

MEMORIAS

CMO-BIRS 2015

Concept Study - Profound Understanding of Teachers' Mathematics
15w5151



30 de agosto – 4 de septiembre 2015
Oaxaca, México

The photo was taking at the CMO-BIRS workshop *Concept Study-Profound Understanding of Teachers' Mathematics* (15w5151) in Oaxaca, August 30-September 4, 2015.
Imagen reproducida con autorización de BIRS.

Organizado por/Organized by

Brent Davis

Werklund School of Education, University of Calgary, Canadá

Paulino Preciado Babb

Werklund School of Education, University of Calgary, Canadá

Armando Solares Rojas

Universidad Pedagógica Nacional, México

Editoras/Editors

Montserrat García Campos

Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres

Universidad Pedagógica Nacional, México

ISBN: 0-88953-392-X

978-0-88953-392-9

El contenido de cada capítulo de estas memorias es responsabilidad del autor o grupo de trabajo correspondiente.

PARTICIPANTES

Nombre	Institución
Arredondo Ramírez, Estela	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Ávila, Alicia	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Bolaños Ventura, Patricia	Primaria Oaxaca - Red Leo, México
Carrillo Catalán, Ramiro	Conacyt, México
Carrión Velázquez, Vicente	Cinvestav-IPN, México
Chapman, Olive	University of Calgary, Canadá
Cruz García, Fanny	Universidad Intercultural de Puebla, México
Davis, Brent	Werklund School of Education, Canadá
Díaz Ortiz, Erik Ignacio	Conacyt, México
Enriquez, Homero	Escuela Primaria Benito Juárez, México
Fox, Genevieve	Siksika Board of Education, Canadá
Francis, Krista	University of Calgary, Canadá
García Campos, Montserrat	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Hernández Zavaleta, Jesús Enrique	IEMS, México
Jiménez de la Rosa, Edda	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Jungic, Veselin	Simon Fraser University, Canadá
Lozano Suárez, María de los Dolores	Universidad de las Américas, México
MacLean, Mark	University of British Columbia, Canadá
Martínez-Hernández, Cesar	Universidad de Colima, México
Megginson, Robert	University of Michigan, Estados Unidos
Meléndez Morales, Quitzeh	Conacyt
Navarro, Estela	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Nop Vargas, Xaab	Wejën Kajën, México
Núñez, Rafael	University of California, San Diego, Estados Unidos
Padilla Carrillo, Erika	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Pascualeño Bello, Celestina Carmela	Escuela Primaria Indígena Benito Juárez, Guerrero, México
Pérez Santiago, Laura	Red Leo, México
Preciado Babb, Paulino	University of Calgary, Canadá
Ramírez Bautista, Cristina	México
Rosado Ocaña, María del Pilar	Universidad Autónoma de Yucatán, México
Ruiz Nakasone, María del Carmen	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Sacristán, Ana Isabel	Cinvestav-IPN, México
Sandoval Cáceres, Ivonne Twiggy	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Solares, Armando	Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México
Solares Pineda, Diana Violeta	Universidad Autónoma de Querétaro - Red Leo, México
Sosa, Leticia	Universidad Autónoma de Zacatecas, México
Uicab Ballote, Genny Rocío	Universidad Autónoma de Yucatán, México

CONTENIDO

PARTICIPANTES	iii
INTRODUCCIÓN	1
PRESENTACIONES MAGISTRALES	7
KEYNOTE PRESENTATIONS	7
Concept Study	8
Why is Embodied Cognition Relevant for Mathematics Education.....	9
The Math Catcher Outreach Program: Aims and Methods	10
Enseñanza de las matemáticas y lenguas originarias en escuelas indígenas de México. Primeras notas sobre un vínculo complejo.....	14
GRUPOS DE TRABAJO	21
A Concept Study on Equality.....	22
Un Estudio del Concepto de Igualdad.....	22
Comprensión profunda del concepto de isometría	36
Pensando en el concepto de “igualdad”	41
Sistemas de numeración.....	52

Enseñanza de las matemáticas y lenguas originarias en escuelas indígenas de México. Primeras notas sobre un vínculo complejo

Alicia Ávila

Universidad Pedagógica Nacional, México

La conferencia iniciará presentando un panorama de las condiciones de la educación matemática en escuelas indígenas de tres estados de México con fuerte presencia indígena; en seguida se abordarán las creencias de los profesores sobre la lengua indígena y su relación con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; posteriormente se expondrán algunos casos de uso de la lengua en aulas a las que asisten niños indígenas con mayor o menor dominio del español.

