



La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo en el campo

Alicia Avila

Universidad Pedagógica Nacional

México

avilaalicia693@yahoo.com.mx

Resumen

En México, la investigación en el campo de la educación matemática surgió en los años setenta del siglo XX centrada en los procesos cognitivos de los estudiantes y el estudio de la génesis histórica de conceptos matemáticos que se enseñan en la educación superior. Con el paso del tiempo, y la incorporación de nuevas teorías y herramientas metodológicas, el foco de atención se desplazó y diversificó. El estado actual de la investigación es resultado de un recorrido con cambios y expansiones, tanto en nuestras concepciones de los objetos y sujetos de estudio como en las teorías y las metodologías utilizadas. Haciendo una revisión de las investigaciones realizadas en México, se expone la evolución de la investigación en el campo de la educación matemática, sus objetivos, metodologías, marcos referenciales y tareas pendientes.

Palabras-clave: educación matemática, historia de la investigación, estado del arte, metodologías de investigación, enfoques de investigación, desarrollo de la investigación, prospectiva

Aclaraciones necesarias

Esta conferencia está sustentada en el trabajo de muchas personas; constituye una síntesis de los tres “Estados del conocimiento en educación matemática” que se han elaborado en México por convocatoria del Consejo Mexicano de Investigación Educativa, y en los cuales participé como co-autora o coordinadora. Expongo la interpretación que he hecho de estos trabajos al paso del tiempo, e incluyo informaciones complementarias más recientes. Pido una disculpa a los co-autores de estos “estados”, y a los autores de los trabajos recontados en ellos, porque el espacio disponible hace imposible citar los escritos tan directa y ampliamente como desearía.

Otra cuestión que es necesario aclarar refiere a la organización temática de las investigaciones; ésta se realizó conforme a dos criterios que los grupos de trabajo consideramos pertinentes en su momento: a) la presentación conforme a los niveles que constituyen el sistema educativo mexicano: educación preescolar y primaria; educación secundaria; educación media

superior (bachillerato); educación superior; b) al interior de cada nivel educativo, los trabajos se organizaron de acuerdo con los elementos del clásico triángulo didáctico: el saber; el maestro; los alumnos; las interacciones entre estos elementos (la enseñanza).

Los inicios: 1975-1990¹

El contexto.

Como disciplina autónoma y con orientación sistemática hacia la investigación, la educación matemática en México tuvo sus orígenes en la década de 1970. El grupo que la impulsó, conformado por colegas de la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV (en adelante SME), propuso entre sus primeras acciones la creación de una maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. La maestría inició en 1975, aunque sería hasta 1980 que se propuso la formación de especialistas en educación matemática cuyo trabajo estuviera enfocado a la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (véase Block y Waldegg, coords., 1995). De cualquier manera, con la maestría se preparó el terreno para la creación del campo de la educación matemática.

Poco después se abrió el doctorado y las primeras tesis para obtener este grado se presentaron hacia fines de los años ochenta. Entre esas primeras tesis se contaban las de Tere Rojano, Guillermina Waldegg, Olimpia Figueras y Ricardo Cantoral.

Las primeras publicaciones mexicanas en educación matemática también vieron la luz en ese tiempo. Hacia 1984 se inició la publicación de trabajos de investigación a través de los Cuadernos de Investigación del Programa Nacional de Formación de Profesores de Matemáticas (PNAFPM), que en general presentaban avances de investigación de los profesores de la SME. En 1986 se publicaron los primeros Cuadernos del Laboratorio de Psicomatemáticas del Departamento de Investigaciones Educativas, también del CINVESTAV, que después se integrarían a otras colecciones más generales de ese Departamento. Las Memorias de las Reuniones centroamericanas y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, aparecieron anualmente a partir de 1987. Con la revista Educación Matemática, creada en 1989, se inició la publicación periódica, en español, de investigaciones en educación matemática.

Desde aquel entonces, la actividad de investigación se vio alimentada por el vínculo con colegas extranjeros, muchos de cuyos intercambios se realizaron con el auspicio de convenios institucionales, como los celebrados entre la SME y el King's College de la Universidad de Londres, o con el IREM de París y el de Estrasburgo en Francia.

Una parte importante de la producción de aquella época estuvo vinculada al Sistema Educativo Nacional, y se concretó en productos de desarrollo fundamentados en resultados de investigación, tales como propuestas curriculares, libros de texto y guías para maestros.

La investigación en el periodo inicial.

Hace unos 25 años, un grupo de colegas encabezado por Guillermina Waldegg, y a petición del Consejo Mexicano de Investigación Educativa, nos dimos a la tarea de hacer el recuento de la investigación realizada en el periodo 1980-1990 en México. Fue la primera oportunidad de

¹ Este inciso está basado en el recuento de la investigación coordinado por Guillermina Waldegg y David Block (1995), aunque he revisado y/o complementado algunos datos. La ficha bibliográfica del trabajo se anota en la bibliografía.

explorar, organizar y tratar de entender la actividad de una comunidad en vías de constitución. La intención específica para cumplir el encargo fue considerar artículos publicados en el rubro de investigación, así como tesis de maestría y doctorado elaboradas en instituciones mexicanas. En primera instancia se eligieron los trabajos en donde se explicitaban claramente los objetivos, la metodología y los resultados; sin embargo, puesto que estos trabajos eran muy escasos se incluyeron otros aun cuando carecieran de algunos de estos elementos (cf. Waldegg et.al. 1985).

