Matemáticas
Sexto grado

PRIMARIA

BLOQUE III
Unidad 5

Matemáticas

Sexto grado

PRIMARIA

Autoría, diseño e

ilustraciones:

José Luis Cortina Morfín

Claudia Zúñiga Gaspar

México, CDMX, 2024

Unidad 5

Unidad 6

En esta unidad los materiales que necesitarás son:

- Calculadora básica
- Regla
- Compás
- Marcatextos

La fórmula del área del círculo

(página 1 de 4)

Las y los matemáticos de la antigüedad descubrieron que para encontrar el área de un círculo se podía usar la misma fórmula que se utiliza para encontrar el área de un polígono regular, ya que los polígonos regulares con una inmensidad de lados (miles de millones o más) serían idénticos a un círculo.

Como recordarás, la fórmula para encontrar el área de un polígono regular es:

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

Perímetro por apotema sobre dos

Si consideramos al círculo como un polígono de una infinidad de lados, entonces podemos decir que el perímetro de dicho polígono regular es como si fuera una *circunferencia*. Su *apotema*, que sería la altura de cada triángulo que se forma, sería prácticamente del tamaño del *radio de la circunferencia*.

Perímetro (P) del polígono regular $\Rightarrow$ Circunferencia (C)

Apotema $\Rightarrow$ Radio (r)

Sustituyendo Perímetro por Circunferencia y apotema por radio, la fórmula quedaría así:

$$A = \frac{C \times r}{2}$$

Circunferencia por radio sobre dos

Como también sabemos, para obtener la circunferencia multiplicamos el valor del diámetro por las veces que cabe el diámetro en la circunferencia (o sea π):

$$C = \pi \times \mathbf{d}$$

Pi por diámetro

Y como el diámetro es dos veces el radio, entonces la fórmula para calcular la circunferencia quedaría así:

$$C = \pi \times \mathbf{2 \times r}$$

La fórmula del área del círculo

En la fórmula del área, en podemos sustituir C por $\pi \times 2 \times \mathrm{r}$:

$$A = \frac{C \times r}{2} \rightarrow A = \frac{\pi \times 2 \times \mathbf{r} \times r}{2}$$

Una manera de simplificar la fórmula sería, en lugar de escribir $\mathrm{r} \times \mathrm{r}$, poner r^2

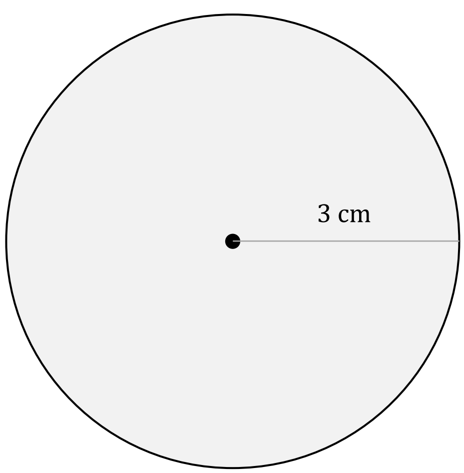
$$A = \frac{\pi \times 2 \times \mathrm{r}^2}{2}$$

Por último, si multiplicamos por 2 y dividimos entre 2, sería como multiplicar por $\frac{2}{2}$, o sea 1. Entonces podemos simplificar la fórmula así:

$$A = \pi \times \mathrm{r}^2$$

La fórmula se puede leer de la siguiente forma:
El tamaño del área de un círculo (“A”) equivale al producto del valor de π por la longitud de su radio al cuadrado (“r^2”). El radio al cuadrado significa multiplicar $\mathrm{r} \times \mathrm{r}$.

1. Calcula la circunferencia y el área de los siguientes círculos.

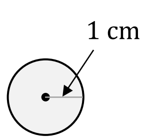


Longitud del radio: 3 cm

Longitud del diámetro:

Longitud de la circunferencia:

Tamaño del área:



Longitud del radio:

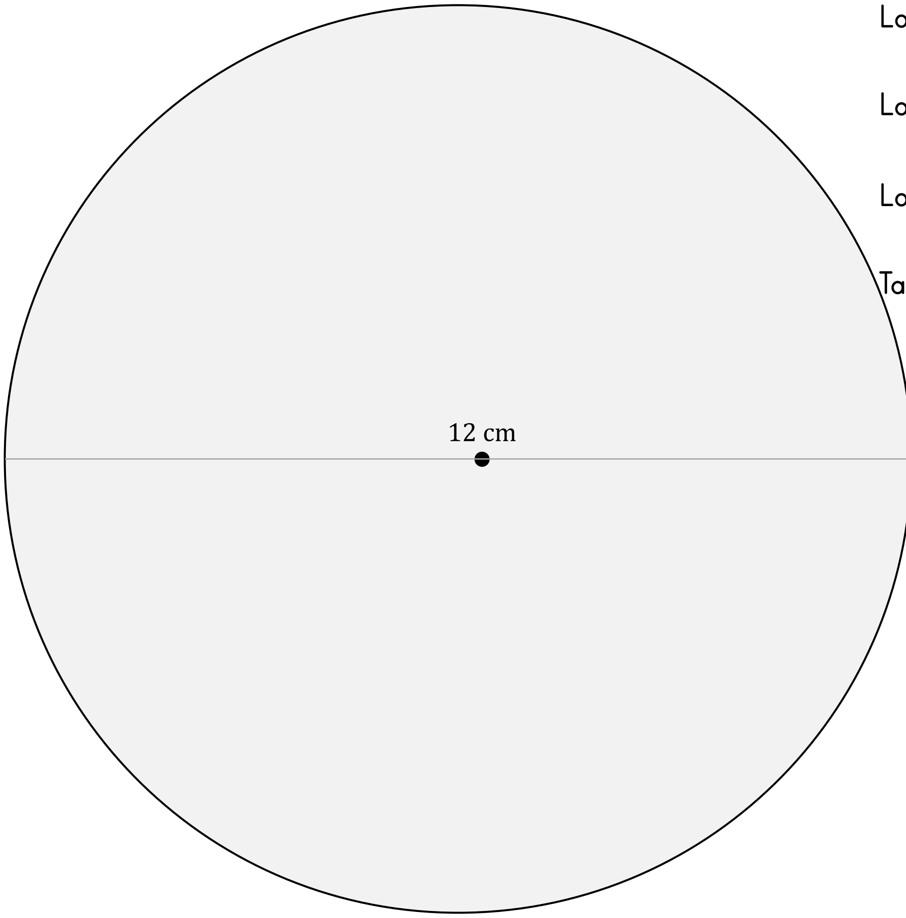
Longitud del diámetro:

Longitud de la circunferencia:

Tamaño del área:

La fórmula del área del círculo

(página 3 de 4)

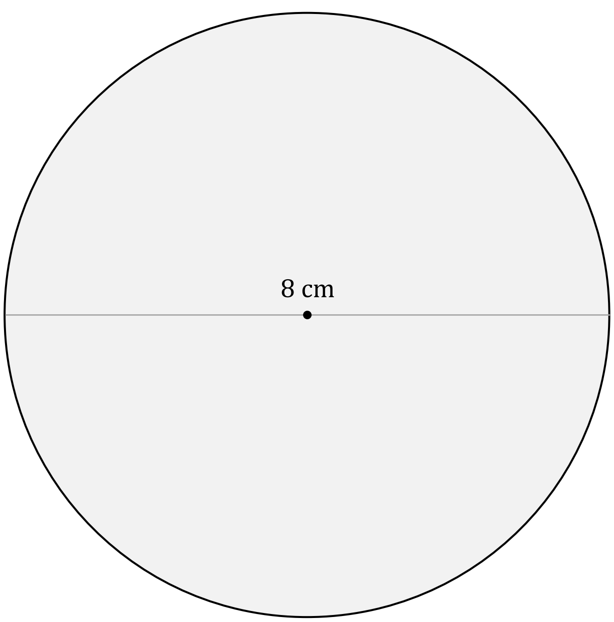


Longitud del radio:

Longitud del diámetro:

Longitud de la circunferencia:

Tamaño del área:



Longitud del radio:

Longitud del diámetro:

Longitud de la circunferencia:

Tamaño del área:

La fórmula del área del círculo

(página 4 de 4)

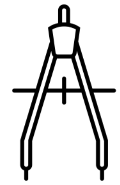
2. Completa la tabla.

	Longitud del radio	Radio al cuadrado	Tamaño del área
Círculo A	3 cm	9 cm^2	
Círculo B		16 cm^2	
Círculo C		25 cm^2	
Círculo D	12 cm		
Círculo E		100 cm^2	
Círculo F		64 cm^2	
Círculo G		49 cm^2	
Círculo H	9 cm		
Círculo I	11 cm		
Círculo J		36 cm^2	
Círculo K	cm		
Círculo L	cm		

3. Si sólo tienes como dato el radio ¿cómo obtuviste el radio al cuadrado?

4. Si sólo tienes como dato el radio al cuadrado ¿cómo obtuviste la longitud del radio?

Utiliza tu compás



1. Con tu compás, traza los círculos que se te piden. Después calcula su área y su perímetro (o circunferencia).

A) Círculo de 2 cm de radio

2 cm

Centro del círculo

Área:

Perímetro o Circunferencia:

B) Círculo de 5 cm de diámetro

Centro del círculo

Área:

Perímetro o Circunferencia:

C) Círculo de 7 cm de diámetro

Centro del círculo

Área:

Perímetro o Circunferencia:

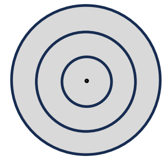
D) Círculo de 4 cm de radio

Centro del círculo

Área:

Perímetro o Circunferencia:

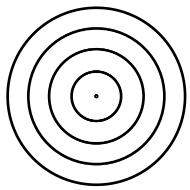
Círculos concéntricos



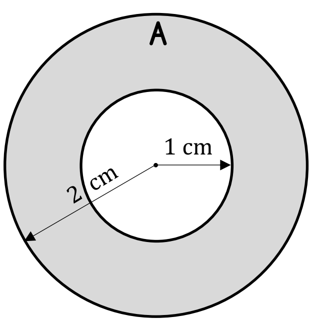
Los círculos concéntricos son círculos que comparten el mismo centro.

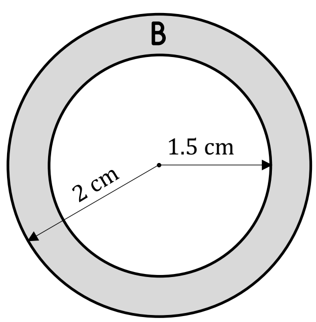
Un tiro al blanco es un buen ejemplo donde se utilizan los círculos concéntricos.

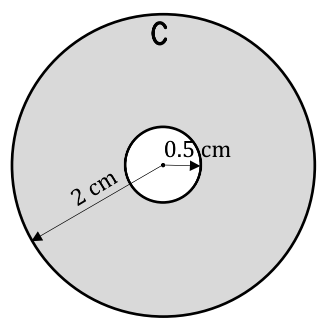
1. Utiliza tu compás y traza al menos seis círculos concéntricos a los círculos que ya están trazados.



2. Calcula el área de los aros grises.







$A_A=$

$A_B=$

$A_C=$

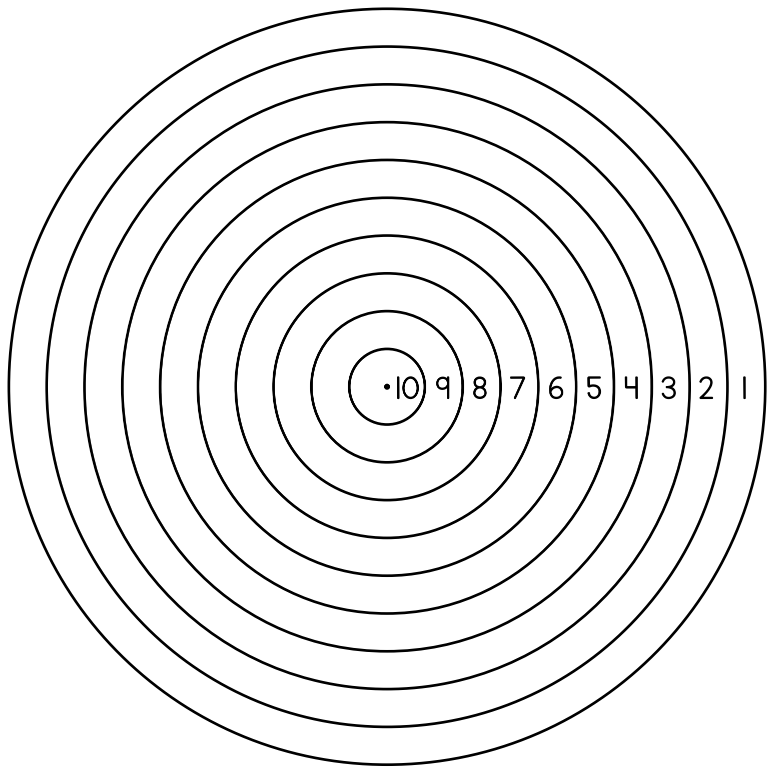
Tiro con arco

(página 1 de 2)

El tiro con arco es un deporte olímpico cuyo objetivo es acumular el mayor número de puntos disparando a una diana con una flecha. Los arqueros se posicionan a cierta distancia, y desde ahí deben de tirar sus flechas. Entre más cerca del centro caiga la flecha en la diana, mayor será la puntuación. Una diana está formada de 10 círculos concéntricos. El diámetro total de la diana es 122 cm.

1. Colorea según la clave:

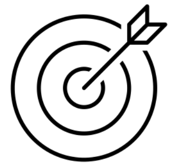
   10 – amarillo
   9 – amarillo
   8 – rojo
   7 – rojo
   6 – azul claro
   5 – azul claro
   4 – negro
   3 – negro
   2 – blanco
   1 - blanco



2. En la siguiente tabla se encuentran anotadas las medidas aproximadas de los diámetros de cada círculo que compone la diana. Calcula el área de estos círculos.

	Diámetro	Área		Diámetro	Área
10	12 cm		5	73 cm	
9	24 cm		4	85 cm	
8	37 cm		3	98 cm	
7	49 cm		2	110 cm	
6	61 cm		1	122 cm	

Tiro con arco



(página 2 de 2)

3. Tomando como referencia las áreas que ya calculaste, ahora calcula el área de cada aro que se forma en la diana.

Aro	Área	Aro	Área
10		5	
9		4	
8		3	
7		2	
6		1	

4. Suma las áreas de los aros que componen cada color.

Color	Suma de las áreas	Área por color
Amarillo	10 + 9	
Rojo	8 + 7	
Azul claro	6 + 5	
Negro	4 + 3	
Blanco	2 + 1	

5. Después de haber anotado los resultados, ¿cuál área resultó ser más grande, la amarilla o la blanca?

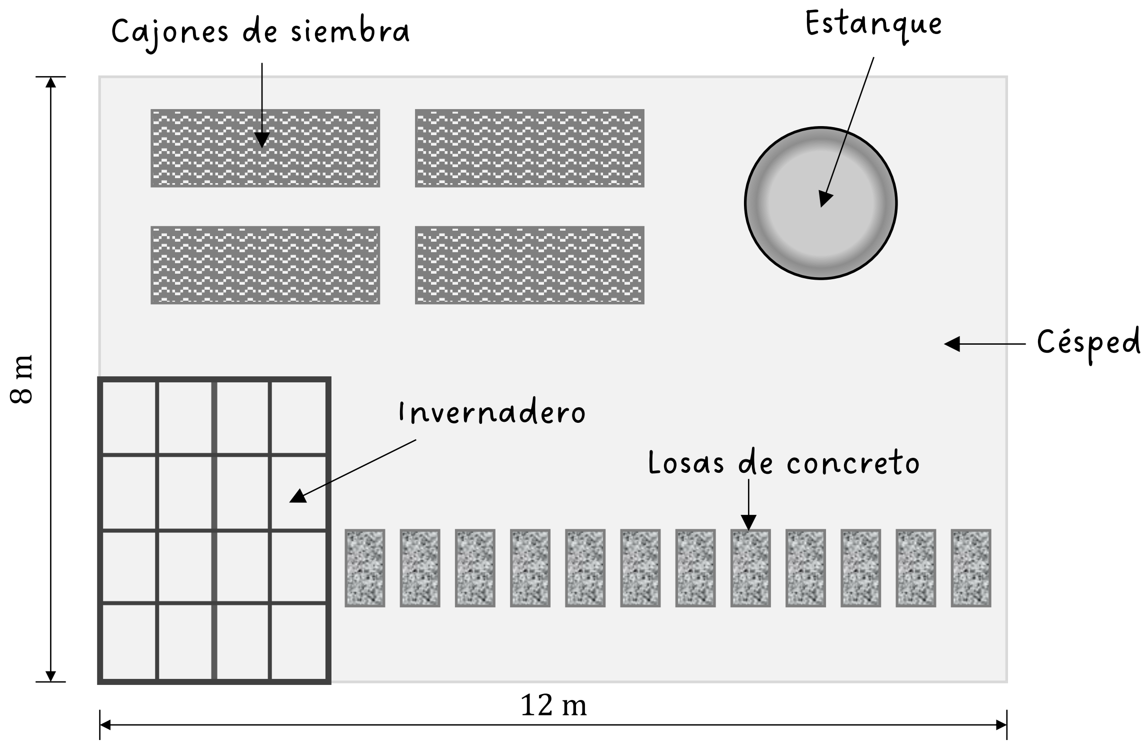
6. ¿Por qué crees que el color amarillo tiene la mayor puntuación?

7. Si fueras un principiante del tiro con arco, ¿dónde crees que sería más probable que cayera la flecha si la lanzaras?

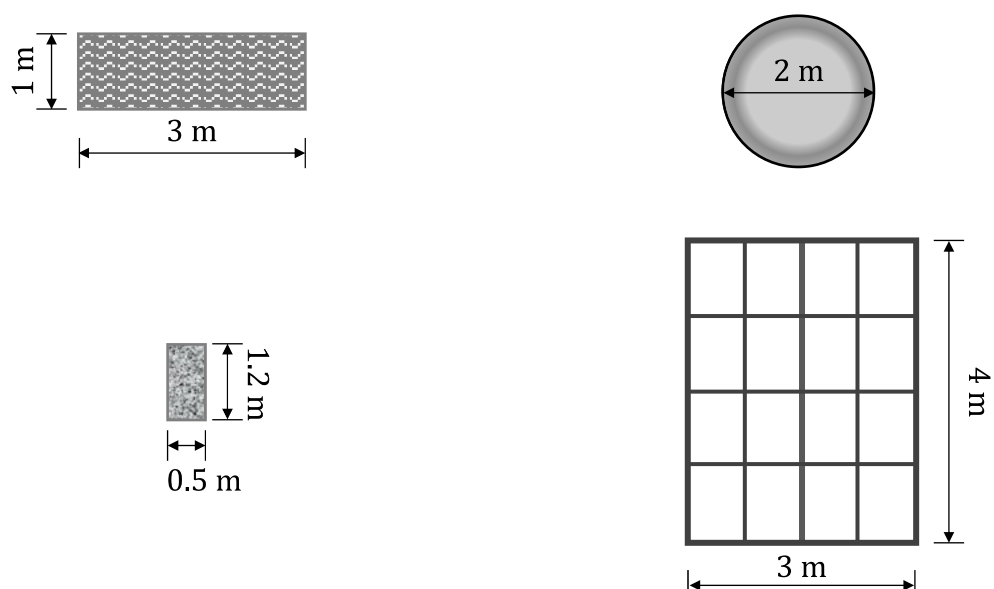
Un huerto en mi jardín
(página 1 de 2)

"Un huerto en mi jardín" es una empresa que ofrece servicios de consultoría para reestructurar jardines residenciales y convertirlos en pequeños huertos.

A continuación, se muestra un jardín que se está reestructurando como huerto.



1. Estas son las medidas de cada uno de los elementos que se agregaron al jardín.



Un huerto en mi jardín

1. Calcula el área de cada uno de los elementos que se piden a continuación.

A. Área total del jardín:

B. Área del invernadero:

C. Área del estanque:

D. Área de cada cajón de siembra:

E. Área total de los 4 cajones de siembra:

F. Área de cada losa de concreto:

G. Área total de las 12 losas de concreto:

H. Área total que quedó de césped:

2. Explica por qué crees que hay familias que están comenzando a convertir sus jardines en huertos.

Las propiedades multiplicativas de los números enteros

Todos los números enteros son múltiplos de uno y de ellos mismos:

$$1 = 1 \times 1$$

$$2 = 1 \times 2 \qquad 2 = 2 \times 1$$

$$5 = 1 \times 5 \qquad 5 = 5 \times 1$$

$$97 = 1 \times 97 \qquad 97 = 97 \times 1$$

Muchos números enteros, además de ser múltiplos de uno y de ellos mismos, son múltiplos de otros números:

$$12 = 1 \times 12 \qquad 12 = 12 \times 1$$

$$12 = 6 \times 2 \qquad 12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4 \qquad 12 = 4 \times 3$$

$$15 = 1 \times 15 \qquad 15 = 15 \times 1$$

$$15 = 3 \times 5 \qquad 15 = 5 \times 3$$

1. Colorea las casillas de la tabla siguiendo la clave[1]:

- **Morado**: Casillas con números que son múltiplos de 7 (sin incluir al 7). Ejemplos: $14, 21, 28$ ...
- **Azul**: Casillas con números que son múltiplos de 5 (sin incluir al 5). Ejemplos: $10, 15, 20$ ...
- **Rojo**: Casillas con números que son múltiplos de 3 (sin incluir al 3). Ejemplos: $6, 9, 12$ ...
- **Amarillo**: Casillas con números que son múltiplos de 2 (sin incluir al 2). Ejemplos: $4, 6, 8$ ...

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

[1] Si hay alguna casilla que tuvieras que colorear dos o más veces, con que la colorees una sola vez es suficiente.

2. ¿Cuántas casillas dejaste sin colorear?*

3. Revisa la tabla y escribe la lista de números que quedaron sin colorear:

2, 3, 5, 7,

*Nota: Debiste de haber dejado sin colorear 25 casillas sin incluir al 1. Revisa tus resultados si es que coloreaste más casillas o menos de esas 25.

Las propiedades multiplicativas de los números enteros

(página 3 de 5)

4. Completa las multiplicaciones. No puedes usar el número 1. Fíjate en el ejemplo.
   Nota: puedes apoyarte revisando la tabla que coloreaste en la página anterior. Busca el número y ve de qué número es un múltiplo, de acuerdo con los colores que usaste.

Ejemplo:

$\underline{2} \times \underline{2} = 4$

a) ____ × ____ = 9

b) ____ × ____ = 10

c) ____ × ____ = 15

d) ____ × ____ = 21

e) ____ × ____ = 22

f) ____ × ____ = 25

g) ____ × ____ = 33

h) ____ × ____ = 35

i) ____ × ____ = 38

j) ____ × ____ = 39

k) ____ × ____ = 49

l) ____ × ____ = 51

m) ____ × ____ = 55

n) ____ × ____ = 57

ñ) ____ × ____ = 58

o) ____ × ____ = 65

p) ____ × ____ = 69

q) ____ × ____ = 74

r) ____ × ____ = 77

s) ____ × ____ = 82

t) ____ × ____ = 85

u) ____ × ____ = 86

v) ____ × ____ = 87

w) ____ × ____ = 91

x) ____ × ____ = 93

y) ____ × ____ = 94

z) ____ × ____ = 95

Las propiedades multiplicativas de los números enteros

Los números enteros que no son múltiplos de otros números enteros (que no sea el uno o ellos mismos) se llaman *números primos*. La lista que escribiste es la lista de los números primos hasta el 100 (si lo hiciste correctamente).

