo que vamos a hacer, nos pone la actividad, nos la explica y luego a nosotros nos pone a trabajar y a algunos amigos que no entienden tanto nosotros les ayudamos.

Con base en esta mayor capacidad explicativa que, entre otras cosas, alude a secuencias de actividades y la relación que existe entre ellas, vimos que una forma de organización que se expresa frecuentemente es que el maestro introduce el tema, les deja tiempo libre (que se usa de distintas formas) para resolver y luego se evalúa (también con diversas modalidades).

Si se compara con el segundo grado, en cuarto se habla poco de actividad lúdica. Aunque los niños de tres grupos mencionan el juego (4-UE-CO; 4-R-R; 4-R-S), no lo hacen con tanta frecuencia como los de segundo, y en el resto de los grupos no se alude como actividad que se realiza en las clases. Más frecuente es que los niños mencionen el trabajo en equipo; niños de todos los grupos dijeron que se forman en colectivos de dos, tres, cuatro o más compañeros durante las clases. Otra alusión frecuente es a cierto tipo de material didáctico: cuerpos geométricos, plastilina, cartulina y tijeras.

De creer en las respuestas de los niños, el uso de material en este grado se ha limitado a apoyar la geometría; sólo en un grupo (4-UE-CO) se comenta un tema asociado a la aritmética en el cual se usó material: una niña cuenta que trabajaron en equipos al cajero haciendo "cheques" para aprender la división.

Cuando los niños dicen lo que hacen sus compañeros en clase, un poco más de la mitad habla bien de ellos; en cambio, el resto no habla tan bien. En el primer caso —mezclando situaciones de disciplina con situaciones de aprendizaje o de tareas escolares— Francisco (4-UD-A) dice que los compañeros: "le echan ganas", "participan", "pasan al pizarrón". En el segundo caso José (4-R-S) afirma: "a veces no quieren juntarse en equipo", "a veces no terminan de

hacer los trabajos y esto hace que se pongan a jugar cuando no han terminado y aprovechan el tiempo para ponerse a jugar". También hay quien señala que "juegan", o "gritan" en vez de trabajar, y eso entorpece el propio trabajo; por ejemplo, Mirtha (4-R-S) dice: "mi maestra nos apunta la tarea, nosotros la apuntamos, mis compañeros juegan al tiempo que yo hago lo que dice la maestra". O también Ana (4-UE-CO) indica: "no me podía concentrar (al hacer las divisiones) porque traían un gritadero".

Puede verse que, desde la perspectiva de los niños, el trabajo libre o en pequeños grupos no siempre ofrece condiciones que redunden en beneficio para el aprendizaje.

En general, se percibe una presencia fuerte del profesor y cierta dependencia de él por parte de los niños, quienes dicen que da instrucciones, explica, indica cuáles son las páginas por contestar, pone cuestionarios y ejercicios, dicta enunciados, y escribe algoritmos para que sean resueltos en el pizarrón o en el cuaderno. Anahí (4-R-R), por ejemplo, dice: "el maestro nos explica, nosotros nos ponemos a hacer las cosas y ya él revisa", por su parte, César (4-UE-CA) afirma: "... nada más nos está poniendo divisiones para que practiquemos".

Si bien no hay demasiada precisión acerca de lo que hace el maestro, se alcanza a ver que su figura es muy fuerte en el conjunto de la actividad que se desarrolla y que los niños la leen desde una perspectiva correspondiente a lo que hemos llamado *perfil normativo*. Según este perfil, el profesor trasmite los conocimientos, explica y ejemplifica.

Las clases que más gustaron a los niños

Once de los 17 alumnos entrevistados refieren contenidos matemáticos al señalar las clases de su preferencia; de los restantes, la mayoría señala que le gustan todas las clases, o hay quien simplemente indica que ninguna le ha gustado más. Al parecer, lo que más gusta a los niños son los contenidos de geometría, ya que de los 11 que mencionan contenidos, siete aluden a esta área curricular. Los temas más frecuentemente citados son los cuadriláteros (tres de siete). Los contenidos de aritmética son mencionados sólo cuatro

veces; los aludidos en este caso son: la división, la relación entre décimos y centésimos y operaciones básicas.

Puede verse cómo, a diferencia de los niños de segundo que identificaban las clases por la actividad desarrollada, en este grado el centro de atención se ha vuelto hacia el contenido curricular.

La mayoría de los niños no da razones suficientes de su inclinación por esta materia. Por ejemplo, se dice: "no sé, me gusta eso" (4-UE-CO); quienes sí lo hacen presentan motivos relacionados con el nivel de dificultad de los temas: "ésa me gustó porque estaba fácil"; ocasionalmente, los argumentos también tienen que ver con el contexto en que se presentan los contenidos y no con el contenido matemático; por ejemplo, José (4-R-S) afirma: "la que más me gustó fue la de don Fermín, de que tiene muchos árboles, y la lleva al "deste", pone en cajas, en costales y luego se compra una camioneta para ya no andar en burros y eso".[4]

Las clases que menos gustaron a los niños

Aproximadamente la mitad de los alumnos dicen que las clases que menos les gustaron trataron contenidos aritméticos, entre los cuales se citan la división (cinco), las sumas (uno), las restas (uno) y las multiplicaciones (uno). Sólo un niño menciona el kilogramo como tema que no le gustó y una niña la construcción de cubos porque "no los podía hacer". En general, el nivel de dificultad excesiva de los temas es el argumento que sostiene el desagrado, pues la dificultad luego se traduce en fracaso:

> No me gustó la de antes de El tesoro (se refiere a la lección Particiones decimales) porque no le entendí bien (4-R-R).
> (Lo que no me gusta) es lo más difícil, cuando no podemos contestar (4-R-S).

[4] Esta situación se halla contenida en las lecciones 11 y 14 del bloque 1 del libro de texto, dichas lecciones tratan de procedimientos para resolver problemas de división (pp. 28 y 40).

En una que pusieron cuatro multiplicaciones y me saqué tres mal. No me gustó porque no saqué buena calificación (4-R-R).

De los siete niños restantes, cuatro dicen que no hay sesión que no les haya gustado, y uno más (Antonio, 4-UECA) dice no haberle gustado en general las clases de segundo grado por el método empleado por su maestra de ese entonces: "... te dejaba cinco minutos para terminar todo y si no lo terminabas, te regañaba..."En el último caso, reaparece la falta de éxito como elemento de distanciamiento hacia las matemáticas.

Inclinación por las matemáticas

Poco más de la mitad de los niños entrevistados declaran que las matemáticas es la materia de su preferencia; aparecen también expresiones acerca de que esta materia gusta de manera "regular", y escasamente se afirma que la materia no gusta.

Cuadro 6.10

INCLINACIÓN POR LAS MATEMÁTICAS						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
La que más me gusta	4	3	1	1	–	9
Me gusta regular	–	–	–	4	2	6
No me gusta	–	–	2	–	–	2
Totales	4	3	3	5	2	17

Los niños entrevistados de los grupos 4-R-S y 4-R-R mencionan, en su totalidad, que las matemáticas son la materia de su mayor agrado, en tanto que los grupos 4-UE-CO y 4-UE-CA expresan una tendencia de gusto regular. Sólo dos opiniones van en el sentido del desagrado por las matemáticas.

A cinco de los nueve alumnos que expresan mayor inclinación por las matemáticas no se les pidió dar razones para sustentar su respuesta, mientras que a quienes sí se les solicitó, dejan ver un interés por los contenidos y situaciones que se plantean en esta materia. Esto confirma lo expresado ante la clase más gustada: la centración en los contenidos. Por ejemplo, Gilberto (4-UE-CO) afirma: "me gusta por las sumas, las restas y las multiplicaciones", o Anahí (4-R-R) dice: "porque trae muchos problemas, divisiones, cosas con las que podemos aprender".

Otros argumentos se esgrimen como expresión de gusto por las matemáticas. Quienes citan una inclinación "regular" por la materia reconocen que les gusta porque: "es divertida cuando hacemos equipos y cuando jugamos" (Ana, 4-UE-CO). También advierten que es importante porque aprenden cosas que les ayudarán en lo futuro o fuera de la escuela; por ejemplo, Francisco Gerardo (4-UE-CO) afirma: "ayudan... te enseñan a dividir, multiplicar, para que no te hagan menso".[5]

Aun cuando son escasas las respuestas que expresan desafecto por las matemáticas, los niños dejan ver que éste se manifiesta principalmente por la dificultad en el manejo de los contenidos. Francisco Javier (4-UD-A) argumenta: "no me gusta porque casi no puedo, casi no le entiendo a las cosas, se me hacen difíciles". Antonio (4-UE-CA) declara algo similar: "son difíciles porque te deja muchos problemas, como contestar cuartos, así y las divisiones porque no les entiendo".

Puede verse que el nivel de dificultad —que apareciera en relación con la resta en segundo grado— surge nuevamente como elemento de desapego hacia esta asignatura en cuarto grado, ya sea en temas específicos o en términos más generales.

Concepciones acerca de las matemáticas

Por momentos pareciera que a los entrevistados no les son suficientes las palabras para expresar las ideas que han construido con-

[5] Expresión regional utilizada como sinónimo de tonto.

cernientes a las matemáticas; sin embargo, a pesar de las dificultades, los alumnos exponen sus opiniones. El aspecto que prevalece en este grado es aquel en el que se habla de las matemáticas como "actividad" o "herramienta" escolar vinculada con la aritmética. Las matemáticas son para aprender, para saber sumar, restar, hacer operaciones... Por ejemplo, una niña dice: "(la matemática) es para enseñarse a multiplicar" (4-UE-CO); por su parte, Francisco Javier (4-UD-A) afirma: "no sé, no sabría decir... son los números, restas, divisiones y etcétera".

Cuadro 6.11

Cómo entienden las matemáticas los alumnos de cuarto grado						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
Contenidos aritméticos	–	–	1	1	–	2
Actividades o funciones escolares (vinculadas con la aritmética)	3	1	2	2	1	9
Herramienta para la vida	1	–	–	1	–	2
Respuesta ambigua	–	1	–	–	–	1
No sabe	–	–	–	1	–	1
No registra respuesta	–	1	–	–	–	1
Algo indefinido	–	–	–	–	1	1
Totales	4	3	3	5	2	17

Eventualmente aparece la idea de que las matemáticas tienen una utilidad más allá de la escuela, hay quien dice: "es como una base para cuando vayamos a la tienda [...]" (4-R-S), o quien afirma: "es para enseñarse para cuando seas grande, es una materia que se usa mucho en todo" (4-UE-CO).

Lo importante

Cuadro 6.12

Lo que es importante aprender en las matemáticas						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
Los contenidos de aritmética	2	1	1	3	2	9
El desarrollo de habilidades escolares	2	1	2	2	–	7
El desarrollo de habilidades para la vida (ligadas a la aritmética)	1	–	–	–	1	2
Respuesta ambigua	–	1	–	–	–	1
Totales	5	3	3	5	3	19[6]

Las respuestas dadas a la pregunta: "¿qué crees que es lo más importante que hay que aprender en matemáticas?" se anotan en el Cuadro 6.12. Aquí, junto con la centración en las operaciones aritméticas, comienza a aparecer la idea de utilidad. La utilidad de la cual informan los niños se refiere a dos cuestiones: *a)* los conocimientos son aplicados al trabajar en la escuela, especialmente en la clase de matemáticas: "sirve para que sepas lo que te preguntan", y *b)* una idea de utilidad que va más allá de las acciones escolares. Lourdes (4-R-S) expresa esto último: "las operaciones... como los sábados, ¿no ve que es el día de pago?, entonces, como si están endrogados[7] en alguna cosa, las operaciones o así, o también ayudarle a su madre por si no sabe algo".

[6] Algunos expresan más de una cuestión.

[7] Expresión que significa "adeudo económico"

Más transparente es la respuesta de Antonio (4-UE-CA), de quien tomamos el comentario siguiente:

> Pues que las sumas, porque tienen que saber matemáticas para la vida, por ejemplo, si son maestros por eso tienen que saber, si son futbolistas también porque tienen que saber cómo, para empezar tienen que tener mente, no tiene que ser bueno ni nada, simplemente y así, si son veterinarios cobrar la... cobrar la, lo que, cobrar el dinero pues, tiene que saber cuánto le tienen que dar. Todas las operaciones.

Como puede verse, para algunos niños, lo que se aprende en matemáticas no son sólo algoritmos con valor autocontenido, sino también dicha disciplina ha comenzado a tomar valor por la utilidad que puede brindar en el ámbito escolar y el cotidiano. Y esa utilidad se ve sin duda en la aritmética, particularmente la asociada al intercambio comercial.

La utilidad

Lo mencionado en el inciso anterior se complementa con las respuestas dadas a la pregunta: "¿para qué crees que te sirve que te enseñen matemáticas?" Aquí nuevamente los niños exponen dos tipos de utilidad: *a)* escolar o inmediata, y *b)* extraescolar o mediata.

Todos los niños ven a las matemáticas como algo útil, así, seis de los 17 entrevistados en este grado creen que las matemáticas son útiles para la escuela, lo cual es una idea "circular". Las matemáticas sirven para manipular contenidos que deben aprenderse, o porque están en el libro, porque el profesor los muestra como importantes. Por ejemplo, César Humberto (4-UE-CO) dice que sirven "para saber los números y así".

Es posible que la utilidad extraescolar de los conocimientos matemáticos sea expresada por los profesores en un afán de lograr los objetivos escolares, o puede ser descubierta por los alumnos ante la necesidad de resolver situaciones cotidianas. Cualquiera que sea el caso, llama la atención el hecho de que la mayoría de los niños de este grado percibe tal utilidad.

Cuadro 6.13

Utilidad del saber matemático						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
Herramienta escolar	2	2	–	1	1	6
Herramienta para la vida	2	–	3	4	1	10
No registra respuesta	–	1	–	–	–	1
Totales	4	3	3	5	2	17

Cómo se concibe la función del profesor

Enfrentados a las preguntas: para ti, "¿cómo es un buen maestro?" y "¿cómo crees que deben enseñarte las matemáticas?", los niños dejaron ver el predominio de ideas bastante "clásicas" acerca de la enseñanza que consideran ideal. Quince de los 17 niños ubican al profesor en el marco del modelo normativo.

En efecto, por ejemplo, Gilberto (4-UE-CO) contesta a nuestra primera pregunta: "que sepa bien cómo explica, que no se equivoque y que nos sepa enseñar bien"; luego nos dice: "(nos deben enseñar) paso a paso cómo se divide; las multiplicaciones, cómo se multiplica de dos, de tres, de cuatro, de uno..." Por su parte, Lourdes (4-R-S) afirma que un buen profesor: "[...] debe ser que explique bien, en los trabajos, en que nos pone a nosotros, que nos explique bien", y respecto a las que cree las mejores formas de enseñanza, expresa: "(las matemáticas) me las tienen que enseñar, explicándose bien, porque si no, no se pueden entender".

Otra idea complementa las anteriores: "que las matemáticas deben ser enseñadas a partir de un proceso metódico de exposición de contenidos y con una secuencia que va *de lo fácil a lo difícil*". Ejemplo de esto es el comentario de Francisco (4-UE-CO), quien dice: "pues así, como aquí me las enseñan, primero un tema, después otro..." o el de Rubén (4-R-S), quien explica: "... cuando va uno en primero deben enseñarnos a escribir, ya después enseñar a

sumar, después a restar, cuando vas en segundo te enseñan a multiplicar, ya en tercero te enseñan a dividir de uno afuera y dos adentro, ya en éste te enseñan de tres adentro y dos afuera o también de cuatro adentro y dos afuera".

Cuadro 6.14

Concepciones de la función técnico-docente						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
Perfil normativo	2	2	–	1	1	6
Perfil incitativo	2	–	3	4	1	10
Perfil aproximativo	–	1	–	–	–	1
Totales	4	3	3	5	2	17

Sólo eventualmente aparece la idea de un profesor que orienta sus acciones conforme al perfil incitativo (que alude a la libertad y la organización de la clase conforme a los intereses de los niños). Aquí se deja ver que la función asignada al profesor no es propiamente directiva, sino que éste habrá de estar atento a las necesidades de aprendizaje de sus alumnos, otorgándoles los elementos necesarios para que lo logren. Un ejemplo de ello se aprecia en la respuesta de Eduardo (4-UD-A), quien dice: "que nos ayude a aprender...".

A diferencia de lo que ocurre con los alumnos de segundo, sólo cuatro de los 17 entrevistados de cuarto grado expresan en sus opiniones consideraciones sobre la actitud personal de un buen profesor; dos de ellos dicen que no debe ser "regañón" ni "enojón", pues a este hecho le atribuyen su mal aprendizaje de las matemáticas. También hay quien señala que debe ser tolerante. Antonio (4-UE-CA) afirma "que no sea regañón... que tenga paciencia con sus alumnos... para que no se desespere". Cabe señalar, adicionalmente, que comentarios de este tipo corresponden a niños que señalan tener dificultades para aprender matemáticas.

Cómo se concibe la función del alumno

Un buen alumno

Cuadro 6.15

Rasgos del buen alumno						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
Comportamiento disciplinar	2	3	1	1	–	7
Cumplimiento de actividades escolares	1	–	1	3	–	5
Tener habilidad para el trabajo escolar	1	–	1	1	2	5
Totales	4	3	3	5	2	17

El fuerte peso que las normas conductuales de la institución escolar parecen tener en las creencias que expresan los niños se constatan en las cifras registradas en el Cuadro 6.15. Más de la tercera parte de ellos estima que se deben cumplir ciertas disposiciones de orden conductual para ser considerado buen alumno. Ser bueno en la escuela es seguir dichas normas y, principalmente, las que se refieren a la noción tradicional de *buen comportamiento*; por ejemplo, Rubén (4-R-S) manifiesta que los buenos alumnos "no deben portarse mal, (deben) hacer caso al profesor, debes hacer todo; si no lo haces, te regaña o te dice que debes hacerlo para que te enseñe más y no quedarte en el año que vas".

Una proporción también importante de niños menciona que un buen alumno es quien da cumplimiento satisfactorio a las actividades propiamente matemáticas que determina el profesor. Para este sector, el buen alumno se caracteriza por dominar procesos algorítmicos, cumplir con las instrucciones que el profesor da en torno a la manipulación de las nociones matemáticas, y realizar las tareas en casa; incluso obtener calificaciones satisfactorias es un elemento importante. Lourdes (4-R-S) dice al respecto: "tiene que ser estudioso, que le agarre bien la onda en todos los trabajos que hacen y que haga lo posible aunque sea un ocho".

En proporción similar, otros niños creen que su principal función como alumnos es adquirir habilidades para el desempeño de las tareas y las actividades que se proponen en el ámbito escolar. De acuerdo con las opiniones emitidas, se trata de adquirir no sólo conocimientos sino también capacidades relacionadas con lo aprendido en clase. Es importante saber sumar, restar, etcétera. En las expresiones, el infinitivo *saber* denota adquirir la habilidad para hacer. La respuesta de Antonio (4-UE-CA) es un ejemplo de esto: "pues para empezar, tiene que ser listo, tiene que saber sumar, restar y todo, porque, si no, ¿cómo le va a hacer?".

Ellos mismos

Cuadro 6.16

Autocopercepciones						
	4-R-S	4-R-R	4-UD-A	4-UE-CO	4-UE-CA	Totales
Buen alumno	2	–	–	–	–	2
Regular alumno	1	2	2	5	2	12
Mal alumno	1	1	1	–	–	3
Totales	4	3	3	5	2	17

De manera distinta a como se ven a sí mismos los alumnos de segundo grado —que se consideran en general "buenos alumnos"—, la gran mayoría de los de cuarto dicen ser "regulares". Las razones que ofrecen como justificación de ello se basan principalmente en lo siguiente: las calificaciones que obtienen, el nivel de comprensión de las matemáticas que creen poseer, el margen de dificultad para entenderlas, o el grado de atención y realización de las actividades en clase. Pocos entrevistados dicen considerarse "malos alumnos" y sus argumentaciones son: platicar, no hacer caso al profesor y hacerlo enojar. Destacan nuevamente las referencias a las normas y compromisos escolares sobre la habilidad específica con los contenidos matemáticos.