En aquella época la comunidad compartía ya la hipótesis de que conocer las concepciones de los estudiantes, sus dificultades en el aprendizaje y los errores que cometen al tratar de aprender constituye un punto de apoyo esencial para la construcción de propuestas de enseñanza productoras de aprendizajes con significado. Bajo tal premisa, muchas de las investigaciones enfocadas a la educación básica se centraron en los alumnos y sus procesos de construcción de conocimientos matemáticos. En general, había interés por conocer los trayectos de construcción de los conceptos, los puntos críticos de esos trayectos, o los errores que cometen los alumnos en sus intentos por aprender. En la *educación primaria y la educación preescolar* la aritmética fue el contenido principal de este tipo de estudios, casi todos realizados desde una perspectiva cualitativa que, en palabras de sus autores, refería a que los estudios eran realizados con muestras pequeñas de sujetos, mediante interrogatorios con técnicas piagetanas, y sin uso de estadística.

Thomas Kieren, Kathleen Hart y el grupo CSMS, Gerard Vergnaud, T. Carpenter y J. Moser fueron inspiración y marco para muchas de las investigaciones vinculadas a la *educación primaria y preescolar* que entonces se realizaban. Al interior de aquel conjunto de estudios, prevalecieron los interesados en la resolución de problemas aritméticos y los procesos y dificultades para aprender las fracciones.

Otra vertiente de indagación gestada en esa época y de gran relevancia social en nuestro país, es la orientada a identificar y analizar los saberes matemáticos – principalmente aritméticos – de los adultos sin escolaridad. En concordancia con las declaraciones de la UNESCO que señalaban: “Los analfabetos no son unos ignorantes”, y como respuesta a la necesidad de mejorar los materiales para alfabetización y educación primaria utilizados por el Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, se desarrollaron algunas indagaciones de las que se desprendió la siguiente conclusión: “En general, los analfabetos son competentes para resolver los problemas que su cotidianeidad les presenta; tienen un pensamiento aritmético bastante estructurado, y conforme a ese sistema, utilizan estrategias propias de resolución de muchos de los problemas a los que se enfrentan”.

En la *secundaria*, destacaron los trabajos vinculados al álgebra que se enseñaba en ese nivel educativo; se realizaron trabajos de análisis curricular, de identificación y análisis de errores en el uso del álgebra y, especialmente, en lo referente a la adquisición del lenguaje algebraico y el tránsito de la aritmética al álgebra; también eran bastantes los trabajos dedicados al aprendizaje de esta rama de las matemáticas en entornos computacionales, o los que experimentaban con calculadoras. L. Booth, M. Matz, K. Hart, C. Kieren y H. Freudenthal fueron referentes importantes en el desarrollo de este tipo de estudios.

El cálculo fue la espina dorsal de la indagación en el *nivel medio superior y superior*, los trabajos en esta vertiente, se apegaron a objetivos y metodologías relativamente variadas: una de ellas era la investigación sobre los procesos de construcción de ideas y conocimientos por parte de los estudiantes. Conforme a los marcos conceptuales utilizados, se identifican investigaciones basadas en la teoría piagetana (estadios en la construcción de las ideas y mecanismos de tránsito

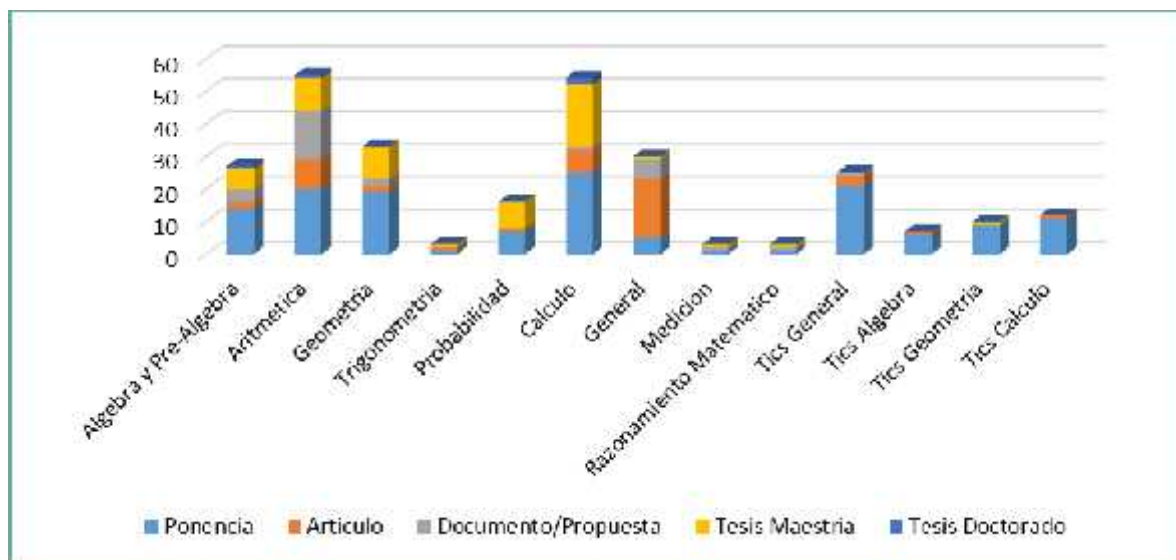
de un estadio a otro); estudios que buscan determinar las imágenes que los alumnos tienen respecto de los conceptos y los obstáculos que enfrentan al elaborar dichos conceptos; también se recabaron estudios sobre las estrategias de resolución de problemas.