5. Ahora, colorea de color rosa las casillas que contienen un número primo:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

6. ¿Cuántos números primos hay entre el 1 y el 20?

7. ¿Cuántos números primos hay entre el 80 y el 100?

8. ¿Cuántos números enteros menores a 100 son números primos?

9. Uno de los siguientes números no es un número primo. Circúlalo. Identifica cuál es y escribe la multiplicación que da como resultado ese número.

97 91 89 83 79 73 71 67 61

10. Sólo uno de estos números es un número primo. Identifícalo[1].

111 113 117 119 121

11. Todos los números impares son números primos : ¿verdadero o falso? Explica tu respuesta.

12. Todos los números primos son números impares: ¿verdadero o falso? Explica tu respuesta.

13. Explica por qué el número 2 es el único número primo que es un número par[2].

14. Investiga en casa:

- ¿Los números primos son infinitos? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Cuántas cifras (o dígitos) tiene el número primo más grande que se conoce hasta hoy?

[1] Los otros números son múltiplos de 11, de 7 o de 3.

[2] Considera que los números pares son todos múltiplos de 2.

Factores, divisores o submúltiplos

Cuando un número entero es múltiplo de otro número entero, se dice que ese otro número entero es "factor" del número mayor. Por ejemplo, el número 91 es un múltiplo de 7 porque:

$$7 \times 13 = 91$$

Eso hace que 7 sea un "factor" de 91. De hecho, el número 91 tiene tres factores (además del número 1): el 7, el 13 y el 91.

En matemáticas, a los factores también se les llama "divisores" y "submúltiplos". Los tres términos significan lo mismo.

Todos los números tienen como factores al número 1 y a ellos mismos. Los números que sólo tienen como factores al 1 y a ellos mismos son (como ya vimos) **los números primos**. A los números que no son primos se les conoce como **números compuestos**.[1]

1. Los siguientes números son todos factores del número 2024. Algunos de los factores son números primos y otros son números compuestos. Marca con rojo los números primos y con azul los números compuestos. Considera que los números pares (con excepción del 2) son siempre números compuestos.

4	11	1012	253
184	88	2	46
506	22	44	92
23	8	2024	

2. Multiplica 11 por 23 y escribe el resultado.

3. Resuelve la siguiente multiplicación de números primos:

$$2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23 =$$

[1] Al número 1 no se le considera ni número primo, ni número compuesto. El número 1 es "la unidad".

Los números primos hasta el 100

Los números coloreados de gris son los números primos que ya conoces.

1. Observa la tabla y contesta las preguntas.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Escribe la cantidad de números primos que hay en cada columna.

Columna	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Números primos	5	1								

3. ¿Qué columnas no tienen números primos?

4. ¿Los números de esas columnas son pares o impares?

5. ¿Cuál es la terminación de los números primos sin contar al 2 y al 5?

Multiplicando factores

Todos los números compuestos se pueden expresar como el resultado de multiplicar un par de números entre sí, sin usar al número 1. Por ejemplo, el número 119 se puede expresar como el resultado de multiplicar 17 por 7:

$$7 \times 17 = 119$$

Algunos números, como el 119, se caracterizan porque sólo hay un par de números que al multiplicarse se obtiene el número en cuestión, sin usar al número 1. Hay otros números que se pueden obtener multiplicando diferentes pares de números. Veamos el ejemplo del número 12:

$$3 \times 4 = 12 \qquad\qquad 2 \times 6 = 12$$

Como puedes ver, hay dos pares diferentes de números que multiplicados entre sí dan como resultado el número 12.

1. Encuentra dos pares diferentes de números enteros que multiplicados entre sí den como resultado el número 18. No puedes usar el número 1. Identifica entre los números que uses los que son números primos y resáltalos usando un marcatextos.

$$\underline{\qquad} \times \underline{\qquad} = 18 \qquad\qquad \underline{\qquad} \times \underline{\qquad} = 18$$

2. Haz lo mismo para los números: $20, 28, 30, 42, 44$ y 45 (encuentra <u>dos pares diferentes de números enteros</u> que multiplicados entre sí den como resultado esos números). No puedes usar el número 1. Asegúrate de identificar los números primos que uses y resaltarlos con tu marcatextos. Fíjate en el ejemplo.

$20 = 2 \times 10$ amarillo

$42 =$

$20 =$

$42 =$

$28 =$

$44 =$

$28 =$

$44 =$

$30 =$

$45 =$

$30 =$

$45 =$

Encontrando factores primos

También hay números compuestos que se pueden expresar como la multiplicación de varios números. Por ejemplo, el número 210 se puede expresar como la multiplicación de cuatro números:

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

1. Encuentra un par de números enteros que multiplicados entre ellos den 90. El mismo número se puede usar más de una vez. No puedes usar el número 1. Si usas números primos, identifícalos resaltándolos con tu marcatextos.

$$\_\_\_\_ \times \_\_\_\_ = 90$$

2. Ahora, encuentra un trío de números que multiplicados entre ellos den 90. El mismo número se puede usar más de una vez. No puedes usar el número 1. Si usas números primos, identifícalos resaltándolos con tu marcatextos.

$$\_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ = 90$$

3. Ahora, encuentra cuatro números que multiplicados entre ellos den 90. El mismo número se puede usar más de una vez. No puedes usar el número 1. Si usas números primos, identifícalos resaltándolos con tu marcatextos.

$$\_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ = 90$$

4. ¿Crees que haya una forma de expresar el 90 como una multiplicación de más de cuatro números (sin usar el número 1)? Explica el porqué de tu respuesta[1].

[1] Considera que los números primos no se pueden descomponer multiplicativamente, justamente por ser números primos.

El arcoíris factorizado

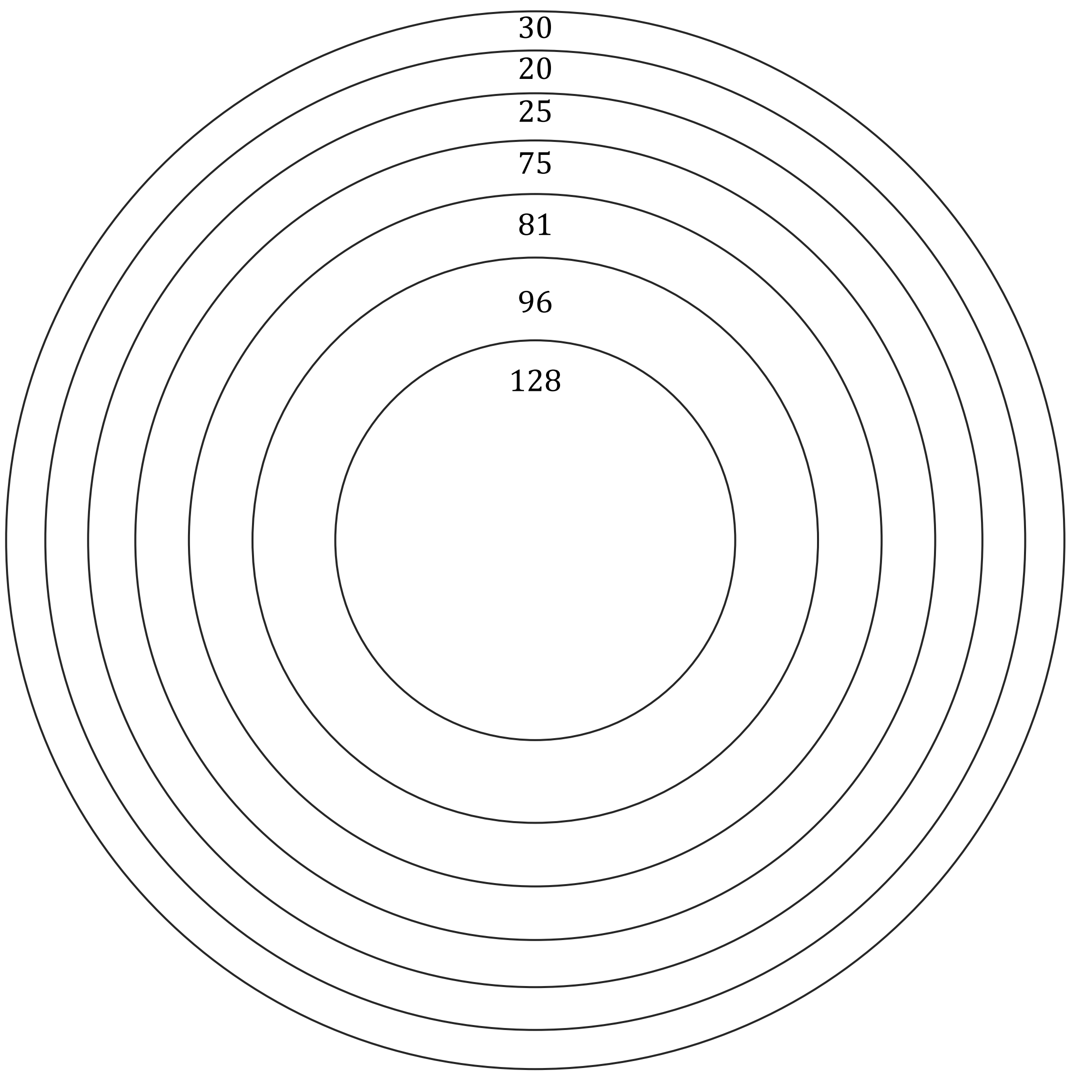
1. Colorea el círculo y los aros siguiendo la guía:

- Números que son múltiplos de 2: Rojo
- Números que son múltiplos de 3: Amarillo
- Números que son múltiplos de 5: Azul

Nota 1: Usa varios colores si un número es múltiplo de varios de los números de la guía.

Nota 2: Puedes averiguar cuáles son los factores primos de los números para que estés seguro de cómo colorear cada aro.

Recuerda: Así como todos los colores que no son colores primarios se pueden crear a partir de ir combinando los colores primarios, todos los números que no son números primos se pueden crear multiplicando a los números primos.



Factorizando en números primos

(página 1 de 2)

La multiplicación más larga con la que se puede expresar un número compuesto consiste siempre en una donde todos los números que se multiplican son números primos. Por ejemplo, el número 100 se puede expresar de varias formas como una multiplicación de dos números enteros:

$$2 \times 50 = 100 \qquad 4 \times 25 = 100$$

$$5 \times 20 = 100 \qquad 10 \times 10 = 100$$

También se puede expresar como una multiplicación de tres números enteros:

$$2 \times 2 \times 25 = 100 \qquad 2 \times 5 \times 10 = 100$$

$$4 \times 5 \times 5 = 100$$

Además, se puede expresar como una multiplicación de cuatro números enteros:

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100$$

En esa última multiplicación, todos los números son primos. Eso indica que ya no es posible encontrar una multiplicación de seis o más números enteros que den 100, sin usar el número 1.

4. Encuentra la multiplicación con el mayor número de enteros que puedas, para obtener los siguientes números. Recuerda que no puedes usar el número 1.

a) $4 =$

b) $6 =$

c) $8 =$

d) $9 =$

e) $10 =$

f) $12 =$

g) $14 =$

h) $16 =$

i) $18 =$

j) $20 =$

Factorizando en números primos

(página 2 de 2)

k) $21 =$

l) $24 =$ 12 x 2 = 8 x 3 = 6 x 2 x 2 = 2 x 2 x 2 x 3

m) $25 =$

n) $30 =$

ñ) $32 =$

o) $36 =$

p) $40 =$

q) $60 =$

r) $72 =$

s) $80 =$

t) $81 =$

u) $96 =$

w) $100 =$

Números compuestos

(página 1 de 2)

Como ya te habrás dado cuenta, todos los números compuestos se pueden expresar como la multiplicación de números primos. Por ejemplo, el número 8 es un número compuesto y se puede expresar como una multiplicación de tres números primos:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

1. Multiplica los números primos para encontrar números compuestos.

a) $2 \times 2 =$

b) $2 \times 2 \times 2 =$

c) $2 \times 2 \times 3 =$

d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 =$

e) $2 \times 2 \times 5 =$

f) $2 \times 2 \times 2 \times 3 =$

g) $2 \times 2 \times 7 =$

h) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$

i) $2 \times 2 \times 3 \times 3 =$

j) $2 \times 2 \times 2 \times 5 =$

k) $3 \times 3 =$

l) $3 \times 3 \times 2 =$

m) $3 \times 3 \times 3 =$

n) $3 \times 3 \times 2 \times 2 =$

ñ) $3 \times 3 \times 5 =$

o) $3 \times 3 \times 2 \times 3 =$

p) $3 \times 3 \times 7 =$

q) $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 =$

r) $3 \times 3 \times 3 \times 3 =$

s) $3 \times 3 \times 2 \times 5 =$

2. ¿Reconoces alguna similitud con algunas de las tablas de multiplicar? Explica tu respuesta.

Números compuestos

(página 2 de 2)

3. Escribe la multiplicación de números primos que le corresponde a cada número compuesto. Fíjate en los ejemplos.

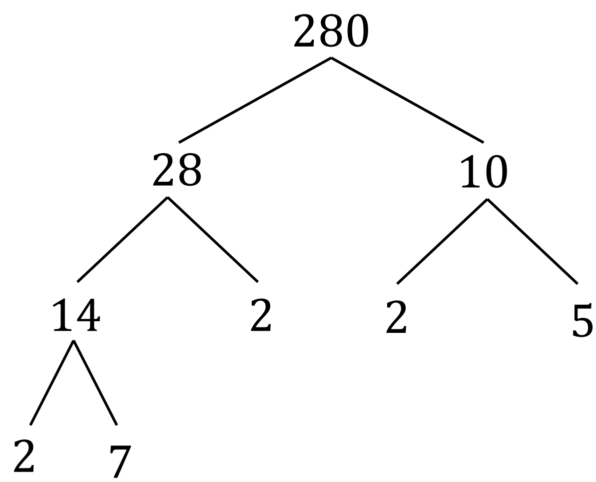
$4 = 2 \times 2$	$24 =$
$6 =$	$25 =$
$8 =$	$26 =$
$9 =$	$27 =$
$10 =$	$28 =$
$12 =$	$30 =$
$14 =$	$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$15 =$	$33 =$
$16 =$	$34 =$
$18 =$	$35 =$
$20 =$	$36 =$
$21 =$	$38 =$
$22 =$	$39 = 3 \times 13$

Árbol de Factores

(página 1 de 2)

El árbol de factores es un recurso gráfico que se usa para descomponer un número compuesto en sus factores primos. Se comienza descomponiendo el número en dos números que multiplicados entre ellos den el número en cuestión. Después, se van descomponiendo los números compuestos (los que no son primos) en nuevos pares, hasta que todos los números que quedan al final de las ramas ya no se pueden descomponer, por ser números primos.

Veamos el ejemplo del número 280.



Los números primos que quedan al final de las ramas del árbol son los factores primos del número que se descompuso:

$$2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 280$$

1. Utiliza el árbol de factores para encontrar los factores primos del número 260. Comprueba que la multiplicación de esos números primos realmente dé como resultado el número 260.

Árbol de Factores

(página 2 de 2)

2. Utiliza el árbol de factores para encontrar los factores primos del número 360. Comprueba que la multiplicación de esos números primos realmente dé como resultado el número 360.

3. Utiliza el árbol de factores para encontrar los factores primos del número 480. Comprueba que la multiplicación de esos números primos realmente dé como resultado el número 480.

Números compuestos dentro de otros números compuestos

(página 1 de 3)

Con los factores primos que se obtienen al descomponer un número se pueden componer otros números compuestos. Estos números compuestos son factores (no primos) del número mayor. Veamos un ejemplo.

Son tres los factores primos del número 30:

$$2, 3 \text{ y } 5$$

Tomando algunos de esos factores primos se puede componer el número 6:

$$2 \times 3 = 6$$

El número 6 es factor (no primo) del número 30, porque:

$$6 \times 5 = 30$$

Con los factores primos del número 30 también se puede componer el número 10:

$$2 \times 5 = 10$$

El número 10 es factor (no primo) del número 30, porque:

$$10 \times 3 = 30$$

Finalmente, con los factores primos del número 30 también se puede componer el número 15:

$$3 \times 5 = 15$$

El número 15 es factor (no primo) del número 30, porque:

$$15 \times 3 = 30$$

1. Los factores primos del número 42 son: 2, 3 y 7. Colorea de azul las casillas que contiene números que se pueden obtener multiplicando algunos de los factores primos del número 42.

6	10	14	20	21	25

Números compuestos dentro de otros números compuestos

(página 2 de 3)

2. Comprueba que los factores no primos que identificaste efectivamente pueden ser multiplicados por un número entero para obtener el 42. Fíjate en el ejemplo.

$2 \times 3 = 6$

$6 \times 7 = 42$

3. Encuentra los factores primos del número 180. Puedes utilizar el árbol de factores.

4. Combina y multiplica los factores primos del número 180 para encontrar todos los factores no primos de ese número. Escribe la lista de los números que encontraste.

5. Comprueba que los factores no primos que identificaste efectivamente pueden ser multiplicados por los factores primos y no primos para obtener el 180.

6. Encuentra todos los factores no primos del número 252. Utiliza el árbol de factores para encontrar primero sus factores primos.

7. Comprueba que los factores no primos que identificaste efectivamente pueden ser multiplicados por los factores primos y no primos para obtener el 252.

Múltiplos en común
(página 1 de 2)

Dos números, cualesquiera que sean, siempre van a tener múltiplos en común. De hecho, cualquier par de números tienen un infinito número de múltiplos en común. Por ejemplo, los números 7 y 5 tienen al número 35 como múltiplo en común. Además, todos los múltiplos de 35 también son múltiplos de 7y 5: el 70, el 105, el 140...

De entre los múltiplos que tienen en común dos números, siempre hay uno que es el más pequeño: su primer múltiplo en común. A ese número se le llama:

El mínimo común múltiplo de dos números

1. Completa la lista con los primeros quince múltiplos del número 6.

× 1	2	3	4	5	6	7	8
6	12	18					48

× 1	9	10	11	12	13	14	15
6		60					90

2. Completa la lista con los primeros quince múltiplos del número 15.

× 1	2	3	4	5	6	7	8
15	30	45					

× 1	9	10	11	12	13	14	15
15							225

3. Escribe la lista de múltiplos que tienen en común los números 6 y 15, y que aparecen en las tablas que completaste.

Múltiplos en común

(página 2 de 2)

4. De entre los múltiplos que tienen en común los números 6 y 15, el primero y el más pequeño es el **mínimo común múltiplo** de esos dos números. Escríbelo:

5. Encuentra los factores primos del número que escribiste como respuesta a la pregunta anterior (el mínimo común múltiplo de 6 y 15) y escríbelos.

6. Encuentra todos los factores **no primos** del número que escribiste como respuesta a la pregunta 4 (el mínimo común múltiplo de 6 y 15), combinando y multiplicando los factores primos que encontraste.

7. Completa la lista con los múltiplos del número 21.

× 1	2	3	4	5	6	7	8
21	42						

8. Completa la lista con los múltiplos del número 35.

× 1	2	3	4	5	6	7	8
35							280

9. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de los números 21 y 35?

10. Encuentra los factores primos del número que escribiste como respuesta a la pregunta anterior (el mínimo común múltiplo de 21 y 35) y escríbelos.

11. Encuentra todos los factores **no primos** del número que escribiste como respuesta a la pregunta 9 (el mínimo común múltiplo de 21 y 35).

El mínimo común múltiplo 1

(página 1 de 3)

Lee la explicación. Cuando termines, colorea la carita feliz.

En muchos casos, el mínimo común múltiplo de dos números es el resultado de multiplicarlos entre sí. Esto sucede cuando los factores primos de los dos números no coinciden entre ellos. Veamos un ejemplo. Los factores primos del número 6 son: 2 y 3. Los factores primos del número 35 son 7 y 5. Como el 6 y el 35 no comparten factores primos, su mínimo común múltiplo es 210:

$$6 \times 35 = 210$$

Cuando dos números sí comparten factores primos, entonces su mínimo común múltiplo es el resultado de multiplicar

los factores primos que sí comparten

por los factores primos que no comparten.

Por ejemplo, los factores primos del número 15 son:

$$3 \text{ y } 5$$

Los factores primos del número 21 son:

$$3 \text{ y } 7$$

Como podrás notar, el número 3 es un factor primo común del 15 y el 21. El número 5 es un factor primo sólo del número 15, mientras que el número 7 es un factor primo sólo del número 21.

El mínimo común múltiplo de 15 y 21 es entonces el resultado de multiplicar 3 por 5 por 7:

$$3 \times 5 \times 7 = 105$$

El número 105 es múltiplo de 15 porque:

$$7 \times 15 = 105$$

El número 105 es múltiplo de 21 porque:

$$5 \times 21 = 105$$

El mínimo común múltiplo 1

El número 105 es el séptimo múltiplo de 15.

$\times 1$	2	3	4	5	6	7	8
15	30	45	60	75	90	105	

El número 105 es el quinto múltiplo de 21.

$\times 1$	2	3	4	5	6	7	8
21	42	63	84	105			

El número 105 es, además, un número bastante menor al resultado de multiplicar 15 por 21:

$$15 \times 21 = 315$$

El método general para encontrar el mínimo común múltiplo de dos números comienza encontrando los factores primos de ambos. Veamos el ejemplo de 100 y de 140.

1. Se comienza por encontrar los factores primos de ambos números.

100: 2 2 5 5

140: 2 2 5 7

2. Se retoman los factores primos que son comunes a los dos números y los factores que no son comunes.

2 2 5 5   2 2 5 7

2 2 5 5 7

Nota cómo los factores que **sí son** comunes sólo se incluyen una vez:

2 2 5 5   **2 2 5** 7

2 2 5 5 7

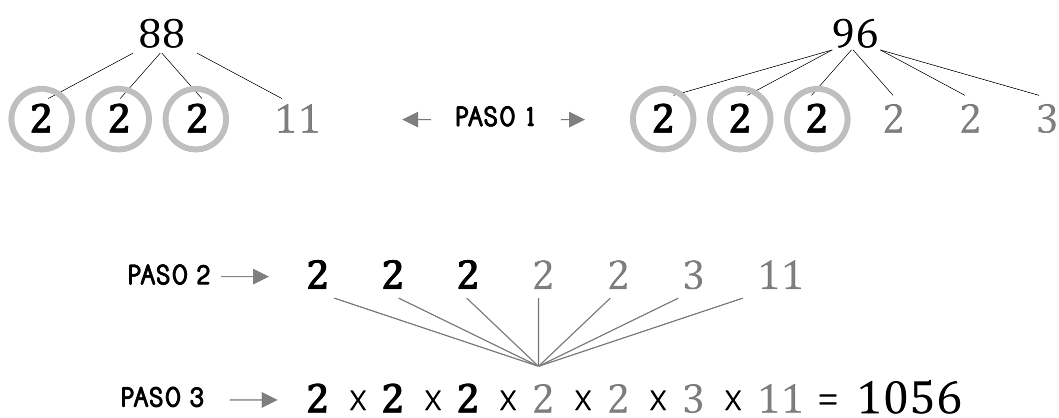
Además, nota cómo se incluyen todos los factores primos que **no son** comunes, de los dos números.