Resultados correspondientes al sexto grado. *La actividad escolar*

Lo que se hace en clase

En los alumnos de tres de los grupos analizados (6-UD-MM, 6-UE-RM y 6-UE-MH) predomina una idea básica sobre cómo son las clases de matemáticas: el profesor da las indicaciones de lo que se tiene que hacer en clase, explica, pone ejemplos en el pizarrón, pide que saquen el libro o el cuaderno para luego resolver algo parecido a lo del pizarrón y, finalmente, se califica. Es decir, las opiniones se refieren al modelo normativo: el maestro transmite el conocimiento y conserva para sí el control de la clase. Algunos alumnos pertenecientes a los grupos 6-R-CA, 6-UD-MM, y 6-UE-MH señalan también que los maestros preguntan si tienen dudas y, de ser así, vuelven a explicar.

Los alumnos del grupo 6-R-R agregan a las ideas anteriores la de que a veces trabajan en equipo o en parejas y eso resulta divertido. Igual ocurre con los niños del grupo 6-R-CA, quienes dicen que la maestra les pone divisiones o problemas y ellos los hacen, o con frecuencia tienen que medir cuerpos geométricos o el patio o realizar otras actividades de este tipo. Sólo en el grupo 6-UD-MO, los niños aluden a un trabajo sistemático orientado por la noción de aprender resolviendo problemas. Las siguientes son palabras de un alumno de este grupo: "la maestra dicta los problemas y ya nomás nos deja el tiempo, y estando en equipo como que se puede resolver más, y cuando ya la mayoría los tiene, la maestra nos pasa al pizarrón y ya si no entiende un equipo, el otro equipo le explica cómo le hizo" (Carlos Alberto).

En general, los estudiantes de este grado expresan que su profesor representa una ayuda importante para ellos. Maricruz (6-UD-MO) dice al respecto: "la maestra nos ayuda a veces a resolver las cosas que no entendemos y todo nos ayuda". La ayuda docente también la expresa Isabel (6-R-CA), quien afirma: "en los problemas también nos ayuda a resolverlos".

Conforme a las actividades que los niños dicen realizar, en tres de los grupos analizados (6-UD-MM, 6UE-RM y 6-UE-MH) la dinámica de la clase parece no haberse modificado con la entrada de la reforma, al menos no de manera que a los niños les haya resultado significativa; en cambio, en los tres grupos restantes (6-R-R, 6R-CA y 6-UD-MO) parece que se ha advertido la incorporación —en distintas medidas— de algunos de los rasgos de la enseñanza mediante la resolución de problemas.

Ante la pregunta "¿qué te parecen las matemáticas que te han enseñado en la escuela?", los calificativos expresados por los niños de sexto grado son dos principalmente: "bien" (en los grupos 6-R-CA, 6-UD-MM, 6UE-RM y 6-UE-MH) y "muy bien" (por parte de todos los niños de los grupos 6-R-R y 6-UD-MO). Este último calificativo se asocia tanto a una forma de trabajo en la que predomina el modelo normativo como a otra basada en aprender resolviendo problemas.

Las clases que más han gustado a los niños

Once de los 19 entrevistados refirieron un mayor gusto por alguna sesión a partir de los contenidos tratados en ella; las sesiones se recuerdan por los contenidos matemáticos abordados en ellas. Por ejemplo, Carlos Alberto (6-UD-MO) dice: "problemas, o convertir las medidas del sistema inglés a metros", o "todas las de división, desde las más sencillas" Omar (6-UE-RM).

Los temas que los niños mencionan como de su agrado son: divisiones (3), fracciones (2), restas (1), unidades, decenas y centenas (1), sumas (1), operaciones (1), cubos, cilindros y figuras (1) y áreas de figuras (1).

Seis de los niños aludieron a las situaciones vividas en clase para expresar su gusto por ella, en estos casos los contenidos no marcan la significatividad de la clase elegida. Es el caso de Maricruz (6-UD-MO) o de Silivia (6-R-R), quienes afirman respectivamente:

> Tuvimos que hacer un cuadro grande con gis en el suelo y teníamos que ser los integrantes de cada equipo; nos llevamos muy bien porque en ése apren-

díamos cómo íbamos sumando y quién iba ganando y cómo dan los dados... cómo son las lecciones y ella (la maestra) nos decía cuánto y ya nos metíamos y ahí nos ayudaba si era cierto o no era cierto y todo eso.
En esa clase decía primero que dibujáramos un camión porque íbamos a ir de viaje; fue en quinto, dibujábamos, así la torta y el jugo y así, ésa fue la que me gustó más.

Un caso distinto de todos los hasta aquí expuestos es el de Jesús (6-R-CA), quien relata: "una vez que tuvimos que sacar un perímetro, era como un parque, creo que (la maestra) lo sacó del libro y teníamos que sacar las medidas, tenía muchas figuras adentro... primero no le encontraba y no le encontraba, y ahí duré como dos horas ... (y me gustó)... porque estaba como muy interesante".

Este caso lo consideramos excepcional, pues la posibilidad de pensar, de enfrentarse a un reto y, finalmente, poder resolverlo sustenta el gusto por cierta sesión. Entre todos nuestros interrogados, fue el único que ofreció elementos de este tipo en su respuesta.

Completan el número de entrevistados dos niños del grupo 6-UE-RM, quienes dicen no acordarse de cuál es la sesión que más le gustó, o no haber encontrado ninguna de su agrado porque "no le entienden" a las matemáticas.

Las clases que menos gustaron a los niños

Sólo un entrevistado (José Luis, 6-UD-MO) dice no acordarse de alguna sesión que no le hubiese gustado y cinco de los 19 alumnos señalan que en ocasiones les resultan un poco aburridas. Por ejemplo, Verónica (6-R-R) afirma: "pues no, (no hay alguna que me haya gustado menos) todas se me han hecho agradables, claro un poco aburrido porque hay veces que nos estamos bastante en esa materia [...]". El resto de los niños sí encontró alguna clase de su desagrado.

Seis niños mencionan sesiones con contenidos aritméticos variados, como operaciones con fracciones y divisiones; la causa de su disgusto es la dificultad excesiva del tema. Por ejemplo, Maricruz argumenta: "la del mundo maya, porque casi no le he entendido y la

maestra nos ha dicho que la corrijamos y yo no puedo porque, aunque pida ayuda con algún adulto, a veces no hay nadie que me ayude y tengo que hacer yo las cosas, de volverlas a leer y ahorita en mi equipo a veces la sacamos y la empezamos a corregir..."; a su vez, Enrique expresa una experiencia similar: "los porcentajes, no me gusta, me cuesta mucho trabajo". En el mismo sentido, cuatro alumnos mencionan que las clases que tienen problemas matemáticos no les han gustado; el argumento general es "no entender" o "no poder hacer los problemas". En el extremo, hay quien señala que no le ha gustado ninguna clase de matemáticas porque... "[...] Es que casi te digo que no le entiendo" (Luis Raúl, 6-UE-RM).

Cuatro entrevistados mencionan como clases que recuerdan con desagrado aquellas en las cuales se trataron ciertos temas de geometría. Mayela (6-R-CA), por ejemplo, señala que no le gustó la clase cuando hicieron cubos o cilindros, o Juan José (6-UD-MM) dice: "sí le entendí (a la circunferencia) pero no me gusta", mientras que Luis Raúl (6-UE-MH) comenta: "el área de todos los polígonos, no me los sabía, le hubiera dicho: no me los pongan. Sí sé matemáticas, pero me aburro".

La inclinación por las matemáticas

La mayor frecuencia, tal como se observa en el Cuadro 6.17, se registra en quienes dicen que las matemáticas les gusta de manera "regular", a veces por razones ambivalentes, como Isabel (6-R-CA), quien menciona: "porque a veces no le entiendo, hay cosas que si le entiendo". Es interesante la postura de Tania y Efrén (6-UE-RM), para quienes aunque las matemáticas no son la materia de su preferencia, reconocen que tienen especial importancia en la vida: "se usan todos los días" y les "servirán mucho para su futuro".

Si se le compara con el expresado en segundo y cuarto grados, el gusto por las matemáticas mencionado al final de la educación primaria es considerablemente menor. A estas alturas, las matemáticas son la materia que más gusta sólo a aproximadamente un tercio de los niños entrevistados; en general las opiniones en tal sentido

hacen referencia a contenidos curriculares y a las actividades matemáticas escolares como razón de la preferencia.

Cuadro 6.17

Inclinación por las matemáticas							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
La que más me gusta	2	1	3	–	1	–	7
Me gusta regular	1	2	–	1	2	2	8
No me gusta	–	–	–	2	1	1	4
Totales	3	3	3	3	4	3	19

Los entrevistados para quienes las matemáticas no son de su agrado afirman que ésta no les gusta porque hay muchos problemas y no saben resolverlos, porque las operaciones están difíciles o porque la maestra no explica bien. Este último caso es el de Enrique (6-UD-MM), quien declara: "no es casi nada interesante; sí les entiendo a las clases, pero la maestra explica muy lento y me aburro", o el de Blanca, compañera de Enrique, quien señala: "matemáticas no lleva una secuencia. A veces sí le entiendo pero me cuesta trabajo".

Finalmente, conviene destacar que en el grupo 6-UD-MO, cuya profesora orienta las clases con un enfoque constructivista bastante bien logrado, el gusto por las matemáticas resulta unánime.

Cómo se conciben las matemáticas

Cuadro 6.18

Cómo se entienden las matemáticas							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
Contenidos aritméticos	1	–	1	–	1	2	5

Continuación del Cuadro 6.18

Herramienta para resolver actividades escolares	1	–	1	2	1	1	6
Herramienta para la vida	–	3	–	–	1	–	4
Algo importante pero indefinido	–	–	1	–	1	–	2
Una ciencia	–	–	–	–	–	2	2
No registra respuesta	1	–	–	1	–	–	2
Totales	3	3	3	3	4	5	21[6]

Como el Cuadro 6.18 muestra, en los niños prevalece la idea de las matemáticas como herramienta para realizar las tareas escolares. César Omar (6-UE-MH) dice al respecto: "es una materia donde puedo aprender así cosas, como resolver problemas de suma y de resta; es como una materia , aprender a multiplicar, a dividir".

Observamos también el establecimiento de una relación estrecha entre la concepción de matemáticas y los contenidos curriculares, particularmente las operaciones y los números. En efecto, continúan las menciones a los números, las operaciones básicas o las tablas de multiplicar como los elementos que constituyen el "alma" de las matemáticas, aunque en ocasiones se agregan al listado los problemas matemáticos, como en el caso de Maricruz (6-UD-MO) o de Verónica (6-R-R), quienes resumen su concepción de esta forma:

> Para mí son los problemas o las operaciones que siempre nos han pedido, como problemas que hay que resolver uno, para poder comprender las cosas mejor y las operaciones y los problemas, las series y los problemas con dados, los montones con dados, todo lo que viene en el libro...
> Son donde vienen problemas, donde tú tienes que resolverlos, a cambio de la multiplicación, de la división, no sé qué, no sé más o menos en qué, sí sé

* Algunos niños expresaron más de una opinión

plantearlos ya, o sea, la multiplicación, la división y todo eso, pero pues según los problemas que sean.

Algunos de nuestros entrevistados entienden a las matemáticas como una posibilidad para resolver situaciones de la vida cotidiana. Estas opiniones fueron registradas principalmente en el grupo 6-R-CA; por ejemplo, Mayela dice: "son cosas que te sirven para la vida".

Dos de los entrevistados reconocen que es "algo muy importante" y muy útil, pero no tienen elementos que les permitan expresar una idea más precisa de lo que son las matemáticas.

En este grado aparece también (Tania y Efrén, 6-UE-MH) una idea de las matemáticas como disciplina científica; se les entiende a partir de una definición un tanto formal: "la ciencia que estudia los números, las cifras y todo lo que tiene que ver con eso" (Tania); "el estudio de los números y con lo que (éstos) están relacionados" (Efrén). Es probable que alguna actividad en clase o las declaraciones del profesor sean la base de tales afirmaciones.

Lo importante

Cuadro 6.19

Lo que se considera importante							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
Los contenidos curriculares (aritmética)	2	3	1	2	–	2	10
Desarrollo y adquisición de habilidades escolares	1	–	2	1	3	1	8
Adquisición de habilidades para la vida	–	–	–	–	1	–	1
Totales	3	3	3	3	4	3	19

Frente a la pregunta "para ti ¿qué es lo más importante que deben aprender los niños en matemáticas?", obtuvimos dos categorías de respuestas: una, ofrecida por un poco más de la mitad de los entrevistados, en la cual se considera que lo más importante de ser aprendido son contenidos como las sumas, las restas, las divisiones, las operaciones, las tablas, las multiplicaciones o los números. Una respuesta típica es la de José Luis (6-UD-MO), quien declara: "las tablas de multiplicar y luego de ahí las sumas, multiplicaciones, divisiones y así yéndose". Sólo un alumno menciona otros contenidos curriculares distintos de la aritmética, César Omar (6-UE-RM), quien dice que lo importante son las "... medidas de peso, de longitud, de capacidad, múltiplos y submúltiplos del metro, el gramo". En esta categoría de respuestas se habla ocasionalmente de los problemas como algo también importante.

Para algunos de los entrevistados, lo importante es adquirir habilidades para enfrentar los procesos matemáticos escolares; para ellos, saber sumar, restar, aprender a dividir, sumar fracciones o multiplicar es tal vez el objetivo primordial de la escuela. Al respecto, Tania (6-UE-MH) comenta: "lo importante es aprender bien a reflexionar las operaciones y a poner atención, porque muchas veces ahí es donde vienen las cosas donde caemos demasiado fácil, por ejemplo: en una operación, con un cero la hacemos como que no vale nada y en realidad sí vale". Asimismo, el dominio del proceso de resolución de un problema, en algunos casos, es también visto como objetivo primordial del aprendizaje escolar: "resolver cualquier problema", o simplemente "problemas" son opiniones que recabamos en los grupos 6-UD-MO y 6-UE-RM.

Sólo en una ocasión se expresa la importancia que tiene aprender todos los temas de matemáticas, ya que éstos son herramientas para resolver problemas no necesariamente escolares, sino que pueden derivarse de cualquier circunstancia de vida. Fabiola (6-UE-RM) nos dice: "todo, porque todo es importante para la vida, y nos va a servir para toda la vida".

La utilidad

Cuadro 6.20

Utilidad del saber matemático							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
Herramienta escolar	1	–	1	1	3	–	6
Desarrollo y adquisición de habilidades escolares	2	3	2	2	1	3	13
Totales	3	3	3	3	4	3	19

Las opiniones recabadas sobre la utilidad de las matemáticas aluden a dos cuestiones: herramienta escolar y herramienta para la vida.

Al igual que en el cuarto grado, un número importante de alumnos perciben que las matemáticas tienen un carácter instrumental no sólo escolar sino también "para la vida". En el caso en que las matemáticas permanecen como herramienta escolar, los niños se refieren a las tareas en ese ámbito: "sirven para hacer problemas o ejercicios, para saber sumar, restar, multiplicar, dividir y todo". En el segundo caso, aparece la idea de un uso futuro de las matemáticas; que la preparación matemática es útil para el uso práctico, para aplicarla cuando se enfrenten situaciones fuera de la escuela. De esto son ejemplo las siguientes opiniones:

> Las matemáticas sirven para resolver bastantes problemas, por ejemplo: cuando voy a la tienda me encargan chile, arroz, frijol, maíz, no sé qué tantas cosas, entonces... hago la suma, ya voy a saber cuánto, porque tengo que hacerlo rápido porque si no me van a decir: "bueno a ésta me la puedo robar fácilmente" y es por eso que me imagino que sirven muchísimo las matemáticas (Verónica 6-R-R).
>
> Para llegar a ser más grande en la vida o también para poder pasar de año, saber cuando hay un problema de la familia de cierta cantidad de dinero, saber cómo, si nos han robado; contar los números, cómo vamos en el dinero cómo lo vamos gastando, qué cuesta una cosa, cómo comprarla, eso. (Maricruz 6-UD-MO).

En ocasiones, los niños muestran entender la utilidad de las matemáticas en el doble sentido que hemos señalado, como Daniel (6-UE-RM), quien dice: "para estudiar y para poder pasar a la secundaria", o Carlos Alberto (6-UD-MO), que afirma: "para cuando curse la universidad pueda saber contar, o sea, para poder hacer la carrera de contador y pues hay que saber multiplicar y todo eso, sumar bien".

Cómo se concibe la función del profesor

La forma de enseñanza más adecuada, según la mayoría de los entrevistados de sexto grado, se sustenta en una "buena explicación" por parte del profesor. En 11 de las 19 opiniones recabadas se menciona el verbo explicar cuando se habla de la forma ideal de enseñar las matemáticas, la gran mayoría de alumnos considera que su aprendizaje depende en buen grado de los aportes didácticos del docente. Por ejemplo, cuando Fabiola (6-UE-RM) es interrogada en torno a cuál es la forma como le gustaría que le enseñaran las matemáticas, responde: "explicándomelas en el pizarrón, diciéndonos paso por paso, que me expliquen muy bien para que lo entienda". La frecuencia de este tipo de afirmaciones es abrumadora.

Cuadro 6.21

La función del profesor							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
Perfil normativo	3	3	2	3	4	3	18
Perfil no definido	–	–	1	–	–	–	1
Totales	3	3	3	3	4	3	19

En coherencia con lo anterior, casi la totalidad de los alumnos cuestionados declaran que el "buen maestro" es aquel que da la información necesaria para el aprendizaje y que atiende y dirige la sesión de clase mostrando a los alumnos las nociones matemáticas. Con base en esta idea, el maestro debe saber explicar adecuada-

mente, despejar las dudas de los alumnos y ser capaz de resolver todos los problemas y ejercicios que se trabajan en clase. Tal concepción —salvo un caso— la sustentan incluso quienes ante otras preguntas dejan ver que sus clases se organizan con apoyo en la resolución de problemas.

Sólo aparece una opinión sobre el maestro que se refiere a un perfil distinto del normativo y que podría acercarse al perfil que definimos como aproximativo. Tal opinión proviene de un niño del grupo 6-UD-MO, quien dice que el buen maestro lo que hace es "meternos en el estudio".

Respecto a las opiniones que los alumnos tienen del "buen profesor", desde el punto de vista actitudinal aparecen varios adjetivos. Cuatro de ellos piden que sea sobre todo tolerante y los demás mencionan cualidades diferentes: comprensivo, capaz, afectuoso, preparado, cortés, dedicado e inteligente. También se dice que los profesores no deben hacer uso de la violencia: "que no nos pegue, que si no sabemos dividir que él nos explique, que nos enseñe más, porque si nos pega, nos agarramos a llorar y no podemos aprender" (Silvia, 6-R-R); "enseñarnos, pero tampoco a golpes" (Juan José, 6-UD-MM).

Cómo se concibe la función del alumno

Un buen alumno

Cuadro 6.22

Cómo se concibe a un buen alumno							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
Comportamiento conforme a normas	1	1	1	1	2	–	6
Cumplimiento de actividades escolares	1	–	2	1	2	3	9
Tener habilidad para el trabajo escolar	1	2	–	1	–	–	4
Totales	3	3	3	3	4	3	19

Casi la tercera parte de los niños considera que un buen alumno es aquel que da cumplimiento cabal a todas las disposiciones disciplinarias propias del ámbito escolar. Se piensa, entre otras cosas, que ser buen alumno es poner atención al profesor cuando está explicando, así como respetar a los compañeros. Lo dicen Maricruz (6-UD-MO) y Jesús (6-R-CA) de la manera siguiente: "puede ser respetando a sus compañeros, escuchando a la maestra, no ofenderla, darse a respetar a sí mismos, con los compañeros y así como él se respeta también quiere que lo respeten, también él se debe de respetar así como es". "Hacer lo que diga el maestro, poner atención. Portarse bien".

Aquí conviene destacar que, en este grado, la idea de disciplina que aparece en muchos casos es "respeto a los demás" y no simplemente "obediencia al profesor", que prevalece en los primeros grados de la educación básica. Pero la idea de buen alumno expresada por la mayoría tiene que ver con el "bien hacer" las tareas escolares. Ser estudioso y aprender todo lo que se enseña son elementos que permiten a casi la mitad de los entrevistados definir a un alumno como bueno. Carlos Alberto (6-UD-MO) expresa así la idea: "sus tareas deben estar limpias, que estén bien hechas y que las razone dos veces, o sea, cuando algunos hagan, hacen un problema y pues que vuelva a ver si está bien o no. Los alumnos buenos pasan al pizarrón y muestran sus tareas o pasan a hacer un problema y ahí se ve...".