El interés por el cálculo también se orientó al análisis del saber: se estudió la génesis histórica de ciertos conceptos, se analizó la forma en que éstos fueron plasmados en textos antiguos, se examinaron las maneras en que son presentados en textos modernos, o se identificaron obstáculos epistemológicos propios de las distintas nociones examinadas. Todo esto como un recurso para la comprensión y explicación de los mecanismos de apropiación y construcción del conocimiento matemático y la creación de opciones de enseñanza, por lo que también se realizaron estudios tendientes a desarrollos alternativos de contenidos; un ejemplo notable de esto es un curso de cálculo con base en cantidades infinitamente pequeñas propuesto por Carlos Imaz (cf. Waldegg y Block, coords. 1995).

La geometría tuvo un lugar más modesto en las investigaciones de aquella época. Aunque se inició la discusión acerca de la demostración en geometría, las dificultades de los estudiantes para utilizarla y se diseñaron situaciones para contribuir a desarrollar este tipo de pensamiento, los investigadores ocupados de este tema fueron pocos. El caso de la probabilidad fue similar, pero en esta rama de las matemáticas el número de investigaciones fue aún menor.

En general, y en todos los niveles educativos, se reportaba escasa comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes, pero la investigación de aquel período aportó más que el conocimiento de este bajo nivel: además de ciertos desarrollos experimentales o curriculares, se develaron las estrategias, aproximaciones y recursos personales con que las personas no escolarizadas, los niños de primaria y jóvenes de secundaria o de niveles superiores de escolaridad trataban de enfrentar las tareas matemáticas que se les proponían. Es decir que se documentó *otro pensamiento matemático* que hasta entonces nos era desconocido. Me parece que éste fue el gran aporte de aquel período.

Para dar una panorámica del número y tipo de trabajos producidos en aquellos años (287), se inserta la gráfica que resume la producción por temas y tipo de publicación.



Gráfica 1. Producción de Investigación 1980-1990

1991-2000: la expansión²

En los años noventa, el impulso de la investigación en educación matemática se dejó sentir en un crecimiento tanto de la cantidad como de la calidad de los trabajos. Me parece que fue un período de franca expansión en ambos sentidos.

Las tesis de doctorado se triplicaron en esta década. Las tesis de maestría y los artículos, *grosso modo*, duplicaron sus números y nutrieron de manera importante el campo. El peso relativo de las ponencias disminuyó, aunque éstas continuaron siendo la forma privilegiada de difundir los resultados de la investigación (41%). La tabla 1 muestra el crecimiento cuantitativo de la investigación experimentado en ese entonces.³

Tabla 1

Comparación de la producción de investigación dos décadas: años ochenta y años noventa

Década	Tesis de maestría	Tesis de doctorado	Ponencias	Artículos	Capítulos de libro	Libros	Otros	Total
Ochentas	62	5	143	53	0	0	24	287
Noventas	105	16	176	107	16	7	4	431
	167	21	319	160	16	7	28	718

En el período 1991-2000, las vertientes de investigación constituidas en los años ochenta se mantuvieron vivas, aunque con modificaciones, surgimientos y expansiones que conviene destacar: las tecnologías impactaron fuertemente las investigaciones en la educación secundaria y comenzaron a cobrar presencia en la media superior; en el nivel de educación primaria y preescolar la tecnología no constituyó tema de indagación, en cambio la introducción de una reforma educativa (en 1993) favoreció el desarrollo de estudios sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas en este nivel educativo.

La línea de investigación centrada en los aprendizajes y procesos cognitivos de los estudiantes se mantuvo vigente durante la década de los noventa en la educación preescolar y la educación primaria. Esta vertiente informó de las maneras en que los niños interpretan las escrituras numéricas o las producen, de las dificultades para comprender el valor posicional, o de cómo las fracciones persistían como el gran reto de la educación primaria. Hacia el final de los años ochenta e inicios de los noventa se multiplicaron las publicaciones sobre la resolución de problemas y las que reflejaban la preocupación por conocer qué tanto los niños comprendían las fracciones y las expresiones con las cuales se representan, o los distintos significados de estos números según el modelo de Thomas Kieren.

Reflejo de un cambio en nuestras concepciones sobre el papel del profesor en los aprendizajes de los alumnos, se abrió en este período una vertiente de investigación interesada en el pensamiento docente. Gracias a los pocos estudios elaborados entonces sobre el tema, se

² El análisis de este período se sustenta en el texto Avila, A. & E. Mancera (Coords), L.M. Aguayo, D. Block, A. Carvajal, P. Camarena & D. Eudave (2003). El campo de la educación matemática, 1993 – 2001 (la ficha completa está en la bibliografía).

³ El lector puede consultar en el Apéndice A, las tablas con las cifras correspondientes a los temas matemáticos abordados en las investigaciones realizadas durante este período y el siguiente.

comenzó a saber de las limitadas concepciones que tienen los docentes sobre la geometría y el volumen, o de su escaso manejo de la proporcionalidad.

Con base en los aportes de la línea experimental, se estuvo en posibilidad de ofrecer a los docentes de educación primaria mejores recursos para apoyar la enseñanza y a los niños mejores condiciones para aprender. Bajo tal supuesto, muchas de las situaciones experimentadas se incluyeron en los programas y libros escolares introducidos con la reforma curricular de 1993. Aunque no se indagó con suficiencia el funcionamiento de dichas situaciones cuando pasaron a manos de los profesores, el análisis de las prácticas escolares en matemáticas constituyó una novedad del período. Se desarrollaron trabajos importantes que mostrarían las realizaciones de la reforma en las aulas, así como los sentidos que los docentes darían a las innovaciones.