3. Se multiplican los todos factores primos que se extrajeron de los dos números y se conoce el mínimo común múltiplo.

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 700$$

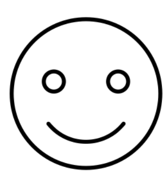
El número 700 es el mínimo común múltiplo de los números 100 y 140.

Veamos un ejemplo más que implica encontrar el mínimo común múltiplo de los números 88 y 96.



El mínimo común múltiplo de los números 88 y 96 es el número 1056.

Y ésta es la carita feliz:



El mínimo común múltiplo 2

(página 1 de 2)

1. Encuentra el mínimo común múltiplo de los números 12 y 20 siguiendo los pasos:

Paso 1: Encuentra los factores primos del número 12 y del número 20 y circula los números que tienen en común.

12 20

Paso 2: Escribe los factores primos que tienen en común los números 12 y 20 con color negro y, con otro color, escribe los factores que no tienen en común:

Paso 3: Multiplica los factores primos que son comunes de los números 12 y 20, y también, los que no son comunes.

El resultado de la multiplicación que hiciste es el mínimo común múltiplo de los números 12 y 20. Escríbelo[1]:

[1] El mínimo común múltiplo de los números 12 y 20 es el número 60. Si obtuviste otro resultado, investiga dónde te equivocaste.

El mínimo común múltiplo 2
(página 2 de 2)

2. Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números:

a) 45 y 63

b) 14 y 77

c) 36 y 90

d) 70 y 105

e) 25 y 100

f) 24 y 64

El mínimo común múltiplo 3

Para encontrar el mínimo común múltiplo de dos números es importante tener presente dos casos que se pueden dar.

El primer caso, que ya se explicó hace algunas lecciones, implica que el mínimo común múltiplo de dos números sea el resultado de multiplicarlos. Esto ocurre cuando no hay factores primos comunes entre los dos números. Aquí algunos ejemplos:

8 y 25 — 2 2 2 5 5

100 y 99 — 2 2 5 5 9 11

36 y 35 — 2 2 3 9 5 7

Entonces, el mínimo común múltiplo en cada ejemplo es:

$8 \text{ x } 25 = 200$ $\quad$ $100 \text{ x } 99 = 9900$ $\quad$ $36 \text{ x } 35 = 1260$

El segundo caso implica que el número más grande sea múltiplo directo del pequeño. En esos casos, el mínimo común múltiplo es el número mayor. Por ejemplo, el mínimo común múltiplo del número 4 y del número 8 es el número 8:

Porque el número 8 es el segundo múltiplo del número 4 y el primer múltiplo de sí mismo.

x 1	2	3
4	**8**	12

x 1	2	3
8	16	24

También porque sus múltiplos primos comunes multiplicados por los primos que no comunes dan 8:

4 — **2** **2**

8 — **2** **2** 2

$$\mathbf{2} \times \mathbf{2} \times 2 = 8$$

Esto igualmente sucede con los siguientes pares de números:

10 y 20 — **2** **5** 2 **2** **5**

45 y 90 — **3** **3** **5** 2 **3** **3** **5**

$$2 \times \mathbf{2} \times \mathbf{5} = 20$$

$$2 \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5} = 90$$

El mínimo común múltiplo 3

(página 2 de 2)

1. Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números:

a) 14 y 64

b) 3 y 72

c) 5 y 85

d) 28 y 92

e) 5 y 12

f) 18 y 126

Factores en común

(página 1 de 2)

Lee la explicación. Cuando termines, colorea la carita feliz.

Ya te habrás dado cuenta de que hay números que no tienen factores en común. Otros tienen un solo factor en común y, otros más, pueden tener un montón de factores en común. Como ya se analizó en lecciones anteriores, los números 100 y 99 no tienen ningún factor en común. Los números 6 y 10 tienen un solo factor en común, el número 2. Pero los números 60 y 90 tienen factores en común: algunos primos, y otros no primos: 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30.

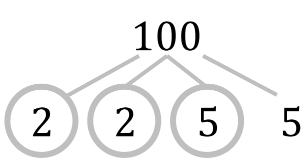
Cuando dos números tienen factores en común, siempre hay uno que es el más grande. A ese factor se le llama

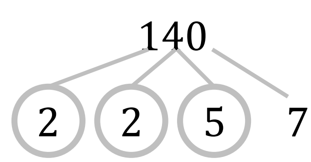
el máximo común divisor[1]

En el caso de los números 60 y 90, su máximo común divisor es el número 30, por ser el más grande de sus siete factores.

El método general para encontrar el máximo común divisor de dos números comienza encontrando los factores primos de ambos. Veamos el ejemplo de 100 y de 140.

1. Se comienza por encontrar los factores primos de ambos números.





2. Se retoman sólo los factores primos que son comunes a los dos números:

2 2 5

Nota: En este paso toma en cuenta que, si los dos números no tienen **factores primos en común**, entonces esos dos números no tienen **factores en común** y, por lo tanto, no tienen un **máximo común divisor**.

[1]Al máximo común divisor de dos números también se le puede llamar "factor más grande en común" o "submúltiplo más grande en común". Recuerda que los términos "factor", "divisor" y "submúltiplo" significan lo mismo.

Factores en común
(página 2 de 2)

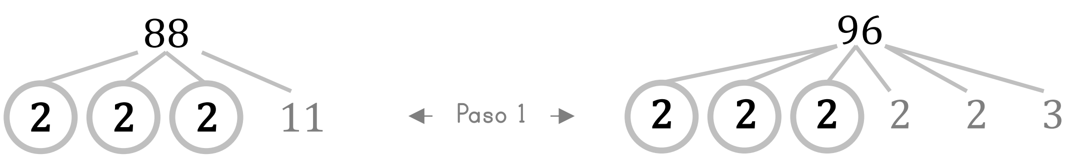
3. Se multiplican los factores primos que son comunes a los dos números:

$$2 \times 2 \times 5 = 20$$

El número 20 es el máximo común divisor de los números 100 y 140.

$$\mathbf{20} \times 5 = 100 \qquad \mathbf{20} \times 7 = 140$$

Veamos un ejemplo más que implica encontrar el máximo común divisor de los números 88 y 96.



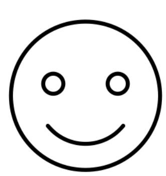
Paso 2 → $\mathbf{2} \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{2}$

Paso 3 → $2 \times 2 \times 2 = \mathbf{8}$

El número 8 es el máximo común divisor de los números 88 y 96.

$$\mathbf{8} \times 11 = 88 \qquad \mathbf{8} \times 12 = 96$$

Y ésta es la carita feliz:

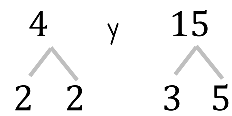


El máximo común divisor

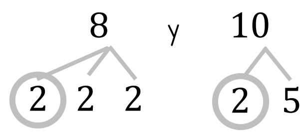
(página 1 de 2)

Para buscar el máximo común divisor de dos números es importante tener presente tres casos que se pueden dar.

El **primer caso** implica reconocer que dos números no tienen factores primos en común y, por lo tanto, **no tienen un máximo común divisor**. El 4 y el 15 no tienen un máximo común divisor.



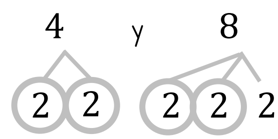
El **segundo caso** implica reconocer que dos números sólo tienen un factor primo en común, el cual será también su máximo común divisor. El máximo común divisor del 8 y el 10 es el 2:



$$\mathbf{2} \times 4 = 8$$

$$\mathbf{2} \times 5 = 10$$

El **tercer caso** se da cuando el número más grande es un múltiplo directo del pequeño. En esos casos, el máximo común divisor es el número menor. El máximo común divisor del 4 y el 8 es el 4:



$$\mathbf{4} \times 1 = 4$$

$$\mathbf{4} \times 2 = 8$$

Lo mismo pasa con los siguientes pares de números:

$\mathbf{10}$ y 20 (el máximo común divisor es 10)

$\mathbf{45}$ y 90 (el máximo común divisor es 45)

1. Encuentra el máximo común divisor de los siguientes pares de números. En caso de no tener uno escribe: "no tienen"

a) 14 y 64

b) 3 y 72

c) 5 y 85

d) 28 y 92

El máximo común divisor

(página 2 de 2)

e) 12 y 20

f) 45 y 63

g) 14 y 77

h) 36 y 90

i) 70 y 105

j) 45 y 63

e) 15 y 26

f) 36 y 120

g) 64 y 192

h) 28 y 35

Múltiplos mínimos y divisores máximos

1. Completa la tabla escribiendo el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números. En caso de que dos números no tengan un máximo común divisor, escribe: "no tienen". En tu cuaderno, haz los cálculos y anotaciones necesarios.

Par de números	Mínimo común múltiplo	Máximo común divisor
8 y 17	136	No tienen
24 y 46		
33 y 36		
51 y 80		
16 y 66		
13 y 39		
44 y 76		
45 y 81		
16 y 27		
11 y 99		
120 y 360		
16 y 64		
7 y 14		
25 y 90		
24 y 72		
18 y 126		
15 y 35		
3 y 90		

Más sobre las propiedades multiplicativas de los números enteros

Responde las preguntas recuperando lo que ya sabes de los números. En cada caso, justifica tu respuesta con algún ejemplo.

1. Todos los números tienen múltiplos en común. ¿Verdadero o falso?

2. Se puede saber cuál es **máximo** común múltiplo de dos números, cualesquiera que estos sean. ¿Verdadero o falso?

3. Cuando dos números son pares, siempre tienen al menos un factor primo en común. ¿Verdadero o falso?

4. Cuando dos números son impares, siempre tienen al menos un factor primo en común. ¿Verdadero o falso?

5. Un número par y un número impar no pueden tener factores primos en común. ¿Verdadero o falso?

Suma y resta de fracciones utilizando el mínimo común múltiplo

1. Gabriela está preparándose para una carrera. Ella entrena en un circuito de 6 km. El día de hoy recorrió $\frac{7}{16}$ y tomó un breve descanso; después recorrió $\frac{5}{12}$ del circuito y tomó otro pequeño descanso. ¿Qué fracción del circuito ha recorrido Gabriela?

Para resolver una situación como ésta, debemos realizar una suma de fracciones:

$$\frac{7}{16}+\frac{5}{12}=$$

Como recordarás, para poder hacer una suma de fracciones, las fracciones tienen que estar en la misma unidad. Para ello, podemos auxiliarnos del mínimo común múltiplo.

Si conocemos el mínimo común múltiplo de los denominadores, podemos convertir las fracciones a la misma unidad..

El primer paso consiste en descomponer los denominadores en factores primos y después obtener el mínimo común múltiplo (m.c.m). **<u>Para obtener el m.c.m, multiplicamos los factores primos que sí comparten por los factores primos que no comparten dichos números</u>**.

$$16 \rightarrow 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \qquad\qquad 12 \rightarrow 2 \quad 2 \quad 3$$

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

El m.c.m. de 16 y de 12 es 48

Como el mínimo común múltiplo es 48, esto significa que las fracciones debemos convertirlas en fracciones equivalentes a cuarenta y ochoavos para poder sumarlas.

$$\frac{7}{16}+\frac{5}{12}=\frac{\quad}{48}+\frac{\quad}{48}=\frac{\quad}{48}$$

Suma y resta de fracciones utilizando el mínimo común múltiplo

(página 2 de 3)

Recuerda: Para convertir una fracción a una fracción equivalente, siempre tenemos que multiplicar el numerador y el denominador por el mismo factor para mantener la equivalencia. Es como si estuviéramos multiplicando por 1 y 1 es igual a $\frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{7}{7} = \ldots$

I. Para encontrar el factor por el que debemos multiplicar, necesitamos encontrar un número que multiplicado por 16 nos dé 48. En este caso, se trata del 3. Por lo tanto, el numerador –que es 7– también lo debemos multiplicar por 3 para conservar la equivalencia.

II. Después, debemos de encontrar un número que multiplicado por 12 nos dé 48. Se trata del 4. Por lo tanto, el numerador –que es 5– también lo debemos multiplicar por 4.

I.

$$\frac{7 \times \square}{16 \times \square} = \frac{\square}{48} \Rightarrow \frac{7 \times 3}{16 \times 3} = \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{48}}$$

II.

$$\frac{5 \times \square}{12 \times \square} = \frac{\square}{48} \Rightarrow \frac{5 \times 4}{12 \times 4} = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{48}}$$

Como las fracciones ya están en la misma unidad –cuarenta y ochoavos–, entonces ya las podemos sumar.

$$\frac{7}{16} + \frac{5}{12} = \frac{21}{48} + \frac{20}{48} = \frac{41}{48}$$

La respuesta al problema 1, sobre qué fracción del circuito ha recorrido Gabriela es $\frac{41}{48}$.

2. Si Gabriela ha recorrido $\frac{41}{48}$ del circuito de 6 km, ¿qué fracción le falta por recorrer?

Para responder a esta pregunta, sabemos que 6 km representa corresponde al total, o sea a 1. Entonces podemos expresar la resta que tenemos que realizar de esta manera:

$$1 - \frac{41}{48} =$$

Para poder hacer la resta de fracciones, éstas tienen que estar en la misma unidad. 1 lo podemos representar en cuarenta y ochoavos como $\frac{48}{48}$. Y ya podemos hacer la resta.

$$1 - \frac{41}{48} = \frac{48}{48} - \frac{41}{48} = \frac{7}{48}$$

La respuesta al problema 2 es: a Gabriela le faltan por recorrer $\frac{7}{48}$ del circuito.

Suma y resta de fracciones utilizando el mínimo común múltiplo

(página 3 de 3)

3. Si Gabriela ha recorrido $\frac{41}{48}$ del circuito de 6 km, ¿qué distancia en metros ha recorrido?

Vamos a representar el circuito de manera lineal.

Sabemos que 6 km equivalen a 6000 metros

También sabemos que el total lo representamos con la fracción $\frac{48}{48}$

Si $\frac{48}{48}$ equivalen a 6000 metros

Entonces, $\frac{1}{48}$ equivale a 125 metros

Con esa información responde la pregunta 3: Si Gabriela ha recorrido $\frac{41}{48}$ del circuito de 6 km, ¿qué distancia en metros ha recorrido?

4. Si Gabriela ha recorrido $\frac{41}{48}$ del circuito de 6 km, ¿qué distancia en metros le falta por recorrer?

El m.c.m. en la pastelería

(página 1 de 2)

1. Rosalba es repostera y tiene varias bolsas de harina de un kilo incompletas. En la bolsa donde tiene harina sobrante, apunta la cantidad de harina que le queda para después, sumarlas y ver si le alcanzan las bolsas con sobrantes para seguir preparando pasteles. Ayuda a Rosalba a saber cuánta harina tiene en cada caso.

a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{\ }{24} + \frac{\ }{24} = \frac{\ }{24}$

$8 \rightarrow 2 \quad 2 \quad 2$ $\qquad$ $12 \rightarrow 2 \quad 2 \quad 3$

m.c.m. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} =$

m.c.m. =

c) $\frac{1}{8} + \frac{5}{6} =$

m.c.m. =

d) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} =$

m.c.m. =

e) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$

m.c.m. =

El m.c.m. en la pastelería

(página 2 de 2)

2. Rosalba, a veces para hacer pasteles, abre una o más bolsas de harina y ocupa cierta cantidad. Ayuda a Rosalba a saber cuánta harina le sobra para que lo apunte en la bolsa de la harina sobrante.

a) $2 - \frac{19}{12} = \frac{24}{12} - \frac{19}{12} = \frac{\quad}{12}$

b) $1 - \frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $3 - \frac{8}{4} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $4 - \frac{16}{5} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

e) $5 - \frac{36}{8} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

f) $3 - \frac{25}{10} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

g) $2 - \frac{16}{15} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

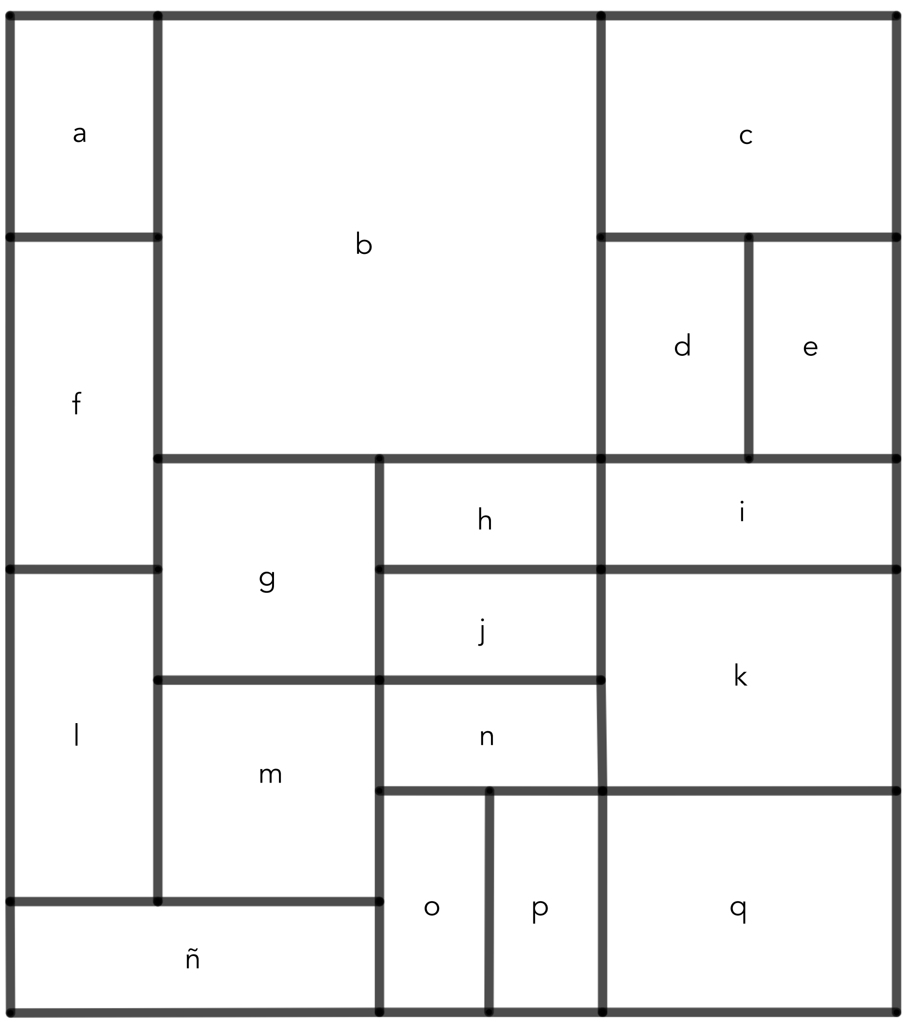
h) $6 - \frac{45}{9} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Arte abstracto

(página 1 de 3)

Piet Mondrian (1872-1944) pintor neerlandés es considerado uno de los fundadores del neoplasticismo, estilo que utiliza líneas rectas, formas geométricas –cuadrados y rectángulos–, y los colores primarios –azul, amarillo y rojo–, además del blanco y el negro.

1. Resuelve las sumas y restas de fracciones que aparecen en la siguiente página. Según el resultado obtenido, colorea cada cuadro con el color correspondiente indicado en la clave. Al finalizar, tu diseño se parecerá al estilo de Piet Mondrian.



CLAVE	
1	blanco
2	amarillo
3	rojo
4	azul
5	negro

IMPORTANTE: En esta actividad, los resultados de la suma o resta de fracciones, en todos los casos, se pueden transformar en una o más unidades exactas. Para que tus respuestas coincidan con la clave, asegúrate de transformar correctamente tus resultados.

Ejemplo: $\frac{3}{2}+\frac{2}{4}=\frac{6}{4}+\frac{2}{4}=\frac{8}{4}=2$ $\quad \frac{8}{4}$ equivale a **2 unidades**

Arte abstracto

(página 2 de 3)

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{5}{12} =$

b) $\frac{7}{6}+\frac{11}{6} =$

c) $\frac{14}{15}+\frac{5}{6}+\frac{7}{30} =$

d) $\frac{30}{12}-\frac{3}{2} =$

e) $\frac{36}{39}+\frac{1}{13} =$

f) $\frac{52}{13}-\frac{51}{17} =$

g) $\frac{4}{2}+\frac{18}{9}+\frac{7}{7} =$

h) $\frac{91}{182}+\frac{1}{2} =$

i) $\frac{100}{5}-\frac{38}{2} =$

Arte abstracto

(página 3 de 3)

j) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=$

k) $\frac{18}{12}+\frac{5}{2}=$

l) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=$

m) $\frac{3}{2}-\frac{11}{22}=$

n) $\frac{11}{2}-\frac{2}{4}=$

ñ) $\frac{55}{60}+\frac{1}{12}=$

o) $\frac{62}{31}+\frac{0}{177}=$

p) $\frac{121}{120}-\frac{1}{120}=$

q) $\frac{10}{2}-\frac{6}{3}=$

Simplificando fracciones utilizando el máximo común divisor

(página 1 de 2)

Felipe es chef pastelero y está preparando un pastel de boda para 150 personas. Sofía, su hija, se preguntaba si el pastel llevaría mucha azúcar, porque a ella no le gustan los pasteles tan dulces. Felipe le dijo que: al bizcocho le pondría $\frac{21}{9}$ de kilogramo de azúcar refinada y al betún para el decorado le pondría $\frac{36}{24}$ de kilogramo de azúcar glas.

Sofía se dio a la tarea de sumar ambas cantidades:

$$\frac{21}{9}+\frac{36}{24}=\frac{168}{72}+\frac{108}{72}=\frac{276}{72}$$

3 3   2 2 2 3

m.c.m.= 3 x 3 x 2 x 2 x 2 = 72

Sofía al ver la cantidad resultante, no supo si se trataba de mucha o poca azúcar, así que le preguntó a su papá que qué podía hacer para saber. Felipe le sugirió que intentara simplificar la fracción, ayudándose del máximo común divisor, que tal vez eso le ayudaría a saber.

Como recordarás, para obtener el máximo común divisor (M.C.D.) de dos o más números, los podemos descomponer en factores primos. El M.C.D. es el producto de los factores primos que comparten.

