



Versión electrónica ISSN: 2448-8089

# Educación Matemática

*México • 25 años • marzo de 2014*

## **Parte I**

### **Recuentos y prospectivas**

- ☐ Teresa Rojano
- ☐ Salvador Llinares
- ☐ Alicia Ávila
- ☐ Carlos Bosch Giral

## **Parte II**

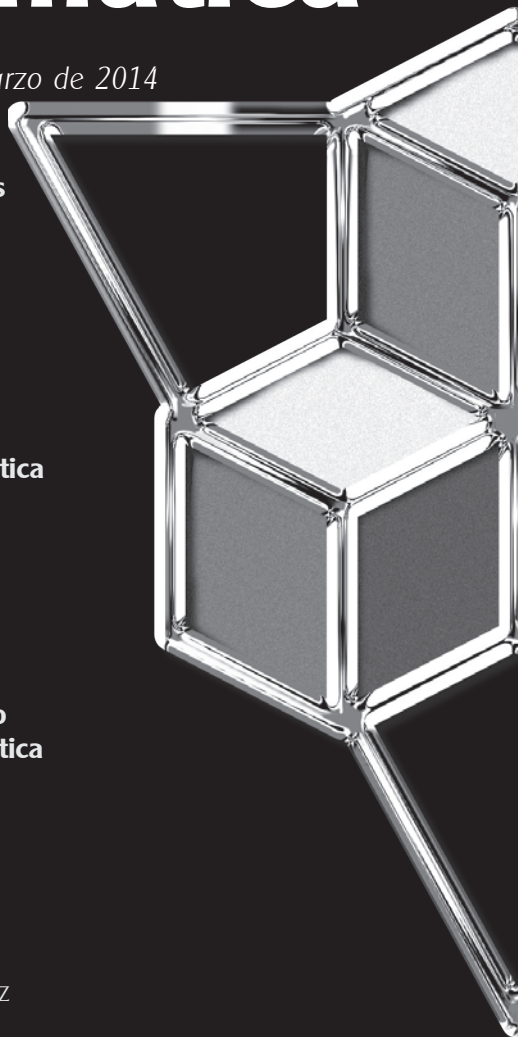
### **Aproximaciones teóricas en la educación matemática**

- ☐ Josep Gascón
- ☐ Luis Radford
- ☐ Gelsa Knijnik
- ☐ María Dolores Lozano

## **Parte III**

### **Nuevos aportes al campo de la educación matemática**

- ☐ Luis Moreno Armella
- ☐ María Trigueros
- ☐ Alfinio Flores Peñafiel
- ☐ Sonia Ursini
- ☐ José Luis Cortina
- ☐ Daniel Eudave Muñoz
- ☐ Avenilde Romo-Vázquez



# Comité editorial

## *Coordinación*

*Alicia Avila Storer y Armando Solares Rojas*  
*Universidad Pedagógica Nacional, México*  
*aliavi@prodigy.net.mx/asolares.rojas@gmail.com*

*Leonor Camargo Uribe*  
*Universidad Pedagógica Nacional de*  
*Colombia*  
*lcamargo@pedagogica.edu.co*

*Diana Violeta Solares*  
*Universidad Autónoma de Querétaro,*  
*México*  
*violetasolares@yahoo.com.mx*

*Josep Gascón*  
*Universidad Autónoma de Barcelona,*  
*España*  
*gascon@matuab.es*

*María Trigueros Gaisman*  
*Departamento de Matemáticas,*  
*Instituto Tecnológico Autónomo de*  
*México, México*  
*trigue@itam.mx*

*Salvador Llinares Ciscar*  
*Universidad de Alicante, España*  
*sllinares@ua.es*

*Avenilde Romo Vázquez*  
*Centro de Investigación en Ciencia*  
*Aplicada y Tecnología Avanzada (CICATA),*  
*Instituto Politécnico Nacional, México*  
*avenildita@gmail.com*

*Luis Radford*  
*Université Laurentienne, Canadá*  
*Lradford@nickel.laurentian.ca*

*Ana Isabel Sacristán Rock*  
*Departamento de Matemática Educativa,*  
*Centro de Investigación y de Estudios*  
*Avanzados, IPN, México*  
*asacrist@cinvestav.mx*