Existe una tercera categoría que define al "buen alumno" como aquel que tiene habilidad para realizar los trabajos escolares y que de esa forma muestra su saber. Aunque son escasas las respuestas en tal sentido (4 de 19), en éstas se menciona la importancia de dominar los procesos algorítmicos y de resolución de problemas que se van aprendiendo, además de tener rapidez para realizarlos. Citamos las respuestas de Isabel (6-R-CA) y Enrique (6-UD-MM) por considerarlas relevantes en el sentido mencionado: "... saber todo; sumar, restar, multiplicar, dividir, saber los problemas que nos ponen, saber contestar los libros, lo que ahí venga. Deben saber un poquito más que todos para ser un buen alumno" (Isabel). "También debe tener paciencia y mucha rapidez para hacer los trabajos, pero bien hechos" (Enrique).

Ellos mismos

Cuadro 6.23

Autopercepciones							
	6-R-R	6-R-CA	6-UD-MO	6-UD-MM	6-UE-RM	6-UE-MH	Totales
Buen alumno	–	–	–	–	3	–	3
Regular alumno	3	3	3	3	1	3	16
Mal alumno	–	–	–	–	–	–	–
Totales	3	3	3	3	4	3	19

Los alumnos de sexto grado expresan sólo dos percepciones en relación con ellos mismos: aquellos que se consideran "buenos alumnos" y aquellos que piensan que no son "buenos ni malos", predominando esta última idea. Nadie se dice "mal alumno". Los primeros (que son unos cuantos) argumentan que son buenos por sus calificaciones, por poner atención a las clases y por realizar sus trabajos. César Omar (6-UE-RM), por ejemplo, dice: "yo me considero un buen alumno, pues lo principal: por mis calificaciones, luego, sí pongo atención en clases. Tengo buenas calificaciones". Fabiola (6-UE-RM) comenta: "... siempre pongo atención en matemáticas porque mi papá me dice que ponga atención, porque si no no voy a entender y voy a salir mal en matemáticas...".

Pero, en forma casi unánime, los niños se conciben a sí mismos como alumnos que no son buenos ni malos, tal vez porque identifican que sus actitudes los acercan hacia el concepto que ellos se han formado de lo que es un alumno "normal": aquel que se "permite" ser malo (incumplido) en algunas ocasiones y bueno (cumplido) en otras. Se dice al respecto: "ni bueno ni malo, a veces pongo atención, a veces no; a veces entiendo, a veces no" (Alberto, 6-UD-MO).

Algunos niños afirman que portarse bien o mal, poner atención o no hacerlo depende de la clase. Si ésta resulta de su agrado, pondrán todo su interés.

Por otra parte, los argumentos que se presentan para manifestar la percepción de "mal alumno" consisten fundamentalmente en lo siguiente: son distraídos o se les presentan ciertas dificultades en algunos temas y, por lo mismo, no los aprenden. Algunos mencionan no dominar los contenidos, porque no ponen la atención debida a la exposición del profesor y después no entienden los contenidos que se introducen. Otros motivos son "echar relajo" y "portarse mal". Al respecto, es llamativo el caso de Jesús (6-R-CA), quien es considerado por su profesora muy buen alumno; no obstante, su propia opinión está en contrario, ya que su punto de vista lo asocia con el aspecto conductual: "a veces malo y a veces regular, porque bien no. Es que soy como muy inquieto y cada rato me andan regañando". Según nuestras observaciones de clase, Jesús es efectivamente quien muestra mayor capacidad de razonamiento y de resolución de los problemas que la maestra plantea en clase, pero también debe ser permanentemente controlado por ella, pues es muy inquieto. Esto último —parece— es lo que él ha percibido como elemento principal para definirse a sí mismo en su papel de alumno. Quizá también le ha resultado significativo el hecho de que —por no ser siempre su capacidad de razonamiento lo que se evalúa en los exámenes— sus calificaciones a veces no son buenas

Conclusiones

La voz de los alumnos ofrece múltiples elementos para advertir lo que ocurre en el contexto escolar. Las declaraciones de éstos en torno a las matemáticas y los elementos que la concretan como objeto de enseñanza nos permitieron también identificar las ideas que han construido sobre ellas, sus formas de entender e interpretar los saberes que se les trasmiten durante las clases, la acción de sus profesores y la de ellos como alumnos. Asimismo, los niños muestran en sus afirmaciones las disposiciones y expectativas que, con base en la experiencia matemática escolar, han ido construyendo.

A lo largo de los tres grados analizados encontramos algunas constantes, así como varias diferencias. En cuanto a la experiencia escolar

y la inclinación por las matemáticas, en el segundo grado los niños suelen hallarlas amenas, atractivas y divertidas en este grado, se refieren el juego, la manipulación de materiales o el trabajo en equipo como actividades que se realizan con frecuencia, particularmente en las escuelas urbanas. En los otros grados analizados, las ideas de los niños sobre las matemáticas son distintas y también sus preferencias hacia ellas.

En el segundo grado, la gran mayoría afirma que la clase de matemáticas es la que más les agrada, pues su elección se basa en el tipo de actividades que realizan: jugar, manipular material o formarse en equipos; estas actividades, parecieran por momentos considerarse recreativas. La inclinación que dicen tener los niños hacia las matemáticas es menor en cuarto grado. Aunque sigue siendo la materia que mayoritariamente se prefiere, sólo un poco más de la mitad la declara como la de mayor agrado. Se expresan como principales razones para esto los contenidos estudiados (seguramente por la forma didáctica que toman), entre los que sobresalen los de geometría y medición. El gusto expresado en sexto grado es aún menor y sólo un tercio de nuestros entrevistados ubica en primer término de preferencia esta materia.

Los motivos de la inclinación parecen definidos: en el primer ciclo, por las actividades que realizan en clase, sobre todo aquellas con tinte lúdico y de manipulación de material; en el cuarto grado, la preferencia se basa en los contenidos que se abordan y la forma didáctica que toman; finalmente, en el sexto grado, el interés se sustenta en las habilidades que se adquieren, las cuales se perciben con frecuencia como útiles en la vida.

Si bien en todos los grados las matemáticas son entendidas como materia importante y los niños desde los primeros años reconocen que deben aprenderla, conforme se transita por la primaria se encuentra que ésta no sólo es juego y oportunidad de recreación, sino que también existen habilidades y contenidos que deben aprenderse. Esto ya no siempre resulta tan simple ni tan gratificante.

Al parecer, los niños van construyendo también, en su paso por la escuela, una idea de lo que son las matemáticas. Quienes inician la pri-

maria las identifican con los contenidos estudiados, entre los cuales destacan las operaciones aritméticas, los números y las tablas de multiplicar. Ya en grados más avanzados prevalecen los contenidos de aritmética como la forma de entender las matemáticas, y hacer matemáticas es saber sumar, calcular y medir. En cambio, el término problema —motor de la reforma de 1993— aparece mencionado escasamente.

La idea que los niños expresan de las matemáticas está muy ligada a la utilidad. Se pone de manifiesto en sus declaraciones la idea instrumental que sobre ella han construido. Sin embargo, el ámbito de la utilidad es distinto en los diferentes grados de la primaria. En el segundo grado, la disciplina se considera un instrumento cuyo ámbito de utilidad son las mismas tareas escolares. Esta idea tiene menor presencia en el cuarto o sexto grados, en tanto que la idea de herramienta para resolver situaciones de la vida diaria se ve fortalecida.

La idea del maestro que expresan los niños de los tres grados analizados es más o menos uniforme, aunque con matices que conviene señalar. En el segundo grado se centra más en el aspecto actitudinal que en las cuestiones estrictamente didácticas: el maestro debe ser bueno, apoyar a los niños, no regañar... No obstante, en el primer ciclo hay una idea, aunque no del todo clara, de las tareas que los profesores deben desempeñar, idea que corresponde a la del *profesor normativo*. En los grados subsiguientes, la atención se centra en las cualidades didácticas del profesor, y aquel que trasmite y da ejemplos se mantiene como modelo fundamental de la acción didáctica. En el cuarto grado se denota cierto tradicionalismo pedagógico en el sentido de la exigencia de saberes "del aprendiz hacia el mentor". Parece claro que el alumno entiende al profesor como el responsable de su aprendizaje y se le exige incluso enseñar poco a poco y de manera clara y ordenada. En el sexto grado, la idea predominante es similar.

En general, los alumnos entienden la función del profesor como una acción unidireccional; demandan preparación en contenidos matemáticos y consideran "buen maestro" al que sabe explicar bien. Se cree que un buen profesor es aquel que expone claramente las nociones y da los ejemplos pertinentes. Pareciera que no se halla en

la mente de los alumnos la idea de búsqueda y de acercamiento a las situaciones problemáticas a partir de su propia lógica y su propia acción como vía posible del aprendizaje.

En el segundo grado, por lo general los niños se consideran a sí mismos buenos alumnos, mientras que en cuarto y sexto grados manifiestan no ser del todo buenos.

Cuando los niños hablan de un buen alumno en matemáticas, suelen hacerlo en términos de comportamiento actitudinal. Ser "bien portado", obediente, estudioso, respetuoso y listo son rasgos que definen al alumno "ideal". La noción de alumno que la reforma pretendía impulsar no parece, pues, haberse instalado tampoco en la mente de los niños. Para los entrevistados, la calidad de buen alumno, reside básicamente en el cumplimiento de las normas de conducta y actividades escolares. Cumplir satisfactoriamente con las tareas solicitadas, además de cumplir con las disposiciones disciplinarias preconizadas por la tradición pedagógica, parecen ser objetivos preponderantes para los alumnos en su proceso educativo. La intención del enfoque de enseñanza vigente, en el sentido de que el alumno disfrute al hacer matemáticas, desarrollando habilidades para expresar ideas, para anticipar y razonar, para crear y utilizar estrategias personales, se antoja holgada en relación con las ideas que los niños parecen haber construido en torno a las matemáticas, sus profesores y ellos mismos. Sólo muy eventualmente la resolución de problemas o los retos matemáticos se aluden como tareas que es necesario realizar.

La referencia a actividades lúdicas, y la manipulación de material en el segundo grado, o la formación de equipos y el uso aunque esporádico de material didáctico en el cuarto, así como la eventual adopción de la enseñanza problémica aparecen como muestra del interés de los profesores por incorporar las ideas propuestas en el enfoque vigente. Sin embargo, las formas de narrar la experiencia escolar, de expresar las ideas acerca de las matemáticas y su utilidad, y de referir el papel que desempeñan el alumno y el maestro, permiten, en cierta medida, evidenciar lo que ocurre en la educación

primaria respecto a los propósitos de la reforma educativa introducida en 1993. De tales opiniones se puede inferir que si bien algunas cuestiones han entrado en la escuela, no todo lo que ocurre ahí es lo que se esperaba que ocurriese. Creemos que aún falta más por hacer; nos parece que los niños, al menos muchos de ellos, comparten nuestra opinión.

Referencias bibliográficas

Abric, J. C., "L'étude experimentale des représentations sociales", en D. Jodelet (dir.), *Les représentations sociales*, París, Presses Universitaires de France (PUF), pp. 187-203, 1989.

Ávila, Alicia, Hugo Balbuena y Pedro Bollás, *Matemáticas cuarto grado*, SEP, México, 1994.

Charnay, Ronald "Aprender (por medio de) la resolución de problemas", en Parra Cecilia e Irma Saiz (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, Paidós Educador, Buenos Aires Argentina, 1994.

Fuenlabrada, Irma (coord.), *Matemáticas segundo grado*, SEP, México, 1994.

Hoyles, Cecilia "The Pupil's View of Mathematics Learning", en *Educational Studies in Mathematics*, vol. 13. pp. 349-372, Boston, EUA, 1982.

Robert, Aline y Jacqueline Robinet, *Représentations des enseignants des mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*, cahier de Didirem núm. 1,Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), Universidad de París VII, 1989.

Pérez, Esnel y Gonzalo López Rueda (coords.), *Matemáticas sexto grado*. SEP, México, 1994.

SEP, *Plan y programas de estudio. educación básica primaria*, SEP, México, 1993.

7. Los aprendizajes matemáticos escolares. Ponderación mediante la aplicación de un examen

Daniel Eudave y Alicia Ávila[1]

Como se ha visto en otros apartados de este reporte, las propuestas del plan y programas de 1993 (SEP, 1993) no han sido asumidas de igual manera por todos los profesores; en ellos hay concepciones muy diversas sobre la enseñanza y la naturaleza del aprendizaje, algunas de las cuales pueden identificarse con enfoques llamados *tradicionales*, en otros hay claras concepciones tomadas de los actuales enfoques *constructivistas*, y en muchos conviven diferentes formas de pensar y hacer el quehacer educativo.

Era plausible suponer que esta diversidad en las concepciones y acciones de los profesores favorecería aprendizajes diferenciados en los alumnos. Por ello, se trató de indagar si el dominio mostrado por los alumnos en la resolución de una prueba de matemáticas variaba según si sus maestros ponían en práctica o no el nuevo enfoque propuesto por la Secretaría de Educación Pública (SEP). Esto planteó algunas dificultades:

1. Resultó difícil hacer una tipología de los maestros según sus concepciones y estrategias de enseñanza, de tal modo que pudiesen identificarse categorías mutuamente excluyentes, pues de hecho en la

[1] María Morales Ramírez participó en la elaboración de las pruebas y la base de datos que sustentan este apartado, agradecemos su eficiente y entusiasta colaboración.

mayoría de los y las docentes coexisten ideas y prácticas que pueden considerarse tradicionales o modernas. No obstante, fue posible identificar inclinaciones hacia los diferentes enfoques psicopedagógicos, que permiten identificar maestros y maestras con tendencias más o menos *tradicionales* o *constructivistas*.[2]

2. El aprendizaje de las alumnas y los alumnos depende naturalmente del proceso de enseñanza que experimentan, pero no depende sólo de él. Muchos factores de índole personal, familiar y cultural influyen en el éxito académico de los infantes.

Como quiera que sea, con el fin de poner a prueba nuestra hipótesis, las observaciones de clase y las entrevistas a niños y maestros se complementaron con una evaluación con las características que se señalan a continuación.

Instrumentos. Se elaboraron tres pruebas para evaluar los aprendizajes matemáticos de las alumnas y los alumnos, una para cada uno de los grados estudiados (segundo, cuarto y sexto). Los contenidos considerados en las pruebas corresponden a los señalados en el Plan y Programa de Educación Básica Primaria y en los libros de texto gratuitos de los grados correspondientes. Se incluyeron únicamente los contenidos que según el programa de cada grado hubiesen sido tratados antes de marzo, periodo en el cual se aplicaron las pruebas. Éstas fueron ajustadas conforme a los resultados de aplicaciones preliminares en escuelas rurales y ubicadas en zonas urbanas marginadas.

---

[2] En esta tarea de clasificación, las categorías más fácilmente distinguibles son las de maestros tradicionales en oposición a maestros constructivistas. Los primeros son los que siguen mucho las propuestas de la enseñanza de las matemáticas consideradas en los planes y programas oficiales de las décadas de 1940 y 1960. Los llamados constructivistas son los más apegados al enfoque promovido a partir de la reforma de 1993, inspirado en las teorías psicológicas de aprendizaje denominadas genéricamente como constructivistas. Esta clasificación con dos polos opuestos muy distinguibles, que resulta lógicamente muy útil, presenta una dicotomía que no debemos tomar como una realidad en sí y que además puede ser artificial y peligrosamente asociada con otras dicotomías, como nuevo-viejo, antiguo-moderno, malo-bueno. Recordemos que la mayoría de las docentes y los docentes participantes en nuestro estudio muestran una postura más bien intermedia entre estos dos extremos, y, además, no hay una única forma de ser constructivista.

Prácticamente todos los reactivos eran abiertos e implicaban diferentes tipos de aprendizaje: reconocimiento de nociones y conceptos básicos, aplicación de algoritmos convencionales de cálculo y resolución de problemas. Estamos conscientes de que con un examen no se miden todos los aprendizajes alcanzados, y que existen concepciones o habilidades que es muy difícil medir mediante el lápiz y el papel. Un ejemplo de esto último lo constituye la capacidad para argumentar la validez de las respuestas, cuestión que se busca promover con el nuevo enfoque de enseñanza y que no se incluyó en las pruebas. Aún más allá, asumimos la diferenciación planteada por las corrientes actuales de didáctica de las matemáticas que distinguen entre el saber escolar y el conocimiento personal (cf., Brousseau, 1986; Coppé, 1997). En concordancia con tales posturas, creemos que mediante una prueba se evalúa la intersección entre los saberes incluidos en ésta y el estado de conocimiento de los alumnos, no necesariamente su ignorancia. No obstante, consideramos que los datos que arroje un examen expresarán, al menos de forma parcial lo logrado y servirán de parámetro de comparación entre los distintos grupos.

La distribución de reactivos y su naturaleza se muestra en los cuadros siguientes:

Cuadro 7.1. Segundo grado

Ejes temáticos	Número de reactivos
Los números, sus relaciones y sus operaciones	
-nociones básicas	7
-operaciones	4
-problemas	4
Geometría y medición	
-nociones básicas	3
-problemas	4

Continuación del Cuadro 7.1

Tratamiento de la información	
-problemas	3
Total	25

Cuadro 7.2. Cuarto grado

Ejes temáticos	Número de reactivos
Los números, sus relaciones y sus operaciones	
-nociones básicas	6
-operaciones	4
-problemas	5
Geometría y medición	
-nociones básicas	9
-operaciones	2
-problemas	1
Tratamiento de la información	
-problemas	2
Procesos de cambio	
-problemas	4
Total	33

Cuadro 7.3. Sexto grado

Ejes temáticos	Número de reactivos
Los números, sus relaciones y sus operaciones	
-nociones básicas	4

Continuación del Cuadro 7.3

-operaciones	4
-problemas	3
Geometría y medición	
-problemas	8
Predicción y azar	
-problemas	2
Procesos de cambio	
-problemas	4
Total	25[3]

La muestra. La prueba se aplicó a todos los niños y niñas de los 18 grupos que participaron en la investigación (503 en total). Como ya se señaló en otro párrafo, con la selección de las escuelas se buscaba contrastar diferentes contextos y estilos de enseñanza.

Cuadro 7.4. Segundo grado

Escuela[4]	Tipo de escuela	Número de alumnos	Orientación del profesor[5]
2-R-JR	Rural	5	Tradicional

[3] Las pruebas completas aparecen en el anexo 3.

[4] En la página 29 se explican los componentes de las claves.

[5] Por orientación queremos señalar hacia cual de los dos modelos extremos se inclina el profesor, ya sea el *tradicional* o constructivista, pero esto de ninguna manera quiere decir que podamos etiquetar tajante y categóricamente de tradicionales o constructivistas a los maestros. Lo anterior tampoco significa que la tendencia (por ejemplo: constructivista) uniforme a todos los maestros tipificados de esa manera, pues, según hemos visto en otros capítulos, hay distintas interpretaciones del sentido de la reforma.

Continuación del Cuadro 7.4

2-R-MM	Rural	14	Intermedia
2-R-NO	Rural	17	Intermedia
2-UD-AD	Urbana ubicada en zona desfavorecida	34	Intermedia
2-UD-G	Urbana ubicada en zona desfavorecida	33	Constructivista
2-UE-S	Urbana con prestigio académico reconocido	33	Intermedia
	Total	136	

Cuadro 7.5. Cuarto grado

Escuela	Tipo de escuela	Número de alumnos	Orientación del profesor
4-R-R	Rural	37	Constructivista
4-R-S	Rural	16	Intermedio
4-UD-D	Urbana ubicada en zona desfavorecida	18	Tradicional
4-UD-A	Urbana ubicada en zona desfavorecida	34	Intermedio
4-UE-CA	Urbana con reconocido prestigio académico	35	Constructivista
4-UE-CO	Urbana con reconocido prestigio académico	45	Intermedio
	Total	185	

Cuadro 7.6. Sexto grado

Escuela	Tipo de escuela	Número de alumnos	Orientación del profesor
6-R-R	Rural	26	Tradicional
6-R-CA	Rural	24	Constructivista

Continuación del Cuadro 7.6

6-R-MM	Urbana ubicada en zona desfavorecida	35	Tradicional
6-R-MO	Urbana ubicada en zona desfavorecida	35	Constructivista
6-UE-RM	Urbana con prestigio académico reconocido	34	Tradicional
6-UE-MH	Urbana con prestigio académico reconocido	28	Intermedio
	Total	182	

El trabajo de campo. La prueba fue aplicada días después de realizadas las observaciones de clase. La aplicación se realizó en todos los casos en las mismas condiciones: en el horario normal de trabajo y en el salón habitual del grupo, sin permitirse el uso de calculadora o libro de texto. Las aplicaciones, al igual que las observaciones, se realizaron entre marzo y abril.