En este caso, vamos a obtener el M.C.D. del numerador y denominador:

Los factores de 276 son $2, 2, 3$ y 23

Los factores de 72 son: $2, 2, 2, 3$ y 3

Los factores que comparten son el 2, 2 y 3. Por lo tanto, el M.C.D. de 276 y 72 es $2 \text{ x } 2 \text{ x } 3 = 12$

El siguiente paso consiste en dividir ambas cantidades entre 12 para simplificar la fracción $\frac{276}{72}$

$$\frac{276 \div 12}{72 \div 12}=\frac{23}{6}=3\,\frac{5}{6}$$

Si te fijas bien, la fracción $\frac{23}{6}$ es una fracción simplificada y equivalente a $\frac{276}{72}$. Además, es más fácil saber que $\frac{23}{6}$ equivale a 3 unidades con $\frac{5}{6}$.

Sofía pudo ver con más claridad que $\frac{276}{72}$ era equivalente a $\frac{23}{6}$ y también igual a $3\,\frac{5}{6}$ kilos.

Ella seguía pensando que esa cantidad sí era mucha azúcar pues estaba cerca de los 4 kilos, pero considerando que esa cantidad era para un pastel para 150 personas, a lo mejor no era tanto dulce. Porque 4000 gramos entre 150 personas son 26.6 gramos, que son como 2 cucharadas de azúcar por persona.

Simplificando fracciones utilizando el máximo común divisor

(página 2 de 2)

Es importante que recuerdes que hay fracciones que no se pueden simplificar porque su numerador y denominador no tienen M.C.D., es decir, no tienen factores en común, . En este caso, la fracción queda igual. Observa el ejemplo:

$$\frac{15}{16} = \frac{15}{16}$$

Los factores de 15 son 3 y 5 Los factores de 16 son 2, 2, 2 y 2

Como el numerador y el denominador no tienen factores en común, entonces dicha fracción no puede simplificarse.

1. Simplifica las siguientes fracciones a su forma más reducida, utilizando el M.C.D. como apoyo.

a. $\frac{6}{9} =$

b. $\frac{18}{12} =$

c. $\frac{14}{25} =$

d. $\frac{75}{45} =$

e. $\frac{12}{16} =$

f. $\frac{40}{45} =$

g. $\frac{35}{10} =$

h. $\frac{24}{27} =$

i. $\frac{80}{64} =$

j. $\frac{210}{490} =$

BLOQUE III

Unidad 6

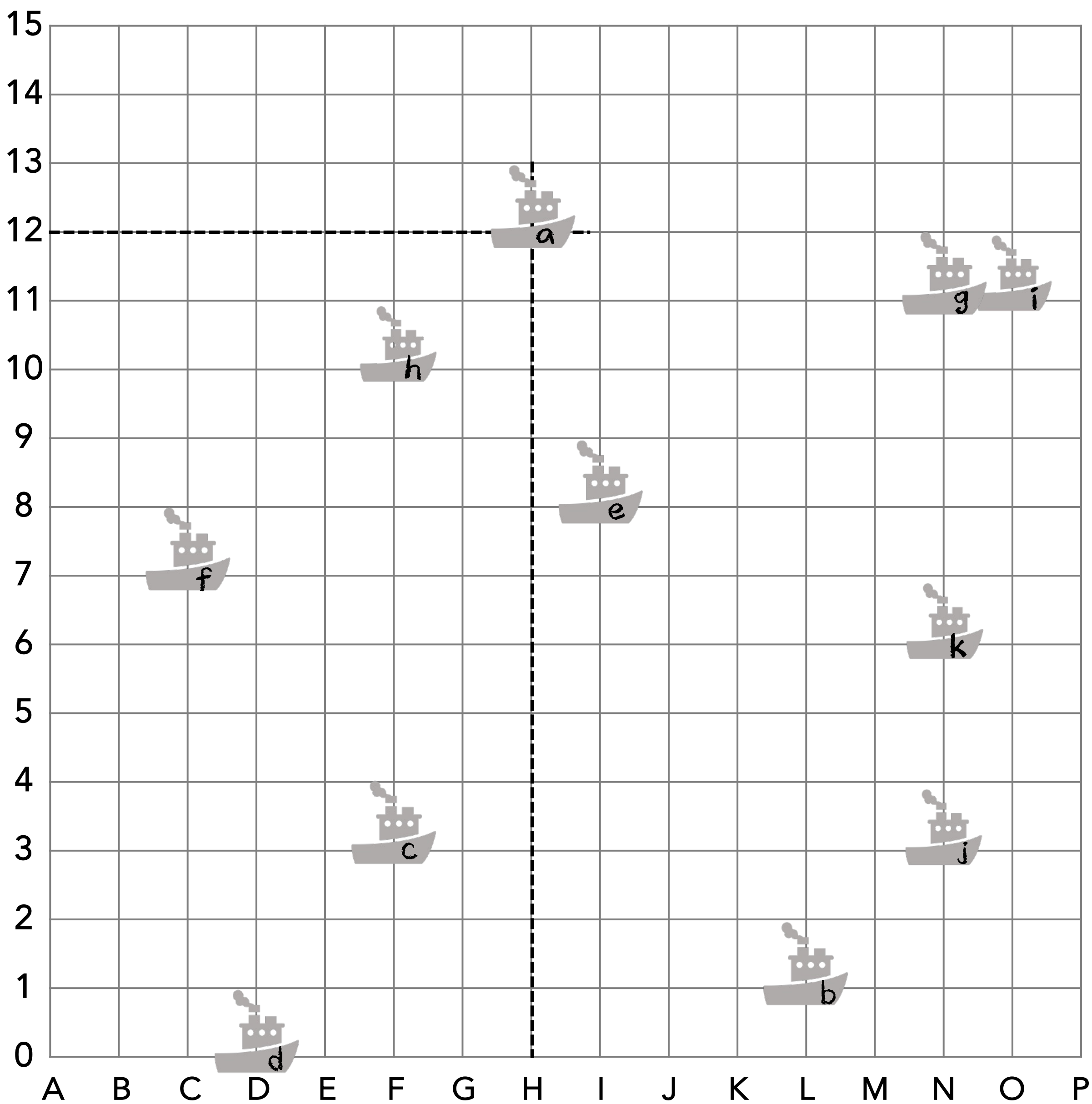
En esta unidad los materiales que necesitarás son:

- Calculadora básica
- Regla
- *Abacus* romano y *calculi* para el ábaco (últimas lecciones)

El juego de los barcos

El juego de los barcos es un juego en el que se utilizan coordenadas para ubicar la posición exacta de un barco o de toda una flota. Para determinar la posición precisa de un barco, es necesario conocer las coordenadas exactas. Un sistema de coordenadas nos proporciona información sobre la ubicación de un punto en un plano de dos dimensiones. Para ello, necesitamos saber en qué líneas se encuentra el objeto que estamos buscando: una línea horizontal y una vertical. El punto donde ambas líneas se se cruzan es donde se localiza el objeto que estamos buscando.

1. Marca con **color AMARILLO** las letras que corresponden al **EJE HORIZONTAL y,** con **color AZUL CLARO,** marca los números que corresponden al **EJE VERTICAL**.



El juego de los barcos

(página 2 de 2)

La ubicación exacta de un barco está dada por una coordenada horizontal (que en este caso corresponde a una letra), y por una coordenada vertical (que en este caso corresponde a un número). Por ejemplo, la ubicación exacta del **barco a** es **H12.**

2. Escribe la ubicación exacta de cada uno de los barcos.

Ubicación del **barco b**: ________ Ubicación del **barco g**: ________

Ubicación del **barco c**: ________ Ubicación del **barco h**: ________

Ubicación del **barco d**: ________ Ubicación del **barco i**: ________

Ubicación del **barco e**: ________ Ubicación del **barco j**: ________

Ubicación del **barco f**: ________ Ubicación del **barco k**: ________

3. ¿Qué barcos comparten la coordenada horizontal? Escribe los nombres de los barcos junto con sus coordenadas.

____

4. ¿Qué barcos comparten la coordenada vertical? Escribe los nombres de los barcos junto con sus coordenadas.

____

5. Dibuja, en el plano de la página anterior, los siguientes barcos de acuerdo con las siguientes coordenadas.

barco **r** : A13 barco **u** : K8

barco **s** : J14 barco **v** : N1

barco **t** : D5 barco **x** : O2

Parque de atracciones

(página1 de 3)

A la entrada del parque de atracciones ‘***Diversión total***’ los visitantes pueden solicitar un mapa para saber dónde se encuentran las atracciones o los diferentes servicios que ofrece el parque. La clave de las coordenadas que utilizan en este parque es similar a la que se utiliza en los planos cartesianos que se usan en Geometría.

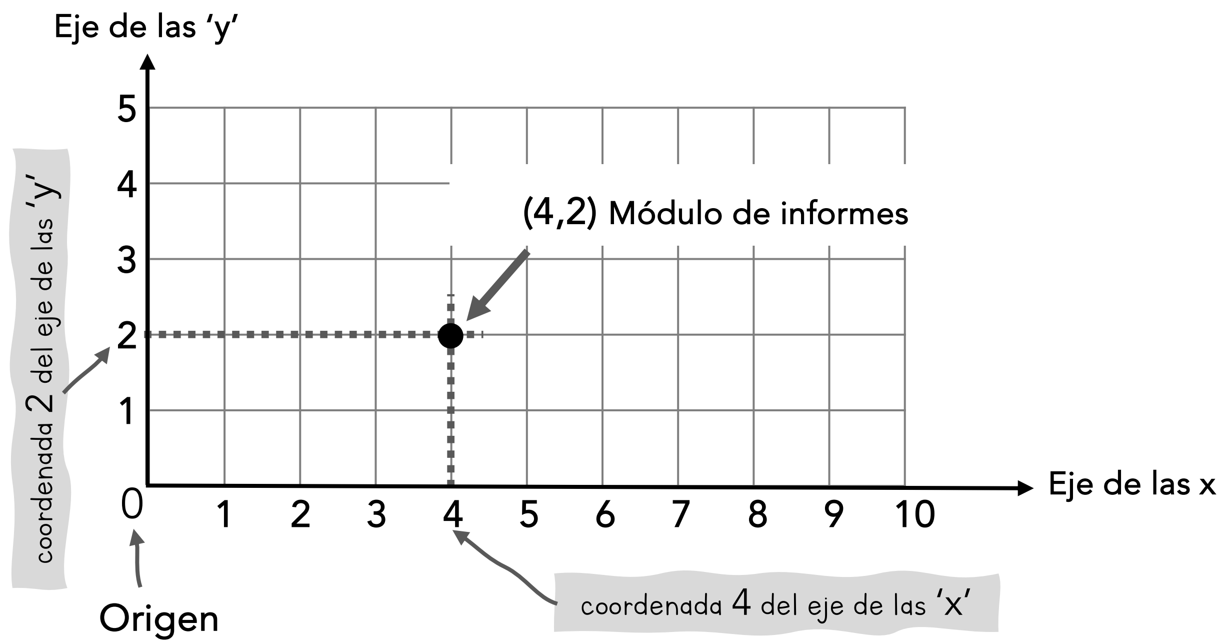
Un plano cartesiano es un diagrama (similar al que se utilizó en la lección anterior) que se compone de dos ejes: uno vertical y otro horizontal, que se cortan en un punto llamado origen (O). El eje horizontal del plano cartesiano se identifica como el **EJE DE LAS X** (equis), y el eje vertical como el **EJE DE LAS Y** (yes). Una de las principales funciones del plano cartesiano es localizar puntos mediante el uso de coordenadas **(x, y).**

La diferencia con el plano de la lección anterior es que, tanto las coordenadas horizontales como las verticales se representan con números, no con letras.

Para entender las **coordenadas (x, y),** el primer valor nos indica la posición de un punto en la ‘***coordenada x***’, y el segundo, su posición en la ‘***coordenada y***’. El lugar donde se cruzan ambas líneas es el punto que estamos buscando. A continuación, se muestra un ejemplo:

Sitio	Coordenada
Módulo de informes	(4,2)

Para localizar el módulo de informes buscamos la **coordenada 4 del ‘eje de las x’** y, luego buscamos la **coordenada 2 del ‘eje de las y’**. La intersección de ambas líneas es el lugar donde se encuentra el **módulo de informes**.



Parque de atracciones

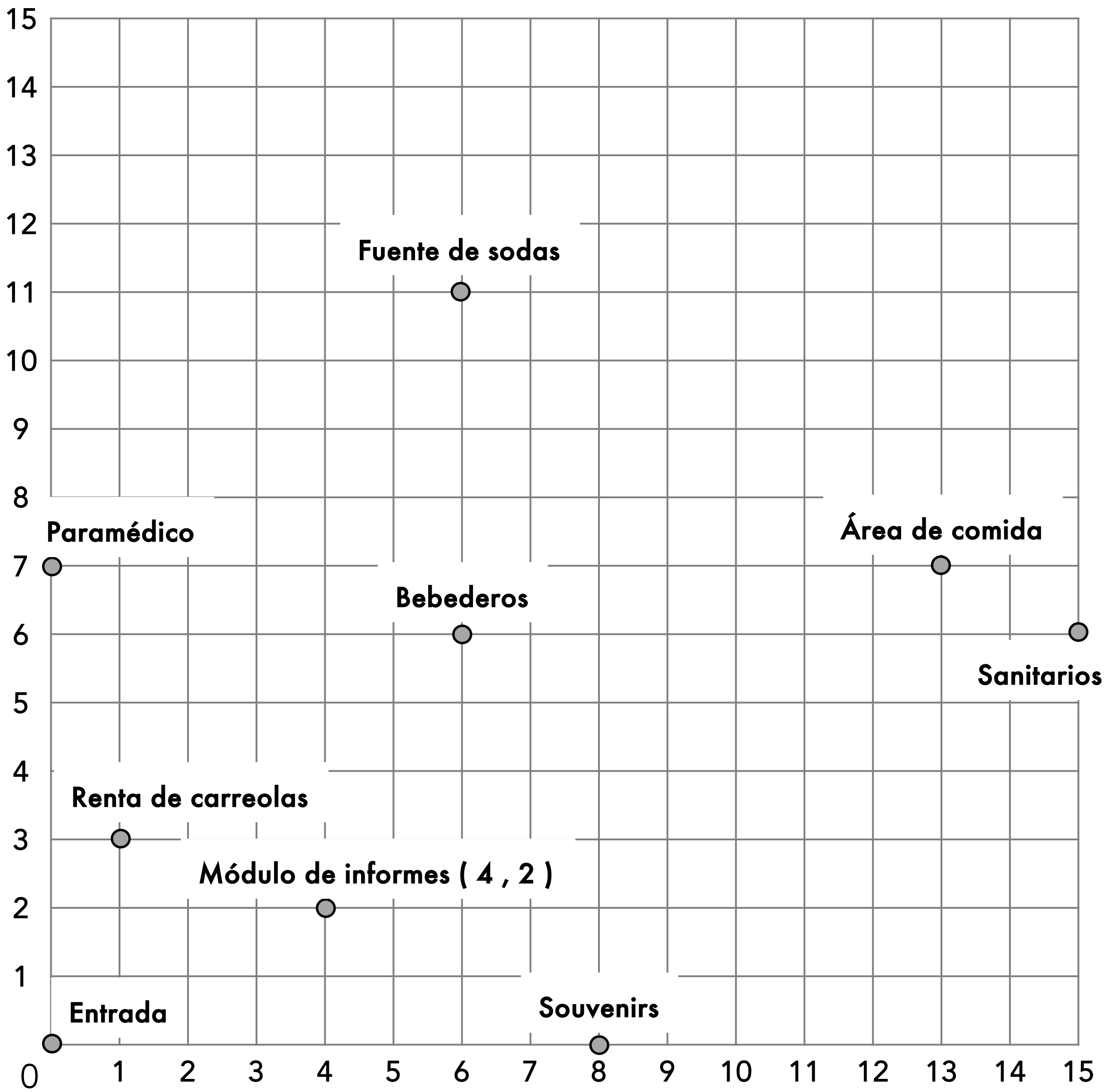
(página 2 de 3)

A continuación, mediante coordenadas, se muestran las ubicaciones de algunos de los servicios que ofrece el parque.

1. Escribe las coordenadas de los servicios del parque que se encuentran en la siguiente tabla.

Sitio	Coordenada
Entrada	(0 , 0)
Souvenirs	
Bebederos	
Sanitarios	

Sitio	Coordenada
Paramédico	
Área de comida	
Fuente de sodas	
Renta de carreolas	



Parque de atracciones

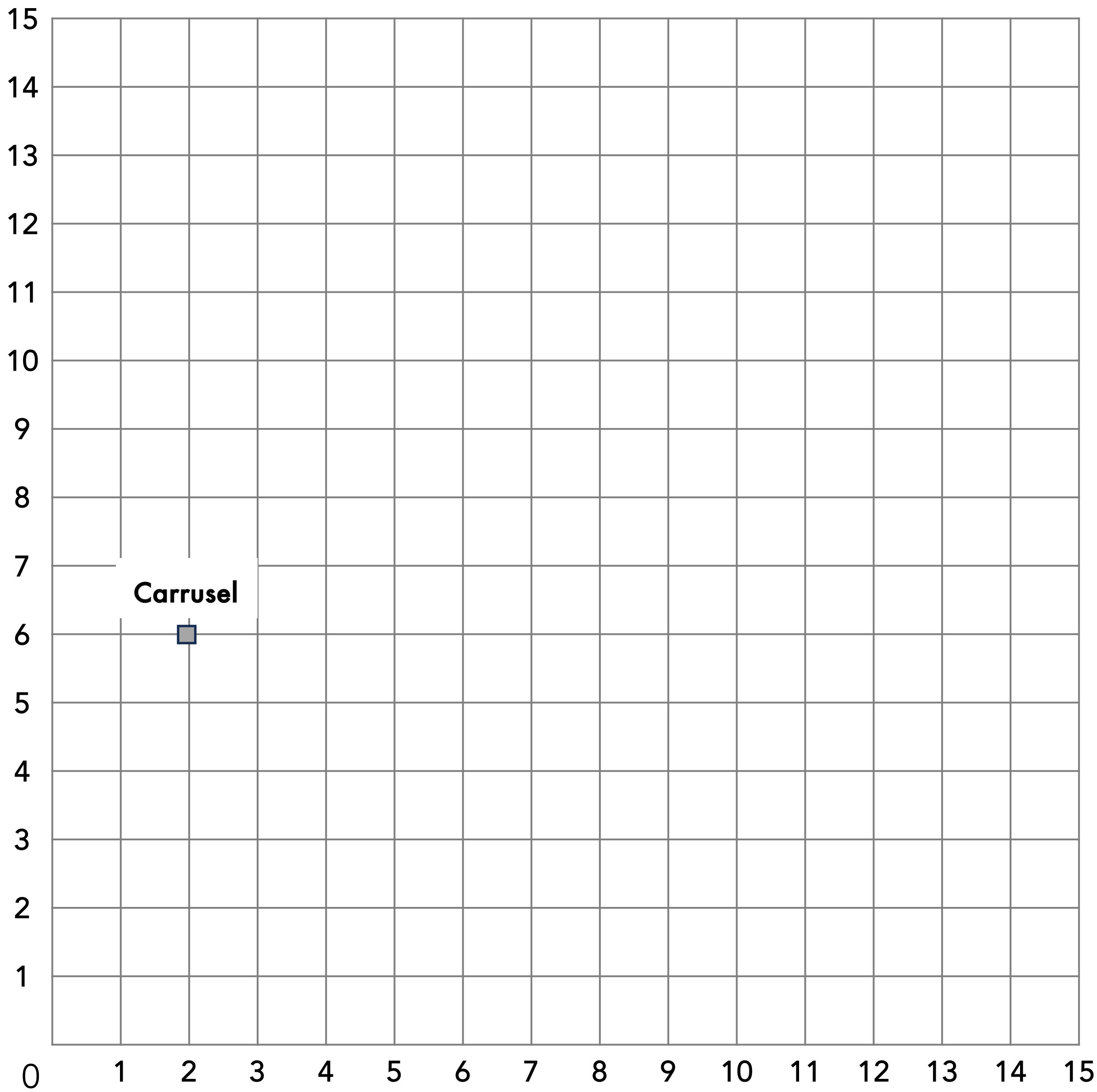
(página 3 de 3)

Ahora se muestran las coordenadas de algunas de las atracciones que hay en el parque.

1. Ubica las atracciones en el mapa, de acuerdo con las coordenadas dadas y escribe el nombre de la atracción.

Sitio	Coordenada
Carrusel	(2 , 6)
Juegos de destreza	(9 , 13)
Montaña rusa	(13 , 11)
Rueda de la fortuna	(12 , 2)

Sitio	Coordenada
Sillas voladoras	(8 , 8)
Viaje 4D	(5 , 15)
Río bravo	(2 , 11)
Go Karts	(10 , 10)



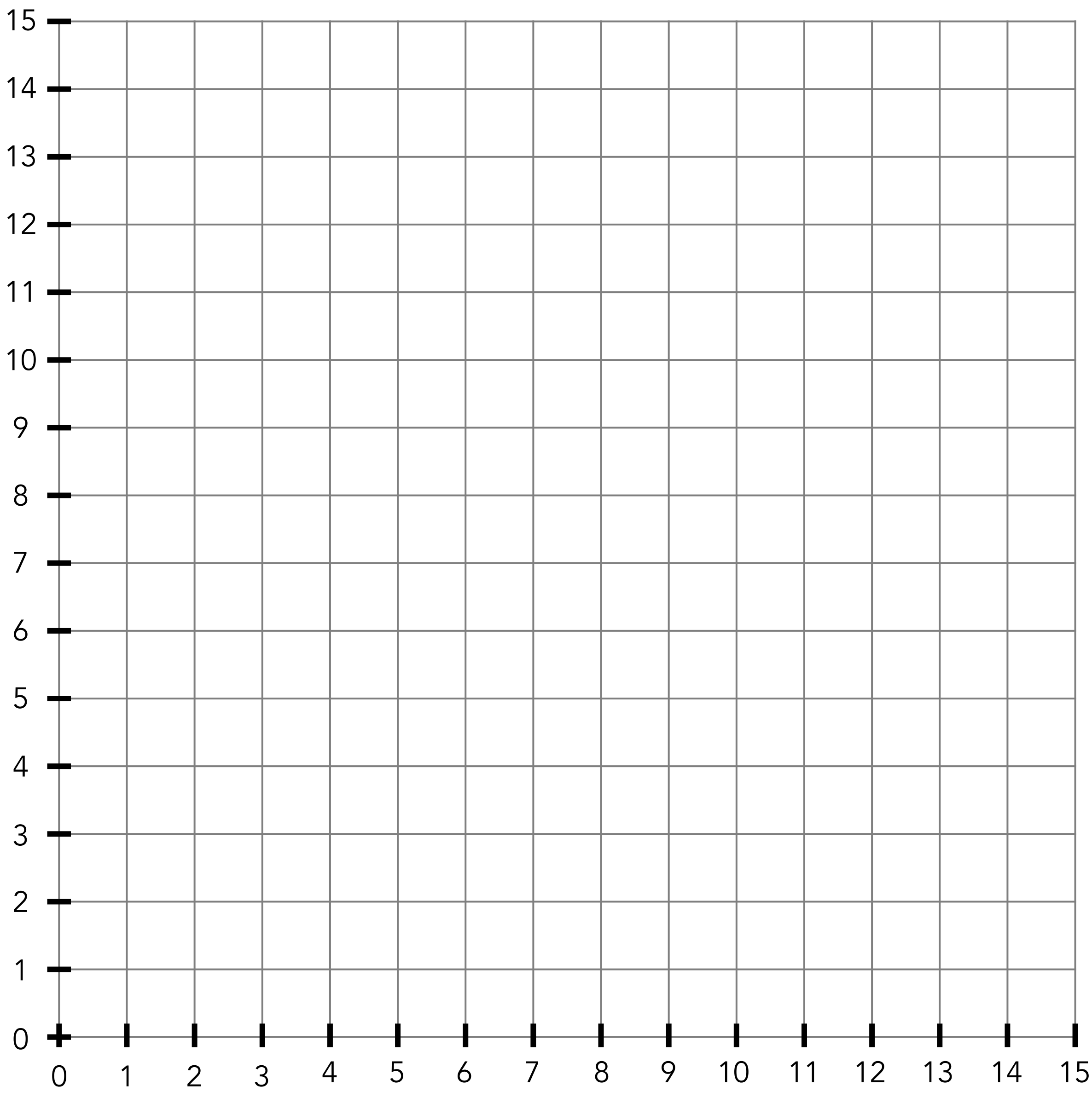
La figura misteriosa

(página 1 de 2)

Esta actividad tiene por objetivo ubicar puntos en un plano cartesiano para descubrir una figura misteriosa.