El Comité Editorial agradece profundamente a Editorial Santillana la cesión de los derechos de uso del diseño editorial de EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA es una publicación internacional arbitrada, que ofrece un foro interdisciplinario para la presentación y discusión de ideas, conceptos y modelos que puedan ejercer una influencia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La revista publica artículos de investigación y ensayos teóricos sobre temas relacionados con la educación matemática. EDUCACIÓN MATEMÁTICA aparece tres veces al año y es indexada en ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), MathDi (Mathematics Didactics Database), Latindex, REDALYC (Red de revistas científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal), Scientific Electronic Library Online (SCIELO) y Clase (Citas Latinoamericanas en Ciencias Sociales y Humanidades). Las colaboraciones son recibidas en: [revedumat@yahoo.com.mx](mailto:revedumat@yahoo.com.mx) y [aliavi@prodigy.net.mx](mailto:aliavi@prodigy.net.mx).

# Educación Matemática



Sociedad Mexicana de Investigación y  
Divulgación de la Educación Matemática, A.C.

**Educación Matemática 25 años • marzo de 2014**

*Número especial coordinado por Alicia Ávila*

# Contenido

|              |   |
|--------------|---|
| Presentación | 5 |
|--------------|---|

## Parte I. RECUEENTOS Y PROSPECTIVAS

|                                                                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| El futuro de las tecnologías digitales en la educación matemática:<br>prospectiva a 30 años de investigación intensiva en el campo<br><i>Teresa Rojano</i>                              | 11 |
| Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad<br>en la práctica del formador de profesores de matemáticas<br><i>Salvador Llinares</i>                                         | 31 |
| Del saber <i>de</i> la experiencia al saber <i>en</i> la experiencia:<br>25 años de investigación sobre saberes matemáticos<br>y escolarización tardía en México<br><i>Alicia Ávila</i> | 52 |
| Un vistazo al programa <i>La ciencia en tu escuela</i><br><i>Carlos Bosch Giral</i>                                                                                                     | 73 |

## Parte II. APROXIMACIONES TEÓRICAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

|                                                                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos<br>de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas<br><i>Josep Gascón</i>               | 99  |
| Phenomenology, Praxis, and the Question of Mathematical Objects<br><i>Luis Radford</i>                                                                               | 124 |
| Juegos de lenguaje matemáticos de distintas formas de vida: contribuciones<br>de Wittgenstein y Foucault para pensar la educación matemática<br><i>Gelsa Knijnik</i> | 146 |
| La perspectiva enactivista en educación matemática: todo hacer es conocer<br><i>María Dolores Lozano</i>                                                             | 162 |

### Parte III. NUEVOS APORTES AL CAMPO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

#### **Intuir y formalizar: procesos coextensivos**

*Luis Moreno Armella*

185

#### **Vínculo entre la modelación y el uso de representaciones en la comprensión de los conceptos de ecuación diferencial de primer orden y de solución**

*María Trigueros*

207

#### **División de fracciones como comparación multiplicativa a partir de los métodos de los alumnos**

*Alfinio Flores Peñafiel*

227

#### **Afectos y diferencias de género en estudiantes de secundaria de bajo desempeño en matemáticas**

*Sonia Ursini*

245

#### **Investigar las fracciones: experiencias inspiradas en la metodología de los experimentos de diseño**

*José Luis Cortina*

270

#### **Desarrollo y aplicación de nociones estadísticas desde la práctica profesional: el caso de los trabajadores sociales**

*Daniel Eudave Muñoz*

288

#### **La modelización matemática en la formación de ingenieros**

*Avenilde Romo-Vázquez*

314

Comité evaluador

339

Política editorial

341

Editora responsable: Alicia Ávila Storer  
Cuidado editorial: Susana Moreno Parada  
Corrección de estilo: Belkis Maldonado  
Diagramación: Fabiano Durand

Certificado de reserva de derechos al uso exclusivo:  
04-2002-111517075100-102  
Certificado de licitud de contenido: 10070  
Certificado de licitud de título: 12499

La presentación y disposición en conjunto y de cada página de la publicación periódica EDUCACIÓN MATEMÁTICA son propiedad del editor. Queda estrictamente prohibida la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier forma o medio, incluso el electrónico, sin autorización escrita del editor.

Fecha de edición: marzo de 2014

El tiro fue de 100 ejemplares.

Impreso en México/Printed in Mexico.

## Presentación

Hace 25 años se publicó el primer número de Educación Matemática. Este número especial tiene como objetivo celebrar los 25 años de existencia de la revista; contiene 15 escritos de colegas que son o fueron miembros de su Comité Editorial y que desarrollan sus trabajos en diversos países, como Brasil, Canadá, España, Estados Unidos y México. En estos escritos se reflejan los intereses y objetos de investigación que se han constituido en este cuarto de siglo, así como las múltiples orientaciones y acercamientos teóricos que actualmente se trabajan en la comunidad internacional de investigadores de este campo.