El análisis. Se hizo un análisis estadístico en varias etapas: primero se caracterizan los conocimientos que en general tienen las alumnas y los alumnos de cada grado, señalándose las áreas de mayor dificultad; en seguida, se muestran las diferencias encontradas en relación con el contexto socioeconómico, y la escuela y la orientación didáctica del profesor. Un análisis simple de varianza (*oneway*) nos acerca a una primera respuesta sobre las repercusiones que la introducción de las reformas de 1993 tienen en el aprendizaje matemático de los alumnos.

Los aprendizajes de los alumnos de segundo grado

Aciertos y dificultades

Se encontraron variaciones respecto a los aciertos obtenidos para los diferentes contenidos evaluados. Es mayor la porción de alumnos

que contestaron acertadamente los reactivos de los ejes *los números, sus relaciones y sus operaciones y tratamiento de información,* mientras que es ligeramente menor en *geometría y medición.* El aspecto de la prueba que resultó más difícil fue el de resolución de problemas (excepto los problemas del eje *tratamiento de información*).

En cuanto a la realización de operaciones aritméticas que implican el manejo de los algoritmos convencionales, las alumnas y los alumnos de este grado no tienen mucha dificultad con la suma y la resta "sin pedir prestado", pero aún representa una dificultad la resta "pidiendo prestado" y la multiplicación, incluso cuando ésta es de un número de dos cifras por un dígito.

En los cuadros siguientes se desglosan los porcentajes de aciertos para cada reactivo.

Cuadro 7.7. Aciertos por eje temático. Segundo grado

Los números, sus relaciones y sus operaciones	Reactivos	Porcentajes de aciertos
Nociones básicas	1. Orden entre números (1)	56.6
	2. Orden entre números (2)	56.6
	3a. Diferentes representaciones para un número (1)	39
	3b. Diferentes representaciones para un número (2)	65.4
	4. Escritura de números	66.9
	5a. Unidades, decenas y centenas (1)	57.4
	5b. Unidades, decenas y centenas (2)	7.4
Operaciones	11a. Operaciones (suma llevando)	61.8
	11b. Operaciones (resta sin pedir prestado)	52.2

Continuación del Cuadro 7.7

Operaciones	11c. Operaciones (resta pidiendo prestado)	33.1
	11d. Operaciones (13 x 7)	33.1
Problemas	8. Problema aritmético (72 ÷ 6)	7.4
	9a. Problema aritmético (5 x 12, tomando información de ilustración)	26.5
	9b. Problema aritmético (72 + 12, tomando información de ilustración)	37.5
	10. Problema aritmético (inventar uno)	34.6
Geometría y medición	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Nociones básicas	6a. Nombre de figuras geométricas (cuadrado girado)	26.5
	6b. Nombre de figuras geométricas (triángulo girado)	72.8
	6c. Nombre de figuras geométricas (trapecio)	36.8
Problemas	7a. Triangular figuras (1)	41.9
	7b. Triangular figuras (2)	38.2
	7c. Triangular figuras (3)	5.1
	12. Imaginación espacial (igual área y distinto perímetro)	33.1
Tratamiento de la información	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Problemas	13a. Procesamiento de información (1)	52.9
	13b. Procesamiento de información (2)	63.2
	13c. Procesamiento de información (3)	46.3

Valores promedio

Si se consideran de manera agrupada los resultados obtenidos en cada eje temático, en promedio, los reactivos correspondientes al *tratamiento de la información* obtuvieron el valor más alto (media de 5.4167), seguidos de los ejes *aritmética* (los números, sus relaciones y sus operaciones) y *geometría y medición.*

Las medias de la prueba completa y de cada eje temático se ubican alrededor de 5. No tendría ningún valor explicativo centrar la atención en el hecho de que los alumnos fueron reprobados en el examen. Resulta más relevante tomar estos valores como un criterio de comparación, no de calificación.

El punto básico de comparación es la media de la *prueba completa* y sus valores extremos (máximo y mínimo). A partir de estos valores, podemos decir si los alumnos están mejor en aritmética que en geometría y medición, o si un grupo está por encima de otro.

Los valores máximos y mínimos teóricos dependen del número de reactivos que incluye la prueba completa y cada eje temático. Para facilitar su análisis, en algunos casos se han traducido los valores a una escala de 0 a 10, como en los valores de la *prueba completa* y *aritmética* (los números, sus relaciones y sus operaciones) que aparecen en el cuadro siguiente:

Cuadro 7.8

Bloques por contenido	Media	Desviación típica	Valor mínimo	Valor máximo	Rango teórico
Prueba completa	4.2088	2.0804	0	9.20	0-10
Aritmética	4.2353	2.2466	0	9.33	0-10
Geometría y medición	2.5441	1.7549	0	6	0-7
Procesamiento de la información	1.6250	1.2107	0	3	0-3

No debe olvidarse que es necesario interpretar el valor de la media aritmética con base en la escala de referencia (rango teórico), la cual no es la misma para cada eje.

Análisis por tipo de escuela

El peso del contexto

Se encontraron diferencias en las medias de aciertos obtenidos en la *prueba completa* según el contexto en que se ubican los grupos estudiados: las escuelas *rurales* presentan en conjunto el valor menor y las *urbanas ubicadas en zonas desfavorecidas* el mayor. En este caso, lo esperado era que las *escuelas urbanas con prestigio académico* reconocido obtuvieran el valor mayor; sin embargo, quedaron en un punto intermedio debido a un aspecto que se señalará más adelante.

Cuadro 7.9

ANOVA DE UN FACTOR						
Valores	Total de sujetos (N)	Media	Desviación típica	Error típico	Valor mínimo	Valor máximo
Rural	36	3.4556	1.7268	0.2878	0	6.8
Ubicadas en zonas desfavorecidas	67	4.5791	2.3881	0.2918	.4	9.20
Con prestigio académico reconocido	33	4.2788	1.5182	0.2643	1.6	8.0
Valor $F = 3.571$ Sign. = 0.031						

Diferencias entre escuelas

Más que las diferencias entre contextos, las diferencias entre escuelas dan elementos para suponer que el tipo de trabajo realizado dentro del aula puede establecer la diferencia entre un promedio alto

y uno bajo, a pesar del contexto socioeconómico. A continuación se presentan los valores obtenidos por cada escuela en la *prueba completa.*

Cuadro 7.10

Anova de un factor						
Escuelas	Total de sujetos (N)	Media	Desviación típica	Error típico	Valor mínimo	Valor máximo
2-R-JR	5	3.6000	1.1314	0.5060	2.8	5.6
2-R-MM	14	3.2857	2.0587	0.5502	0	6.8
2-R-NO	17	3.5529	1.6485	0.3998	1.2	6.8
2-UD-AD	34	2.9294	1.7330	0.2972	0.4	6
2-UD-G	33	6.2788	1.6718	0.2910	2.4	9.2
2-UE-S	33	4.2788	1.5182	0.2643	1.6	8
Valor $F = 15.508$ Sign. = 0.000						

Como puede apreciarse en el Cuadro 7.10, las diferencias entre escuelas son notorias; en gran medida, estas diferencias pueden relacionarse con el medio. Si no tomáramos en cuenta a la escuela 2-UD-G, los promedios obtenidos por cada tipo de escuela (rural, urbana desfavorecida y con prestigio) tendrían un comportamiento acorde con lo que diría el sentido común: los alumnos con mejores condiciones socioeconómicas tienen mejores desempeños escolares. Sin embargo, por sus resultados globales, la escuela 2-UD-G resta validez a tal afirmación.

La habilidad para ejecutar cálculos y resolver problemas

En el enfoque de enseñanza introducido con la reforma se pone especial atención en el desarrollo de la habilidad para resolver problemas y se busca superar el excesivo trabajo de mecanización de los algoritmos convencionales de cálculo.

Si comparamos las respuestas de las niñas y los niños a los reactivos que corresponden a la realización de operaciones convencionales (11a, 11b, 11c y 11d) con las respuestas de los problemas aritméticos (8, 9a, 9b y 10), encontraremos otro punto a favor de la escuela 2-UD-G, ya que es la única que sistemáticamente presenta los porcentajes de aciertos más altos, en especial en la resolución de problemas:

Cuadro 7.11

Operaciones básicas. Porcentajes de aciertos por escuela[6]				
Escuelas	11a. Suma llevando	11b. Resta sin pedir prestado	11c. Resta pidiendo prestado	11d. Multiplicación (13 x 7)
2-R-JR	40	60	0	0
2-R-MM	42.9	28.6	28.96	0
2-R-NO	52.9	41.2	0	17.6
2-UD-AD	58.8	55.9	38.2	32.4
2-UE-S	69.7	48.5	33.3	57.6
2-UD-G	72.7	66.7	51.1	36.4

Cuadro 7.12

Problemas aritméticos. Porcentajes de aciertos por escuela[7]				
Escuelas	8. Problema aritmético (72 entre 6)	9a. Problema aritmético (5 x 12)	9b. Problema aritmético (72 + 12)	10. Problema aritmético (inventar uno)
2-R-JR	0	0	40	20
2-R-MM	0	21.4	21.4	50

[6] El 100% correspondiente se completa con respuestas erróneas y con la ausencia de respuestas.

[7] Al igual que en el cuadro anterior, el 100% correspondiente se completa con respuestas erróneas y con la ausencia de respuestas.

Continuación del Cuadro 7.12

2-R-NO	5.9	17.6	17.6	5.9
2-UD-AD	11.8	8.8	23.5	11.8
2-UE-S	3	36.4	48.5	48.5
2-UD-G	12.1	45.5	57.6	54.5

Escuelas sobresalientes, ¿maestras y maestros sobresalientes?

Según el ANOVA aplicado a la prueba completa, la diferencia entre el grupo 2-UD-G y los demás no parece deberse al azar; entonces la pregunta es: ¿por qué esta escuela desfavorecida es la de mejor desempeño?, ¿estará relacionado esto con el maestro y su concepción y proceder de tipo constructivista? Estas preguntas se responden en buena medida con base en los elementos obtenidos mediante las entrevistas realizadas a la directora de la escuela a la que pertenece el grupo 2-UD-G y la maestra del grupo, así como en las observaciones de clase. Acerca de la maestra del grupo, sabemos que tiene una orientación constructivista muy fuerte y muestra destrezas importantes en su instrumentación; además, sabemos que realiza una reunión mensual con los padres de familia. En esta reunión les explica la forma como trabaja con el grupo y les indica cómo apoyar a los niños en la elaboración de tareas.

Pero, ¿la contraparte muestra características diversas?, esto es, ¿tienen maestros "tradicionales" las escuelas con promedios más bajos? No es posible dar una respuesta afirmativa a esta cuestión. Sólo en el caso de la escuela 2-R-JR se tiene un maestro con orientación claramente "tradicional"; sin embargo, no hay elementos suficientes para vincular con este enfoque didáctico el bajo desempeño de los alumnos, ya que hay cuatro escuelas —también ubicadas en el contexto rural o urbano desfavorable— cuyo promedio de aciertos en la prueba completa está por debajo del obtenido por el grupo 2-R-JR, y algunos de sus profesores muestran haber incorporado elementos del enfoque constructivista. Otro elemento que impide esta-

blecer la vinculación mencionada es que los porcentajes de aciertos logrados en resolución de problemas en el grupo 2-R-JR no están por debajo de otros cuya actividad didáctica se caracteriza también por la incorporación de elementos de la reforma (2-R-NO y 2-UD-AD).

Dichas tendencias *grosso modo* se aprecian también en cuarto y sexto grados, aunque con variaciones en cada caso.

Los aprendizajes de los alumnos de cuarto grado

Aciertos y dificultades

Las tendencias en el cuarto grado son muy similares a las observadas en el segundo: mayor porcentaje de aciertos en el eje *los números, sus relaciones y sus operaciones* (aritmética) y menor porcentaje de aciertos en el eje de *geometría y medición.* También se aprecia, aunque en menor proporción que en segundo grado, un porcentaje más bajo de aciertos en la resolución de problemas aritméticos.

Sobresalen los porcentajes de aciertos de los ejes *tratamiento de la información* y *procesos de cambio,* pues son los más altos que corresponden, además, a reactivos que implican la resolución de problemas.

Las principales dificultades en aritmética son las operaciones y problemas referentes al uso de fracciones y de las operaciones de multiplicación y división. A su vez, en geometría y medición, un buen porcentaje de alumnos presentan un reconocimiento muy pobre de sólidos y figuras geométricas elementales, con excepción del *cubo,* que es identificado por la mayoría.

Cuadro 7.13

Aciertos por eje temático. Cuarto grado		
Los números, sus relaciones y sus operaciones	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Nociones básicas	1a. Orden entre números	96.2
	3a. Antecesor (1)	76.1
	3b. Antecesor (2)	64.9

Continuación del Cuadro 7.13

Nociones básicas	3c. Antecesor (3)	72.4
	7a. Orden entre fracciones (1)	49.7
	7b. Orden entre fracciones (2)	37.8
Operaciones	2. Suma de fracciones de igual denominador	73.5
	6a. Operaciones básicas (multiplicación)	33.5
	6b. Operaciones básicas (resta)	41.1
	6c. Operaciones básicas (división)	35.7
Problemas	1b. Problema (resta)	41.6
	1c. Problema (división)	12.4
	4. Problema (resta)	74.1
	5a. Problema (la fracción como reparto, 1)	11.9
	5b. Problema (la fracción como reparto, 2)	28.6
Geometría y medición	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Nociones básicas	8. Imaginación espacial (noción de cubo)	83.8
	9a. Nombre de cuerpos geométricos que conoce (1)	19.5
	9b. Nombre de cuerpos geométricos que conoce (2)	16.8
	10a. Nombre de figuras geométricas (1)	29.7

Continuación del Cuadro 7.13

Nociones básicas	10b. Nombre de figuras geométricas (2)	15.7
	10c. Nombre de figuras geométricas (3)	35.7
	11. Concepto del cuadrado	61.6
	13. Medida de ángulo (1)	44.9
	14. Medida de ángulo (2)	54.6
Operaciones	12a. Perímetro (por conteo de unidades)	50.8
	12b. Área (mediante conteo de cuadritos)	65.4
Problemas	12c. Imaginación espacial	50.8
Tratamiento de la información	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Problemas	15a. Interpretación de gráficas (1)	81.8
	15b. Interpretación de gráficas (2)	74.6
Procesos de cambio	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Problemas	16a. Proporcionalidad (1) 71.9	71.9
	16b. Proporcionalidad (2) 71.9	71.9
	16c. Proporcionalidad (3) 66.5	66.5
	16d. Proporcionalidad (4) 49.2	49.2

Valores promedio

En casi todos los ejes temáticos, la media se ubica por debajo de la mitad del rango teórico, con excepción de *procesamiento de la información y procesos de cambio,* cuya medida está cinco décimas por

arriba. Esto significa que hay una porción mayor de alumnos que contestaron acertadamente los reactivos correspondientes a dichos ejes, como lo habíamos señalado en el apartado anterior. El Cuadro 7.14 sirve como referencia para analizar las variaciones encontradas en el total de aciertos computados por los alumnos.

Cuadro 7.14

Bloques por contenido	Media	Desviación típica	Valor mínimo	Valor máximo	Rango teórico
Prueba completa	5.1122	1.9004	1.21	9.39	0-10
Aritmética	4.9514	2.1340	0.67	10	0-10
Geometría y medición	5.2919	2.5794	0	12	0-12
Procesamiento de la información	1.5568	0.7649	0	2	0-2
Procesos de cambio	2.5946	1.6428	0	4	0-4

El peso del contexto

En cuarto grado se distingue claramente el predominio del grupo de escuelas de prestigio reconocido, seguido de las escuelas ubicadas en zonas urbanas desfavorecidas y las rurales. Esta diferencia sobresale tanto en la media como en los valores extremos.

Cuadro 7.15

Anova de un factor						
Valores	Total de sujetos (N)	Media	Desviación típica	Error típico	Valor mínimo	Valor máximo
Rural	53	4.2081	1.6816	0.2310	1.21	7.58

Continuación del Cuadro 7.15

Desfavorecidas	52	4.9359	1.7653	0.2448	1.21	8.18
Con prestigio académico	80	5.8258	1.8586	0.2078	2.12	9.39
Valor F = 15.508 Sign. = 0.000						

Diferencias entre escuelas

En la distribución de valores por escuelas se repite el patrón que encontramos en el análisis del contexto: si ordenamos las medias de menor a mayor, tendremos que en los niveles inferiores se ubican las escuelas *rurales*, siguiendo las ubicadas en *zonas desfavorecidas* y por último las que gozan de *prestigio académico*. Para este grado, el peso del contexto parece tener más fuerza que cualquier acción pedagógica.

Cuadro 7.16

ANOVA DE UN FACTOR						
Valores	Total de sujetos (N)	Media	Desviación típica	Error típico	Valor mínimo	Valor máximo
4-R-R	37	4.3079	1.7729	0.2915	1.21	7.27
4-R-S	16	3.9773	1.4758	0.3689	1.82	7.58
4-UD-D	18	4.6128	1.6842	0.3970	1.52	7.27
4-UD-A	34	5.1070	1.8076	0.3100	1.21	8.18
4-UE-CA	35	5.3420	1.4974	0.2531	3.03	7.58
4-UE-CO	45	6.2020	2.0344	0.3033	2.12	9.39
Valor F = 6.667 Sign. = 0.000						

En cada grupo de escuelas (rural, desfavorecido, con prestigio académico) hay una escuela que sobresale (la diferencia entre medias es significativa); sin embargo, no hay elementos suficientes para afirmar que esa ganancia está relacionada con la aplicación del enfoque constructivista. En el caso de las escuelas 4-UD-A y 4-UE-CO, si bien hay profesores con *orientación intermedia* hacia el nuevo enfoque, sólo una de entre ellos (4-UE-CO) mostró algunas de las estrategias de enseñanza mejor logradas desde el enfoque constructivista, las que combina con estrategias tradicionales también diestramente instrumentadas. Quizá la diferencia en este caso esté relacionada con el hecho de que la profesora es *buena maestra*, independientemente del enfoque que utiliza. Pero esta destreza observada en la instrumentación del enfoque deja sin explicar los resultados de la escuela 4-UD-A que, como señalamos antes, se diferencia estadísticamente de los obtenidos por su homóloga.

Habilidad para ejecutar cálculos y resolver problemas

En cuanto a los resultados obtenidos en operaciones convencionales y los logrados en resolución de problemas —contrariamente a lo encontrado en segundo grado—, en cuarto grado no se distingue una sola escuela de manera sobresaliente. La escuela 4-UE-CO obtiene nuevamente en la mayoría de los reactivos un porcentaje de aciertos más alto que el resto de las escuelas; sin embargo, la diferencia no es muy grande ni en todos los reactivos. Las escuelas que sobresalen por su porcentaje de aciertos más altos en la resolución de *operaciones convencionales*, son la 4-UE-CO, la 4-UE-CA y la 4-R-R, mientras que destacan en la resolución de problemas la 4-UE-CO, la 4-UE-CA y la 4-UD-A. Así, resulta difícil vincular las habilidades matemáticas desarrolladas con los enfoques didácticos instrumentados por los profesores. El grupo que destaca en resolución de problemas, además de tener buenas condiciones socioeconómicas, cuenta con una profesora que utiliza, combinándolos, métodos tradicionales y de resolución de problemas. Igual ocurre con el profesor de la escuela 4-UD-A, que se aleja de su homóloga de manera importante.

Cuadro 7.17

Operaciones básicas. Porcentajes de aciertos por escuela[8]				
Escuelas	2. Suma de fracciones de igual denominador	6a. Operaciones básicas (multiplicación)	6b.Operaciones básicas (resta)	6c. Operaciones básicas (división)
4-UD-D	66.7	33.3	22.2	16.7
4-R-S	56.3	50	37.5	31.3
4-R-R	89.2	32.4	43.2	45.9
4-UD-A	55.9	32.4	50	14.7
4-UE-CA	88.6	34.3	34.3	40
4-UE-CO	71.1	28.9	46.7	48.9

Cuadro 7.18

Problemas aritméticos. Porcentajes de aciertos por escuela					
Escuelas	1b. Problema (resta)	1c. Problema (división)	4. Problema (resta)	5a.Problema (la fracción como reparto)	5b.Problema (la fracción como reparto)
4-UD-D	27.8	0	55.6	0	5.6
4-R-S	12.5	0	68.8	0	37.5
4-R-R	35.1	8.1	70.3	0	8.1
4-UD-A	55.9	5.9	70.6	8.8	44.1
4-UE-CA	40	14.3	82.9	14.3	11.4
4-UE-CO	53.3	28.9	82.2	31.1	53.3

[8] El 100% correspondiente se completa con respuestas erróneas y con ausencia de respuestas.