El contexto

Según los datos disponibles, hay aproximadamente 850 000 niños inscritos en las escuelas primarias indígenas de México. Los profesores que enseñan en estas escuelas son más de 38 000². Al finalizar la educación primaria, los niños que asisten a este subsistema educativo deberán haber aprendido lo mismo que los niños que van a las primarias “generales” y, además, tener un manejo adecuado de la lengua originaria y del español.

Alcanzar este objetivo no es nada fácil porque, entre otras cosas, el manejo del español y de la lengua originaria es muy heterogéneo en las distintas regiones y comunidades de México. Las actitudes hacia la lengua también son diversas. Ambas cuestiones contribuyen a dificultar el logro del objetivo previsto.

El interés por el bilingüismo aditivo expresado en los programas oficiales es relativamente nuevo en el país, proviene de la década de 1990 y su adopción es resultado de investigaciones a nivel internacional que constataron lo siguiente:

- La lengua materna es el principal instrumento de comunicación y desarrollo del pensamiento de una persona,
- No es posible desarrollar estructuras conceptuales en una lengua que se desconoce

Y, adicionalmente,

- Utilizar la lengua materna genera un ambiente de confianza y seguridad en la clase y en los niños.

Pero la adopción real de este enfoque está mediada por la competencia comunicativa que tienen los profesores en la lengua originaria. Otros factores del entorno determinan también el uso y los fines educativos con la lengua en las escuelas, por ejemplo: muchos padres quieren que la escuela sea un lugar de enseñanza del español, e incluso del inglés, pues perciben que éstas son las lenguas que proporcionan oportunidades a sus hijos.

² Estas cifras aparecen actualmente (agosto de 2015) en el sitio web de la Dirección General de Educación Indígena de la Secretaría de Educación Pública, instancia encargada de la educación de los niños indígenas de México.

Es decir que la competencia comunicativa y las relaciones (actitudes) establecidas con la lengua forman una trama compleja que tiene consecuencias en las prácticas de enseñanza y, en especial, de la enseñanza de las matemáticas.

Los docentes y la lengua

Un requisito esencial para ser docente en las escuelas indígenas es ser hablante de una lengua originaria. Los profesores reconocen que éste es el rasgo principal que ha de cubrirse para trabajar en educación indígena. Empero, ellos mismos señalan que “en esto se ha fallado”, pues muchos de entre ellos no cubren el requisito.

En un estudio realizado hace algunos años en 9 escuelas de tres estados con fuerte presencia indígena - Chiapas, Michoacán y Puebla³ - y donde se habla respectivamente *tzotzil*, *purépecha* y *náhuatl*, sólo el 50% de los 18 profesores participantes informaron tener alguna lengua indígena como lengua materna.

Generalmente, pero no siempre, con el paso del tiempo los profesores ganan habilidad con la lengua originaria. La aprenden con los compañeros que la conocen mejor y, principalmente, en la interacción con los alumnos. Hay también quienes no han aprendido la lengua, excepto algunos saludos, algunas frases y en ocasiones los números hasta el diez. Estos profesores pueden permanecer en las primarias indígenas porque trabajan en zonas donde la lengua originaria ha sido casi desplazada.

Los profesores, los niños y la lengua

La Secretaría de Educación Pública creó hace algunos años los *Parámetros curriculares para la enseñanza de la lengua indígena* (DGEI, 2008), según los cuales se busca desarrollar el lenguaje oral y escrito en ambas lenguas. Hablar las dos lenguas, se afirma, es una gran ventaja no sólo porque permite la comunicación entre personas de diversas culturas, sino porque permite a los individuos integrarse a una sociedad multicultural. No obstante, dicho documento no contiene recomendaciones o propuestas específicas para el caso de matemáticas. Tal es la circunstancia en que niños y maestros interactúan en torno a la matemática escolar.