Gracias a estas investigaciones supimos de distancias importantes entre el hacer magisterial y la intención oficial concretada en materiales educativos; de la poca comprensión de las propuestas por parte de muchos profesores, o de las transformaciones a veces radicales que operaban sobre las innovaciones; también supimos de su resistencia a aceptar que, como lo sugerían los nuevos lineamientos, los niños podrían aprender - interactuando con las situaciones y problemas y con los compañeros - lo que sus profesores no les habían enseñado. Junto con lo anterior, nos enteramos de que los aprendizajes escolares seguían siendo muy modestos no obstante las ambiciosas intenciones de mejora introducidas con la reforma.

Aunque como parte de la reforma en primaria se introdujo el uso de la calculadora, este recurso no constituyó objeto de investigación en la educación primaria. Los investigadores de este nivel educativo prefirieron estudiar la utilidad y uso de los libros de texto, quizás por la fuerte presencia de los gratuitos distribuidos por el Estado.

En *secundaria*, la reforma a las matemáticas iniciada en 1993 no fue motivo de investigación. En este período de expansión, la centración en el sujeto cognoscente continuó siendo el eje de la investigación; más del 60% de los trabajos localizados sobre este nivel educativo permanecieron centrados en los estudiantes y con un enfoque cognitivo. El álgebra y la pre-álgebra continuaron como temas privilegiados por los investigadores, sólo la aritmética registró un número considerable, aunque menor, de investigaciones y emergió la probabilidad como tema de indagación.

La orientación cognoscitiva interesada en el álgebra, sin duda derivó en importantes beneficios: permitió re-conceptualizar el aprendizaje de un tema nodal de la educación secundaria, e incorporar a planes y programas de estudio nuevas propuestas de enseñanza. La investigación, además, proporcionó abundantes evidencias de cómo ciertos instrumentos - principalmente la computadora o las calculadoras graficadoras - pueden contribuir a mejorar los aprendizajes de los estudiantes. Porque en secundaria, de manera distinta a lo que ocurrió en la educación primaria, la puesta a prueba de nuevas tecnologías constituyó tema nodal de indagación y delineó trayectorias de enseñanza y de aprendizaje inéditos.

Empero, el hecho de que los resultados fueran logrados por lo general en situaciones experimentales, apartadas de las condiciones reales de nuestras escuelas, dejó pendiente el estudio de los eventuales beneficios de estos recursos en el seno de las condicionantes que le imponen el sistema educativo y sus actores. Quedaría para el futuro el estudio de la transposición que los profesores habrían operado sobre las propuestas oficiales, o sus reacciones a la incorporación de las innovaciones tecnológicas cuyas bondades hasta fines de siglo XX, por lo general se habían examinado en situaciones controladas.

En el nivel medio superior, el predominio del enfoque cognitivo en el período no deja lugar a dudas. De entre 61 investigaciones analizadas, 44 se dedicaron a examinar los niveles de conocimientos matemáticos que poseen los estudiantes o a detectar y caracterizar las estrategias que utilizan para resolver los problemas que los investigadores les presentan. Otra característica de la investigación desarrollada en este nivel educativo es que el cálculo se mantiene como el contenido matemático más abordado: a él se dedican casi la mitad de las investigaciones identificadas.

Los pocos estudios basados en el uso de la tecnología realizados entonces en bachillerato, se ocuparon principalmente de valorar las potencialidades de la calculadora graficadora o de algún software, como el *Cactusplot*, aunque se iniciaba ya la experimentación con el *Cabri-Géomètre*. Estos estudios se realizaron en condiciones experimentales y sin la participación de profesores ordinarios. Los resultados obtenidos mediante el uso de estos recursos generaron grandes expectativas entre los investigadores, pero al igual que en secundaria, quedó pendiente estudiar el traslado de dichas experiencias al ámbito natural de las escuelas públicas del país.

Por otra parte, las pocas veces que se estudió a los profesores de bachillerato en este período, se utilizaron enfoques cognitivos; se exploraron los conocimientos que poseen (principalmente sobre nociones de cálculo) y muy escasamente se estudiaron los procesos de enseñanza o la interacción establecida con los estudiantes.

La investigación sobre la educación superior comparte un rasgo con la realizada en el nivel medio superior en esta década: la centración en el cálculo. Empero, la orientación predominante diferencia a los trabajos de uno y otro nivel; en el superior, al igual que en la década pasada, el interés continuaría puesto en el análisis del saber y los estudios sobre los procesos de adquisición o el dominio de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes son más pocos que en el bachillerato. Esta disminución numérica se ve también en las investigaciones sobre los profesores que, al igual que las que refieren al bachillerato, tienden a destacar los limitados conocimientos con que aquéllos cuentan para impartir sus clases.

La enseñanza en la educación superior fue abordada sólo a través de la experimentación: se exploraron las bondades de las nuevas tecnologías o se plantearon propuestas de organización de contenidos en situaciones controladas. Las condiciones en las que se realiza la enseñanza común una vez más no constituyeron tema en este nivel educativo.

El siglo XXI: la madurez⁴

En este período, la centración en lo cognitivo se vio muy disminuida en la educación primaria, aunque continuaron las indagaciones con este enfoque sobre las fracciones y algunas propuestas para su enseñanza, así como sobre el sistema decimal de numeración y los problemas aritméticos con números naturales. La novedad en esta vertiente la constituyó el acercamiento a la proporcionalidad, los números decimales y la interpretación de gráficas. Continuaron siendo muy escasos los trabajos sobre probabilidad, geometría y medición.

⁴ Lo que se afirma respecto de este período se sustenta en el texto Avila, A. (coord.), D. Block, A. Carvajal, P. Camarena, D. Eudave, I. Sandoval y A. Solares (2013). La investigación en educación matemática en México: 2002 – 2011 (ficha completa en la bibliografía).