Los aprendizajes de los alumnos de sexto grado

Aciertos y dificultades

Por último, tenemos los datos de sexto grado, cuya característica más sobresaliente es la de tener valores más bajos respecto a los grados segundo y cuarto, en los porcentajes y medias de aciertos. Esta disminución en el total de aciertos no parece ser producto de la prueba en sí, pues ésta no presenta mayor grado de dificultad en la naturaleza de los reactivos que las de segundo o cuarto, y en ningún caso se utilizó otro tipo de contenidos que los considerados en los tres primeros bloques de los programas y los libros de texto oficiales.

No obstante lo anterior, las tendencias son muy similares: un número mayor de aciertos en aritmética, porcentaje menor en geometría y medición; porcentajes de aciertos menores en los reactivos que implican resolver algún problema, y mayor dificultad con fracciones. A diferencia del cuarto grado, los porcentajes de aciertos del eje temático *procesos de cambio* son bajos.

Cuadro 7.19

Aciertos por eje temático. Sexto grado		
Los números, sus relaciones y sus operaciones	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Nociones básicas	Comparación de decimales (1)	42.3
	Comparación de decimales (2)	25.8
	Orden entre fracciones de distinto denominador (1)	19.2
	Orden entre fracciones de distinto denominador (2)	44.5
Operaciones	Suma de números mixtos (entero y fracción) con distinto denominador	15.4
	Resta de decimales	59.3

Continuación del Cuadro 7.19

Operaciones	Multiplicación de decimales	44
	División de un decimal entre un entero	24.2
Problemas	Problema con suma y resta de fracciones	4.9
	Problema con multiplicación, división y resta de números naturales	34.1
	Problema con multiplicación, suma y resta de decimales	35.2
Geometría y medición	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Problemas	11. Imaginación espacial (volumen)	19.2
	4a. Área de una figura irregular	10.4
	4b. Área de triángulo invertido	17.6
	8a. Problema que implica perímetro de un rectángulo	8.8
	8b. Problema que implica área de un rectángulo	18.7
	8c. Problema que implica altura de un prisma rectangular	21.4
	8d. Problema que implica volumen de un prisma rectangular	3.3
	9. Imaginación espacial (área y perímetro)	61.5
Predicción y azar	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Problemas	6. Comparación de dos probabilidades (1/4 *vs* 1/3)	62.2
	7. Comparación de dos probabilidades (12/16 *vs* 20/30)	26.9

Continuación del Cuadro 7.19

Procesos de cambio	Reactivos	Porcentaje de aciertos
Problemas	12a. Variación proporcional (donde es posible obtener el resultado duplicando)	44.5
	12b. Variación proporcional (donde es necesario obtener el valor unitario)	22
	12c. Variación proporcional (donde es posible multiplicar por 10 el dato conocido u obtener el valor unitario)	17
	12d. Variación proporciona (donde es posible sacar mitad al valor conocido para obtener el resultado)	15.9

Valores promedio

Como se mencionó en el apartado anterior, las medias de los aciertos de los alumnos de sexto son las más bajas de todos los evaluados, como se aprecia a continuación:

Cuadro 7.20

Bloques por contenido	Media	Desviación típica	Valor mínimo	Valor máximo	Rango teórico
Prueba completa	2.7956	1.8752	0	8.40	0-10
Aritmética	3.1718	2.2139	0	10	0-10
Geometría y medición	1.6099	1.6307	0	8	0-8
Procesos de cambio	0.9945	1.2810	0	4	0-4
Probabilidad y azar	0.8956	.6438	0	2	0-2

Análisis por tipo de escuela

El peso del contexto

Las variaciones en cuanto al contexto de la escuela son similares a las observadas en cuarto grado: de menor a mayor número de aciertos están primero las escuelas del medio *rural*, después las ubicadas en zonas *urbanas desfavorecidas* y por último las de *prestigio académico* reconocido. La diferencia más notoria ocurre entre estas últimas escuelas y el resto.

Cuadro 7.21

ANOVA DE UN FACTOR						
Valores	Total de sujetos (N)	Media	Desviación típica	Error típico	Valor mínimo	Valor máximo
Rural	50	2.0800	1.4546	0.2057	0.40	8
Desfavorecidas	70	2.5143	1.5591	0.1863	0	8.40
Con pestigio académico	62	3.6903	2.1588	0.2742	0.40	8.40
Valor $F = 13.010$ Sign. = 0.000						

Diferencias entre escuelas

El comportamiento de los datos de cada escuela parece no apoyar la hipótesis de que el ambiente constructivista en la clase favorecería un mejor desempeño en la prueba de matemáticas. Si analizamos las escuelas que en cada estrato (rural, zona urbana desfavorecida e instituciones de prestigio) obtuvieron la media más alta, veremos que dos de ellas tienen un maestro orientado hacia los enfoques tradicionales, como las escuelas 6-R-R y 6-UE-RM; el caso contrario es la escuela 6-UD-MO, con una profesora de orientación constructivista y que obtuvo mayor promedio que la otra ubicada en un medio similar. Una evidencia a favor y dos en contra parecen señalar que no es factible sostener nuestra hipótesis.

Cuadro 7.22

Anova de un factor						
Valores	Total de sujetos (N)	Media	Desviación típica	Error típico	Valor mínimo	Valor máximo
6-R-R	26	2.2769	1.6347	0.3206	0.40	8
6-R-CA	24	1.8667	1.2296	0.2510	0.40	4.8
6-UD-MM	35	2.0914	1.2389	0.2094	0.40	5.6
6-UD-MO	35	2.9371	1.7407	0.2942	0	8.4
6-UE-RM	34	3.8118	2.1512	0.3689	0.40	8.4
6-UE-MH	28	3.5429	2.1982	0.4154	0.40	8.4
Valor $F = 6.291$ Sign. = 0.000						

La habilidad para ejecutar cálculos y resolver problemas

Cuadro 7.23

Operaciones básicas. Porcentajes de aciertos por escuela				
Escuelas	5a. Suma de números mixtos con distinto denominador	5b. Resta de decimales	5c. Multiplicación de decimales	5d. División de un decimal entre un entero
6-R-R	19.2	53.8	42.3	3.8
6-R-CA	8.3	45.8	29.2	25
6-UD-MM	0	60	31.4	31.4
6-UD-MO	17.1	65.7	60	20
6-UE-MH	35.7	60.7	39.3	25
6-UE-RM	14.7	64.7	55.9	35.3

Cuadro 7.24

Problemas aritméticos. Porcentajes de aciertos por escuela			
Escuela	1. Problema con suma y resta de fracciones	2. Problema con multiplicación, división y resta de números naturales	3. Problema con multiplicación, suma y resta de decimales
6-R-R	11.5	26.9	23.1
6-R-CA	0	25	16.7
6-UD-MM	2.9	17.1	25.7
6-UD-MO	5.7	37.1	42.9
6-UE-MH	3.6	50	50
6-UE-MR	5.9	47.1	47.1

Las escuelas que sobresalen en sexto grado son las consideradas con prestigio académico, la —6-UE-MH y la 6-UE-RM—, y una de las urbanas ubicada en una zona desfavorecida, catalogada como *constructivista*: la 6-UD-MO. Como se observa en los cuadros, el bloque de estas tres escuelas se distingue del resto tanto en los porcentajes de aciertos correspondientes a las *operaciones básicas* como a la *resolución de problemas*. El despegue significativo de la escuela 6-UD-MO en relación con la otra ubicada en una zona desfavorecida ofrece evidencias sobre los beneficios que puede ocasionar el nuevo enfoque; sin embargo, la contraparte no apoya a la incorporación de la propuesta como promotora lineal de ganancias en el aprendizaje, ya que quien instrumenta esta modalidad en el medio rural (6-R-CA) obtiene puntuaciones más bajas que su homóloga 6-R-R, que predominantemente trabaja sobre otra modalidad.

Estas evidencias, si bien permiten considerar en principio de manera favorable la incorporación del nuevo enfoque en cuanto a la *resolución de problemas*, llaman también a hacer un análisis más fino de las habilidades didácticas necesarias para su aplicación exitosa.

En éste y otros estudios (por ejemplo, Ávila 1999) hemos constatado —con base en observaciones de aula— que *enseñar mediante la resolución de problemas* requiere destrezas didácticas complejas para lograr una instrumentación exitosa. No por introducir dicho enfoque está todo resuelto.

Consideraciones finales

En los datos analizados en este capítulo encontramos que las puntuaciones alcanzadas por los alumnos en la resolución de una prueba pueden considerarse bajas. El que parece lograrse de mejor manera es el aprendizaje aritmético, lo cual no es extraño, pues la aritmética ocupa proporcionalmente más espacio en los programas y los libros de texto. Asimismo, las declaraciones y las prácticas de los profesores dejan ver la importancia que siguen concediendo a esta rama de las matemáticas.

No obstante, se observa que la habilidad para resolver problemas —objetivo central de la reforma— no se ha desarrollado de manera notoria y, salvo en contados grupos, la resolución de problemas aritméticos se mantiene por debajo de la habilidad para ejecutar procedimientos convencionales de cálculo.

Por otro lado, encontramos que la relación entre la aplicación del "nuevo" enfoque y los beneficios en el aprendizaje escolar de los alumnos no es tan transparente ni tan directa. No queda del todo claro en qué medida las diferencias en las puntuaciones alcanzadas por los distintos grupos están asociadas con el tipo de enfoque utilizado por los profesores. Pero hay que tomar en cuenta varios factores que nos limitan tanto para sostener como para rechazar nuestra hipótesis acerca del beneficio que implicarían las innovaciones:

a) Sólo como excepción se encontraron maestros o maestras que asumieron una concepción y efectuaron una práctica claramente constructivista; casi todos en mayor o menor medida siguen utilizando algo de los enfoques anteriores.
b) El enfoque *tradicional* no es en sí mismo sinónimo de ineficiencia.

Muchos maestros en determinadas condiciones propician aprendizajes significativos mediante estrategias de enseñanza identificadas como convencionales.

c) Por lo general, las innovaciones suelen tardar un tiempo prolongado en comprenderse y asumirse, y muchas veces sólo quedan adoptadas de manera superficial.

d) Es evidente que en cada grado sobresalen por sus puntuaciones altas los alumnos de algunas escuelas donde se sigue en buena medida el enfoque constructivista;. sin embargo, estas escuelas tienen al mismo tiempo otras características que pueden favorecer los aprendizajes mostrados por sus alumnos: el medio en que se encuentran, el estilo de trabajo institucional y el apoyo de padres de familia, entre otras. Más aún, podemos preguntarnos: ¿todas estas características de las escuelas son las que han hecho posible que se asuma y practique el nuevo enfoque? Como quiera que sea, es obvio que la reforma de planes, programas y libros de texto no ha funcionado en un ambiente aséptico, y que en cualquier situación en la cual se le estudie será influida por infinidad de factores que repercutirán en los aprendizajes de los alumnos.

e) Si bien algunas escuelas cuyos profesores promueven el aprendizaje mediante la resolución de problemas obtienen porcentajes de aciertos altos, principalmente en lo relativo a resolución de problemas, hay también profesores que, al instrumentar este enfoque, sus alumnos obtienen los porcentajes más bajos.

Las evidencias recabadas invitan a realizar un análisis más fino de las habilidades didácticas necesarias para la instrumentación exitosa del enfoque basado en la resolución de problemas, pues, aunque parece que el ambiente constructivista favorece ciertos aprendizajes, principalmente los asociados con la resolución de problemas, ocurre también que quien lo pone en marcha de modo sistemático, obtiene eventualmente las puntuaciones más bajas entre las escuelas homólogas.

En síntesis, no hemos encontrado elementos suficientes para afirmar que la instrumentación del enfoque de enseñanza por

medio la resolución de problemas, como ahora tiene lugar en las escuelas, favorece los aprendizajes matemáticos que ponderamos mediante una prueba, ni aun los vinculados con la resolución de problemas.

Empero, este ejercicio analítico muestra que la puesta en práctica de una innovación educativa conlleva una serie de complicaciones que pueden obstaculizar una propuesta educativa o, por el contrario, optimizarla y darle cuerpo y fuerza, aunque su desarrollo sea diferente de como se le concibió. Muestra también que la aplicación del enfoque basado en la resolución de problemas requiere destrezas didácticas que los profesores no siempre han desarrollado. Quizá si la puesta en acto de la resolución de problemas como vía del aprendizaje se acompañara de tales destrezas, los resultados logrados serían distintos de los aquí reportados.

Referencias bibliográficas

Ávila, Alicia, "Enseñar a través de la resolución de problemas. Dificultades, obstáculos y efectos de una transposición", *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Welzenburger*, México, 27-29 de octubre de 1999.

Brousseau, Guy, "Théorisation des phénomenes d'enseignement des mathématiques", tesis de doctorado de estado, Universidad de Burdeos, Francia, 1986.

Coppé, Sylvie, "Types de connaissances mises en oeuvre par l'éleve dans détermination de la composante publique de son travail", *Différentes types de savoirs et leur articulation,* La Pensée Sauvage, Grenoble, Francia, 1997.

SEP, *Plan y programas de estudio. educación básica primaria*, México, 1993.

8. La reforma realizada. Balance y lecciones para el futuro

Alicia Ávila

Cuando iniciamos nuestra indagación acerca de la reforma a las matemáticas, nos propusimos responder las preguntas siguientes:

- ¿Los profesores aceptaron la propuesta que se les ofrecía?
- ¿Modificaron sus saberes, sus creencias y sus concepciones sobre las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza?
- ¿Las relaciones didácticas que hoy se promueven en la clase son las esperadas según las directrices del currículo?
- ¿Los problemas se pusieron al centro del proceso educativo según se preveía?
- ¿Las tareas que realizan hoy los alumnos son de naturaleza distinta a las que antes se les proponían?
- ¿Los aprendizajes matemáticos que se obtienen están provistos de significado como se suponía?
- ¿De qué forma los libros de texto y otros materiales proporcionados por la Secretaría han apoyado los eventuales cambios ocurridos?
- ¿La visión que los alumnos construyen de esta disciplina y el vínculo afectivo que establecen con ella, corresponden a las intenciones de la reforma?

En la búsqueda de respuestas a nuestras interrogantes sacamos algunas lecciones; acaso la principal sea que no resulta fácil seguir la trayectoria de la reforma en las aulas. La complejidad propia del constructivismo —puesta de relieve y multiplicada al llegar a manos de los profesores— no permite expresiones dicotómicas y hace difícil seguirle la pista. Por ejemplo, no son útiles afirmaciones para referirse a los maestros como "profesor que asume el enfoque", o "profesor que no lo asume"; incluso tienen poco sentido —para establecer tipologías— expresiones del tipo "parcialmente constructivista" o "predominantemente constructivista", pues la propuesta educativa derivó en múltiples formas de hacer, de proponer, de controlar. Ante tal complejidad, pronto supimos que el afán de sistematizar y destacar algunos hilos que dieran claridad a los acontecimientos y las realidades observadas podría traducirse en esquematizaciones no correspondientes con la realidad o que dieran cuenta incompleta de ella. Conscientes de este riesgo, estuvimos vigilantes a nuestros procesos e intentamos recuperar la variabilidad y riqueza que se observa cotidianamente en las clases, así como en las reflexiones de alumnos y maestros.

Aceptación de la reforma

Grosso modo, es posible decir que los profesores aceptaron la reforma introducida en 1993. En su mayoría, mostraron apertura y abrieron sus salones de clase a las nuevas propuestas que se les ofrecían. Los motivos de tal aceptación refieren sin excepción a las bondades intelectuales que, se considera, la propuesta de enseñanza brinda a los alumnos. Hacerlos participar y razonar, vincular la escuela con la vida, tornar más agradables las clases son elementos presentes en el pensamiento de los profesores. Sólo de modo excepcional, tanto en el discurso como en la práctica, algún profesor expresa francamente que considera inadecuadas las formas de enseñanza que se impulsan y por tal razón no las aplica. Algunos maestros, sin embargo, ponen de manifiesto el reto que —en términos de abandono de creencias y costumbres— significó utilizarlas. Y es que para que tal aceptación pudiese ocurrir debió haber tenido lugar

una modificación importante en las formas de pensar de los profesores. Conviene, pues, precisar si tales modificaciones ocurrieron.

Las nuevas representaciones construidas por los profesores

Las representaciones de los profesores acerca de las matemáticas y su enseñanza tendrían que verse alteradas como condición de incorporación de la reforma en las aulas. Conforme a lo previsto, se generaron nuevas formas de pensar y dirigir la práctica de enseñanza, pero estas formas no fueron fieles reproducciones de las ideas oficialmente introducidas (no tenían por qué serlo). Algunos elementos sobresalen en las nuevas representaciones que discursivamente dejan ver los profesores e incluso constituyen tendencias, la primera de ellas, se asocia con los alumnos. De la *tábula rasa* se pasó al alumno que cuenta con conocimientos previos, al alumno *que sabe*; por ello, se le exigieron nuevos compromisos: en vez de estar atento, participar; en vez de recibir, reflexionar. Asimismo, se renovó el vínculo entre la escuela y la vida. "Se aprende matemáticas en y para la vida" parecen pensar unánimemente los profesores.

Otras concepciones diferencian a los maestros. En el segundo grado, por ejemplo, la idea de construir conocimiento y plantear situaciones problemáticas para promover tal proceso parece haberse sustituido por otra en la que la noción de actividad y, eventualmente, la reflexión sobre ésta son la vía del aprendizaje. Llama la atención que la confrontación de resultados y la elaboración y prueba de hipótesis —elementos introducidos con la reforma— tienen escasa presencia en el discurso de los profesores. Más escasa aún la tiene el maestro que valida o institucionaliza el saber. El profesor que debía trasmitir sus enseñanzas, devino el profesor que apoya o que simplemente guía, a veces, *un profesor permisivo* e incluso *impedido*. Paralelamente emerge el *alumno exculpado*, el que si es malo, no lo es por responsabilidad propia, sino porque el profesor o la familia no hacen lo necesario para que los niños alcancen otra categoría.

A manera de síntesis, puede decirse que en el pensamiento de los profesores de segundo grado prevalece una especie de escuela

activa —en la cual el objetivo central es realizar actividades— y las menos de las veces se expresan preocupaciones sobre los productos intelectuales de tales actividades o la atención a los procesos cognitivos de los alumnos.

Los profesores de cuarto grado han elaborado otras ideas: con base en los conocimientos construidos en la vida se construirán los escolares. Para ello, la escuela ha de diseñar situaciones en las que los niños creen, utilicen recursos personales y luego los confronten; se advierte incluso el establecimiento de un vínculo entre los polos informal-formal. En este grado adquiere precisión la noción de actividad: se trata de poner en juego las estrategias de resolución, los recursos intelectuales personales y, complementariamente, realizar las fases de confrontación y formalización de los saberes, es decir, en el pensamiento de los profesores la idea de actividad ha devenido problema. Estos elementos, si bien no acaban de generalizarse en el discurso docente, tienen mayor presencia que en el segundo grado.

La idea de profesor construida en el cuarto grado parece estar a la mitad del camino entre el profesor que permite y el maestro que guía.

En el sexto grado, los profesores también recuperaron elementos de las directrices oficiales para pensar sus prácticas; sin embargo, sus reinterpretaciones tomaron vertientes disímbolas y hoy, en su hacer, las categorías y las nociones que los guían son múltiples. Igualmente se ha revitalizado al maestro-guía (de vieja historia en la pedagogía), que se ha configurado el profesor que *devuelve la responsabilidad* del aprendizaje a los alumnos o se ha amalgamado un nuevo docente con elementos del tradicional y del moderno. No obstante tal diversidad, una intención parece unificar el pensamiento de casi todos ellos: no deben darse las fórmulas ni los procedimientos, los niños han de aprender a resolver problemas, porque tal es la manera de acceder a una matemática para la vida.

En las nuevas formas de saber constituidas puede considerarse un exceso la aparición del *alumno exculpado* o la del *profesor impedido*, con presencia variable en cada grado. Una ausencia importante la constituye el profesor que valida e institucionaliza.