La lengua originaria como lengua de instrucción en matemáticas

La aplicación de exámenes nacionales ha hecho evidente el déficit en el aprendizaje de las matemáticas escolares en las escuelas primarias indígenas, el cual es mucho más agudo que en el resto de las escuelas del país⁴. Este déficit, según las interpretaciones oficiales, se debe en gran medida a las dificultades con la lengua en la enseñanza de dicha disciplina. El problema no ha merecido una política decidida de atención específica, pero se ha tratado de resolver generando términos no existentes en la lengua originaria (neologismos) o mediante préstamos del español. Esto se ha hecho sobre todo a nivel individual: cada maestro o grupo de maestros toma iniciativas y

³ Los datos referidos en esta conferencia provienen básicamente de la indagación realizada por Alicia Avila (directora) (2011), Silvia García Peña, Yolanda Chávez, Alicia Carvajal, Carmen Gutiérrez y Leticia Iturbe Meza. *Educación matemática en escuelas indígenas, análisis de sus condiciones y problemas*. México. UPN-DGEI. La traducción estuvo a cargo de: Juan Ignacio Hernández (náhuatl); Pablo Bernabé (purépecha) Daniel López y Pedro Pérez Martínez (tzotzil).

⁴ Es bien conocido que el desempeño en los exámenes nacionales llamados EXCALE muestran las enormes desventajas de los niños indígenas en cuanto al aprovechamiento escolar previsto en el currículo. Por ejemplo, en la aplicación 2013, el 65% de los niños inscritos en escuelas indígenas obtuvo un nivel “por debajo del logro básico en matemáticas y español”. Fuente: INEE (2014). *La población indígena en México*, disponible en www.INEE.gob.mx

decisiones para resolver este aspecto de la enseñanza en sus salones de clases. Eventualmente los esfuerzos han alcanzado el nivel institucional, por ejemplo mediante cursos donde se ayuda a los maestros a realizar la tarea de producción o traducción de términos.

Quienes optan por los préstamos argumentan que en secundaria, o en niveles educativos superiores, los términos se presentarán a los alumnos sólo en español, por lo que conviene que los aprendan de la forma en que los utilizarán posteriormente. Quienes optan por la creación de neologismos, opinan que esto es conveniente porque toma en consideración la cultura de los estudiantes. Pero como se verá adelante, al tratarse de dos culturas y no sólo de dos lenguas, el problema es mucho más complejo que la simple creación o préstamo de términos.

La dificultad para generar términos (con sentido) en la lengua originaria

El principal problema para la enseñanza de las matemáticas referido por los profesores es el de la lengua, y éste a su vez lo perciben relacionado con el vocabulario: a) falta de términos (por ejemplo para tratar medidas de tiempo, figuras geométricas, operaciones aritméticas); b) problemas de traducción (de los términos matemáticos incluidos en los libros de texto que distribuye el Estado, los cuales están escritos en español).

Y es que, efectivamente, hay muchos términos propios de la matemática y la matemática escolar que no existen en las lenguas originarias. Sólo un caso para ejemplificar: los términos rectángulo o triángulo – según los datos que recabamos – no existen al menos en tzotzil, lengua en la que sólo se usan términos equivalentes a cuadrado y círculo. Pero, además, estos conceptos tienen significados diferentes del que se les asigna en la cultura occidental y en la matemática que se enseña en las escuelas⁵.

La problemática de la lengua en la enseñanza de las matemáticas es pues más compleja que producir los términos correspondientes o pedirlos prestados al español porque:

- La producción y uso de términos depende en gran medida de las prácticas culturales (y económicas) existentes en las comunidades
- No en todas las culturas se han generado los significados que permitan entender los de la otra (en este caso el español), es decir que hay conceptos para los cuales no hay referentes de significado en la cultura y la lengua indígena. No siempre los significados (referentes culturales) vinculados a los conceptos incluidos en el currículum oficial son los mismos que los de los niños que han crecido inmersos en una determinada cultura y han sido socializados en las lenguas de sus comunidades.

Un ejemplo: el caso del plano cartesiano y la ubicación en el espacio

El plano cartesiano es un tema incluido desde hace décadas en el currículum de educación primaria; este contenido motivó la generación de los términos correspondientes en purépecha en un grupo de profesores de Michoacán orientados por un connotado lingüista. A continuación inserto una nota descriptiva del trabajo por ellos realizado:

⁵ La entrevista a una joven estudiantes universitaria, cuya lengua materna es el tzotzil y que tiene un buen dominio de su escritura, así como del español, nos da luz sobre cómo términos equivalentes lingüísticamente, no son equivalentes desde el punto de vista semántico: por ejemplo, en tzotzil, círculo refiere más a un “encierro” que a una figura con ciertas propiedades y cuadrado, refiere más a su concepción de la Tierra, que consideran con forma de cuatro lados iguales y cuatro “puntos de encuentro”, y no a las figuras geométricas que son parte de los contenidos curriculares.