Una vía nueva de indagación la constituyeron los trabajos orientados a ponderar el *logro educativo en matemáticas*, realizados con grandes muestras de estudiantes a partir de pruebas estandarizadas elaboradas y aplicadas por instituciones gubernamentales dedicadas a dicha tarea.

El análisis de las prácticas de enseñanza, aún impulsado por la irrupción, en 1993, de la reforma a las matemáticas, alcanzó cierta robustez en el período. Además de estudiarse los procesos de apropiación de la reforma, se analizó la enseñanza de algunos contenidos específicos; sólo una investigación se ocupó de las prácticas de formación inicial de los docentes tomando como tema las fracciones. Los escritos de G. Brousseau, Y. Chevallard, o A. Thompson fueron útiles como marco conceptual de estos trabajos.

De manera distinta a como ocurrió con la calculadora en los años noventa, la introducción a nivel masivo de otra innovación tecnológica - la plataforma informática llamada *Enciclomedia* - generó varias investigaciones en la educación primaria. Los estudios vinculados a *Enciclomedia* fueron realizados con la intención de construir situaciones y actividades de aprendizaje de las matemáticas cuya eficacia se probara antes de su implementación en las escuelas. La metodología utilizada era novedosa porque al análisis del funcionamiento del dispositivo en sí, se agregó el de la participación de los docentes y los aprendizajes que se producían en los estudiantes.

Otra vertiente fortalecida en este período es la dedicada a la educación matemática elemental de jóvenes y adultos y saberes no escolares. Después de un *in pase* en los años noventa, se avanzó tanto cuantitativa como cualitativamente. Además de un crecimiento en el número de investigadores en el tema, se observa una ampliación de las miradas y los objetivos de investigación. Al estudio de los saberes no escolares propio del período inicial, se agregan otros temas: el vínculo entre estos saberes y los saberes de la escuela, los procesos de estudio de las matemáticas en este servicio educativo, los contratos didáctico-institucionales que rigen estos procesos, la aplicación de propuestas didácticas y, finalmente, la indagación sobre la forma en que los saberes “viven” fuera de la escuela, en los contextos de su producción. La incorporación de enfoques socio-culturales hizo posible mirar de manera más comprehensiva todos estos fenómenos, en particular, las nociones de praxeología de Yves Chevallard y de cognición situada de Jean Lave fueron clave en el desarrollo de estos trabajos.

La educación secundaria se vio de nuevo impactada por una reforma a las matemáticas, ahora la introducida en 2006. Pero una vez más, la reforma y sus potenciales efectos no fueron objeto de investigación en secundaria. Continuó la centración en lo cognitivo, particularmente en lo que refiere a los procesos de adquisición y desarrollo del pensamiento algebraico. Destacaron en esta década los trabajos sobre la comprensión de la variable y un número considerable de trabajos acerca de las TIC como herramienta que favorece el aprendizaje y desarrollo de conceptos. En esta línea se enfatizó la ampliación de los sistemas de representación que permiten las herramientas tecnológicas y la significación que logran los alumnos gracias a dicha ampliación. Un grupo de trabajos sobre las TIC merecen comentario especial porque aluden en sus conclusiones las condiciones de eventual aplicación de las innovaciones en las escuelas ordinarias. Se concluye, en estos trabajos, que para obtener beneficios realmente importantes en el aprendizaje de las matemáticas es necesario que se cubran ciertas condiciones, como una cuidadosa planeación didáctica, el diseño y prueba de materiales de instrucción, estrategias de capacitación y seguimiento de los profesores, mantenimiento y actualización permanente de los equipos y el software, entre otras.

En este período emergió una proporción reducida pero importante de trabajos acerca del profesor de secundaria. En general, se hace referencia a conocimientos endebles sobre los temas matemáticos que enseñan. Pero vale destacar que varios de los estudios buscaron modificar tal estado de cosas ofreciendo cursos, situaciones de aprendizaje y/o acompañamiento a los profesores.

En este período, las prioridades temáticas en la *educación media superior* experimentaron un giro importante. El tema de matemáticas privilegiado fue la geometría, seguida del álgebra, mientras que el cálculo pasó a un tercer lugar en términos cuantitativos. Pero aunque la geometría desplazó al cálculo como tema de indagación, estudiar los procesos de construcción del conocimiento matemático continuó como el centro principal de las investigaciones. De los 65 estudios revisados, 40 se dedicaron a ello.

En casi todas las investigaciones sobre procesos de construcción de conceptos estuvieron presentes las herramientas computacionales. En cálculo se estudiaron entre otros temas las distintas representaciones de una función y las relaciones entre expresiones algebraicas, tablas y gráficas. Las investigaciones sobre geometría resultan interesantes porque analizan los procesos de construcción de conceptos y, adicionalmente, los procesos de producción de conjeturas y argumentaciones. Para ello, resultaron sumamente útiles los entornos de geometría dinámica.

Una conclusión compartida por varios autores hace referencia a que “El uso de software dinámico puede convertirse en una herramienta poderosa para los estudiantes, haciendo posible que generen representaciones dinámicas de los problemas que les permiten identificar relaciones matemáticas, plantear conjeturas y argumentos matemáticos que den sustento a las conjeturas” (cf. Solares y Sandoval; 2013, 85).

Más robusto que en el período anterior es el trabajo sobre los maestros de *educación media superior*; en conjunto se abordan conocimientos, creencias, prácticas y aspectos afectivos relacionados con la enseñanza de las matemáticas. De nuevo, la tecnología está presente en la mayoría de los estudios. En general, se concluye que: a) las actividades diseñadas en un ambiente de geometría dinámica pueden propiciar cambios en los esquemas de argumentación tradicionales; b) los profesores reconocen la relevancia del software dinámico para generar nuevas formas de exploración y de reflexión sobre el conocimiento matemático por parte de los estudiantes.