El tratamiento de los problemas

Los problemas son elemento fundamental en la reforma a la enseñanza de las matemáticas. De hecho, es la idea que se puso en el centro de las innovaciones y se consideró compromiso de la escuela plantear situaciones problemáticas para que, con base en sus saberes previos y sus procedimientos informales de solución, los niños se acercaran al saber matemático formal. Hoy los problemas tienen presencia importante en las clases, pero las formas que han tomado muestran la convivencia de lo tradicional con intentos por incorporar las innovaciones; así, en ocasiones, se ve realizar actividades que en realidad no constituyen problemas (que son una práctica) pero cuyas formas de resolver luego se confrontan, como si hubiese habido alguna situación-problema y la posibilidad de desplegar diversas estrategias de búsqueda y solución.

Otro fenómeno observado —principalmente en el segundo grado— vincula el juego o la actividad manipulativa con los problemas. En el tránsito del problema al juego o la actividad manipulativa, y al vaciado de resultados en el cuaderno o el libro, el significado original de la actividad (dado por su vinculación con el problema) se diluye paulatinamente y al concluir la actividad, ésta se ha escindido de la situación problemática que le dio lugar.

La aritmética continúa siendo el tema más trabajado en las escuelas, de este modo, el mayor número de problemas que se plantean corresponden a esta rama de la matemáticas. Los problemas de aritmética se presentan con una o más operaciones. De acuerdo con nuestros registros, los problemas que generan más posibilidades de búsqueda y reflexión son los que tienen al menos dos operaciones y que hemos llamado *problemas para razonar,* es decir, problemas que no generan un nuevo conocimiento pero que permiten analizar relaciones entre datos, elegir y secuenciar procedimientos de resolución y cálculo y discutir; en cambio, aquellos que implican sólo una operación, producen interacciones limitadas. Esto último porque, en general, los problemas se presentan cuando ya se conoce la ope-

ración que resultará útil para resolverlo y se domina el procedimiento formal. Sería distinto si los alumnos no conocieran éste.

Los libros de texto gratuito desempeñan un papel importante en la posibilidad de que los problemas estén presentes en las clases. La gran mayoría de los que se plantean se encuentran en los textos o son versiones (con frecuencia simplificadas) de éstos; empero, es necesario destacar el hecho de que muchas veces los profesores convierten en problemas cerrados los problemas abiertos que aparecen en los textos; lo hacen fragmentando las preguntas, agregando datos que les restan dificultad y sugiriendo el modo de resolver. Al estar presentes con frecuencia los problemas cerrados, las interrogaciones se centran principalmente en los cálculos ("¿están bien colocados los números?", "¿es correcto el resultado de la suma?"...), pues acerca de los problemas no hay mucho que preguntar.

Por último, destaca una modificación fundamental en la propuesta curricular y el rol de los problemas en la clase: con una frecuencia abrumadora, los problemas que oficialmente se consideraron generadores de nuevos conocimientos dejaron su lugar a los problemas *para aplicar* (un modelo conocido de resolución) o *para razonar*. La construcción de conocimientos nuevos mediante la interacción con situaciones problemáticas es una intención escasamente realizada.

Como quiera que sea, es un avance que los problemas estén presentes en las clases. También lo es que un viejo anhelo educativo se haya revitalizado: que los alumnos razonen.

El trabajo en equipo

Conforme a las teorías educativas actuales, para lograr el aprendizaje conceptual y el desarrollo de procesos complejos de pensamiento, es indispensable el trabajo en grupo y los procesos de discutir, compartir y construir con los demás. Según tal convicción, el trabajo en equipo se incorporó a la escuela con la reforma de las matemáticas. Esta modalidad de trabajo ha entrado en los salones de clase. Aunque con mayor frecuencia en el segundo grado, también en el cuarto y el sexto se utiliza. La mayoría de los profesores reco-

noce en el trabajo en equipo ventajas académicas y desarrollo de habilidades sociales en los niños. Y aunque muchos de entre ellos señalan que es difícil gestionar esta forma de trabajo, la minoría la rechaza abiertamente.

Esporádicamente, la actividad bajo esta modalidad es productiva: los niños discuten, se ayudan, aclaran dudas entre ellos, exponen sus puntos de vista y aprenden algo que individualmente no habrían logrado aprender. Pero esto ocurre con escasa frecuencia. La estancia en los salones de clase deja ver que el desarrollo pleno de la actividad en equipo se ve obstaculizada por distintas razones:

a) Antes de organizar el trabajo, lo más común es que los docentes se aseguren de que los alumnos sepan cómo realizar la actividad que vendrá después. Lo hacen mediante la incorporación de una actividad-modelo. Y con tal forma de actuar, se deja a los alumnos sin posibilidad de construir por sí mismos los saberes o las soluciones motivo del trabajo en colaboración.
b) Con frecuencia, los niños no llevan a cabo ninguna de las actividades que harían productivo el trabajo en equipo (discutir, interactuar, compartir, proponer...), en parte porque las tareas planteadas son demasiado simples y no obligan a la interacción, pero fundamentalmente porque cuando las tareas se realizan mediante esta modalidad, el carácter problemático de la actividad ha sido eliminado con antelación.
c) Otras veces los niños no actúan en su interior en condición de iguales, alguno toma el papel de líder y, como si fuera un profesor, indica a los demás lo que deben hacer.
d) Es común que el centro de la atención de las interacciones durante la realización del trabajo no sean los contenidos matemáticos sino cuestiones periféricas, como los materiales o la organización de la actividad.

Los profesores no tienen establecido ningún mecanismo o estrategia para determinar el logro individual de los propósitos de las tareas. Con excepción de señalamientos aislados, no saben si cada

alumno ha desarrollado los procesos que conduzcan a comprender el contenido matemático motivo de la sesión.

En relación con las consignas y las tareas planteadas, también hay dificultad; así, se aprecia que al aumentar la complejidad de los conceptos matemáticos (y con ello la de las tareas y las restricciones que es necesario plantear), el profesor enfrenta más dificultades para diseñarlas y pierde el control de la actividad. En general, parece que hay conciencia de las dificultades, pero no se tienen elementos suficientes para hacer realmente productivo este tipo de trabajo.

Una dificultad más —que de manera distinta a las anteriores no es clara para los profesores— está relacionada con el tratamiento didáctico de los frutos de la actividad realizada en los equipos. Llamamos red secundaria a lo que sucede en el salón de clase de manera autorizada, sin que el maestro participe directamente (es el caso del trabajo en equipo o en parejas) y red primaria a lo que sucede con la participación directa de éste. Las más de las veces, el fruto del trabajo en equipos o en parejas no transita hacia la red primaria con fines de confrontación e institucionalización y cuando así se hace, con frecuencia toma un carácter ritual, pues, debido a las características no problemáticas de las tareas realizadas, la confrontación y la discusión tienen poco valor.

Así pues, en la forma en que se ha incorporado el trabajo en equipos, pueden encontrarse ventajas como el desarrollo de habilidades sociales que probablemente habrá permitido en los alumnos, o la oportunidad de expresar ideas y escuchar las de otros, condiciones que posibilitan aprendizajes significativos. Sin embargo, los frutos estrictamente matemáticos en los tiempos que se trabaja con esta modalidad por lo general son modestos.

En suma, nos pareció que uno de los puntos más vulnerables de la reforma es el trabajo en equipo, pero también quisiéramos acotar la validez de nuestras afirmaciones. Por la forma como registramos los datos, no nos fue posible conocer sino el trabajo de uno o dos equipos en cada clase en la que se utilizaba esta modalidad; por ello, estamos conscientes de que un registro más completo quizá mostrase una diversidad que hoy no estamos en posibilidades de referir.

El tratamiento didáctico de los errores

En el marco de los nuevos enfoques de enseñanza, el error es elemento consustancial del proceso de aprendizaje. Un principio en estas corrientes es que ha de hacerse de los errores una oportunidad para aprender. Tal idea fue recogida y promovida con la reforma de 1993 y, llegada a manos de los profesores, tomó nuevas modalidades. Se muestra, por una parte, un interés frecuente por evitar que los alumnos se equivoquen; es decir, los maestros por lo general se afanan en que, de principio, sus alumnos tengan las respuestas correctas, ostentando —si es necesario repetidamente— los conceptos y procedimientos que luego han de servir para resolver o responder. Lo que tratan de hacer es explicar los problemas, el sentido de los términos, para que las equivocaciones no tengan lugar. Otras veces se transforman —cerrándolas— las situaciones abiertas que proponen los libros de texto para guiar a los niños sobre un camino más seguro hacia las respuestas deseadas.

Pero cuando los errores aparecen, los tratamientos didácticos se diversifican y van desde uno en el que el error se margina: cuando aparece no se toma en cuenta y no da pie a ninguna interacción; también permanece una forma de manejo del error en la cual la autoridad del profesor da validez a las respuestas y los niños no construyen sistemas de validación. También la calculadora se ha convertido en fuente de validación. Esto, por una parte, tiene limitantes: sólo se pueden validar por este medio cuestiones de cálculo; adicionalmente tiene riesgos: se puede suplantar con ella la autoridad del profesor. Es una nueva autoridad que no necesariamente lleva a reflexionar sobre las fuentes del error.

Se ven también nuevas formas de tratamiento del error: los profesores comparten con el grupo la responsabilidad de validar el conocimiento, solicitan justificaciones, piden la opinión a varios niños, demandan adhesión o rechazo a las respuestas obtenidas por los compañeros y exigen justificar lo uno o lo otro. Las estrategias seguidas para resolver se muestran con frecuencia como fuentes de validación del saber. También por momentos se advierte que la falta

de destrezas didácticas impide que los profesores traten de manera más provechosa los errores, aun cuando buscan convertirlos en una oportunidad para aprender.

La utilidad de los libros de texto

La utilidad de los materiales oficiales y especialmente los libros de texto puede verse en dos perspectivas. Una de ellas es qué tanto éstos se emplean en clase y otra está relacionada con los procesos que se establecen en su presencia. En cuanto a lo primero, es posible decir que los libros de texto son muy útiles a los profesores (y a los alumnos), pues tienen una presencia muy importante en clase. En particular, el texto de cuarto grado es utilizado de manera intensa y en buena medida sirve para estructurar los contenidos, las secuencias didácticas y la actividad en clase. Llama también la atención que el atlas de geografía en el sexto grado es utilizado para dar contexto a cuestiones aritméticas. Los datos geográficos que ahí aparecen son considerados, en los hechos, contextos adecuados para dar significado a los cálculos matemáticos.

En relación con la forma de uso que se da a los libros de texto y las interacciones que alrededor de ellos tienen lugar, es posible afirmar que un número importante de clases consiste en resolver el texto (muchas de cuarto grado se guían por él) o en realizar actividades preparatorias para resolver los ejercicios ahí incluidos (tanto en segundo como en sexto grados). Sin embargo, se observan algunas limitantes en el empleo que se les da: son los menos los profesores que acercan a sus alumnos a los libros sin haberlos preparado para ello (es decir, sin haber eliminado la posibilidad de tener acercamientos libres a los problemas y situaciones que ahí se presentan); son bastantes también los docentes que prefieren realizar las actividades de manera uniforme, a un ritmo en el cual ninguno de los niños debe adelantarse. Pareciera que lo que se busca es lograr un pensamiento homogéneo. Adicionalmente, en muchos casos se prefiere no resolver los problemas y ejercicios que implican acercamientos más abiertos o complejos y éstos "se dejan para

después". También ocurre que, ante los problemas abiertos, con frecuencia el profesor ofrece los datos o "pistas" suficientes para que resulten más seguros los caminos de solución. En el extremo, hay quien prefiere mostrar paso a paso a los alumnos la forma en que el texto se deberá resolver. Todo esto limita las potencialidades de una propuesta sustentada en el reconocimiento de los saberes previos de los alumnos.

Como quiera que sea, llama la atención el uso intenso que tienen estos materiales, pues contrasta con observaciones realizadas en la zona metropolitana de la ciudad de México en los primeros años de incorporación de la reforma, conforme a las cuales los libros de texto comerciales o sus fotocopias tenían una amplia circulación en las escuelas. De la importancia que pueden tener los textos nos parece testimonio el comentario de un alumno de cuarto grado quien afirma: "trabajamos en equipo cada y cuando viene en el libro".

La visión de los alumnos

Los niños, en su paso por la escuela, también han construido su visión respecto a la experiencia escolar que ha significado la reforma de las matemáticas; a partir de ella han forjado representaciones concernientes a esta disciplina y han establecido un vínculo intelectual con ella.

En el segundo grado se cuenta con el mayor número de expresiones que muestran preferencia hacia las matemáticas sobre otras materias. Lo que los niños recuerdan del desarrollo de las clases es que juegan, sacan materiales, forman equipos y se divierten. Esta percepción tiene dos caras: una positiva, consistente en que la reforma ha permitido valorar favorablemente a las matemáticas y sentirse a gusto con ellas; y otra menos positiva, que previene contra el riesgo de que el solaz y no el contenido matemático retenga la atención de los alumnos.

En el resto de los grados, la cuestión no es exactamente igual: si bien la mayoría de los niños de cuarto grado expresa su preferencia por las matemáticas, el número de ellos ha disminuido en relación

con el segundo; y en el sexto es aún menor el número de alumnos que dicen tener inclinación por dicha asignatura. Varias hipótesis pueden plantearse en un intento por explicar tales diferencias. Una que parece plausible es que la dificultad paulatinamente acrecentada de los conocimientos matemáticos contribuye a la menor preferencia. De tal cuestión se ofrecen signos ya en el segundo grado, en el que muchos niños comienzan a mostrar su alejamiento puntual a algunos temas: la resta con desagrupación ocupa el primer lugar en sus declaraciones, porque les resulta demasiado difícil o engorrosa tal forma de operar.

En los otros grados, los casos extremos confirman lo anterior: "¿cómo me va a gustar, si no le entiendo?", dice un alumno de sexto grado; pero, sin duda, los profesores están implicados en esto, porque el nivel de dificultad depende también de las formas que tomen los conocimientos en el momento de vincular a los niños con ellos.

Por otra parte, mediante sus expresiones los niños dejan ver tratos no equitativos por parte de su profesor o de los compañeros: "a mí nunca me pregunta", "no alcanzo a hacer las cosas con el tiempo que nos da la maestra" o "casi no hago nada porque me quitan mi lápiz" escuchamos en voz de algunos alumnos. Es la perspectiva de los niños marginados en las clases, cuya condición parece persistir a pesar de las intenciones de participación previstas en las directrices oficiales e incluso por los profesores.

La información proporcionada por los niños es signo de que, si bien se han hecho cosas, falta más por realizar. Esto se pone de manifiesto también en los datos relacionados con los aprendizajes escolares.

Los aprendizajes escolares

Los aprendizajes que fue posible medir mediante la aplicación de una prueba no son quizá los que se esperarían como resultado de la reforma. Los promedios son bajos y no apuntan a que en conjunto los niños hayan desarrollado destrezas importantes para resolver problemas, al menos cuando éstos se les presentan en situación de lápiz y papel. Las dificultades son más visibles en el sexto grado. Por

otra parte, se observa que la aritmética constituye el centro de atención de los profesores, pues en geometría y medición se obtienen puntuaciones todavía más bajas; sin embargo, aun ante la centración en aritmética, la capacidad para resolver problemas se mantiene generalmente a la zaga de la habilidad para aplicar procedimientos de cálculo. Sólo en una escuela que se distancia del resto y de lo esperado (debido a que ubicación en una zona desfavorecida la expectativa sería de bajas puntuaciones y, sin embargo, muestra las más altas) la tendencia se rompe claramente. Este caso merece un comentario particular acerca de la forma de trabajo de la profesora del grupo; hasta donde observamos, ella parece poner en marcha de manera eficaz el enfoque de resolución de problemas y desarrolla otras acciones que contribuyen a explicar los logros alcanzados: particularmente el trabajo con los padres y madres de familia para exponer las formas de enseñanza que instrumenta y sugerir las maneras de apoyar en las tareas a los niños.

Otro caso de excepción que, aunque es de una escuela prestigiada, se distancia significativamente de las escuelas de características similares tanto en conocimientos como en la habilidad para resolver problemas, lo constituye un grupo de cuarto grado cuya profesora mezcla la enseñanza ostensiva con la puesta en marcha del enfoque. Un rasgo que caracteriza la práctica de esta maestra y que la distingue del resto es la activación permanente de la red primaria de comunicación, así como la formalización y la institucionalización sistemáticas de los conocimientos. Es decir, en las clases de esta profesora se observa cotidianamente como corolario de la actividad la inclusión de simbolizaciones o de alguna frase que formaliza o sintetiza el fruto de la actividad. Esto es excepcional porque por lo general, cuando el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se sustenta en el modelo de *aprender resolviendo problemas* con todas las modalidades que éste ha tomado en la práctica, las fases de confrontación e institucionalización del saber no tienen lugar.

Algunos otros elementos, débiles si se quiere, parecerían mostrar que la adopción de principios constructivistas favorece el desarrollo de la habilidad para resolver problemas; es también lo que dejaría ver

un grupo de sexto grado perteneciente a una escuela ubicada en una zona desfavorecida, que trabaja con estos principios y que se distancia de manera importante de su homóloga acercándose a las prestigiadas.

Sin embargo, no es posible confirmar la tendencia, ya que el caso de otro grupo de sexto grado expuesto también sistemáticamente a la resolución de problemas como vía del aprendizaje ofrece elementos en sentido inverso. En este grupo rural, los alumnos obtienen, en general, las más bajas puntuaciones y muestran escasa capacidad para resolver problemas. Esto pone de relieve la complejidad del enfoque y previene acerca de que su instrumentación implica habilidades didácticas que quizá no todos los profesores que lo han adoptado han desarrollado. No por aplicarlo está todo resuelto, hay que aplicarlo de manera eficiente. En síntesis, encontramos débiles signos de las ventajas del enfoque curricular puesto en práctica en el momento de ponderar los resultados del aprendizaje previsto en planes y programas de estudio.

Un dato adicional que conviene poner de relieve es que si hoy resulta agradable la clase de matemáticas para un número importante de niños, también algunos señalan un distanciamiento hacia esta materia por las dificultades excesivas que han encontrado en ella. Esta opinión proviene principalmente de los niños de sexto grado. Un dato que complementa esta información lo encontramos en las puntuaciones obtenidas en el examen: incluso en las escuelas con mayores promedios, como serían las que gozan de prestigio, algunos niños sólo obtuvieron dos puntos sobre 25 en la prueba aplicada. En las rurales, el mínimo de aciertos llegó a bajar hasta cero.

Reflexión final

Lo reportado en este texto no quisiera parecer un balance desfavorable de la reforma realizada, tampoco una visión pesimista. Nos parece que ha habido avances. La mayoría de los profesores ha asumido al menos parcialmente las propuestas que se les ofrecieron a partir de 1993. Con su incorporación, construyeron nuevas convicciones, creencias y saberes, nuevas formas de actuar en la clase.

En ese actuar hay modificaciones positivas importantes, también aspectos que denotan las dificultades para gestionar las nuevas directrices.

Avanzar en los logros previstos con la incorporación de la reforma obliga a situarse en el punto que marcan los avances observados y a dirigir la atención hacia aspectos específicos de los procesos didácticos tal como tienen lugar en las aulas. Nos parece fundamental atender algunos de ellos:

- Las nociones de actividad y problema, cuyo significado es importante terminar de configurar.
- La realización de trabajo en equipo, que se muestra como uno de los puntos vulnerables del proceso educativo.
- La actividad en la red primaria, con fines de formalización e institucionalización, que hasta hoy casi no se realiza.
- El tratamiento de los problemas y las preguntas abiertas, así como el de los errores y la validación.
- Las interacciones didácticas que se promueven alrededor de los libros de texto y la simplificación que sobre éstos realizan los profesores.

Conocidas las interpretaciones, las ausencias, los aciertos, los puntos vulnerables y los desaciertos, será posible dar un nuevo impulso a la formación continua de los profesores y con ello a la reforma que éstos han realizado, porque la reforma a la enseñanza de las matemáticas no es un ciclo cerrado ni un asunto resuelto. Nos parece que los encargados de la política educativa estatal así lo consideran: los materiales se produjeron y difundieron con profusión e incluso se han perfeccionado; a su vez, la gran mayoría de los profesores asistió a los cursos que en teoría los prepararían para una buena instrumentación de las innovaciones. Por todo ello, la misión parece cumplida. Pero este estudio deja ver —con base en las escasas coincidencias entre los conocimientos personales de los alumnos y los saberes escolarmente esperados, y las limitaciones de

la acción de muchos profesores— que no es así, y que el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas ha de permanecer como problema en la agenda de quienes delinean las políticas educativas estatales.