[Después de discutir] un largo tiempo para encontrar expresiones adecuadas en *p'urhépecha* que le den sentido a los conceptos matemáticos para sus alumnos [... los profesores] acuerdan llamar al plano [cartesiano] mismo *kuirunharhitakata*, 'trazar donde –el lugar– la superficie del papel'. El eje *X* lleva el nombre *xanharaku* 'camina horizontalmente' (imperativo), mientras que el eje *Y* se llama *tirhipani tihirharhitaku*, literalmente, 'colgar algo verticalmente'. Buscan nombres para las distintas operaciones y desarrollan esa misma tarde una clase para el próximo día donde usarán los conceptos y validarán su funcionamiento" (Hamel 2007, pp. 177- 178).

Para ponderar el beneficio y los límites de esta forma de trabajo, empiezo con la pregunta: ¿En la comunidad de referencia, se usa el sistema cartesiano como sistema de ubicación en el espacio?, o ¿existen y son utilizados otros sistemas de localización?, de ser así, ¿cuál es la lógica que los sustenta? Es decir, ¿tiene suficiente sentido para los niños hablar sobre el plano cartesiano y, además, referirse a él con base en los tres términos generados: algo que se escribe en el papel, caminar horizontalmente y colgar algo verticalmente?, ¿es suficiente para su comprensión la generación de estos términos?, ¿los términos generados evocarán en los niños los referentes de significado pertinentes?

Es válido tener dudas, porque en muchas comunidades indígenas existe una forma particular de ubicación en el espacio bastante alejada del uso del plano cartesiano. En nuestro estudio identificamos un sistema de ubicación en el espacio (en general no visible a los profesores) que no coincide con el europeo que tiene este plano como eje del sistema de localización y que es el que se incluye en los libros de texto y los programas oficiales.

Una primera característica de las descripciones de trayectos realizadas por los niños de comunidades pequeñas, es el uso de referentes poco precisos (para allá, para acá, todo directo, subes, bajas...), o las referencias directas al contexto para establecer puntos de localización y eventuales cambios de dirección (en el árbol, hasta la carretera, para allá...).

El uso de ejes coordenados, e incluso de puntos cardinales, están prácticamente ausentes en el lenguaje de los alumnos al describir los trayectos, aun en los de quinto y sexto grados (11-12 años). Aún más allá, términos como derecha e izquierda, tan utilizados para ubicar puntos en el entorno y definir trayectos cuando se vive en una ciudad, tampoco aparecen como herramientas de localización.

Pueden plantearse dos hipótesis para tratar de explicar tal ausencia, pues los factores intervinientes son muchos, entre otros los siguientes: las comunidades visitadas son pequeñas, las casas no están alineadas, muchas veces están dispersas y se llega de un lugar a otro sin necesidad de ser tan precisos ni utilizar sistemas de coordenadas como sí se requiere en las ciudades, organizadas en forma de cuadrícula, por calles y cuadras. Es decir que puede pensarse una de dos cosas: o bien que es la geografía la que define las formas de ubicación en el espacio, o bien que es una suerte de cognición innata propia de los pueblos indígenas la que lleva a los habitantes de estos lugares a construir ciertos esquemas de localización. Esta última, que me parece más una creencia que una idea con algún sustento, la menciono porque es una idea bastante extendida en las escuelas donde se forma a los profesores indígenas en México.

No tengo evidencias suficientes para argumentar a profundidad por qué los niños de nuestro estudio no utilizaron los términos derecha e izquierda cuando conversamos con ellos, aun habiéndoles planteado situaciones que desde nuestra perspectiva "obligaban" a utilizar los términos. Pero una entrevista con una estudiante universitaria, totalmente bilingüe en tzotzil-español, nos da luz al respecto. Ella dice a pregunta expresa:

Yo veo que tiene mucho que ver con el contexto, porque por ejemplo, yo a éste le entiendo (se refiere a un plano simplificado de un pueblo que aparece en el libro de texto gratuito de matemáticas de segundo grado) y un niño de mi comunidad le entiende porque el pueblo ya está así, por cuadras y calles, pero si vamos a otro pueblo que no tiene ni cuadras, ni calles, ni esquinas, que sólo son veredas, no le va a entender... porque no lo vive. En cambio, si le das un mapa, le dices ‘Explicame cómo vas de tu casa a la escuela, o a la iglesia’, pero sin calles, entonces sí lo va a entender, pues: En vez de que “Primero paso una esquina y doy vuelta en el mercado”, [te diría]: “Primero, paso un árbol de aguacate, luego paso el potrero, luego...” y sí va a entender que eso es un croquis, [pero este plano que está en el libro] tal vez lo resuelva pero no le va a entender.