Conviene por último señalar la emergencia de la probabilidad y la estadística como temas de indagación en bachillerato, y el inicio de la exploración de cuestiones afectivas vinculadas a las matemáticas, cuestiones que – según dicen los autores – es reconocida como muy importante por los profesores, pero acaba olvidándose conforme se avanza en los niveles escolares, porque la prioridad está en el “aprendizaje efectivo de las matemáticas”.

En la *educación superior* la prioridad temática la mantuvo el cálculo al cual se dedicaron 17 de los 51 trabajos analizados. En esta década, los investigadores se preocuparon más que en las décadas pasadas por el aprendizaje de los estudiantes y menos por conocer y desentrañar a través de enfoques epistemológicos las implicaciones didácticas del contenido a enseñar. Gran parte de los trabajos (23 de 51) están centrados en los alumnos.

Son varios los marcos conceptuales que dan sustento a las indagaciones del período: la teoría APOE (acción-proceso-objeto-esquema); la teoría de los registros de representación semiótica de Duval se cuentan entre las principales.

Pero si bien la mayoría de los trabajos se dedican a estas cuestiones, se refleja también en el período una tendencia a la diversificación del quehacer investigativo en este nivel educativo: se indagó en torno al currículum de carreras no matemáticas, las bondades de la modelación matemática, las formas de contextualizar y presentar las matemáticas en estas carreras. Incluso un trabajo versó sobre la importancia que los estudiantes universitarios les conceden a las matemáticas en algunas profesiones y uno más exploró la práctica de enseñanza de la variación de algunos profesores, poniéndose énfasis en el tipo de explicaciones que los profesores dan a los alumnos.

Para resumir: breve caracterización de la investigación en educación matemática

Cantidad y calidad de las investigaciones

El número de publicaciones recopiladas a partir de 1980 (cuadro 2), refleja el avance logrado en el quehacer investigativo. Destaca, por ejemplo, que el número de tesis de doctorado se octuplicó entre la primera y la tercera décadas en estudio y el número de artículos se triplicó.

Tabla 2.

Producción de investigación en educación matemática entre 1980 y 2012

Período	Tesis de doctorado	Artículos	Capítulos de libro	Libros	Total publicaciones o tesis de doctorado
1980- 1990	5	53	0	0	58
1991 - 2000	16	108	16	7	147
2001 - 2012	42	158	39	6	245
Total tres décadas	63	319	55	13	450

El crecimiento en la producción permitió que en el recuento de la investigación correspondiente a la primera década de este siglo, el corpus fuera conformado con criterios de mayor rigor. Conforme a tales criterios se incluyeron sólo: a) libros, b) capítulos de libro producto de investigación, c) tesis de doctorado, d) artículos en revistas de investigación reconocidas (en el anexo B pueden verse las principales revistas en que publican los investigadores mexicanos).

Aproximaciones metodológicas y poblaciones estudiadas.

Como se habrá advertido, los objetos de estudio y las aproximaciones metodológicas son diversas y se modifican de un nivel educativo a otro. La preocupación más psicopedagógica y social, propia de la investigación en educación preescolar y primaria – y que ocasionalmente diluye el contenido matemático - se atenúa progresivamente hasta casi desaparecer en la educación superior, donde se privilegia el saber como objeto de investigación.

Preeminencia de estudios cualitativos. Un rasgo relevante de la investigación es que, en su gran mayoría, los estudios con referente empírico son de tipo cualitativo, basados en la indagación con pequeños grupos de sujetos. También en la categoría de cualitativos, se ubican los estudios sobre las prácticas de enseñanza, en general sustentados en análisis de registros de clases y en entrevistas a profesores.

Predominio de estudios realizados en el Distrito Federal y con profesores que asisten a eventos de formación. Las poblaciones o grupos estudiados se ubican en su gran mayoría en el Distrito Federal, especialmente en escuelas públicas de esta entidad. Son pocos los estudios que tienen como base poblaciones de otras entidades, o que se ocupan de las escuelas privadas.

También son excepcionales los trabajos que consideran elementos del contexto como parte de los factores a estudiar, o los que recopilan información de escuelas ubicadas en diversas regiones, o representativas de distintas franjas de la población. Por otra parte, en general los datos aportados sobre profesores corresponden a docentes que, además de habitar en la ciudad de México, acuden a eventos de formación o actualización.

Incorporación reciente de estudios cuantitativos basados en pruebas estandarizadas y grandes muestras. Una forma de indagar que emergió en la última década, y que llama la atención hacia otras poblaciones, es la que se sustenta en los datos generados mediante aplicación de exámenes estandarizados, nacionales o internacionales, a grandes muestras de estudiantes. El análisis de estos exámenes documenta cómo en los sectores más vulnerables de la sociedad, los aprendizajes matemáticos escolares que es posible ponderar de esta manera, son mucho más limitados que en el resto de la población.

Principales líneas de investigación

La investigación en educación matemática en México ha tenido un desarrollo sostenido, tanto en cantidad como en calidad. Algunas vertientes emergieron en los años ochenta y se han mantenido en constante producción, incluso se han fortalecido; tal es el caso de los estudios sobre el cálculo, el álgebra, las fracciones y la resolución de problemas aritméticos. Cabe abrir un paréntesis para señalar la necesidad de trabajar con más profusión la geometría y la medición, la probabilidad y la estadística, entre otros temas esenciales.