Los temas tratados son diversos y en un cierto sentido, complementarios. Con el fin de dar armonía al conjunto del volumen, se modificaron las secciones habituales de Educación Matemática y el número se ha organizado en tres partes:

- I. Recuentos y prospectivas
- II. Aproximaciones teóricas en la educación matemática
- III. Nuevos aportes al campo de la educación matemática

En la *Parte I. Recuentos y prospectivas* se incluyen tres revisiones que, sobre la base del pasado, miran al futuro: una vinculada a las tecnologías digitales en la educación matemática, de la autoría de Tere Rojano, otra dedicada a la formación y el aprendizaje de los maestros, escrita por Salvador Llinares sobre la base de su amplia experiencia en este tema, y una más que dediqué a los saberes matemáticos de la experiencia y su vinculación con la escolarización de jóvenes y adultos en situación de pobreza. Los tres temas resumen las trayectorias de los objetos que abordan y plantean desafíos para el futuro de la investigación. Esta parte cierra con un trabajo de Carlos Bosch que recuenta los resultados del programa *La ciencia en tu escuela*, implementado en México durante varios años con el objetivo de acercar a maestros y científicos para que ambos grupos propongan maneras diferentes y atractivas para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias.

La *Parte II. Aproximaciones teóricas en la educación matemática* incluye diversas aproximaciones y reflexiones teóricas; la primera expresa la preocupación por la emancipación de la didáctica, tanto en lo institucional, como en lo epistemológico; esta doble independencia es propuesta por Josep Gascón a partir de los Modelos Epistemológicos de Referencia, cuestión que, como dice el autor, obliga a redefiniciones, a rupturas y a la construcción de instrumentos y conceptos.

En otro artículo de esta sección, Luis Radford plantea la idea marxista de la *praxis*, como un concepto que permitiría entender el conocimiento (incluido el conocimiento matemático) como necesariamente inmerso en una *praxis* cultural.

Gelsa Knijnik, en esta línea de acercamientos teóricos, propone nuevas interpretaciones a hechos del mundo real en su escrito "Juegos de lenguaje matemático en distintas formas de vida", y analiza estos "juegos" mediante conceptos acuñados por Foucault y Wittgenstein. Knijnik se vale de las ideas de estos autores para hacernos ver que la matemática de la escuela no es la única, ni la única *verdadera*.

En otra vertiente teórica, y en torno a la cognición, Dolores Lozano expone la perspectiva enactivista como una alternativa conceptual para investigar y esclarecer el aprendizaje (y la enseñanza) de las matemáticas. Esta aproximación, dice la autora, es poco conocida y ha sido escasamente utilizada como marco para interpretar la educación matemática, aunque progresivamente esta situación ha ido cambiando y en la actualidad desde diversas regiones se han producido resultados utilizándola.

La *Parte III. Nuevos aportes al campo de la educación matemática* es la más robusta. Contiene una serie de estudios con referentes empíricos en torno a temas de matemáticas que cruzan la educación en sus distintos niveles, desde la básica hasta la profesional. Las fracciones, la estadística, el cálculo y la modelación son los temas curriculares tratados.

Las fracciones, a pesar de haber sido sumamente estudiadas desde la década de 1980, se presentan aquí con temas y enfoques novedosos: Alfinio Flores expone un análisis de la división de fracciones y las estrategias utilizadas por los niños para resolver problemas que la implican, mientras que José Luis Cortina reporta investigaciones sobre el tema desarrolladas en el marco de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje.

Por su parte, Luis Moreno, apoyándose en la historia del cálculo, diserta con profundidad sobre la tensión entre la intuición y la formalización en la enseñanza de esta rama de las matemáticas, cerrando su escrito con una consideración muy sugerente: la posibilidad de que las herramientas digitales sean la puerta de entrada al futuro del cálculo.

En esta sección también se incluye un trabajo de Sonia Ursini sobre los afectos y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas y se constata el interés por el desarrollo de propuestas didácticas para la educación superior concebidas desde distintas perspectivas teóricas, como la Teoría APOS, que sirve a María Trigueros en su novedoso tratamiento de las ecuaciones diferenciales mediante la modelación. El apartado cierra con el interesante escrito de Avenilde Romo-Vázquez, dedicado a la modelación en la formación matemática de los ingenieros desde otra perspectiva teórica: la teoría antropológica de lo didáctico y, específicamente, la noción de praxeología.