Ahora bien, en la base de la acción de la mayoría de los profesores está implícita una concepción que dificulta incorporar en las clases situaciones para que los alumnos construyan nuevos conocimientos, sin que éstos les hayan sido comunicados previamente. Por ello, en el lugar de tales situaciones han aparecido *la práctica*, o los *problemas para razonar*. También ha a aparecido un elemento más sutil: *la actividad-modelo*, que hoy ocupa el lugar del *procedimiento-modelo* y que antecede a los tiempos en que los alumnos "gozan de libertad intelectual". Nos parece que los profesores no son conscientes de las modificaciones que han operado sobre las ideas difundidas.

Sabemos que las acciones tienen que ver con creencias y convicciones y no sólo con destrezas didácticas. Modificar las concepciones y el núcleo de las creencias resulta mucho más complejo que desarrollar habilidades didácticas; acaso hacerlas evidentes sea un buen paso para colaborar en su modificación. Pero la pregunta de fondo es si las nuevas creencias y formas didácticas constituidas con el ingreso de la reforma han de considerarse desviaciones de la propuesta oficial y como tales pueden soslayarse en las acciones de formación y actualización docentes, o como realizaciones que conviene considerar punto de partida de un nuevo impulso y una nueva orientación a la actualización y formación de profesores que, de llevarse a cabo, daría por resultado una reforma distinta.

Cualquiera que sea la decisión que los planeadores tomen al respecto, una y otra vez la nuevas creencias y destrezas construidas por los profesores a partir de su pasado pedagógico y los elementos novedosos que se les ofrezcan definirán las realizaciones de la reforma. Este hecho, hasta hoy, no se ha considerado lo suficiente.

ANEXO 1

Lecciones de los libros de texto gratuito citadas

Anexo 1a
El almacén de ropa



Resuelve los siguientes problemas:

- ¿Qué tiene mayor descuento, el pantalón o el suéter para niño? _____
- ¿Qué tiene menor descuento, la camisa o el pantalón de adulto? _____
- Andrés compró 2 camisas y 2 pantalones de niño. ¿Cuánto dinero ahorró con la oferta? _____
- Rodolfo tiene 20 pesos. ¿Cuántos pares de calcetas puede comprar en el almacén? _____
- Erick quiere comprar 4 pares de calcetas, un suéter y 2 playeras de la ropa de adulto. Lleva 230 pesos. ¿Le alcanza para todo lo que quiere comprar? _____
- Federico lleva 245 pesos para comprar ropa a sus hijos Iván y Estefanía. ¿Qué puede comprarles en el almacén? _____
- Con los datos del dibujo inventa otros problemas, escríbelos y resuelvélos en tu cuaderno.
- Con el grupo y tu maestro, comenten todos los problemas y la manera como los resolvieron.
- Beto vende en la coperativa paquetes con chiclosos. Hay paquetes con dos, tres, cuatro, seis y aveces diez chiclosos.
- Del Rincón de las Matemáticas toma unas piedritas que vas a usar como chiclosos y ocho tapas para empacarlos.

Anexo 1b

La cooperativa escolar



- Haz paquetes de cuatro chiclosos cada uno y completa la tabla:

Número de paquetes	8	7	6	5	4
Número de paquetes					



- Haz paquetes con seis chiclosos cada uno y completa la tabla:

Número de paquetes	8	7	6	5	4
Número de paquetes					



- Haz paquetes con el número de chiclosos que tu quieras, no pongas más de diez chiclosos. Completa la tabla:

Número de paquetes	Número de chiclosos por paquete	Total de chiclosos
3		
4		
5		
7		

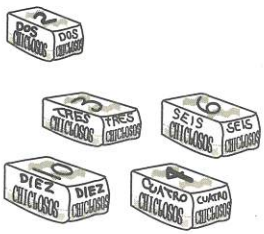


- Usa tus tapas y piedritas y realiza los cálculos.

  - ¿Dónde hay más chiclosos, en 5 paquetes de 2 chiclosos cada uno o en 2 paquetes de 5 chiclosos cada uno?
  - ¿Dónde hay más chiclosos, en 7 paquetes de 2 chiclosos cada uno o en 4 paquetes de 5 chiclosos cada uno?
  - ¿Cuántos paquetes puedes formar con 24 chiclosos si en cada paquete pones 4 chiclosos?

- Completa la tabla:

Número de paquetes	Número de chiclosos por paquete	Total de chiclosos
2		24
	8	24
4		24
		24
		24
		24





Anexo 1c
El lugar del tesoro

En un palacio muy antiguo se encontraron algunos documentos del rey que vivió ahí.









1 Uno de los documentos dice:

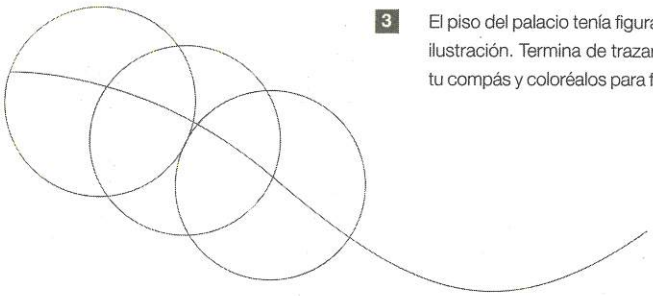
> *El tesoro está enterrado a 4 metros del pozo, a 3 metros del árbol, a 2.5 metros de la estatua, y a 3 metros de la fuente.*

Utiliza tu compás y encuentra el punto donde puede estar el tesoro, luego coloréalo de azul. Cada centímetro del dibujo representa un metro.

2 Otro documento dice lo siguiente:

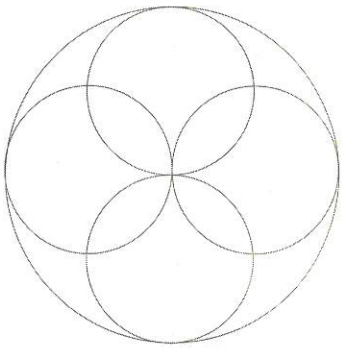
> *- Quiero que en el jardín pongan otra fuente en forma de círculo. Debe haber 3 metros del centro a la orilla de la fuente.*
> *- Quiero que alrededor de la fuente pongan una franja de violetas de un metro de ancho*
> *- Después de las violetas pongan una franja de rosas que tenga medio metro de ancho.*
>
> *El rey*

Dibuja lo que pidió el rey. No olvides que un centímetro del dibujo representa un metro.

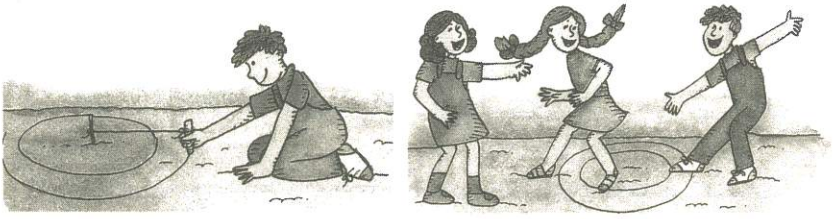


3 El piso del palacio tenía figuras como las de la ilustración. Termina de trazar los círculos con tu compás y coloréalos para formar una figura.

4 Esta figura adornaba las columnas del palacio. Utiliza tu compás para reproducirla en el espacio en blanco. Discute con un compañero cómo hacerlo.



5 Organícense en equipo y en el patio de la escuela hagan círculos como en el dibujo; utilícenlos para realizar algún juego que conozcan.



Anexo 1d
El mundo maya



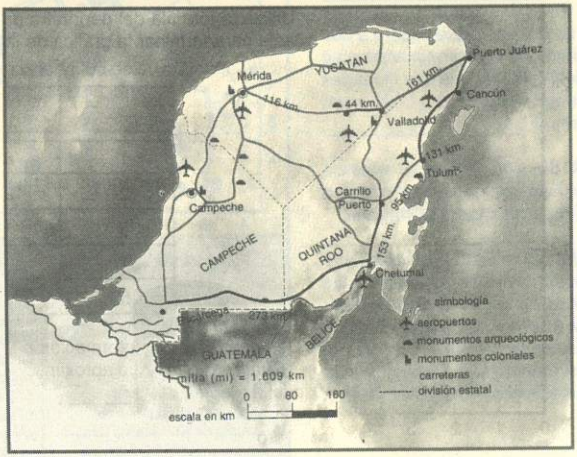
La familia Smith ha llegado a la capital de la República Méxicana, en un vuelo procedente de Washington D.C. Al llegar al hotel, conocieron a Zazil-Ha (nombre que significaFlor de egua), especialista en cultura maya.

- Mañana partiremos por carretera hacia Chichén-Itza. Haremos escala en Escárcega, que se encuentra a 1196 km de aquí. Para conocer el itinerario, pueden consultar este folleto, donde aparecen los lugares que visitaremos -, dijo Zazil-Ha.

El señor Smith comento con su familia el itinerario que Zazil-Ha les había propuesto.

- ¿Cuántas millas son a Escárcega? -, preguntó Willy
- En el folleto aparecen las equivalencias -, dijo el padre.

Una parte de la región donde se desarrolló la civilización maya es la que actualmente se conoce como los estados de Yucatán, Campeche, Tabasco, parte del estado de Chiapas y Quintana Roo, en la República Mexicana, así como parte de Guatemala, Honduras y todo Belice.



Observa el mapa de la página 152 y contesta:

• ¿Cuántas millas tendrá que recorrer la familia Smith, desde la ciudad de México hasta Escárcega? _____

• Si se recorren 90 km por hora, en promedio, ¿cuánto tiempo se invertirá para llegar a Escárcega?

_____

• La distancia entre Escárcega y Chetumal, ¿es menor que 273 millas? _____

Comenta tu respuesta.

• ¿Cuál es la distancia, en kilómetros, que separa a Chetumal de Tulúm? _____ . ¿A cuántas millas corresponde esta distancia? _____

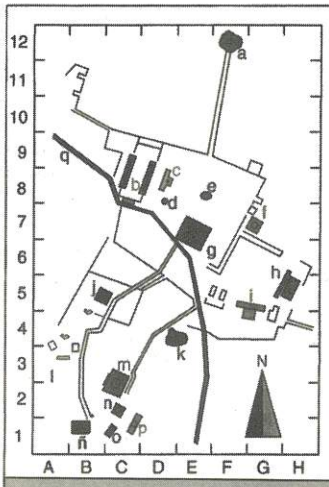
• La distancia que separa a dos ciudades es aproximadamente de 80 millas. Las dos ciudades tienen aeropuerto. ¿Cuáles son éstas? _____

Al día siguiente de su estancia en Escárcega, salieron rumbo a Tulúm pasando por Chetumal.

En Tulúm, Zazil-Ha explicó la importancia y el significado de las construcciones mayas. La familia Smith y los demás turistas estaban fascinados. Después de permanecer en Cancún varios días, llegaron a Chichén-Itzá.

Utilizando las marcas de plano traza una cuadrícula y escribe las coordenadas de cada uno de los siguientes lugares. Por ejemplo, la Casa Colorada se encuentra en (A , 3).

• el Cenote de los Sacrificios (,)
• el Templo de las Águilas (,)
• la Tumba del Gran Sacerdote (,)
• el Caracol (,)
• el Templo de Kukulcán (,)
• el Juego de Pelota (,)



Chichén Itzá: plano general

yarda (yd) = 0.914 escala 0 117m

a- Cenote de los Sacrificios
b- Juego de Pelota
c- Tzompantli
d- Templo de las Águilas
e- Tumba de Chac mool o Plataforma de Venus
f- Templo de los Guerreros
g- Templo de Kukulcán o Castillo
h- Grupo de las Mil Columnas
i- Mercado
j- Tumba del Gran Sacerdote
k- Cenote de Xtoloc (Cenote civil)
l- Casa Colorada
m-Caracol
n- Casa de los relieves pintados
ñ- Las Monjas
o- La Iglesia
p- Akab D'Zib
q- Camino de Mérida

ANEXO 2

Codificación de las interacciones ocurridas durante el trabajo de equipos

2º Grado, grupo 2UE-S, primera clase

Codificaciónes de las interacciones registradas

Cuadro A.1

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	1	0	1	6%	0%	4%
Preguntas	1	0	1	6%	0%	4%
Respuestas	15	5	20	83%	100%	87%
Lectura oral	1	0	1	6%	0%	4%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Mantener ritmo	0	0	0	0%	0%	0%
Administración	0	0	0	0%	0%	0%
No relevantes	0	0	0	0%	0%	0%
Total	18	5	23	0%	0%	0%
Distribución (%) maestro/alumnos	78%	22%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	100%	100%	100%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	6%	0%	5%
Pregunta	6%	0%	5%
Respuesta	88%	100%	91%

Cuadro A.2

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	1	1	2
Resultados	3	0	3
Hechos	6	0	6
Conceptos/estrategias	34	1	35
Organización	9	1	10
Ayuda directa	6	1	7
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	1	0	1

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	17%	50%	19%
Resultados, hechos y ayuda directa	25%	25%	25%
Conceptos/estrategias	58%	25%	56%

2º Grado, grupo 2UE-S, segunda clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.3

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	1	0	1	1%	0%	1%
Preguntas	8	3	11	11%	8%	10%
Respuestas	36	9	45	49%	23%	40%
Lectura oral	0	1	1	0%	3%	1%
Elogio/actitud cooperativa	0	3	3	0%	8%	3%
Crítica/actitud no cooperativa	18	4	22	25%	10%	20%
Mantener ritmo	1	4	5	1%	10%	4%
Administración	6	15	21	8%	38%	19%
No relevantes	3	0	3	4%	0%	3%
Total	73	39	112			
Distribución (%) maestro/alumnos	65%	35%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	62%	33%	52%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	8%	3%
No promotoras de trabajo cooperativo	34%	59%	43%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	2%	0%	2%
Pregunta	18%	25%	19%
Respuesta	80%	75%	79%

Cuadro A.4

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	3	2	5
Resultados	23	9	32
Hechos	0	0	0
Conceptos /estrategias	1	0	1
Organización	18	1	19
Ayuda directa	0	0	0
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	28	27	55

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	47%	25%	42%
Resultados, hechos y ayuda directa	51%	75%	56%
Conceptos/estrategias	2%	0%	2%

2° Grado, grupo 2UE-S, tercera clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.5

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	0	0	0	0%	0%	0%
Preguntas	1	1	2	3%	33%	5%
Respuestas	21	1	22	57%	33%	55%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Mantener ritmo	0	0	0	0%	0%	0%
Administración	0	1	1	0%	33%	3%
No relevantes	15	0	15	41%	0%	38%
Total	37	3	40			
Distribución (%) maestro/alumnos	93%	8%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	59%	67%	60%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	0%	33%	3%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	0%	0%	0%
Pregunta	5%	50%	8%
Respuesta	95%	50%	92%

Cuadro A.6

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	0	0	0
Resultados	1	0	1
Hechos	0	0	0
Conceptos/estrategias	7	0	7
Organización	14	2	16
Ayuda directa	0	0	0
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	15	1	16

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	64%	100%	67%
Resultados, hechos y ayuda directa	5%	0%	4%
Conceptos/estrategias	32%	0%	29%

2° Grado, grupo 2UE-S, cuarta clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.7

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	3	1	4	6%	10%	7%
Preguntas	1	2	3	2%	20%	15%
Respuestas	42	4	46	89%	40%	81%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Mantener ritmo	0	0	0	0%	0%	0%
Administración	0	0	3	0%	30%	5%
No relevantes	1	0	1	2%	0%	2%
Total	47	10	57			
Distribución (%) maestro/alumnos	82%	18%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	98%	70%	93%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	0%	30%	5%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	7%	14%	8%
Pregunta	2%	29%	6%
Respuesta	91%	57%	87%

Cuadro A.8

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	0	0	0
Resultados	1	0	1
Hechos	12	2	14
Conceptos/estrategias	27	4	31
Organización	5	1	6
Ayuda directa	1	0	1
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	1	3	4

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestro	Total
Materiales y organización	11%	14%	11%
Resultados, hechos y ayuda directa	30%	29%	30%
Conceptos/esrtategias	59%	57%	58%

2º Grado, grupo 2R-MM, primera clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.9

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	4	0	4	6%	0%	4%
Preguntas	12	5	17	17%	22%	18%
Respuestas	45	10	55	65%	43%	60%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	4	1	5	6%	4%	5%
Mantener ritmo	0	0	0	0%	0%	0%
Administración	3	7	10	4%	30%	11%
No relevantes	1	0	1	1%	0%	1%
Total	69	23	92			
Distribución (%) maestro/alumnos	75%	25%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	88%	65%	83%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	10%	35%	16%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	7%	0%	5%
Pregunta	20%	33%	22%
Respuesta	74%	67%	72%

Cuadro A.10

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	7	3	10
Resultados	0	2	2
Hechos	2	2	4
Conceptos/estrategias	35	7	42
Organización	11	1	12
Ayuda directa	4	0	4
No clasificadas (LO, E, CR, A Y NR)	8	8	16

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	31%	27%	30%
Resultados, hechos y ayuda directa	10%	27%	14%
Conceptos/esrtategias	59%	47%	56%

2° Grado, grupo 2R-MM, segunda clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.11

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	3	0	3	2%	0%	2%
Preguntas	3	1	5	3%	6%	3%
Respuestas	109	10	119	75%	56%	73%
Lectura oral	7	0	7	5%	0%	4%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	18	1	19	12%	6%	12%
Mantener ritmo	1	1	2	1%	6%	1%
Administración	2	5	7	1%	28%	4%
No relevantes	1	0	1	1%	0%	1%
Total	145	18	163			
Distribución (%) maestro/alumnos	89%	11%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	85%	61%	82%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	14%	39%	17%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	3%	0%	2%
Pregunta	3%	9%	4%
Respuesta	94%	91%	94%

Cuadro A.12

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	3	0	3
Resultados	19	3	22
Hechos	13	0	13
Conceptos/estrategias	77	6	83
Organización	3	2	5
Ayuda directa	1	0	1
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	29	7	36

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	5%	18%	6%
Resultados, hechos y ayuda directa	28%	27%	28%
Conceptos/esrtategias	66%	55%	65%

4° Grado, grupo 4UE-CO, cuarta clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.13

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	0	0	0	0%	0%	0%
Preguntas	0	2	2	0%	20%	2%
Respuestas	72	8	80	96%	80%	94%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	2	0	2	3%	0%	2%
Crítica/actitud no cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Mantener ritmo	0	0	0	0%	0%	0%
Administración	0	0	0	0%	0%	0%
No relevantes	1	0	1	1%	0%	1%
Total	75	10	85			
Distribución (%) maestro/alumnos	88%	12%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	96%	100%	96%
Promotoras de trabajo cooperativo	3%	0%	2%
No promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	0%	0%	0%
Pregunta	0%	20%	2%
Respuesta	100%	80%	98%

Cuadro A.14

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	2	0	2
Resultados	12	4	16
Hechos	4	0	4
Conceptos/estrategias	50	4	54
Organización	4	2	6
Ayuda directa	1	0	1
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	3	0	3

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	8%	20%	10%
Resultados, hechos y ayuda directa	23%	40%	25%
Conceptos/esrtategias	68%	40%	65%

4° Grado, grupo 4R-S, segunda clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.15

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	10	5	15	12%	19%	14%
Preguntas	7	0	7	9%	0%	6%
Respuestas	30	10	40	37%	37%	37%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	21	2	23	26%	7%	21%
Mantener ritmo	0	6	6	0%	22%	6%
Administración	1	4	5	1%	15%	5%
No relevantes	13	0	13	16%	0%	12%
Total	82	27	109			
Distribución (%) maestro/alumnos	75%	25%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	57%	56%	57%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	27%	44%	31%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	21%	33%	24%
Pregunta	15%	0%	11%
Respuesta	64%	67%	65%

Cuadro A.16

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	25	5	30
Resultados	0	0	0
Hechos	0	0	0
Conceptos/estrategias	17	10	27
Organización	4	0	4
Ayuda directa	1	0	1
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	35	12	47

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	62%	33%	55%
Resultados, hechos y ayuda directa	2%	0%	2%
Conceptos/esrtategias	36%	67%	44%

4º Grado, grupo 4-R-S, tercera clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.17

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	0	0	0	0%	0%	0%
Preguntas	1	0	1	5%	0%	4%
Respuestas	17	2	19	85%	25%	68%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	1	0	1	5%	0%	4%
Mantener ritmo	1	1	2	5%	13%	7%
Administración	0	5	5	0%	63%	18%
No relevantes	0	0	0	0%	0%	0%
Total	20	8	28			
Distribución (%) maestro/alumnos	71%	29%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	90%	25%	71%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	10%	75%	29%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	0%	0%	0%
Pregunta	6%	0%	5%
Respuesta	94%	100%	95%