Ahora bien, las indagaciones en torno al uso de tecnologías computacionales en tanto que herramientas para el aprendizaje matemático, especialmente en vinculación con el álgebra y la geometría dinámica, son líneas de muy importante robustez. Si consideramos el foco de las investigaciones, la educación de adultos y saberes no escolares, así como el saber de los docentes y sus prácticas son vertientes que también muestran vigor en la primaria. Estas líneas de indagación comienzan a desarrollarse en los niveles de educación media superior y superior.

A lo largo de estas décadas se ha mantenido una línea de enseñanza experimental cuyo objetivo ha sido la construcción de propuestas y situaciones didácticas con el fin de analizar su potencial como promotoras de ciertos aprendizajes matemáticos. Este tipo de trabajos, más numerosos en la educación básica, además han sido útiles para la concreción de propuestas curriculares promovidas por el Estado Mexicano.

Muchos de los trabajos de investigación realizados han alcanzado reconocimiento internacional y muchos otros han ejercido influencia en las definiciones curriculares y los materiales que los estudiantes de nuestro país utilizan para aprender; también en los procesos de formación de profesores. Se trata, me parece, de un campo de investigación maduro, condición que no elimina la existencia de debilidades y de huecos por colmar.

Las debilidades y los equilibrios necesarios

México es tierra de diversidades y desigualdades. Los estudios sustentados en exámenes estandarizados y aplicados a grandes muestras de estudiantes, constatan una y otra vez cómo en los sectores más vulnerables de la sociedad, los aprendizajes matemáticos escolares que logran los estudiantes son exigüos. Sin embargo, la diversidad y la desigualdad propias de nuestro país han ocupado poco a los investigadores de la educación matemática. Alienta al respecto la publicación reciente de algunos trabajos sobre el género y sus repercusiones en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas; así como otros orientados a la educación matemática de los

niños indígenas. Pero se hacen necesarias más y más profundas reflexiones sobre el tratamiento de éstas y otras diversidades en los salones de clase. Deben ocuparnos las modalidades educativas dirigidas a los sectores de población más marginados: la telesecundaria, los sistemas de escolarización elemental de jóvenes y adultos *en rezago* o las escuelas multi-grado. Es indispensable delinear propuestas de intervención educativa pertinentes, que contribuyan a paliar los efectos de las condiciones adversas en que aprenden matemáticas quienes asisten a estos servicios educativos.

Reflexiones finales

En 1975, en un coloquio realizado en Burdeos se discutieron los trabajos de Guy Brousseau. Ante la propuesta de muchos de los asistentes de llamar “Epistemología Experimental” al trabajo realizado, Brousseau contrapuso el título de *Didáctica* para destacar “el deseo de mejorar la enseñanza, por medio de lo que podemos entender de ella” (cf. Brousseau; 1986; 28). Menciono este hecho porque nos recuerda que la investigación en educación matemática, por su propia naturaleza, tiene como objetivo último contribuir a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En tal sentido, es necesario señalar que a pesar del gran dinamismo de la comunidad de investigadores de la educación matemática y la relevancia de muchas de sus producciones, los alumnos en nuestras escuelas siguen aprendiendo muy pocas matemáticas.

En la última década, tomamos conciencia plena del papel protagónico del profesor como mediador entre el conocimiento matemático escolar y los alumnos. Pero las indagaciones sobre la práctica docente indican que las reformas educativas implican, las más de las veces, distancias excesivas entre la acción de los docentes y lo que se introduce como innovación. Estas distancias, como Michèle Artigue ha comentado, al ser enormes, “hacen imposible la asimilación”.

Las investigaciones han ofrecido múltiples evidencias de las bondades de ciertos dispositivos y materiales didácticos, o de los beneficios de las herramientas tecnológicas en el aprendizaje de las matemáticas, pero han proporcionado mucho menos pruebas de su potencial cuando pasan a manos de los profesores.

La investigación básica y experimental debe realizarse, de ella derivan posibles avances en nuestra comprensión del aprendizaje y la enseñanza. De ella han derivado bellas obras didácticas, como las que hemos conocido en esta CIAEM. Pero no podemos dedicarnos sólo a construir mundos ideales. También necesitamos orientar nuestras acciones a entender la realidad educativa y lo que esa realidad puede asimilar, porque se hace indispensable mejorarla.

No es responsabilidad de los investigadores la mejora de todo un sistema educativo, ese es un problema de política educativa cuya responsabilidad corresponde a los tomadores de decisiones, pero sí es una hipótesis de trabajo compartida que ciertos resultados de investigación, llevados de manera pertinente a las escuelas, contribuirán a mejorar la enseñanza y, por tanto, los aprendizajes de los estudiantes.

El problema reviste una gran complejidad, porque implica no sólo la creación y difusión de saberes matemáticos y didácticos útiles para la enseñanza. Las reformas educativas – aun acompañadas de procesos formativos - han mostrado su limitado y desigual impacto en las prácticas de enseñanza. Se trata, me parece, de examinar las condiciones reales en que se realiza la enseñanza, las historias profesionales y de formación que hay detrás de la acción docente y las