Según lo que en esta sección se lee, los temas no se han agotado, y sus múltiples aristas continúan ofreciendo resistencias y retos para la educación matemática y espacios fértiles de indagación para los investigadores.

La inclusión de cuestiones históricas, de evidencias sobre los procesos cognitivos de los estudiantes, de nuevos conceptos y respaldos teóricos (como el que proporciona la *didactique professionnelle* utilizada por Eudave en su investigación en torno al uso que

hacen de la estadísticas los trabajadores sociales), o del uso de herramientas diversas para mejorar la vinculación con las matemáticas durante la formación profesional, hace que este apartado resulte muy sugerente.

El impacto de los resultados de la investigación en las prácticas de enseñanza es preocupación común a todos los trabajos, independientemente del enfoque que hayan asumido y las poblaciones que se hayan estudiado. Tere Rojano señala este punto como el núcleo duro de la relación entre investigación y práctica. Y le doy la razón, según el contenido de los artículos incluidos, en los últimos tiempos las investigaciones tienden a acercarse a las prácticas, pero aún no se han obtenido respuestas suficientes acerca de cómo hacer para que lo que ocurre en las escuelas, más allá de los círculos “ecológicamente controlados” por los investigadores, cambie sustancialmente para mejorar. Este dato llama a redoblar esfuerzos por entender las resistencias del sistema educativo, así como el pensamiento, el aprendizaje y la acción de los profesores.

Como ya mencioné, este número especial de Educación Matemática muestra avances representativos en la investigación en este campo. Los trabajos de revisión que constituyen la *Parte I. Recuentos y prospectivas* muestran las evoluciones y complejizaciones de los temas abordados. La sección que expone nuevos trabajos de indagación con referentes empíricos muestra que los temas y los problemas no se han agotado, y que la originalidad continúa siendo un rasgo posible en la indagación en educación matemática. Las reflexiones teóricas de hoy día expresan también la madurez de nuestras reflexiones y aportes.

Por todo lo anterior, y porque en el volumen se conjuntan diversas cuestiones –la matemática elemental y la matemática superior, los hechos y las teorías, lo escolar y lo no escolar, los avances y los obstáculos en nuestros afanes por influir en la prácticas de enseñanza, la experiencia y la madurez de muchos de sus autores con la juventud y la búsqueda de originalidad de otros–, confiamos en que este número especial constituirá un referente para la comunidad internacional de investigadores y educadores de la educación matemática.

Respecto del procedimiento de conformación del número, conviene mencionar que se trata de un número arbitrado. Un excelente Comité Evaluador realizó el trabajo de revisión y retroalimentación de los escritos. No obstante se extendió una invitación a los colegas para enviar sus contribuciones, se realizó un proceso de revisión que llevó a ajustar e incluso a reescribir muchos de los trabajos. Expreso, a nombre del Comité Editorial y el mío propio, el más sincero agradecimiento a todos los colegas que conformaron este Comité por el magnífico y puntual trabajo realizado.

En abril de 1989 apareció el primer número de Educación Matemática, gracias a la idea y el entusiasmo de Elfriede Wenzelburger y un grupo de colegas de diversas instituciones mexicanas interesados en crear una revista en español que difundiera los trabajos de investigación en el campo que en aquel entonces comenzaban a producirse. Un



lustró después, Guillermina Waldegg quedó al frente del equipo y durante años aportó su trabajo y su inteligencia para la construcción de la revista.

Este número, publicado 25 años después de aquél en el que se insertaron las contribuciones de Guillermo Arreguín, Ignacio Barradas, Eduardo Mancera o Elfriede Wenzelburger, testimonia la evolución y la riqueza del trabajo de investigación en educación matemática que se desarrolla actualmente. Muchos de los escritos incluidos son clave para entender los logros alcanzados y los retos para un mejor futuro de la educación matemática en nuestros países. Quienes conformamos el Comité Editorial confiamos en que su lectura produzca fructíferos debates entre miembros de nuestra comunidad y contribuya a los esfuerzos actuales por transformar la educación matemática que tiene lugar en las aulas a las que asisten niños, jóvenes, profesionales en formación, así como personas adultas que por su condición de vulnerabilidad social asisten a una escolarización tardía.

*Alicia Ávila*  
*Coordinadora del número especial de 25 años*