1. En el siguiente plano cartesiano, ubica los puntos que se indican. Después, siguiendo el orden alfabético, une los puntos y descubre la figura misteriosa.

A (7, 3)	D (14, 9)	G (5, 9)	J (2, 0)
B (12, 0)	E (9, 9)	H (0, 9)	K (7, 3)
C (10, 6)	F (7, 14)	I (4, 6)	

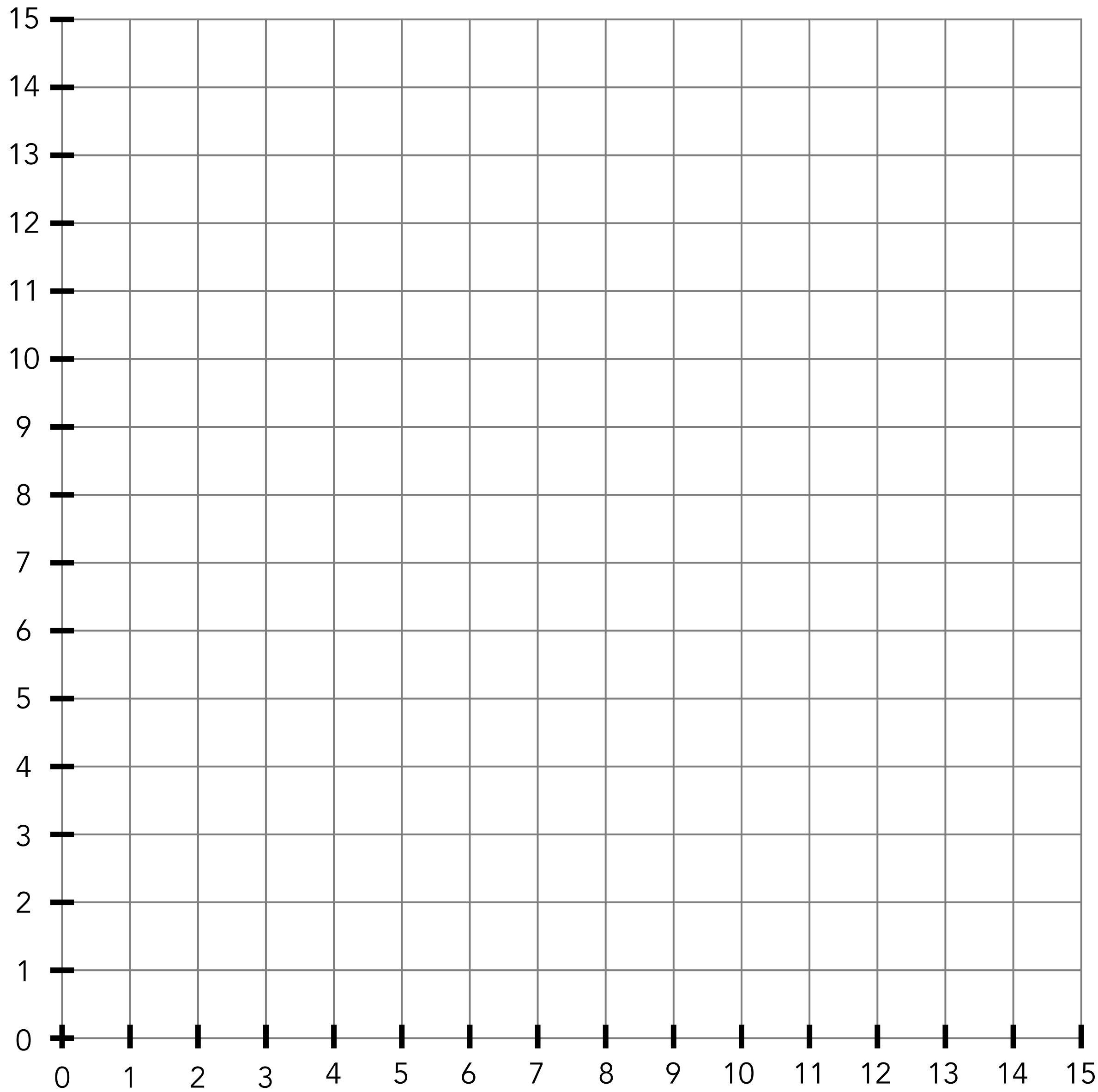


La figura misteriosa

(página 2 de 2)

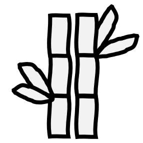
2. Ahora, crea tu propia figura misteriosa. Dibuja una figura en el plano cartesiano y escribe las coordenadas de los puntos que utilizaste para formarla.
3. Dicta las coordenadas a tus compañeros de equipo para que intenten descubrir la figura que creaste. Compartan en equipo sus figuras y verifiquen si las figuras que obtuvieron coinciden con las que crearon.

A ( )	D ( )	G ( )	J ( )	M ( )
B ( )	E ( )	H ( )	K ( )	N ( )
C ( )	F ( )	I ( )	L ( )	Ñ ( )



Azúcar por bulto

(página1 de 3)



El azúcar desempeña un papel crucial en la industria alimentaria. Industrias como las refresqueras y confiteras suelen adquirir el azúcar por tonelada, dado que requieren de grandes cantidades para elaborar sus productos.

En la Ciudad de México, establecimientos más pequeños, como panaderías, compran el azúcar por bulto (50 kg) porque se adapta mejor a sus necesidades. El azúcar la adquieren principalmente en la Central de Abastos –mercado mayorista donde pequeños comercios y particulares se abastecen de productos alimenticios y otros artículos de primera necesidad–.

1. Ramiro tiene una cadena de panaderías y compra bultos de azúcar para la elaboración del pan de dulce, pasteles y galletas. En la central de abastos, el bulto de azúcar refinada (de 50kg) tiene un costo de 1,250 pesos. Ramiro hizo una tabla para saber cuánto gastaría para surtir todas sus panaderías. Ayuda a Ramiro a elaborar la tabla.

Bultos de azúcar (50 Kg)	Costo por bulto
1	$1,250
2	$2,500
3	
4	
5	
10	
15	$18,750
20	

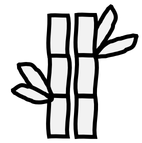
2. ¿Cuánto le cuesta a Ramiro cada kilo de azúcar?

3. Si las panaderías de Ramiro requirieran una tonelada* de azúcar, ¿cuántos costales necesitaría comprar y cuánto dinero tendría que pagar por esa cantidad de azúcar?

*Una tonelada equivale a 1000 kg

Azúcar por bulto

(página 2 de 3)

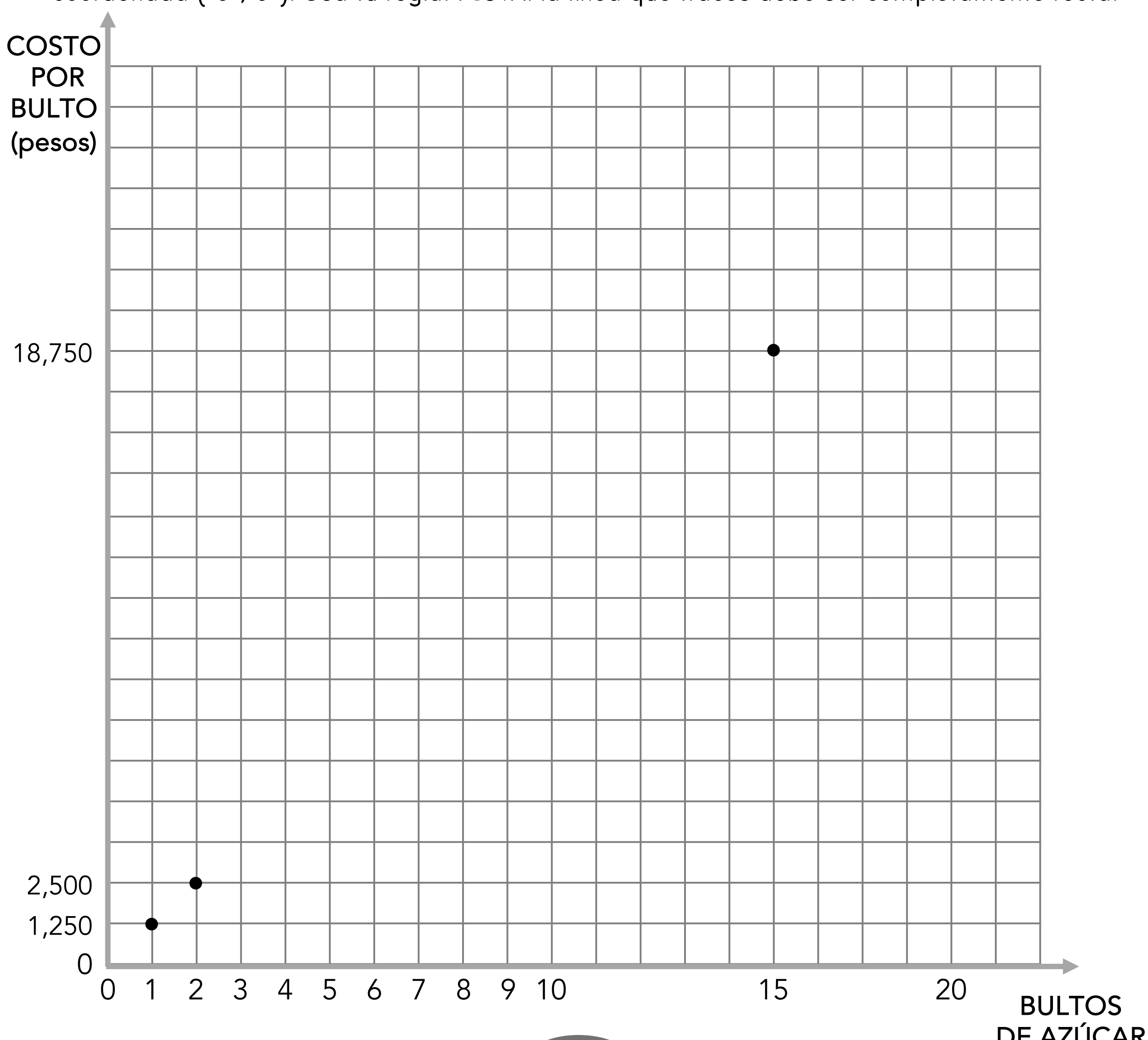


Ramiro pretende graficar los precios del azúcar para saber si hizo bien los cálculos. Ayuda a Ramiro a construir una gráfica.

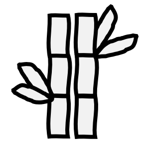
Para elaborar una gráfica es posible apoyarse de un plano cartesiano. Cada eje de coordenadas representa a un conjunto de datos. En este caso, para la gráfica del precio del azúcar por bulto, el eje horizontal representará '*la cantidad de bultos de azúcar*' y, el eje vertical representará '*el costo por bulto*'.

4. Observa la gráfica y complétala apoyándote de los datos de la tabla anterior. Cada renglón de la tabla representa un punto en la gráfica, el cual está conformado por la coordenada: (bultos de azúcar, precio por bulto).

5. Todos los puntos que ubicaste en la gráfica únelos con una línea comenzando en la coordenada (0 , 0). Usa tu regla. PISTA: la línea que traces debe ser completamente recta.



Azúcar por bulto



6. Ubica en la gráfica el costo de 12 bultos de azúcar, también el costo de 16 bultos de azúcar. ¿Estos puntos quedaron ubicados en la misma línea recta que trazaste?

7. Si ubicaras en la gráfica el costo de 25 bultos de azúcar o más, ¿crees que esos puntos estarían ubicados en la misma recta si ésta se prolongara?

8. En el supermercado, el azúcar por kilo tiene un costo de 45 pesos. ¿Cuál es la diferencia de precio entre el costo de un kilo de azúcar comprado en el supermercado y el costo de un kilo de azúcar, considerando que compraras un bulto de 50 kg en la central de abastos?

9. Si Ramiro no tuviera posibilidad de comprar una tonelada de azúcar en la central de abastos, y tuviera que comprarla en bolsas de 1 kg en el supermercado,

a) ¿cuánto tendría que pagar por esa tonelada?

b) ¿cuál sería la diferencia entre el precio de la tonelada comprada en el supermercado y el precio de la tonelada comprada en la central de abastos?

10. Después de observar la diferencia en los precios, ¿en qué casos crees que convenga más comprar el azúcar, por bulto o por kilo? Explica tu respuesta.

11. ¿En la cocina de tu casa utilizan mucho el azúcar?
¿Sugerirías que compraran el azúcar por bulto o mejor por kilo? Explica tu respuesta.

Billones de estrellas o miles de millones de estrellas

(página 1 de 5)

Tal vez hayas escuchado que el universo contiene billones de estrellas.

Sin embargo, el término "billón" puede llegar a causar malentendidos porque su significado varía dependiendo del país en el que te encuentres. Por ejemplo, en países angloparlantes como los Estados Unidos o el Reino Unido, "billón" tiene un significado distinto al que se utiliza en la mayoría de los países de la Unión Europea y de habla hispana.

Esto se debe a la existencia de dos escalas* para nombrar a los números grandes:

LA ESCALA LARGA Y LA ESCALA CORTA.

Comprender las diferencias entre ambas escalas es fundamental en un mundo globalizado donde la mayoría de las transacciones financieras, datos estadísticos y descubrimientos científicos utilizan números muy muy grandes. Una traducción incorrecta o cálculo mal interpretado puede generar malentendidos a escala internacional. Aprendamos entonces a diferenciar ambas escalas.

LA ESCALA LARGA:

En la escala larga, que es la que utilizamos en México, agrupamos a los números siguiendo el mismo patrón de seis cifras que ya conoces:
Unidad, decena, centena, unidad de millar, decena de millar y centena de millar.

Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
C m	D m	U m	C	D	U

En el nivel de los millones, se repite el mismo patrón.

MILLONES											
C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U

*Es importante aclarar que hay países como los asiáticos que utilizan otro tipo de escala numérica para nombrar a los números.

Billones de estrellas o miles de millones de estrellas

(página 2 de 5)

En el nivel de los billones, también se sigue el mismo patrón.

BILLONES						MILLONES											
C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U

Y así, sucesivamente...

CUATRILLONES						TRILLONES						BILLONES						MILLONES											
C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U

1. Después de observar cómo se interpreta la 'escala larga' de los números, escribe el nombre de los siguientes números. Observa el ejemplo.

	MILLONES											
	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U
A.			1	5	6	7	9	3	3	1	2	7
B.		8	2	3	5	8	1	0	4	8	1	0
C.	4	5	0	1	2	1	9	3	2	0	0	2

A. Mil quinientos sesenta y siete millones novecientos treinta y tres mil ciento veintisiete.

B. ____

____

C. ____

____

Billones de estrellas o miles de millones de estrellas

(página 3 de 5)

2. Ahora, escribe el nombre de los siguientes números que son más grandes.

CUATRILLONES						TRILLONES						BILLONES						MILLONES											
C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U	C m	D m	U m	C	D	U
D.																5	1	4	0	6	7	2	8	1	4	6	1	5	6
E.												2	3	5	0	0	8	5	6	0	7	1	1	2	3	4	0	0	0
F.										3	3	0	0	0	3	3	6	2	9	8	5	4	2	1	7	0	7	4	1
G.							6	9	3	2	4	5	1	7	8	9	0	3	0	5	7	9	0	9	2	7	5	4	3
H.		8	2	4	1	4	6	7	9	0	0	2	3	2	1	5	7	8	9	0	0	2	1	0	8	1	6	5	2

D. ____

____

E. ____

____

____

F. ____

____

____

G. ____

____

____

H. ____

____

____

Billones de estrellas o miles de millones de estrellas

(página 4 de 5)

LA ESCALA CORTA:

En la escala corta, que es la que se utiliza en la mayoría de los países angloparlantes, se agrupan los números de tres en tres cifras, con el patrón que ya conoces:

Unidad, decena y centena.

BILLONES			MILLONES			MILLARES (MILES)					
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U

En los siguientes niveles se repite el mismo patrón.

QUINTI-LLONES			CUATRI-LLONES			TRILLONES			BILLONES			MILLONES			MILLARES					
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U

3. Escribe el nombre de los siguientes números utilizando la escala corta. Observa el ejemplo.

BILLONES			MILLONES			MILLARES (MILES)					
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
				7	5	0	3	2	3	5	8
		4	5	3	2	1	2	0	9	0	9
4	7	9	3	4	1	0	0	6	5	3	7

A. Setenta y cinco millones treinta y dos mil trescientos cincuenta y ocho.

B. ____

____

C. ____

____

Billones de estrellas o miles de millones de estrellas

(página 5 de 5)

4. Escribe el nombre de los siguientes números que son más grandes.

SIXTI-LLONES			QUINTI-LLONES			CUATRI-LLONES			TRI-LLONES			BILLONES			MILLONES			MILES					
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
D.										5	1	4	0	6	7	2	8	1	4	6	1	5	6
E.						2	3	5	0	0	8	5	6	0	7	1	1	2	3	4	0	0	0
F.				3	3	0	0	0	3	3	6	2	9	8	5	4	2	1	7	0	7	4	1
G.		2	3	2	4	5	1	7	8	9	0	3	0	5	7	9	0	9	2	7	5	4	3

D. ____

____

E. ____

____

____

F. ____

____

____

G. ____

____

____

5. Ahora, que ya conoces cómo se leen los números en la escala larga y en la escala corta, escribe la representación numérica de un billón de estrellas en ambas escalas.

Escala larga: ____

Escala corta: ____

¿Cuántos habitantes somos?

(página 1 de 2)

De acuerdo con la Organización de las Naciones Unidas (ONU), en el año 2022, la población mundial alcanzó la cifra de 8,000,000,000 habitantes.

1. **En la escala larga y en la escala corta, qué cantidad de habitantes alcanzamos en el año 2022.**

Escala larga: ____

Escala corta: ____

A continuación, se indican los años en los que se fue duplicando la población a partir de 1650*.

Se estima que, en el año 1650, la población mundial alcanzó la cifra de 500,000,000 habitantes.

2. **En la escala larga y en la escala corta, cómo se lee esa cantidad de habitantes.**

Escala larga: ____

Escala corta: ____

En el año 1800, se estima que la población mundial se duplicó, alcanzando la cifra de 1,000,000,000 habitantes.

3. **En la escala larga y en la escala corta, cómo se lee esa cantidad de habitantes.**

Escala larga: ____

Escala corta: ____

En el año 1925, se estima que la población mundial se duplicó nuevamente alcanzando los 2,000,000,000 habitantes.

4. **En la escala larga y en la escala corta, cómo se lee esa cantidad de habitantes.**

Escala larga: ____

Escala corta: ____

En el año 1975, se estima que la población mundial se volvió a duplicar, alcanzando los 4,000,000,000 habitantes.

5. **En la escala larga y en la escala corta, cómo se lee esa cantidad de habitantes.**

Escala larga: ____

Escala corta: ____

* Las estimaciones de la cantidad de habitantes que había en el mundo son cifras aproximadas, pues en el pasado, no se llevaba un control de los datos poblacionales en todos los países, o estos datos no se compartían. Incluso, en la actualidad, es muy difícil determinar la cantidad exacta de habitantes que somos, debido a los nacimientos y muertes que están ocurriendo cada segundo.

¿Cuántos habitantes somos?

(página 2 de 2)

6. Llena la siguiente tabla con los datos de la página anterior:

AÑO	CANTIDAD DE HABITANTES	AÑOS QUE TRANSCURRIERON PARA QUE SE DUPLICARÁ LA POBLACIÓN
1650	500,000,000	-
1800		
1925		
1975		
2022		

7. ¿Por qué crees que la población se incrementó tanto en el siglo pasado? Menciona al menos cuatro causas que pudieran explicar este incremento.

8. Aunque en el siglo pasado la población experimentó un crecimiento muy acelerado, en la actualidad, su crecimiento está sucediendo a un ritmo más lento. Según tu opinión, ¿cuál crees que sea la razón de ese cambio en el crecimiento de la población?

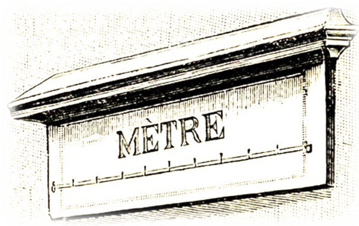
Se estima que, para mediados del siglo veintiuno –año 2050–, la población mundial alcanzará los 10,000,000,000 de habitantes. Si la tasa de natalidad se mantiene constante, se prevé que, para finales de este siglo, la población podría llegar a los 12,000,000,000 de habitantes.

9. Escribe ambas cantidades en escala larga.

10,000,000,000: ____

12,000,000,000: ____

10. ¿Qué consecuencias crees que tiene para el planeta y para la calidad de vida de sus habitantes el que seamos tantos en el mundo?