En la perspectiva de esta joven, la experiencia que se tenga para ubicarse en el espacio es crucial para entender o no entender nuevos sistemas de localización que se propongan desde la escuela, resultando entonces indispensable el conocimiento y la recuperación de esa experiencia para allanar el camino del aprendizaje. En otras palabras, esta joven está señalando en sus propias palabras que son los referentes de quien interpreta, los que favorecen la comprensión o también los que la bloquean. Si esos referentes (que son producto de la experiencia) no existen, la comprensión se torna muy difícil.

Más adelante, a partir del trayecto elaborado por un niño para ir de la comunidad donde vive al pueblo más próximo, interrogo a mi entrevistada sobre por qué los niños no utilizaron los términos derecha e izquierda para indicar, en qué dirección debieran seguir al llegar a la carretera.



[Le digo]: Tengo una duda: cuando llegas a la carretera, al cruce del camino, ¿cómo le puedo decir a alguien que se vaya para acá (hacia la izquierda) y no para allá (hacia la derecha)...?

(Piensa unos segundos) para decirles a qué lado voy, digo *batsi kom*, que es como mi mano verdadera, [mano derecha], y si tengo que irme de este lado [hace un ademán con la mano izquierda], entonces digo *tsét k'om* que es como mi mano falsa. Entonces me ubico en el camino, si tengo que irme de este lado, digo: (Habla en tzotzil, luego traduce al español): “Tomas el camino de tu mano verdadera y si vas para acá, tomas el camino de tu mano falsa, en sí no hay una traducción de esa palabra, pero es más o menos como falso...”

Y continuó la conversación:

Los niños no nos decían de esa manera, ellos se referían a las *combis* (camionetas de transporte público) y los letreros que portan; incluso les planteamos la situación de si las combis no trajeran letrero y en vez de proponer una forma de orientación para ese caso, respondían considerando que esa situación sería muy poco probable ¿Crees que no necesitan pensar si es hacia la derecha o hacia la izquierda hacia donde tienen que irse?

No hay necesidad, ¡porque la *combi* lo dice! (se ríe), pero si le pone un croquis con una vereda donde no hay *combis*, donde tienes que caminar a pie, ahí sí [tendrían que decir a la derecha o a la izquierda, como esto se dice en tzotzil]...

Como se ve en este diálogo, el o los sistemas de localización responden al contexto y a las necesidades de orientación y localización que dicho contexto genera. La geografía del lugar, además de aspectos culturales y de infraestructura propios del contexto, como las formas y hábitos de traslado, la existencia de caminos, de carreteras, el transporte público, los anuncios, colaboran en la determinación de los sistemas y las formas de orientación y, en consecuencia, el uso o no-uso de ciertos términos

El primer paso para una acción pedagógica pertinente y productiva, me parece entonces, sería identificar los referentes culturales asociados a los distintos conceptos que se trabajan en la escuela y luego, generar puentes de significado para introducir el contenido curricular en su versión escolar. Por último, es importante advertir que no con todos los sistemas, conceptos o procedimientos matemáticos ocurre lo mismo que con el sistema de localización. Es decir, no en todos los casos hay grandes diferencias entre los sistemas, conceptos y procedimientos que circulan en las comunidades y los que se incluyen en el currículum. Pero esto sería tema de otra charla. En ésta, sólo quiero mencionar que, eventualmente, los maestros traducen o generan términos, pero en general, prefieren los préstamos del español, porque, como dice una profesora de la Sierra Norte de Puebla cuyos alumnos tienen el náhuatl como lengua materna:

Para un maestro, no es sencillo hacer la traducción; para traducir, hay que saber muy bien la lengua y, además, no siempre existen los referentes suficientes para hacer esa traducción.

De nuevo surge la importancia de la experiencia y de los referentes culturales de los alumnos en la posibilidad de generar o traducir términos que realmente vehiculen los significados que se quiere vehicular. Hacer real esta posibilidad conlleva un trabajo formidable de indagación antropológica, lingüística y pedagógica, ineludible si se busca mejorar el aprendizaje de las matemáticas en las escuelas indígenas.