tradiciones, restricciones y exigencias que constituyen la cultura escolar imperante que se resiste al cambio. Probablemente los enfoques más comprehensivos, que incorporan lo cultural, lo social y lo afectivo en sus acercamientos ayuden a comprender mejor los fenómenos asociados a la permeabilidad del sistema educativo y a producir en consecuencia “innovaciones más asimilables”. De este modo, quizás edifiquemos puentes más transitables entre los investigadores y quienes debieran ser los principales usuarios de la investigación: los maestros. Quizás también logremos que la enseñanza y los aprendizajes mejoren.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica para afrontarlos? *Educación Matemática*. 16 (3), 5 – 28.
- Avila, A. (coord.), D.Block, A. Carvajal, P. Camarena, D. Eudave, I. Sandoval y A. Solares (2013). La investigación en educación matemática en México: 2002 – 2011. En: Avila, A., A. Carrasco, A. Gómez-Galindo, M.T. Guerra-Ramos, G. López-Bonilla y J.L. Ramírez (Coords.) *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México*. México .COMIE- ANUIES: 27-150.
- Avila, A. & E. Mancera (Coords), L.M. Aguayo, D. Block, A. Carvajal, P. Camarena & D. Eudave (2003). El campo de la educación matemática, 1993 – 2001. En: A. López (coord.) *Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos: procesos de enseñanza y aprendizaje I*. México/COMIE/SEP/CESU. 39-352.
- Block, David y Guillermina Waldegg, (Coords.), A.Avila, E. Mancera, T. Rojano, M. Rigo, A. Gallardo, E. Sánchez, P. Morfín, G. Zubieta., C. Acuña y E. Bonilla (1995). Matemáticas. En: Waldegg, Guillermina. *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*. Col. La Investigación Educativa en los Ochenta, Perspectivas para los Noventas. Consejo mexicano de Investigación Educativa/ Fundación SNTE para la cultura el maestro mexicano. México, 21 – 130.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d’enseignement des mathématiques*. Thèse pour obtenir le grade de Docteur d’État. Université de Bordeaux I. Francia

**Anexo A. Temas matemáticos abordados en la investigación en educación matemática.
Períodos 1991-2000 y 2001 - 2012.**

Cuadro 1

Contenidos matemáticos abordados en las 116 investigaciones de Educación Primaria y Preescolar recopiladas. 1991 – 2000

Números naturales y sus operaciones	Fracciones y sus operaciones	Proporcionalidad	Geometría y medición	Probabilidad	Diversos temas	General	Total
37	18	7	14	5	4	31	116

Cuadro 2

Contenidos matemáticos abordados en las 80 investigaciones de Educación Secundaria. 1991 – 2000

Aritmética	Aritmética y álgebra	Pre-álgebra y álgebra	Geometría	Probabilidad	Varios contenidos	Total
8	4	37	2	6	23	80

Cuadro 3

Contenidos matemáticos abordados en las 61 investigaciones de Educación Media Superior. 1991 – 2000

Cálculo	Álgebra	Razonamiento matemático	Geometría	Probabilidad y estadística	Total
24	12	10	9	6	61

Cuadro 4

Contenidos matemáticos abordados en las 114 investigaciones de Educación Superior. 1991 – 2000

Calculo una variable	Cálculo varias variables	Series	Ecs. Diferenciales	Análisis avanzado	Variable compleja	Algebra lineal	Probabilidad	Estadística	General	Diversos temas	Total
50	5	7	11	5	1	6	3	3	3	9	114

Cuadro 5

Contenidos matemáticos abordados en las investigaciones de Educación Primaria y Preescolar. 2001 – 2012

	Número	Problemas aditivos	Número y Problemas	Decimales	Fracciones	Proporcionalidad	Probabilidad	Introducción al algebra	Cálculo de áreas	Información y gráficas	Volumen	Argumentación	General o incluye varios temas	Totales
	4	6	7	1	12	8	2	5	3	2	3	1	20	74

Cuadro 6

Contenidos matemáticos abordados en las investigaciones de Educación Secundaria. 2001 – 2012

Aritmética	Álgebra	Probabilidad y Estadística	Habilidades matemáticas, resolución de problemas	General	Total
7	18	8	14	8	55

Cuadro 7

Contenidos matemáticos abordados en las investigaciones de Educación Media Superior. 2001 – 2012

Cálculo	Geometría	Álgebra	Probabilidad y Estadística	Matemáticas en general	Total
11	21	14	3	17	66

Cuadro 8

Contenidos matemáticos abordados en las investigaciones de Educación Superior. 2001 – 2012

Tema de matemáticas	Calculo una variable	Cálculo varias variables	Ecs Difs Ord	Ecs Difs Parc	Serie Fourier	Transf Laplace	Algebra Lineal	Estadística	Variable compleja	Varios	Total
Número de Trabajos	11	6	1	1	5	1	4	4	1	17	51

Anexo B. Nota sobre los principales medios de difusión de la investigación realizada en México

Desde los inicios del campo de la educación matemática en México, la revista *Educación Matemática* tuvo un papel relevante como difusora de los trabajos que lo iban constituyendo. La mayor parte de los artículos incorporados en el recuento correspondiente a la década de 1980 (31 de 53) se difundieron en sus páginas. La presencia de dicha revista ha sido permanente a lo largo de estos años. La *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* juega también desde hace más de 15 años un papel muy relevante en la difusión de los trabajos de investigación en educación matemática. Ambas revistas constituyen las fuentes principales de difusión de artículos de educación matemática en las últimas décadas. Otras revistas mexicanas, indexadas al CONACYT, son en menor medida espacios de difusión de las investigaciones en este campo. En seguida se inserta el listado de estas revistas, así como el de las revistas extranjeras en las que investigadores mexicanos suelen publicar sus trabajos.

Revistas mexicanas:

- *Revista Mexicana de Investigación Educativa*
- *Revista Perfiles Educativos*
- *Revista Electrónica de Investigación Educativa*

Revistas extranjeras:

- *Enseñanza de las ciencias*
- *Números*
- *Journal for Research in Mathematics Education*
- *Educational Studies in Mathematics*
- *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*
- *Recherches en Didactique des Mathématiques*
- *ZDM*
- *Bolema*