El metro como unidad de medida

El metro (o "metro lineal") es la unidad estándar de longitud más empleada a nivel mundial. Forma parte del Sistema Internacional de Unidades. Desde 1960, la Oficina Internacional de Pesas y Medidas lo ha definido como la distancia que recorre la luz, en el vacío, en un intervalo de:

$$\frac{1}{299\,792\,458} \text{ de segundo.}$$

El sistema métrico cuenta con unidades que son submúltiplos del metro. Los principales submúltiplos del metro (m) son: el decímetro (dm), el centímetro (cm) y el milímetro (mm).

$$1\,m = 10\,dm \qquad 1\,m = 100\,cm \qquad 1\,m = 1000\,mm$$

El sistema métrico también cuenta con unidades que son múltiplos del metro. Los principales múltiplos del metro (m) son: el decámetro (dam), el hectómetro (hm) y el kilómetro (km).

$$1\,dam = 10\,m \qquad 1\,hm = 100\,m \qquad 1\,km = 1000\,m$$

1. **Completa la siguiente tabla de equivalencias del sistema métrico decimal.**

kilómetro km	hectómetro hm	decámetro dam	metro m	decímetro dm	centímetro cm	milímetro mm
0.001		0.1	**1**	10	100	1000
		1	10			
	1		100			
1	10		1000			1000000
			0.1	**1**		
			0.01		**1**	10
0.000001		0.0001	0.001			**1**

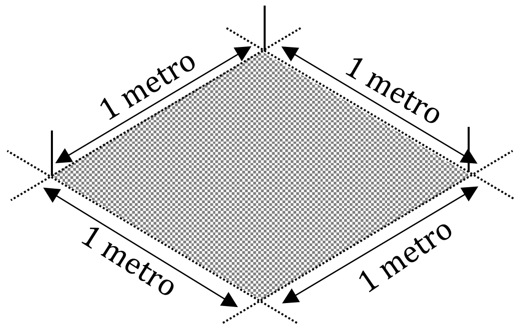
2. **La estatura del famoso futbolista, Lionel Messi, es de 169 cm. Escribe cuánto mide en cada una de las otras seis unidades. (Ejemplo 0.169 dam)**

3. **Escribe tu propia estatura en cada una de las siete unidades: km, hm, dam, m, dm, cm, y mm.**

El metro cuadrado

(página 1 de 4)

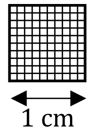
El metro cuadrado (símbolo: **m²**) es la unidad estándar de área del Sistema Internacional de Unidades (SIU). Es una unidad derivada de la unidad “metro” (la que se usa para medir longitudes). La Oficina Internacional de Pesas y Medidas lo define como: el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 metro.



En el SIU, además del metro cuadrado, existen otras unidades para medir áreas. Éstas se derivan de los múltiplos y submúltiplos del metro lineal:

- **Milímetro cuadrado (mm^2):** el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 mm.
- **Centímetro cuadrado (cm^2)**: el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 cm.
- **Decímetro cuadrado (dm^2):** el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 dm.
- **Decámetro cuadrado (dam^2):** el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 dam.
- **Hectómetro cuadrado (hm^2)**: el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 hm.
- **Kilómetro cuadrado (km^2):** el área que corresponde a la de un **cuadrado** cuyos lados miden exactamente 1 km.

1. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuántos milímetros cuadrados de área equivalen al área de un centímetro cuadrado? ____



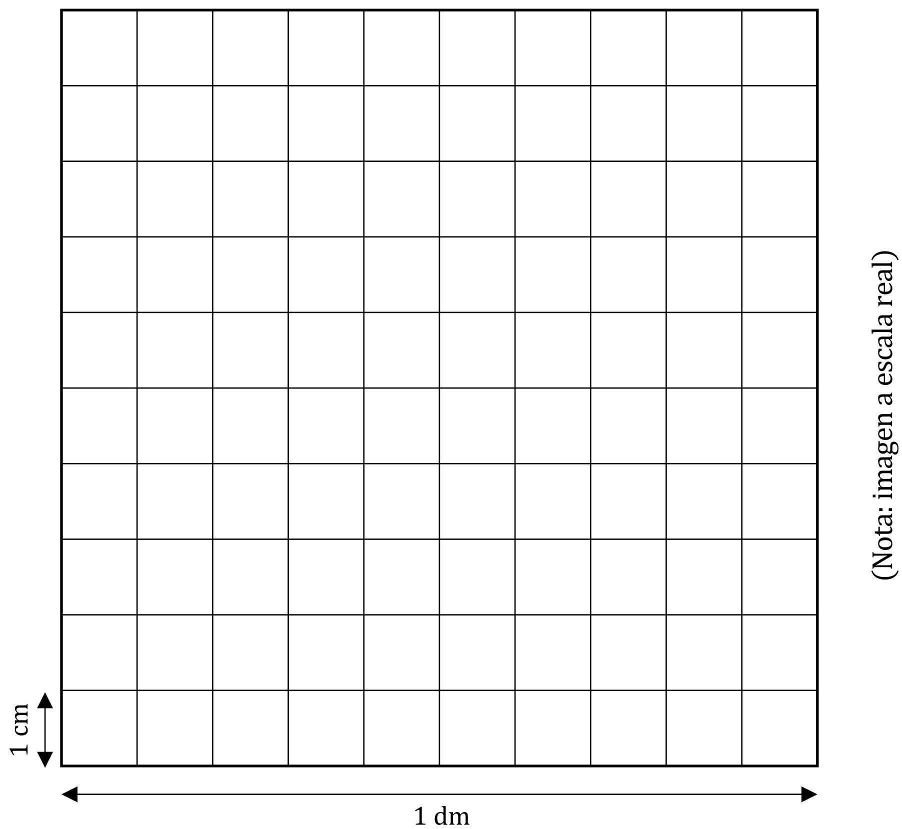
Nota 1: imagen a escala real

Nota 2: el área de cada uno de los cuadrados pequeñitos es de 1 mm^2

El metro cuadrado

(página 2 de 4)

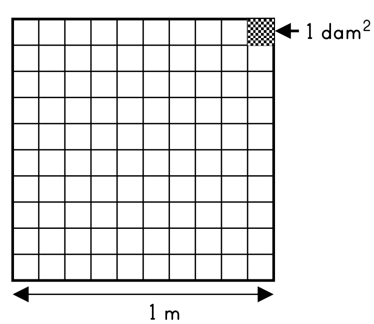
2. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuántos centímetros cuadrados de área equivalen al área de un decímetro cuadrado? ____



3. Analiza y deduce. ¿Cuántos milímetros cuadrados de área equivalen al área de un decímetro cuadrado? ____

4. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuántos decímetros cuadrados de área equivalen al área de un metro cuadrado? Nota: la escala de la imagen no es la real

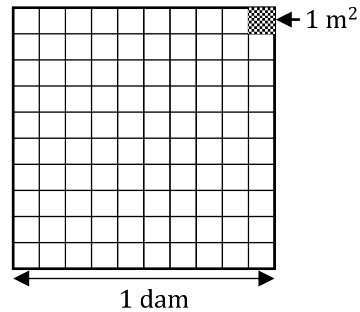
____



5. Indaga y deduce. ¿Cuántos centímetros cuadrados de área equivalen al área de un metro cuadrado? ____

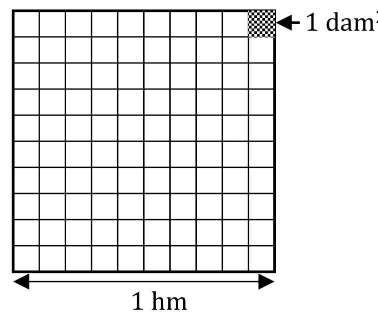
6. Indaga y deduce. ¿Cuántos milímetros cuadrados de área equivalen al área de un metro cuadrado? ____

El metro cuadrado



7. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuántos metros cuadrados de área equivalen al área de un decámetro cuadrado?
Nota: la escala de la imagen no es la real

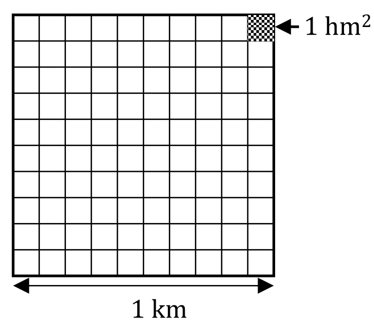
____



8. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuántos decámetros cuadrados de área equivalen al área de un hectómetro cuadrado?
Nota: la escala de la imagen no es la real

____

9. Indaga y deduce. ¿Cuántos metros cuadrados de área equivalen al área de un hectómetro cuadrado? ____



10. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuántos hectómetros cuadrados de área equivalen al área de un kilómetro cuadrado?
Nota: la escala de la imagen no es la real

____

11. Indaga y deduce. ¿Cuántos decámetros cuadrados de área equivalen al área de un kilómetro cuadrado? ____

12. Indaga y deduce. ¿Cuántos metros cuadrados de área equivalen al área de un kilómetro cuadrado? ____

Nota: La superficie equivalente a un **hectómetro cuadrado** se denomina comúnmente "**hectárea**" **(ha).** Esta unidad es muy utilizada para medir extensiones grandes de terreno. Por ejemplo: El Bosque de Chapultepec abarca **686 ha.**

El metro cuadrado

(página 4 de 4)

13. Completa las tablas de equivalencias de las unidades cuadradas del sistema métrico. Usa la información que ya encontraste.

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1			1000000
	1		
		1	
0.000001			1

km^2	hm^2	dam^2	m^2
1			1000000
	1		
		1	
0.000001			1

14. Responde las preguntas consultando las tablas.

a). La superficie del Bosque de Chapultepec es de 686 hm^2. ¿A cuántos metros cuadrados corresponde su superficie?

b) ¿A cuántos kilómetros cuadrados corresponde la superficie del Bosque de Chapultepec?

c) Según la normatividad de la SEP, un salón de clases debe tener al menos 90 dm^2 de superficie por cada alumno. ¿Cuál es la superficie mínima que debe tener un salón de clases que tenga 30 alumnos, expresada en decímetros cuadrados?

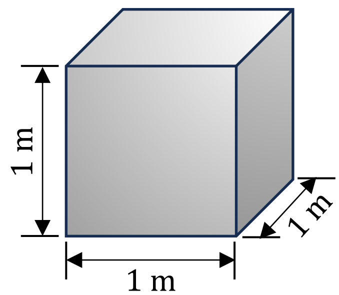
d) ¿Cuál es la superficie mínima de un salón de clases que tenga 30 alumnos, expresada en metros cuadrados?

15. Investiga con tus compañeras y compañeros hasta cuántos alumnos puede haber en tu salón, de acuerdo con la normatividad de la SEP.

El metro cúbico

(página 1 de 3)

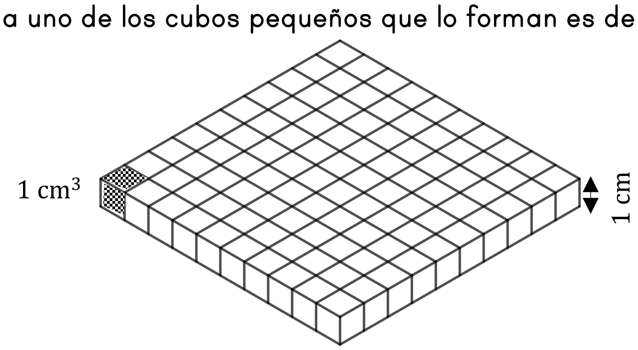
El metro cúbico (símbolo: **m³**) es la unidad estándar de volumen del Sistema Internacional de Unidades (SIU). Es una unidad derivada de la unidad "metro lineal". La Oficina Internacional de Pesas y Medidas lo define como: el volumen que corresponde a la de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 metro.



En el SIU, además del metro cuadrado, existen otras unidades para medir volúmenes. Éstas se derivan de los múltiplos y submúltiplos del metro lineal:

- **Milímetro cúbico (mm^3)**: el volumen que corresponde al de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 mm.
- **Centímetro cúbico (cm^3)**: el volumen que corresponde al de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 cm.
- **Decímetro cúbico (dm^3)**: el volumen que corresponde al de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 dm.
- **Decámetro cúbico (dam^3)**: el volumen que corresponde al de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 dam.
- **Hectómetro cúbico (hm^3)**: el volumen que corresponde al de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 hm.
- **Kilómetro cúbico (km^3)**: el volumen que corresponde al de un **cubo** cuyos lados miden exactamente 1 km.

1. Analiza la siguiente imagen y responde. ¿Cuál es el volumen del poliedro*? Considera que el volumen de cada uno de los cubos pequeños que lo forman es de 1 cm^3.



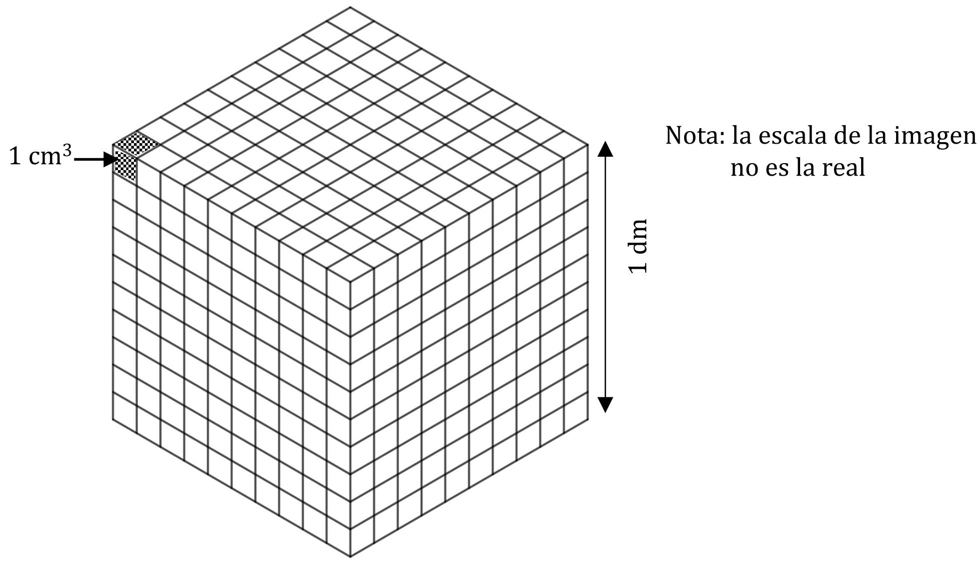
Nota: la escala de la imagen no es la real

* Un poliedro es una figura en 3D (tridimensional) que está formada por caras planas, como triángulos, cuadrados o rectángulos.

El metro cúbico

(página 2 de 3)

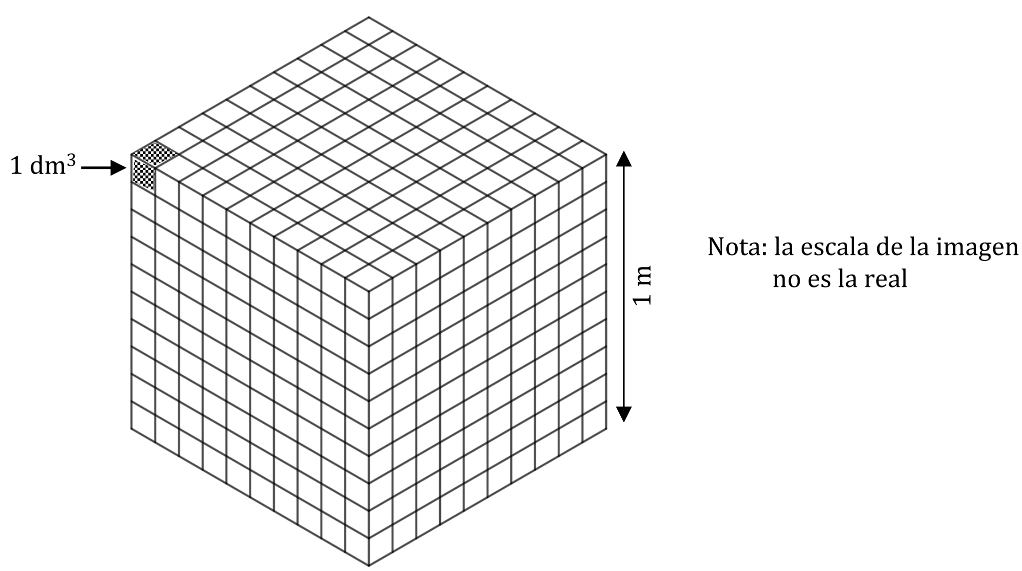
2. El volumen del cubo grande de la imagen es de $1\ dm^3$. ¿Cuántos cubos pequeños se utilizaron para formarlo? Considera que tiene diez pisos y que cada piso es idéntico al poliedro de la página anterior.



3. Si el volumen de cada uno de los cubos pequeños que se usaron es de $1\ cm^3$, ¿cuál es el volumen del cubo grande en centímetros cúbicos?

4. Analiza y responde: ¿A cuántos centímetros cúbicos equivale el volumen de un decímetro cúbico?

5. El volumen del cubo grande de la imagen es de $1\ m^3$. Los cubos pequeños son decímetros cúbicos. ¿A cuántos decímetros cúbicos equivale el volumen de un metro cúbico?



El metro cúbico

(página 3 de 3)

6. Analiza y deduce: ¿A cuántos centímetros cúbicos equivale el volumen de un metro cúbico?

7. Analiza la siguiente relación de equivalencias entre las unidades métricas de volumen. Después, completa la tabla

$$1\ cm^3 = 1000\ mm^3 \qquad 1\ dm^3 = 1000\ cm^3$$

$$1\ m^3 = 1000\ dm^3 \qquad 1\ dam^3 = 1000\ m^3$$

$$1\ hm^3 = 1000\ dam^3 \qquad 1\ km^3 = 1000\ hm^3$$

km^3	hm^3	dam^3	m^3
1			

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1			

8. Investiga: ¿A cuántos milímetros cúbicos equivale un hectómetro cúbico? Escribe el número con numerales indoarábigos.

$1\ dm^3 =$ ____ mm^3

9. Escribe el nombre del número en:

Escala larga: ____

Escala corta: ____

10. Investiga: ¿A cuántos milímetros cúbicos equivale un kilómetro cúbico? Escribe el número con numerales indoarábigos.

$1\ km^3 =$ ____ mm^3

11. Escribe el nombre del número en:

Escala larga: ____

Escala corta: ____

El lago de Chapala

El Lago de Chapala es el lago más grande de México. Está ubicado en el occidente del país, muy cerca de Guadalajara, entre los estados de Jalisco y Michoacán.

Cuando está lleno, el Lago de Chapala cubre un área de 114659 hm^2 o 114659 ha.

1. ¿A cuántos kilómetros cuadrados equivale el área del Lago de Chapala? Consulta las tablas de equivalencia que hiciste en lecciones anteriores.

2. ¿A cuántos metros cuadrados equivale el área del Lago de Chapala?

3. El área de un colegio como Kuruwi es de 3000 m^2 ¿Cuántos colegios de este tamaño se necesitarían para cubrir la superficie del Lago de Chapala?.

Cuando está lleno, el volumen de agua en el Lago de Chapala alcanza la cantidad de 7.9 km^3.

4. ¿A cuántos metros cúbicos equivale el volumen de agua que cabe en el Lago de Chapala?

El volumen de un decímetro cúbico es el mismo que el de un litro.

5. ¿A cuántos litros equivale el volumen de agua que cabe en el Lago de Chapala?

6. Escribe el nombre del número en:

Escala larga: ____

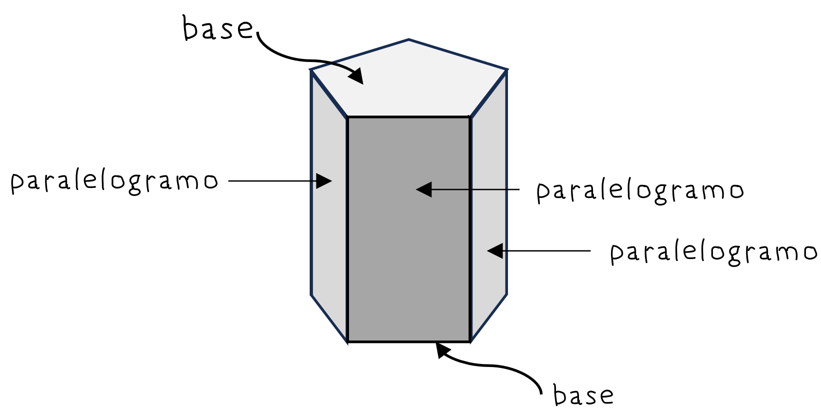
Escala corta: ____

¿Cómo se mide un volumen?

Todos los entes materiales que existen en el mundo, tanto los que son muy pequeños, como un virus, hasta los muy grandes, como nuestro planeta o el Sol, tienen volumen. Medir el volumen de un cuerpo no es tarea fácil. Desde la antigüedad, las científicas y científicos se han ocupado en descubrir formas simples de medir el volumen de múltiples tipos de cuerpos.

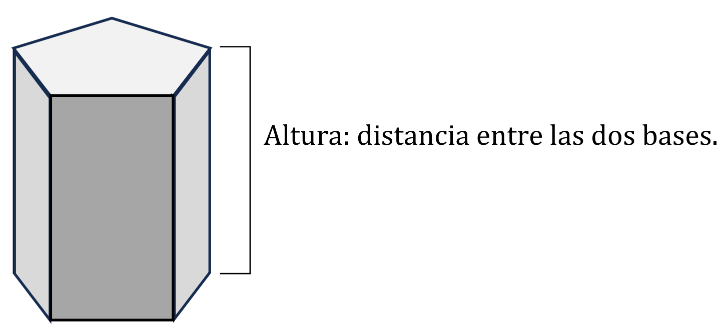
En la antigua Grecia, las matemáticas y los matemáticos se interesaron por encontrar formas simples de medir el volumen de los sólidos geométricos, entre los que se encuentran **los prismas**.

Un prisma es un cuerpo geométrico, tridimensional, que tiene dos bases y caras laterales que son paralelogramos.



Las bases de los prismas siempre son paralelas. Además, son dos polígonos *congruentes*. Eso significa que son idénticos en forma y tamaño. En el ejemplo de la ilustración, las dos bases son pentágonos idénticos. También podrían ser triángulos equiláteros, cuadrados, hexágonos (6 caras), heptágonos (7 caras), octágonos (8 caras) o cualquier otro polígono.

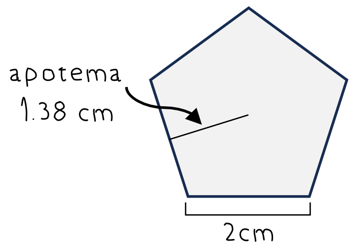
Las matemáticas y los matemáticos griegos lograron generalizar una forma para obtener el volumen de un prisma: multiplicando el tamaño del área de una de sus bases por la altura (la distancia entre las dos bases).

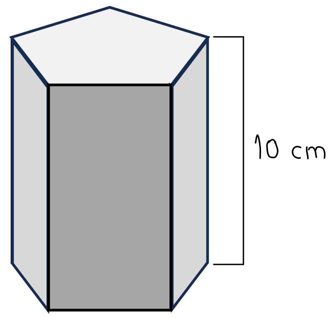


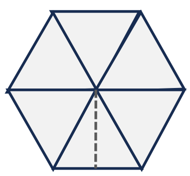
¿Cómo se mide un volumen?

(página 2 de 4)

Analicemos un ejemplo. El lado de uno de los pentágonos que sirve de base al prisma es de 2 cm. Su apotema* es de 1.38 cm. La altura del prisma es de 10 cm.



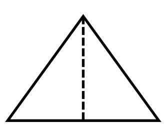




* Como recordarás, la apotema es la altura de cada uno de los triángulos que conforman un polígono regular. Este tipo de polígono siempre se puede descomponer en varios triángulos iguales: si es un pentágono, se descompone en 5 triángulos; si es un hexágono, en 6 triángulos, y así sucesivamente..

Para calcular el área de un polígono regular, calculamos el área de cada triángulo que lo conforma y después sumamos las áreas de todos los triángulos.