Cuadro A.18

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	2	0	2
Resultados	3	0	3
Hechos	0	0	0
Conceptos/estrategias	4	0	4
Organización	9	2	11
Ayuda directa	0	0	0
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	2	6	8

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	61%	100%	65%
Resultados, hechos y ayuda directa	17%	0%	15%
Conceptos/esrtategias	22%	0%	20%

6° Grado, grupo 6-R-C, primera clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.19

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	1	0	1	7%	0%	6%
Preguntas	0	0	0	0%	0%	0%
Respuestas	12	2	14	80%	100%	82%
Lectura oral	0	0	0	0%	0%	0%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	1	0	1	7%	0%	6%
Mantener ritmo	0	0	0	0%	0%	0%
Administración	1	0	1	7%	0%	6%
No relevantes	0	0	0	0%	0%	0%
Total	15	2	17			
Distribución (%) maestro/alumnos	88%	12%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	87%	100%	88%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	13%	0%	12%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	8%	0%	7%
Pregunta	2%	0%	0%
Respuesta	92%	100%	93%

Cuadro A.20

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	0	0	0
Resultados	8	0	8
Hechos	0	0	0
Conceptos/estrategias	3	2	5
Organización	1	0	1
Ayuda directa	1	0	1
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	2	0	2

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	8%	0%	7%
Resultados, hechos y ayuda directa	69%	0%	60%
Conceptos/esrtategias	23%	100%	33%

6° Grado, grupo 6R-R, primera clase

Codificación de las interacciones registradas

Cuadro A.21

Eje de forma de la interacción						
	No. de interacciones			Porcentaje		
	Alumnos	Maestro	Total	Alumnos	Maestro	Total
Enunciado de contenido/ estrategias	0	0	0	0%	0%	0%
Preguntas	4	1	5	6%	11%	7%
Respuestas	55	3	58	89%	33%	82%
Lectura oral	0	1	1	0%	11%	1%
Elogio/actitud cooperativa	0	0	0	0%	0%	0%
Crítica/actitud no cooperativa	2	0	2	3%	0%	3%
Mantener ritmo	0	3	3	0%	33%	4%
Administración	0	1	1	0%	11%	1%
No relevantes	1	0	1	2%	0%	1%
Total	62	9	71			
Distribución (%) maestro/alumnos	87%	13%				

Distribución en cuanto a promoción del trabajo cooperativo			
	Alumnos	Maestros	Total
Académicas	95%	56%	90%
Promotoras de trabajo cooperativo	0%	0%	0%
No promotoras de trabajo cooperativo	3%	44%	8%

Distribución (%) de las interacciones académicas (excluyendo lectura oral)			
	Alumnos	Maestros	Total
Enunciado de contenido/estrategia	0%	0%	0%
Pregunta	7%	25%	8%
Respuesta	93%	75%	92%

Cuadro A.22

Eje de foco de atención de la interacción			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales	1	1	2
Resultados	3	0	3
Hechos	6	0	6
Conceptos/estrategias	34	1	35
Organización	9	1	10
Ayuda directa	6	1	7
No clasificadas (LO, E, CR, A y NR)	3	5	8

Distribución (%) de las interacciones			
	Alumnos	Maestros	Total
Materiales y organización	17%	50%	19%
Resultados, hechos y ayuda directa	25%	25%	25%
Conceptos/esrtategias	58%	25%	56%

ANEXO 3

Exámenes aplicados a los alumnos de segundo, cuarto y sexto grados

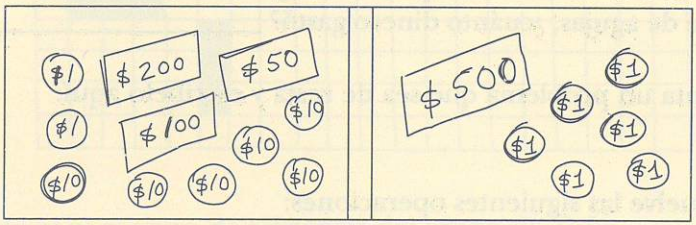
Proyecto UPN/OEA

Cuestionario para evaluar los logros en el aprendizaje matemático. Versión A.

Segundo grado

Nombre del alumno:_____
Escuela:_____

1. Tacha el número más grande: 199 310 267
2. Tacha el número más chico: 987 978 997



3. Escribe sobre la raya la cantidad de dinero que hay:
$_____ $_____

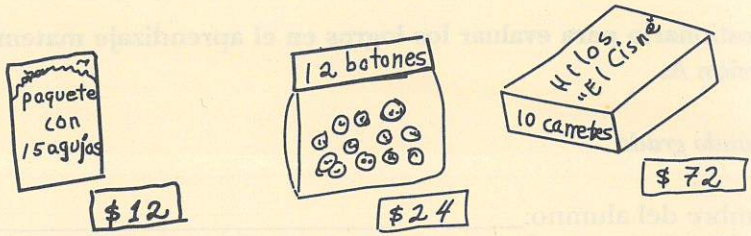
4. Escribe los siguientes números:
setecientos setenta _____, ochocientos uno _____

5. Escribe el número que se forma con 6 centenas, 8 decenas y 1 unidad: _____

6. Escribe el número que se forma con 7 decenas, 1 centena y 0 unidades: _____

7. Paco y Rosa gastaron 72 perlas en hacer 6 pulseras, ¿cuántas perlas pusieron en cada pulsera?: _____

8. Observa la ilutración y contesta las preguntas:



a) La mamá de Lupe compró cinco paquetes de botones, ¿cuántos botones llevó? _____

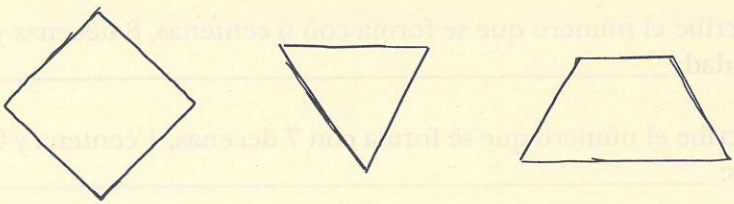
b) La abuelita de Ana compró una caja de carretes de hilo y un paquete de agujas, ¿cuánto dinero gastó? _____

9. Inventa un problema que sea de resta y escríbelo aquí:

10. Resuelve las siguientes operaciones:

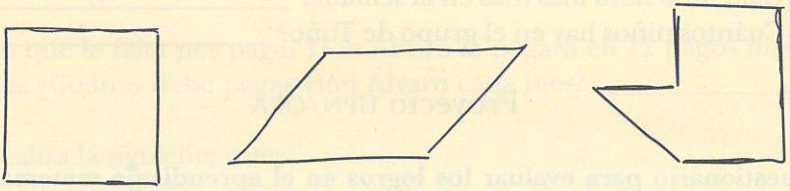
36	78	365	13
+38	-10	-158	x7

11. Escribe su nombre a las siguientes figuras:

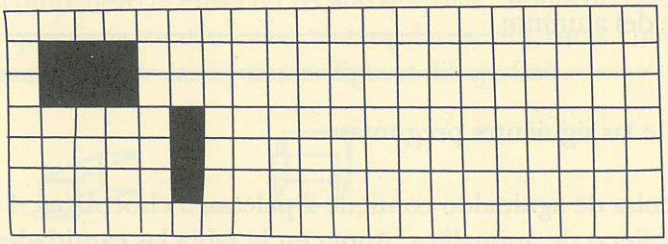


12. Es una figura que tiene dos lados grandes iguales y dos lados chicos iguales ¿qué figura es? _____

13. Divide en cuatro triángulos las figuras:



14. Dibuja otras dos figuras que midan lo mismo que éstas, pero que tengan diferente forma:



15. Este es el registro de asistencia del grupo de Toño

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Antonio	•	•	•	•	•
Alicia	•	•	•	•	•
Daniel	•		•	|	•
José	•	•	•	|	•
Laura	•	|	•	•	•
Mercedes	•	|	•	•	•
María	•	•	•	|	•
Teresa	•	•	•	|	•
Ramón	•	•	•	•	•
Samuel	•	•	•	•	|

• ¿Que días de la semana no faltó nadie? _____

- ¿Cuál es el día en que faltaron más niños? _____
- ¿Cuál niño faltó más días en la semana? _____
- ¿Cuántos niños hay en el grupo de Toño? _____

Proyecto UPN/OEA

Cuestionario para evaluar los logros en el aprendizaje matemático de los alumnos. Versión A.

Cuarto grado

Nombre del alumno: _____
Escuela: _____

Responde las siguientes preguntas:

1. Una bolsa de aguinaldo contiene 2 paletas, 5 chocolates, 4 caramelos y 7 galletas de animalitos. Anota en la tabla las cantidades que se necesitan para 3 y para 8 bolsas.

	3 bolsas	8 bolsas
Paletas		
Chocolates		
Caramelos		
Galletas		

2. En una agencia de automóviles se ven los siguientes precios:

Automóvil 1	Automóvil 2	Automóvil 3	Automóvil 4	Automóvil 5
$ 45 500	$ 38 750	$ 60 000	$ 57 230	$ 22 810

a) Don Álvaro compró el automovil más caro de la agencia.
¿Cuánto cuesta el automóvil que compró? _____

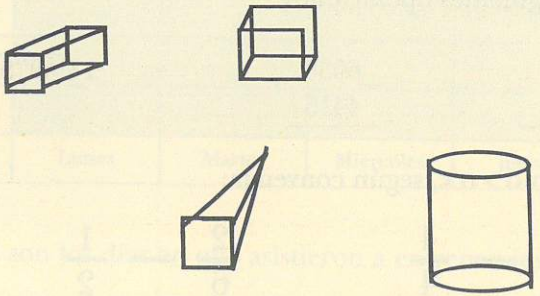
b) Don Álvaro dio un enganche de $12 000 a cuenta del automóvil, ¿cuánto le queda por pagar? _____

c) Lo que le falta por pagar Don Álvaro lo pagará en 12 pagos mensuales.¿Cuánto debe pagar Don Álvaro cada mes?_____

3. Realiza la siguiente suma:

$$\frac{3}{10} + \frac{9}{10} = ____$$

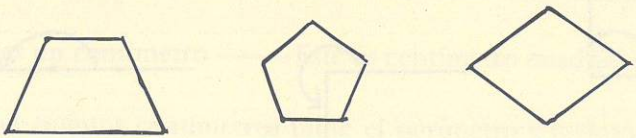
4. Si un compañero te envía un recado que dice: dibuja un cuerpo geométrico que tiene cuatro caras rectangulares, dos caras cuadradas y doce aristas, ¿cuál de las siguientes figuras dibujarías?



5. Escribe el nombre de dos cuerpos geométricos que tú conozcas:

_____ _____

6. Pon su nombre a las siguientes figuras:



7. Anota sobre la raya el número que va antes del que está escrito:

_____ 5 000 _____ 14 210 _____ 9 999

8. Lupe quiere juntar $78 para comprar un libro de cuentos. Tiene sólo $46, ¿cuánto más debe juntar? _____

9. En el equipo de los "Pumas" se repartieron 4 chocolates entre 5 niños. En el equipo de las "Chivas" se repartieron 5 chocolates entre 4 niños.

a) ¿Cuánto chocolate le tocó a cada niño del equipo "Pumas"?_____
b) ¿Cuánto chocolate le tocó a cada niño del equipo "Chivas"?_____

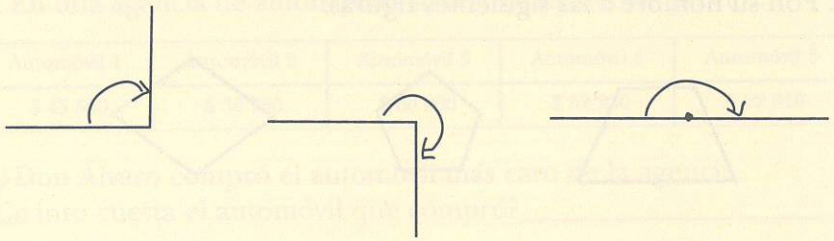
10. Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r} 362 \\ \times 49 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6038 \\ -\ 4415 \\ \hline \end{array} \qquad 18\overline{)3978}$$

11. Coloca el signo > o <, según convenga:

$$\frac{3}{4} _ \frac{4}{4} \qquad \frac{2}{6} _ \frac{1}{2}$$

12. Tacha el ángulo de 3/4 de vuelta:



13. Observa la gráfica y contesta:

Gráfica de asistencia a sesiones de entrenamiento
Equipo "Cobras"

NÚMERO de NIÑOS						
	10					
	9					
	8					
	7					
	6					
	5					
	4					
	3					
	2					
	1					
		Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes

a) ¿Cuáles son los días en que asistieron a entrenamiento más niños?

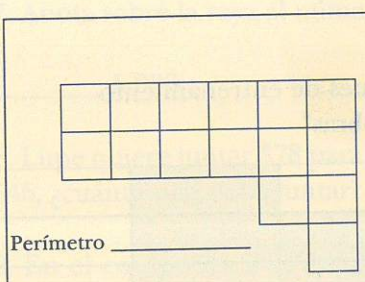
_____

b) Un día de la semana faltaron 5 niños porque fueron a ver un juego de beisbol: ¿cuál fue ese día? _____

c) Un día de la semana, Pedro y Raúl faltaron al entrenamiento porque tenían gripe: ¿cuál fue ese día? _____

14. Este es un centímetro ——— Este es centímetro cuadrado 

a) Escribe cuántos centímetros mide el perímetro y cuántos centímetros cuadrados mide el área de la figura siguiente:



Perímetro _____

Área _____

Dibuja una figura que tenga la misma área que la figura de la izquierda, pero que tenga diferente forma

15. ¿Cuántos grados crees que mide el ángulo? Tacha lo que tu creas:



90 grados 50 grados 140 grados

16. Tiene sus cuatro lados iguales, tiene cuatro ángulos rectos. ¿qué figura es? _____

Proyecto UPN/OEA

Cuestionario para evaluar los logros en el aprendizaje matemático de los alumnos. Versión A.

Sexto grado

Nombre del alumno: _____

Escuela: _____

Contesta los problemas siguientes. Haz las operaciones o dibujos que necesites en los espacios vacios.

1. Doña Esperanza está tejiendo un mantel que deberá medir siete metros y medio. El lunes tejió 1 2/3 metros, el martes tejió 1 3/4 metros y el miércoles 1 5/6 metros. ¿Cuántos metros faltan para que termine el mantel? _____

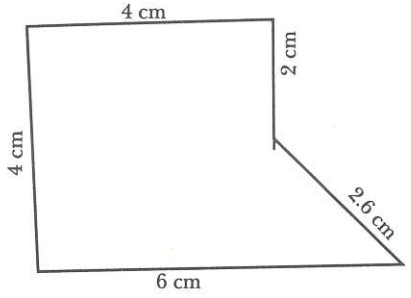
2. Los alumnos de una secundaria van a ser premiados con discos compactos o casetes, por haber ganado el concurso de poesía coral. La dirección de la escuela otorgó $3 000 para los premios. Se compraron 6 discos compactos de $220 cada uno y varios casetes de $120 cada uno. Si no sobró dinero, ¿Cuántos casetes se compraron?

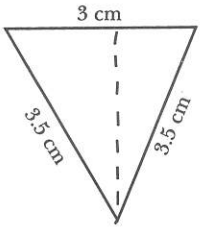
_____

3. Alejandra compró 6 bolsitas con dos chocolates cada una. Compró también un chocolate suelto. Cada chocolate cuesta $2.80. Si paga con un billete de $50.00, ¿cuánto le dan de cambio?

_____

4. Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras:





5. Resuelve las siguientes operaciones:

$4\frac{2}{3} - 2\frac{5}{12} =$

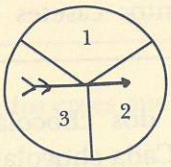
$$\begin{array}{r} 2\,560.2 \\ -\ 1\,234.2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15.76 \\ \times\ 302 \\ \hline \end{array}$$

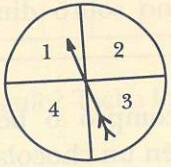
$325\overline{)9857.25}$

6. Mira los discos que aparecen abajo, tienen flechas que giran y señalan un número ¿En qué disco es más fácil conseguir un 2? Tacha la respuesta correcta:

a) Es más fácil conseguir un 2 en el disco rojo.
b) Es más fácil conseguir un 2 en el disco azul.
c) En los dos discos hay la misma probabilidad de marcar un 2.
d) No se puede saber.



AZUL



ROJO

7. Hay dos bolsas con canicas rojas y azules. La bolsa *A* tiene 12 canicas rojas y 4 azules. La bolsa *B* tiene 20 canicas rojas y 10 azules. Debes sacar una canica roja sin mirar dentro de la bolsa para poder ganar el premio. ¿Qué bolsa elegirías para extraer de ella la canica solicitada? Señala la respuesta correcta:

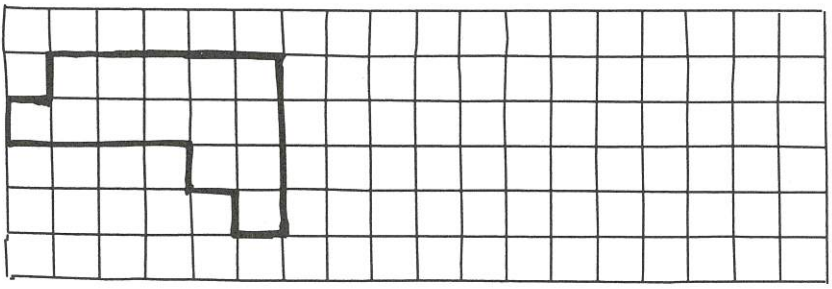
a) La bolsa *A* porque brinda una posibilidad mayor de obtener una canica roja.
b) La bolsa *B* porque brinda una posibilidad mayor de obtener una canica roja.
c) Cualquiera porque con las dos bolsas hay la misma posibilidad.
d) No se sabe.

8. En la colonia Portales se construyó un edificio de siete pisos con las siguientes medidas: 57 m de frente y 23 m de fondo. Cada piso tiene una altura de 2.8 m. Con base en la información anterior, responde las preguntas siguientes:

• ¿Qué perímetro tiene la base del edificio?_____

- ¿Cuál es el área de la base del edificio?_____
- ¿Qué altura tiene el edificio?_____
- ¿Cuál es el volumen?_____

9. Haz una figura que tenga la misma área que ésta, pero que tenga distinta forma y distinto perímetro.

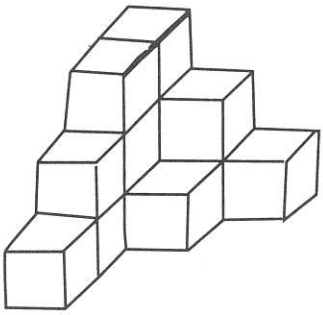


10. Pon en el cuadrito el signo >, < ó =, según convenga:

41.189	☐	41.21	30.03	☐	30.030
10.10	☐	1.100	$\frac{12}{7}$	☐	$\frac{9}{5}$

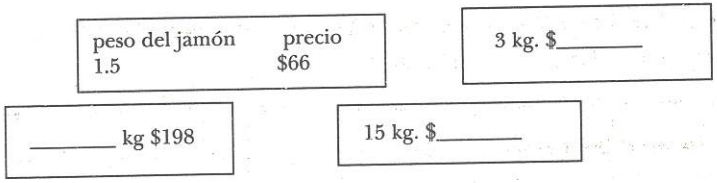
11. Observa la figura que se presenta a continuación y completa lo siguiente:

Volumen de la capa 1 _____
Volumen de la capa 2 _____
Volumen total _____



1 cm

12. José David tiene una tienda. Está haciendo unas etiquetas para colocar en los trozos de jamón. Ayuda a David a terminar de elaborar las etiquetas con los precios.



a) Contesta la siguiente pregunta: ¿cuánto hay que pagar por 1 kg, de jamón en la tienda de José David? _____

La reforma realizada.
La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas
Se imprimió por encargo de la
Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en el 45° aniversario de su creación,
en los talleres de Impresiones Precisas Alfer, S.A. de C.V.,
con domicilio en Camino Real al Ajusco N° 89-4,
Col. Ampliación Tepepan, C.P. 16029, Xochimilco, D.F.,
el mes de septiembre de 2004.
El tiraje fue de 5,000 ejemplares