En el caso del prisma pentagonal, sabemos que el lado del pentágono es 2 cm y su apotema es 1.38 cm. Eso quiere decir que cada triángulo mide de base 2 cm y la altura de cada triángulo mide 1.38 **cm**.



Para calcular el área de un triángulo utilizamos la fórmula:

$$\frac{b \times h}{2} = \frac{2 \times 1.38}{2} = 1.38 \text{ cm}^2$$

Como son 5 triángulos idénticos, sumamos 5 veces el área de ese triángulo, o bien, multiplicamos por 5 el resultado. De ese modo, obtenemos el área del pentágono:

$$5 \times 1.38 = 6.9 \text{ cm}^2$$

¿Cómo se mide un volumen?

(página 3 de 4)

Si para calcular el área del pentagono utilizas la fórmula $\frac{\text{Perímetro x apotema}}{2}$,

te darás cuenta que obtienes el mismo resultado:

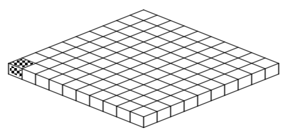
Para el perímetro del pentágono multiplicamos el número de lados por la longitud del lado:

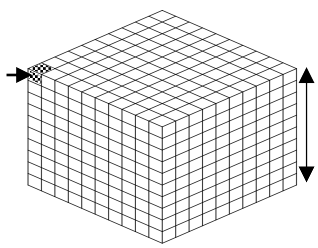
$$\text{Perímetro} = 5 \times 2 = 10 \text{ cm}$$

Para obtener el área del pentágono multiplicamos el Perímetro por el apotema y lo dividimos entre 2

$$\frac{10 \times 1.38}{2} = 6.9 \text{ cm}^2$$

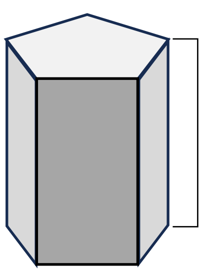
Haber calculado el área de la base, es muy similar a calcular la cantidad de cubos de un cm que hay en un piso.





Para conocer el volumen se necesita saber cuántos pisos son. Es por eso que, para calcular el volumen de un prisma, se multiplica el área de la base por la altura (cantidad de pisos).

Regresando a nuestro problema inicial, si conocemos el área de la base –6.9 cm^2– y lo multiplicamos por la altura 10 cm, podemos obtener el volumen del prisma.



$$Volumen = \text{Área de la base x altura}$$

$$Volumen = 6.9 \times 10 = 69\ cm^3$$

Las matemáticas y los matemáticos griegos generalizaron el proceso completo para calcular el volumen de cualquier prisma con la fórmula

$$V = A_b \times h$$

Donde:

V es el volumen

A_b es el área de la base

h es la altura (*height*).

¿Cómo se mide un volumen?

(página 4 de 4)

Como ya viste, para calcular el volumen de un prisma necesitas primero, calcular el área de la base que, cuando se trate de un polígono, puedes utilizar el método que se te facilite más:

$$A_b = \text{No. de triángulos} \times \frac{b \times a}{2} \quad \text{o} \quad A_b = \frac{Perímetro \ \times a}{2}$$

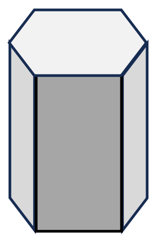
Donde a es la medida de la apotema.

1. Encuentra el volumen del prisma hexagonal (seis lados).

Lado: 4.04 cm

Apotema: 3.5 cm

Altura 7 cm



I. Encuentra el volumen de los prismas que se describen a continuación:

Tipo de polígono en la base:
heptágono (7 lados)

Lado: 10 m

Apotema: 9.6 m

Altura: 25 m

Volumen: ____________________

Tipo de polígono en la base:
pentágono (5 lados)

Lado: 65 mm

Apotema: 45 mm

Altura: 160 mm

Volumen: ____________________

Nota: al escribir tu resultado, recuerda especificar que se trata de unidades cúbicas: mm^3, cm^3, m^3, etc.

Tipo de polígono en la base:
octágono (8 lados)

Lado: 5 cm

Apotema: 6 cm

Altura: 50 cm

Volumen: ____________________

Tipo de polígono en la base:
tridecágono (13 lados)

Lado: 1 cm

Apotema: 2.03 cm

Altura: 40 cm

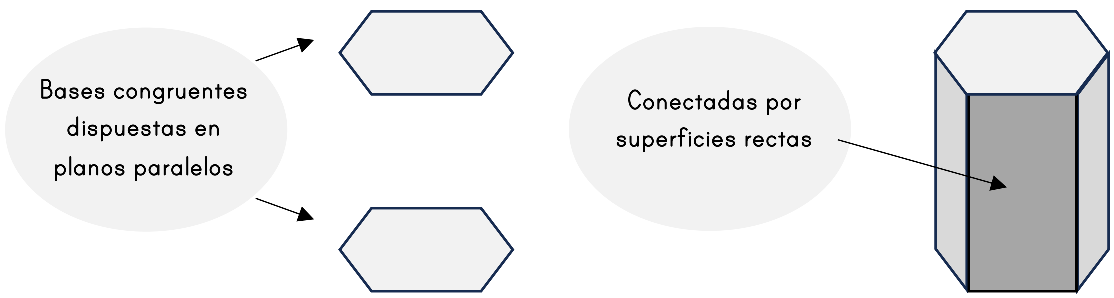
Volumen: ____________________

Sólidos de base constante

(página 1 de 2)

En geometría, existe un gran conjunto de cuerpos cuyo volumen se puede calcular multiplicando el área de su base por su altura. Estos cuerpos comparten características similares a las de un prisma:

- Tienen dos bases congruentes; lo que significa que las dos bases son idénticas en tamaño y forma.
- Las bases están dispuestas en planos paralelos; lo que significa que una está exactamente arriba de la otra.
- Las bases están conectadas por superficies laterales que se extienden de manera uniforme y recta entre las bases; en el caso de los prismas, estas superficies laterales son paralelogramos.



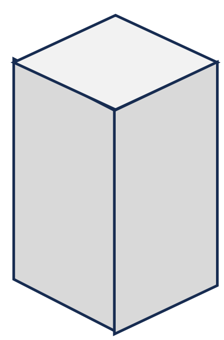
1. Averigua el volumen del siguiente prisma cuadrangular:

Tipo de figura en la base: **cuadrado** (4 lados)

Lado del cuadrado: 4 cm

Altura: 8 cm

Volumen: ____________________



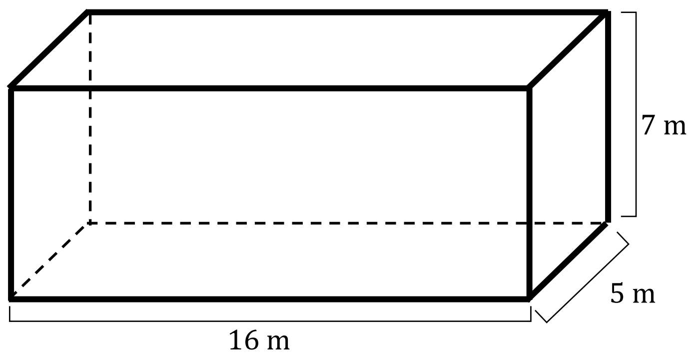
Nota: recuerda que el área de un cuadrado se obtiene multiplicando:

$$lado \times lado$$

Sólidos de base constante

(página 2 de 2)

2. Averigua el volumen del siguiente prisma rectangular:



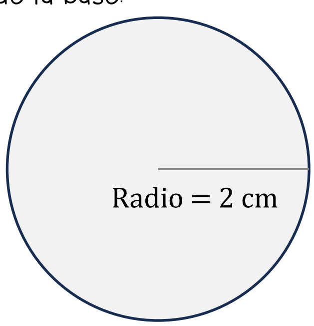
Nota: recuerda que el área de un rectángulo se obtiene multiplicando:

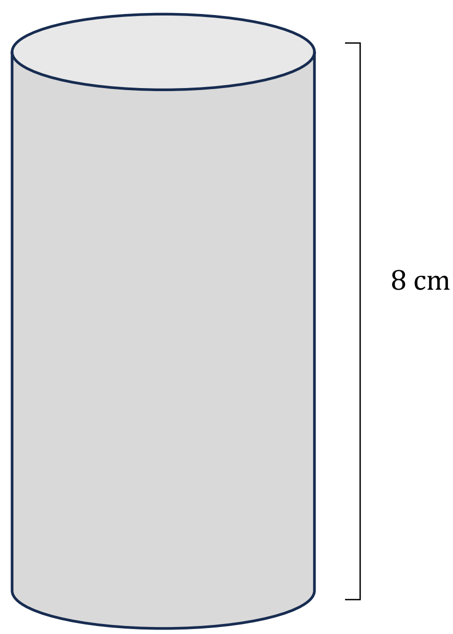
$$base \times altura$$

Nos referimos a la base y a la altura del rectángulo

3. Averigua el volumen del siguiente cilindro::

Forma de la base:





Nota: recuerda que el área de un círculo se obtiene multiplicando:

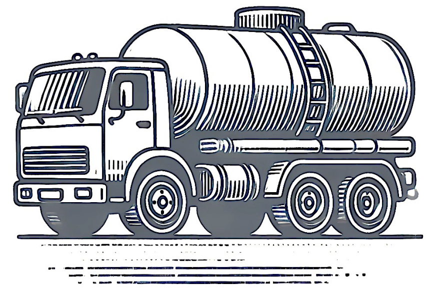
$$3.1416 \times radio \times radio$$

Lo cual se abrevia de la siguiente forma:

$$\pi \times r^2$$

La pipa de agua

(página 1 de 2)



Las pipas de agua, también conocidas como camiones cisterna, están equipadas con tanques cilíndricos diseñados específicamente para transportar agua.

Los cilindros de mayor capacidad tienen un diámetro de 2.6 m y un largo de 7.54 m.

1. ¿Cuántos metros cúbicos de agua puede transportar una pipa de agua con esas dimensiones?

Nota: recuerda que el diámetro de un círculo mide el doble de su radio.

2. ¿Cuántos litros de agua puede transportar la pipa de agua?

Nota: recuerda que la unidad **litro** corresponde al volumen de un decímetro cúbico.

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), el consumo ideal de agua por persona es de 100 litros diarios para garantizar las necesidades básicas como: beber agua, preparar alimentos, higiene (lavarse las manos, bañarse), saneamiento (ir al baño), limpieza del hogar y lavar la ropa. Sin embargo, en situaciones de emergencia, la OMS establece un mínimo de 20 litros diarios por persona para sobrevivir.

3) ¿Durante cuántos días puede satisfacer una persona sus necesidades básicas con el agua que puede transportar la pipa de agua (en situaciones de no emergencia)?

4) ¿Para cuántas personas alcanza el agua de una pipa de agua durante una semana? (en situaciones de no emergencia)?

La pipa de agua

(página 2 de 2)

Algunos edificios en colonias populares cuentan con cisternas para almacenar agua. Es común que el agua escasee, lo que obliga a solicitar el servicio de una pipa. Estos edificios suelen tener 30 departamentos y, en promedio, habitan 4 personas por departamento, lo que da un total de 120 personas por edificio."

5) ¿Durante cuánto tiempo pueden satisfacer las personas que habitan uno de esos edificios sus necesidades básicas con el agua que puede transportar la pipa de agua, si su consumo diario coincide con lo que recomienda la OMS (100 litros diarios por persona)?

También hay edificios en algunas otras colonias que tienen sólo 10 departamentos y están habitados por un total de 40 personas.

6 ¿Durante cuanto tiempo pueden satisfacer las personas que habitan en esos edificios sus necesidades de agua que puede transportar la pipa de agua?

En otras colonias, con un nivel social alto, el consumo por persona puede superar los 600 litros diarios.

7. Si en una casa grande viven 6 personas (incluyendo a la servidumbre) y cada una consume, en promedio, 665 litros de agua al día ¿cuánto tiempo durará el agua que transporta la pipa de agua?

8. En tu casa cuántos litros estimas que se consumen por persona al día? ¿Su consumo coincide con lo que recomienda la OMS?

La lata de verduras

Una lata de verduras marca Ferdez, contiene 450 gramos de producto.
Estas son sus dimensiones:

Tipo de forma: **cilindro**
Diámetro de la base: **8 cm**
Altura: **10 cm**

1. Calcula el volumen total de la lata

Tarea para casa: Consigue una lata que tenga forma cilíndrica. Puede ser alguna de las que se encuentran en la cocina de tu casa, de algún alimento en conserva o incluso de alguna bebida. Por seguridad, que la lata esté sin abrir. Ya que tengas la lata contigo, contesta las preguntas.

2. ¿Qué producto contiene la lata?

3. ¿Cuánto producto contiene la lata en mililitros?

4. ¿Cuánto producto contiene la lata en centilitros?

5. ¿Cuánto producto contiene la lata en litros?

6. ¿Toma las medidas de la lata y calcula su volumen?

7. Explica cómo le hiciste para medir el radio de la lata.

Medidas de capacidad

(página 1 de 2)

Las medidas de capacidad se utilizan para determinar cuánta sustancia cabe en un contenedor, ya sea líquido, semillas, polvos o incluso gases. Todo lo que se mide con unidades de capacidad puede expresarse también en unidades de volumen, como el metro cúbico, el decímetro cúbico o el centímetro cúbico. Las medidas de capacidad, aunque matemáticamente innecesarias, fueron creadas por motivos prácticos, ya que las unidades de volumen estándar del Sistema Internacional no resultaban convenientes para el uso comercial y cotidiano.

Las medidas de capacidad más comunes son:

- El litro (**l**): equivalente a un decímetro cúbico (1 dm^3).
- El decilitro (**dl**): equivalente a un décimo de litro o a 100 cm^3.
- El centilitro (**cl**): equivalente a un centésimo de litro o a 10 cm^3.
- El mililitro (**ml**): equivalente a un milésimo de litro o a un centímetro cúbico (1 cm^3).

Responde las preguntas:

Un tanque de gran capacidad contiene 1 m^3 de aceite de oliva, que es el que se utiliza para cocinar.

1. ¿Cuántas botellas de 10 litros se pueden llenar con el aceite que contiene el tanque?

2. ¿Cuántas botellas de 1 litro se pueden llenar con el aceite que contiene el tanque?

3. ¿Cuántas botellitas de 1 decilitro se pueden llenar con el aceite el tanque?

4. ¿Cuántos centilitros de aceite caben en el tanque?

5. ¿Cuántos mililitros de aceite caben en el tanque?

Medidas de capacidad

(página 2 de 2)

Responde las preguntas:

1. Una botella de agua mineral Topo Pequeño contiene 1.5 litros agua mineral.

a) ¿Cuántos mililitros de agua mineral contiene la botella?

b) ¿Cuántos centímetros cúbicos de agua mineral contiene la botella?

c) ¿Cuántos decímetros cúbicos de agua mineral contiene la botella?

2. Una botella de salsa cátsup marca La Litoraleña contiene 4 decilitros.

a) ¿Cuántos litros de salsa cátsup contiene la botella?

b) ¿Cuántos mililitros de salsa cátsup contiene la botella?

c) ¿Cuántos centímetros cúbicos de salsa cátsup contiene la botella?

3. Una botella de perfume súper caro, marca Carolina Rivera, contiene 8 centilitros de perfume.

a) ¿Cuántos mililitros de perfume contiene la botella?

b) ¿Cuántos litros de perfume contiene la botella?

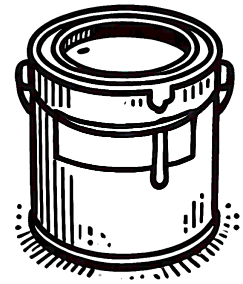
4. Las dimensiones de una lata cilíndrica de pintura son las siguientes:

Diámetro: 18 cm Altura: 21 cm

En la etiqueta se indica que contiene una cantidad exacta de litros (número entero).

a) ¿Qué cantidad exacta de litros crees que puede contener esta lata de pintura?

Nota: El volumen total de un contenedor siempre es mayor que su capacidad efectiva para contener un líquido.



Los Números Romanos Originales: I V X L C D M

(página 1 de 4)

En la antigua Roma, los números se escribían usando siete letras del abecedario. Cada letra representaba un valor diferente.

Letra	Valor
I	uno
X	diez
C	cien
M	mil

Letra	Valor
V	cinco
L	cincuenta
D	quinientos

Como podrás notar:

- La letra V se usaba para representar el valor de cinco letras I.
- La letra L se usaba para representar el valor de cinco letras X.
- La letra D se usaba para representar el valor de cinco letras C.

En el sistema que se usaba en la antigua Roma, el valor de las letras era siempre el mismo, sin importar el orden ni la cantidad. Sin embargo, había algunas convenciones. La primera era que las letras **I, X, C se debían usar un máximo de cuatro veces**. Por su parte, las letras **V, L y D, sólo se podían usar una vez**. La letra M se podía usar las veces que fuera necesario.

Otra convención era que los números debían escribirse del más grande al más chico.

Veamos un ejemplo.

El número 1999 se escribía así*: M·DCCCC·LXXXX·VIIII

Este número romano representaba la siguiente ecuación:

$$1000+(500+100+100+100+100)+(50+10+10+10+10)+(5+1+1+1+1)$$

1. Resuelve esta suma y escribe el resultado:

* Usaremos puntos de separación entre las cantidades para facilitar la lectura. Las cantidades en números romanos siempre se escriben sin separación.

Los Números Romanos Originales: I V X L C D M

(página 2 de 4)

2. Escribe con números romanos los números que se indican, respetando las convenciones antiguas.

uno		once	
dos		doce	
tres		trece	
cuatro	IIII	catorce	
cinco		quince	
seis		dieciséis	
siete		diecisiete	
ocho		dieciocho	
nueve		diecinueve	
diez		veinte	

treinta		doscientos	
cuarenta		trescientos	
cincuenta		cuatrocientos	
sesenta		quinientos	
setenta		seiscientos	
ochenta		setecientos	
noventa		ochocientos	
cien		novecientos	

Los Números Romanos Originales: I V X L C D M

(página 3 de 4)

3. Usando los números que conoces, escribe el valor de los números romanos.
   Fíjate en el ejemplo

Ejemplo) MM·XX·IIII 2024

a) DCCC·VII

b) CC·L·VII

d) DCCCC·XIII

e) CC·XXXX·VIII

f) DC·XXX·III

g) MMM·DCC·LX·IIII

h) C·LXXXX·III

i) CCCC

j) MMM·LXXX·VIIII

1. Escribe los números usando la convención de los números romanos originales.

uno	
tres	
cinco	
seis	
cuarenta	
cuarenta y seis	
cincuenta	
sesenta	
sesenta y nueve	

Los Números Romanos Originales: I V X L C D M

(página 4 de 4)

ciento seis	
doscientos veintidós	
doscientos cincuenta y uno	
trecientos cuarenta y nueve	
quinientos treinta y tres	
seiscientos ochenta y cinco	
ochocientos quince	
mil uno	
mil setenta y nueve	
mil doscientos noventa y ocho	
mil seiscientos treinta y seis	
dos mil dos	
dos mil ciento veintisiete	
dos mil ciento noventa	
dos mil doscientos treinta y nueve	
tres mil cincuenta y ocho	
tres mil cuatrocientos cuatro	
tres mil quinientos cincuenta y nueve	
tres mil novecientos noventa	
mil seiscientos sesenta y seis	

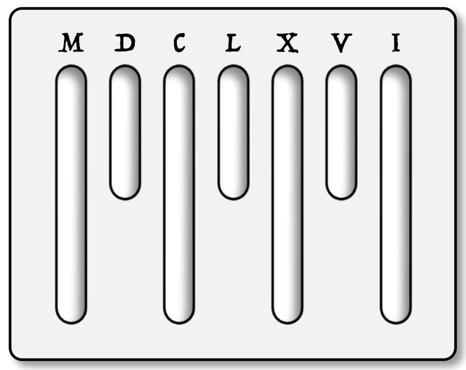
Calculando al estilo romano

(página 1 de 2)

Los antiguos romanos utilizaban una tablilla de madera con canales y pequeñas piedras para realizar cómputos aritméticos. A la tablilla la llamaban ***abacus*** y a las piedritas ***calculi***. Cada uno de los canales tenía en su parte superior uno de los símbolos numéricos romanos: **I, V, X, L, C, D** y **M**.

1. En la última página de este manual encontrarás un *abacus romanus*. Recórtalo y pégalo en una superficie rígida (puede ser sobre un cartón). También vas a necesitar 20 *calculi* (fichas de plástico o semillas). Este material será utilizado en varias actividades, por lo que debes cuidarlo y tenerlo listo para su uso.

ABACUS ROMANUS

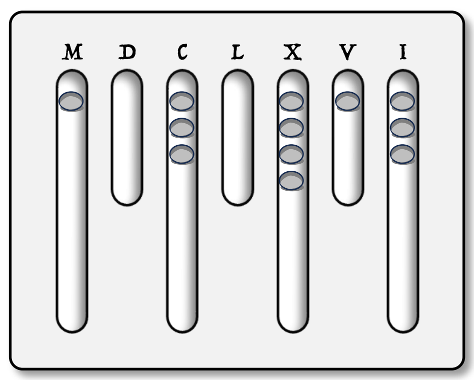


En el *abacus* se podían representar los números romanos colocando el *calculi* que correspondiera en cada canal. Fíjate en el siguiente ejemplo

Número romano antiguo

M·CCC·XXXX·VIII

Representación en el *abacus*

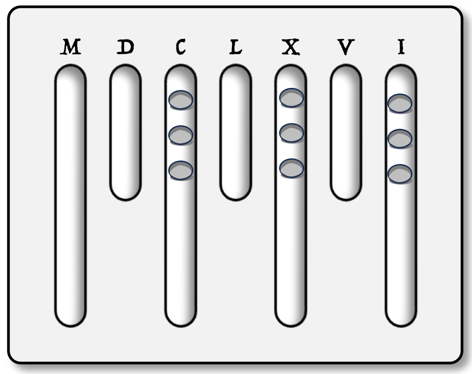
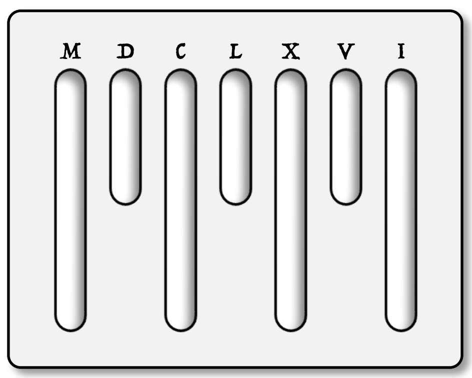
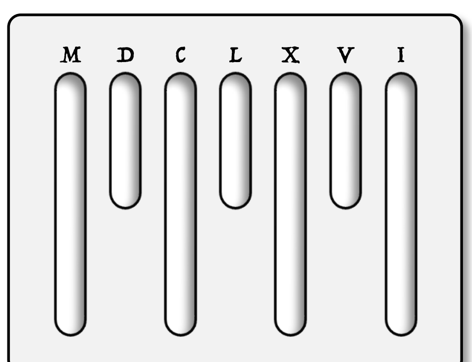


2. Escribe el nombre del número M·CCC·XXXX·VIII en español y, también, usando numerales convencionales (0, 1, 2, ...):

Calculando al estilo romano

(página 2 de 2)

2. Representa cada número romano en tu *abacus*. Después, dibuja la configuración que representaste y escribe el significado del número usando los numerales que conoces. Fíjate en el ejemplo.

Número romano antiguo	Representación en el *abacus*	Número indoarábigo*
Ejemplo: CCC·XXX·III		333
(a) M·DC·LX·VI		
(b) MM·DCCC·L·VIIII		

* Los números que usamos hoy en día (como el 1, 2, 3, 4, etc.) se llaman **números indoarábigos**. Este nombre refleja su origen y su historia: fueron inventados en la India y más tarde adoptados y difundidos por los árabes. Gracias a ellos, estos números llegaron a Europa y posteriormente a América, transformándose en el sistema numérico universal que conocemos.

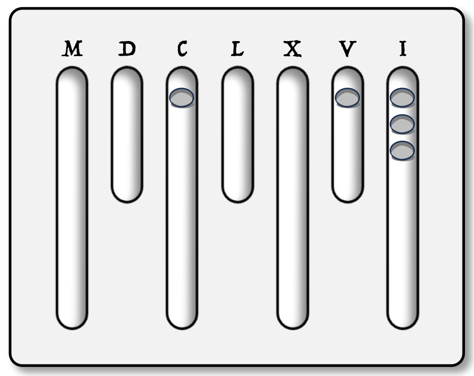
Sumando en el *abacus*

(página 1 de 3)

Para hacer una suma en el *abacus*, se comenzaban colocando los *calculi* que correspondieran al primer sumando. Después, se colocaban los *calculi* que correspondieran al segundo sumando. En caso de ser necesario, se hacían los **cambios de equivalencia**, para que se respetaran las convenciones del sistema. Veamos el ejemplo de la siguiente suma de números romanos.

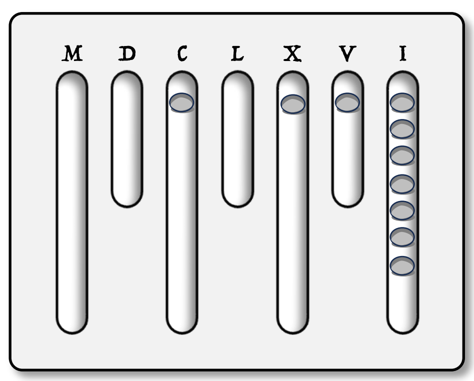
C·VIII + X·IIII

Como primer paso, se colocan los calculi que corresponden al primer sumando.



1. En tu propio *abacus*, coloca los *calculi* que corresponden al número romano antiguo C·VIII.

El siguiente paso consiste en colocar los *calculi* que corresponden al segundo sumando.



2. En tu propio *abacus*, coloca los *calculi* que corresponden al número romano antiguo X·IIII.

Como podrás notar, ahora se ha creado un número romano que **no** respeta las convenciones del sistema:

C·X·VIIIIIII

Nota: si tratáramos de leer este número en español tendría un nombre extraño. Algo así como: "ciento diecidoce"

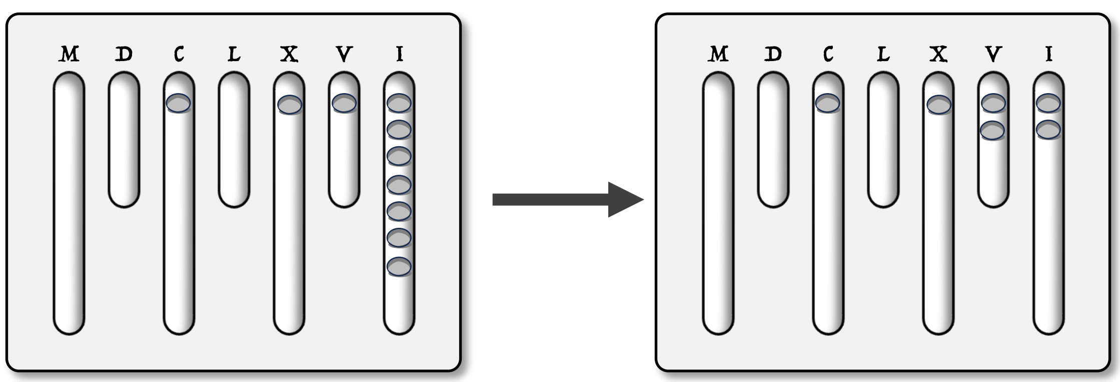
Sumando en el *abacus*

(página 2 de 3)

Dado que el número representado en el *abacus* no respeta el sistema, hay que arreglar los *calculi* para crear un arreglo que sí respete las convenciones y que, además, represente el mismo valor. Para lograrlo, hay que hacer cambios, como los que se describen a continuación.

1. Cuando hay más de cuatro *calculi* en el canal I, cinco de esos *calculi* se retiran y se cambian por uno que se coloca en el canal V.
2. Cuando hay más de un *calculi* en el canal V, dos de esos *calculi* se retiran y se cambian por uno que se coloca en el canal X.
3. Cuando hay más de cuatro *calculi* en el canal X, cinco de esos *calculi* se retiran y se cambian por uno que se coloca en el canal L.
4. Cuando hay más de un *calculi* en el canal L, dos de esos *calculi* se retiran y se cambian por uno que se coloca en el canal C.
5. Cuando hay más de cuatro *calculi* en el canal C, cinco de esos *calculi* se retiran y se cambian por uno que se coloca en el canal D.
6. Cuando hay más de un *calculi* en el canal D, dos de esos *calculi* se retiran y se cambian por uno que se coloca en el canal M.

En el caso de la configuración C·X·VIIIIIII, hay que comenzar retirando cinco de los calculi en el canal I y cambiarlos por un *calculum** que se coloca en el canal V.



3. En tu propio abacus, realiza el cambio.

Fíjate cómo, al hacer el cambio, no cambia el valor de la expresión, porque cinco números I valen lo mismo que un número V. También, fíjate cómo la nueva configuración aún no respeta las convenciones del sistema:

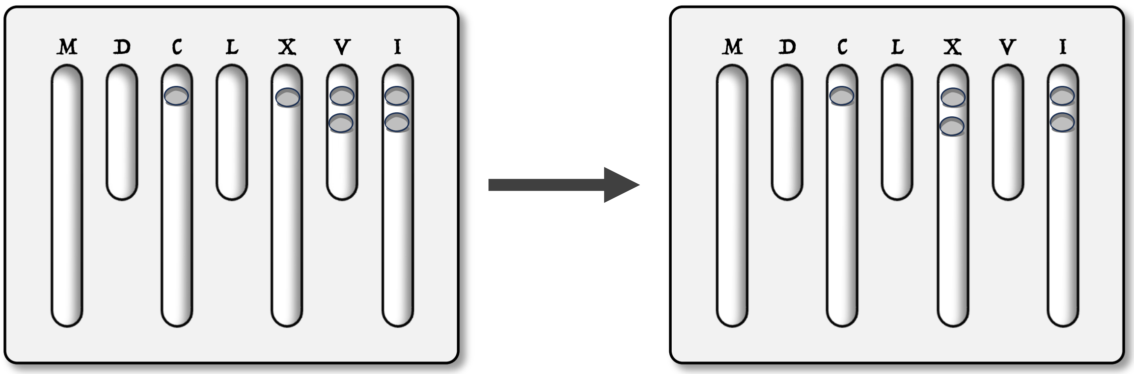
CXVVII

* La palabra *calculum* es el singular de *calculi,* en latín (el idioma que hablaban los romanos). *Calculum* se refiere a una sola piedrita y *calculi ,* a varias.

Sumando en el *abacus*

(página 3 de 3)

Dado que el número representado en el *abacus* no respeta el sistema, hay continuar con el proceso. Es necesario retirar los dos *calculi* que están en el canal V y cambiarlos por un *calculum* que se coloca en el canal X.



4. En tu propio *abacus*, realiza el cambio.

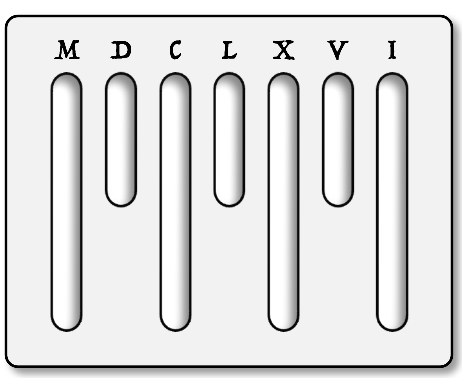
Ahora ya tenemos una configuración que sí respeta las convenciones del sistema. El proceso ha finalizado:

$$\mathrm{C{\cdot}VIII} + \mathrm{X{\cdot}IIII} = \mathrm{C{\cdot}XX{\cdot}II}$$

5. Realiza la suma usando números indoarábigos. Comprueba el resultado. ¿Es correcto?

6. Inventa una suma de dos números romanos. Resuélvelo en tu *abacus*. Dibuja los *calculi* necesarios para representar tu resultado.

Suma



Resultado

Sumas con el *abacus*

1. Utiliza tu abacus para realizar las siguientes sumas al estilo de las romanas y los romanos. Si tienes, dudas, consulta las reglas de conversión de la página (297).

(a) CCC·XX·III + M·I = _______________

(b) DCC·L·VIII + MM·CCC = _______________

(c) LXX·VIII + XXX·II = _______________

(d) D·L·VI + DCCCC·LXXX·IIII = _______________

(e) D·II + DC·XX·II = _______________

(f) DC·L·XX + XXX·II = _______________

(g) DCCCC·X·III + CC·XXX·VIIII = _______________

(h) D·L·I + CCC·LXXXX= _______________

(i) D·CCC·XX·I + CC·XXX·II= _______________

(j) M·D·CCCC·LXX·I + CC·D·XXX·II= _______________

Restando en el *abacus*

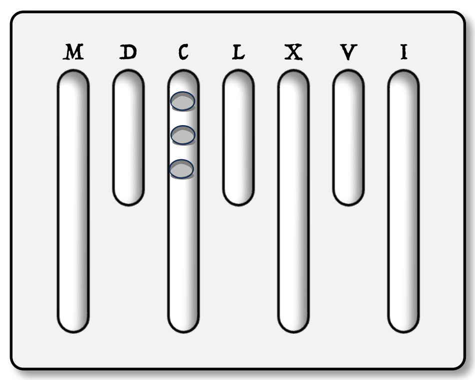
(página 1 de 2)

Para hacer una resta en el *abacus*, se comenzaban colocando los *calculi* que correspondieran al **minuendo** (el número al que se le va a restar una cantidad). Después, se retiraban los *calculi* que correspondieran al **sustraendo** (el número que se va a restar). En caso de que fuera necesario, antes de retirar *calculi* se descomponía el minuendo para que fuera posible retirar los *calculi* que correspondían al sustraendo. Veamos el ejemplo de la siguiente resta con números romanos:

CCC – X·IIII

minuendo sustraendo

Como primer paso, se colocan los *calculi* que corresponden al minuendo.



1. **En tu propio *abacus*, coloca los calculi que corresponden al número romano antiguo CCC.**

Como podrás notar, no hay *calculi* suficientes en los canales con los numerales X y I que permitan que se retiren los *calculi* del número XIIII. Entonces hay que descomponer el número CCC para que haya los *calculi* en los canales necesarios, pero sin que cambie el valor total del número.

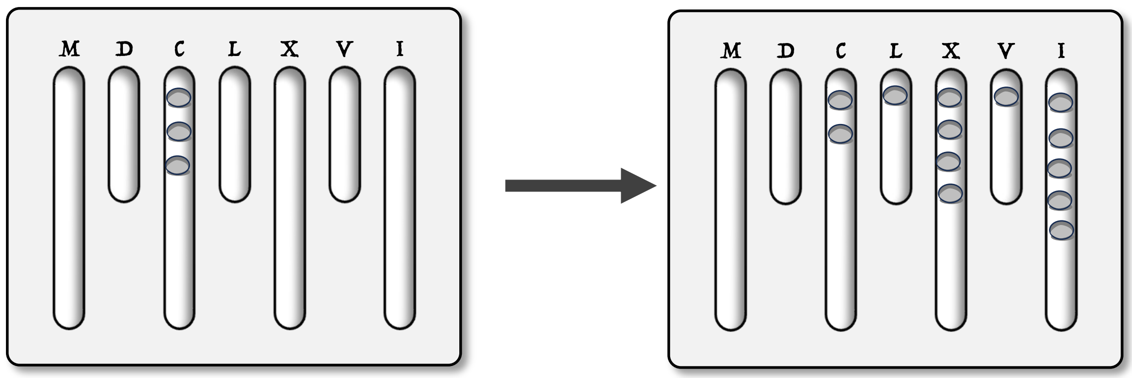
Las reglas para la descomposición son las siguientes:

1. Un *calculum* en el canal M se puede descomponer, sustituyéndolo por dos *calculi* en el canal D.
2. Un *calculum* en el canal D se puede descomponer, sustituyéndolo por cinco *calculi* en el canal C.
3. Un *calculum* en el canal C se puede descomponer, sustituyéndolo por dos *calculi* en el canal L.
4. Un *calculum* en el canal L se puede descomponer, sustituyéndolo por cinco *calculi* en el canal X.
5. Un *calculum* en el canal X se puede descomponer, sustituyéndolo por dos *calculi* en el canal V.
6. Un *calculum* en el canal V se puede descomponer, sustituyéndolo por cinco *calculi* en el canal I.

Restando en el *abacus*

(página 2 de 2)

Siguiendo las reglas de descomposición, el número CCC se puede descomponer en el número CC·LXXXX·VIIIII.

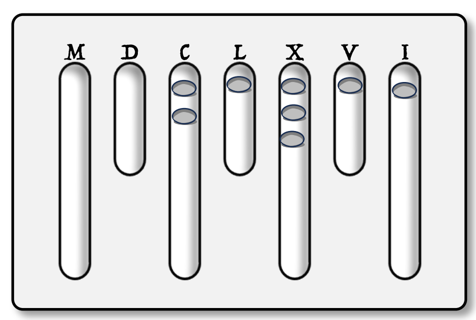


2. En tu propio abacus, siguiendo las reglas descomposición, descompón el número CCC hasta que obtengas la configuración que corresponde a CC·LXXXX·VIIIII.

3. Responde y explica tu respuesta: ¿En cuál de las dos configuraciones el valor total es mayor?

Una vez que se ha descompuesto el minuendo, se retiran los *calculi* del sustraendo y la resta se ha completado

4. En tu propio abacus, retira los calculi que corresponden al número X·IIII de la configuración CC·LXXXX·VIIIII. Corrobora que la configuración final sea la misma que se muestra a continuación:



5. Escribe la respuesta de la suma en números romanos:

$$\mathrm{CCC} - \mathrm{X{\cdot}IIII} = \underline{\hspace{4cm}}$$

6. Usando el método que conoces con números indoarábigos, comprueba que el resultado de la resta sea correcto.

Restas con el *abacus*

1. Utiliza tu *abacus* para realizar las siguientes sumas al estilo de las romanas y los romanos. Realiza las descomposiciones de los minuendos cuando sea necesario.

(a) DCCC·VIII – CC·VI = _______________

(b) DCCC·V – LXXX·I = _______________

(c) MMM·C·LXXX·VII – MM·C·X·II = _______________

(d) MM·C·XX·VI – M·DCC·LXXXX = _______________

(e) M·CCCC·XXXX·V – CCC·XXX ·VI = _______________

(f) M·VII – DCCCC·L·VII = _______________

(g) MMM·X·VIIII – LXX·I = _______________

(h) MM·CCCC·III – M·LXX·V = _______________

Los Números Romanos Actuales

(página de 1 de 4)

En el año 476, el imperio romano se desintegró, pero su abecedario y sus números se siguieron usando en toda Europa. Sin embargo, a partir del Siglo XV, los números romanos cambiaron un poco. Se empezaron a escribir usando una nueva convención para hacerlos menos largos. **La nueva convención consistió en que ya no se permitió usar cuatro letras iguales seguidas, sino sólo tres**. Para lograrlo, se comenzó a usar la resta para expresar algunos números. Por ejemplo:

El número 4 pasó de expresarse IIII a escribirse IV. La I colocada antes de las V significa que hay que restarle un uno a cinco.

Así, en lugar de expresarse el 4 con esta ecuación: $1+1+1+1$,

se expresa con esta otra ecuación: $5-1$

En el sistema de números romanos actuales, cuando un número de menor valor se escribe antes que uno de mayor valor, el valor del menor se le resta al mayor.

El caso del número 9 es parecido, en lugar de expresarse como VIIII, se escribe IX.

La I colocada antes de la X significa que hay que restarle un uno a diez.

Así, en lugar de expresarse el 10 con esta ecuación: $5+1+1+1+1$,

se expresa con esta otra ecuación $10-1$

1. **Escribe los números romanos que se indican, ahora utilizando la convención actual. Fíjate en el ejemplo*.**

X·IIII	
X·VIIII	X·IX
XX·VIIII	
XXX·IIII	
LX·VIIII	
LXXX·IIII	
C·VIIII	

* Los puntos de separación entre cantidades son para facilitar la lectura.

Los Números Romanos Actuales

(página de 2 de 4)

La convención de la resta tiene varias reglas. La más importante es que sólo se usa para evitar escribir cuatro letras seguidas. Otras reglas son que a D y a M sólo se le puede restar C.

Por ejemplo, el número 990 no se puede escribir así: XM (1000−10).

Se tiene que escribir así: CM·XC (1000−100)+(100−10)

De forma similar, a la letra L y a letra C sólo se le puede restar el valor de la letra X.

Por ejemplo, el número 99 no se puede escribir así: IC (100−1)

sino que se tiene que escribir así: XC·IX (100−10)+(10−1)

Finalmente, a las letras V y X sólo se le puede restar el valor de la letra I.

Lo anterior lo podemos resumir de la siguiente manera:

4 = IIII → IV	40 = XXXX → XL	400 = CCCC → CD
9 = VIIII → IX	90 = LXXXX → XC	900 = DCCCC → CM

1. En la tabla se muestra una serie de números romanos escritos en la forma original. Escribe su equivalente utilizando la convención actual.

Sistema romano original	Sistema romano moderno
XXXX	
CCCC	
VIIII	
LXXXX	
DCCCC	
CCCC·XXXXIIII	
DCCCC·LXXXX·VIIII	
MMM·IIII	
MMM·CCC·LXXXX·VIIII	

Los Números Romanos Actuales

(página de 3 de 4)

1. Usando los números que conoces, escribe el valor de los números romanos. Fíjate en el ejemplo.

IV	4
IX	
X·IV	
X·IX	
XX·IX	
XL	
C·XL	
XC	
CCC·XC	
DCCC	
CD	
CD·XC	
CD·XC·IX	
CM	
CM·XC·IX	
M·CD·XL·IV	
MM·XC·IV	
MMM·CM·XXX·IX	

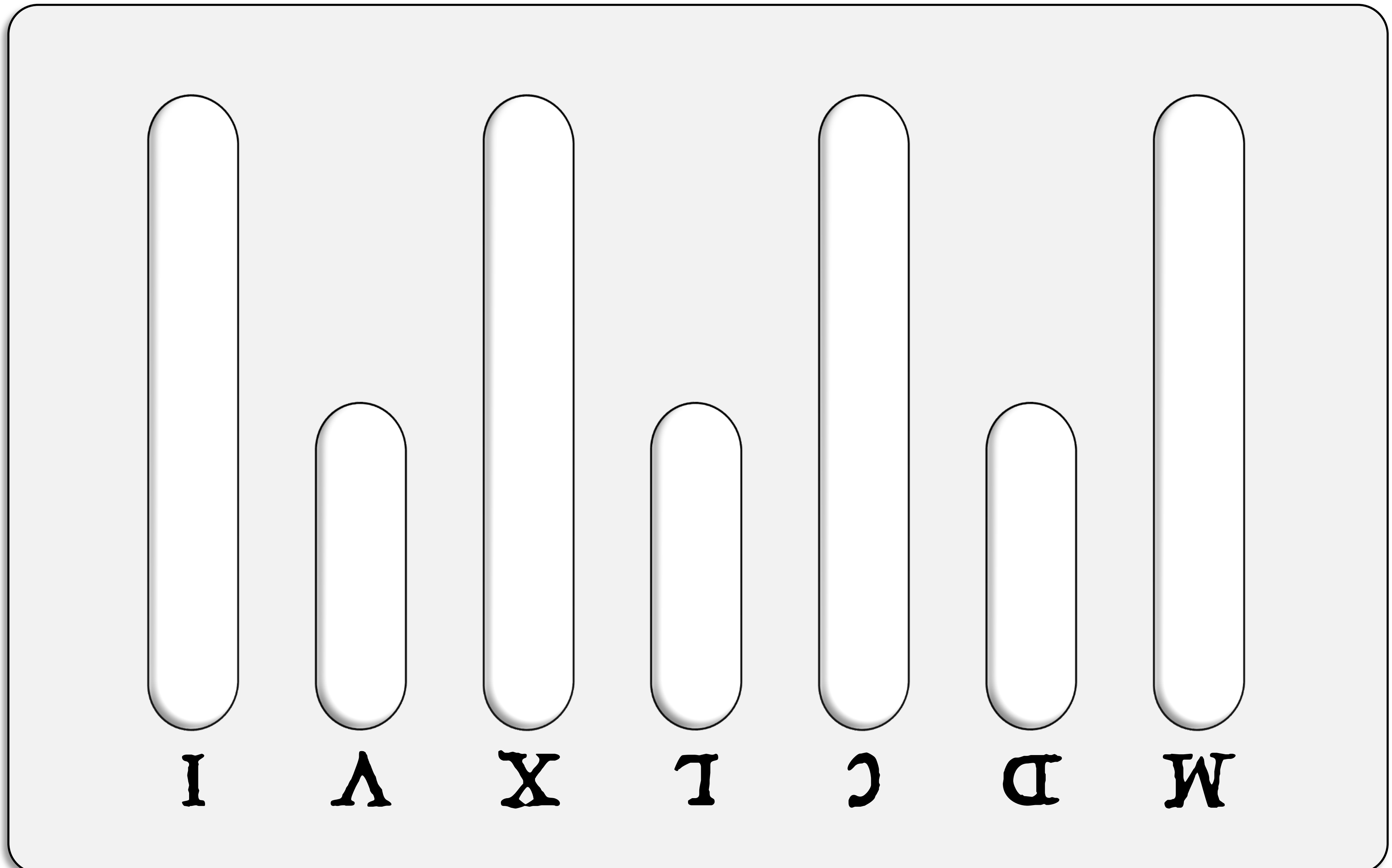
Los Números Romanos Actuales

(página de 4 de 4)

2. Escribe los números que se indican usando el sistema romano actual.

Número	Sistema romano actual
348	
127	
892	
1917	
711	
894	
449	
1909	
149	
401	
3898	
59	
2182	
1049	
191	
2999	
2584	
348	
3400	
1492	
El año en el que estamos	
El año en el que naciste	

Corta por la línea punteada. Pega tu *abacus romanus* sobre una superficie rígida.



ABACUS ROMANUS