SENTIDO NUMÉRICO EN PREESCOLAR
UN RECURSO PARA LA ENSEÑANZA

JOSÉ LUIS CORTINA / JANA VIŠŇOVSKÁ

taberna libraria editores
MMXXIII

Jana Višňovská. Nació en la ciudad de Košice, en la República Eslovaca, en 1974. Realizó sus estudios de Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Comenius de Bratislava, en Eslovaquia. Estudió una Maestría en Matemáticas en esa misma universidad. Fue maestra de Matemáticas a nivel secundaria por tres años. Sus estudios de doctorado los realizó en el campo de la Educación Matemática, en la Universidad Vanderbilt, en los Estados Unidos de América, donde obtuvo el grado en el año 2009. Realizó una estancia posdoctoral en la Universidad de California en Santa Cruz. Actualmente es Profesora Titular de Educación Matemática en la Universidad de Queensland, en Australia. Su investigación se centra en el diseño y la teorización de recursos para procurar la buena enseñanza de las matemáticas.

José Luis Cortina Morfín. Nació en la Ciudad de México en 1966. Licenciado en Comunicación por la Universidad Iberoamericana de León, Guanajuato, estudió la Maestría en Educación en la Universidad de las Américas de la Cuidad de México. Sus estudios de doctorado los realizó en la Universidad Vanderbilt, en los Estados Unidos de América, con el apoyo de una Beca Fulbright. Obtuvo su grado de Doctor en Educación en el año 2006. Ha sido docente a nivel medio superior, licenciatura, maestría y doctorado. Actualmente es Profesor Titular en la Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, de la Ciudad de México. Su investigación se centra en el diseño y la teorización de recursos para procurar la buena enseñanza de las matemáticas.

Sentido Numérico en Preescolar.
Un recurso para la enseñanza

Primera edición 2023

Sentido Numérico en Preescolar
Un recurso para la enseñanza

DR © José Luis Cortina Morfín
DR © Jana Višňovská
DR © Taberna Libraria Editores
Calle Fernando Villalpando 206
98000 Zacatecas, Zacatecas
tabernalibrariaeditores@gmail.com

Edición y diseño: Juan José Macías
Corrección de estilo: Sara Margarita Esparza R.

ISBN: 978-607-59982-2-0

Queda rigurosamente prohibida, sin autorización de las titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por la ley, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento.

Impreso y hecho en México

SENTIDO NUMÉRICO EN PREESCOLAR

Un recurso para la enseñanza

José Luis Cortina Morfín
Jana Višňovská

MMXXIII

UNIVERSIDAD
PEDAGÓGICA
NACIONAL
UNIDAD ZACATECAS

Dedicatoria

Para Alicia Avila, maestra normalista, académica e investigadora de las que tanta falta nos hacen.

Reconocimientos y agradecimientos

Este libro forma parte de los cuantiosos y significativos esfuerzos que realizan los estudiantes y profesores de la Universidad Pedagógica Nacional en Zacatecas, por mejorar la enseñanza de las matemáticas. Le damos las gracias al Dr. Luis Manuel Aguayo Rendón quien nos invitó a participar en dichos esfuerzos y nos animó a escribir la presente obra.

También expresamos nuestro agradecimiento a la maestra Claudia Zúñiga Gaspar, quien desde el comienzo ha formado parte del equipo que está desarrollando la propuesta didáctica, haciendo aportaciones muy importantes. Sobre todo, le agradecemos todo el tiempo y esfuerzo que dedicó en la revisión de este libro. Como se explica en el último capítulo, la propuesta didáctica que contiene este libro retomó muchos de los elementos de la secuencia de enseñanza de patrones y particiones. A los desarrolladores de esa secuencia les reconocemos su trabajo, particularmente a los doctores: Paul Cobb, Koeno Gravemeijer, Kay McClain y a la maestra de educación primaria Beth Estes.

Igualmente reconocemos el trabajo de las maestras Jesica Peña Jiménez y Eva Nayeli Valencia Herrera. Jesica fue la primera maestra en utilizar la propuesta con un grupo. Su intuición docente, creatividad y conocimientos nos han sido invaluables. Eva Nayeli contribuyó de manera importante en el desarrollo del instrumento de diagnóstico que forma parte de la propuesta.

Finalmente, expresamos nuestro agradecimiento a todas las docentes de preescolar que se han interesado por la propuesta didáctica, que la han llevado a sus aulas, ya sea de manera parcial o en su totalidad, y que han tenido la gentileza de informarnos sobre su trabajo. De entre ellas destacamos a: Montserrat Fernanda Guadalupe González Antón, Denise Peña Ruiz, Vanya Lizeth Pereyra García, Gabriela Solís Dávila, Cinthya Jazmín Sánchez Chávez, Daniela del Valle Palomares, Teutly Angélica Pérez Salazar, Zita Leticia Cruz Domínguez, Sandra Fabiola Gualito Bastida, Patricia Zeltzin Salinas Parra, Martha Verenice Martínez Bonilla, Marivel Ugalde Lira, María Griselda de la Cruz Martínez, María de Lourdes Márquez Almanza, María Guadalupe Perales Oviedo, Lilia Marcela Medellín González, Karina López Zavala, Judith Adriana Morales Vaquera, Gabriela Ayala Contreras, Fabiola Castañeda Ortega, Denisse Dávila García, Claudia Morín Flores, Bárbara Mayela Sánchez Ruiz, Alma Luisa Quintanar Gama, Rocío Alejandra Cadena Ascencio y Sandra Rocha López.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El presente libro fue escrito para las maestras y maestros de educación preescolar. Busca ser un recurso que les apoye en sus esfuerzos educativos en el área general de las matemáticas, y en el tema específico de *número*. El apoyo que busca dar es de tres tipos: formativo, conceptual y práctico.

En términos formativos, el libro incluye información que puede ayudarle a las maestras a formarse una idea más clara de las nociones matemáticas incluidas en la enseñanza del *número*, en el nivel preescolar. Se trata de información valiosa para dar respuesta a preguntas como estas:

- ¿Qué son los números?
- ¿Cómo y cuándo se hicieron presentes en los quehaceres de los seres humanos?
- ¿Cómo se fue desarrollando la forma de usar y comprender a los números en las prácticas culturales humanas?
- ¿Cómo se puede entender, de manera fructífera, a la noción de número en el quehacer educativo del nivel preescolar?

En términos conceptuales, el libro ofrece principios, conceptos e ideas desarrollados con la intención de orientar a las maestras en la formulación de estrategias y en la toma de decisiones que son centrales en su labor educativa. Se trata de recursos conceptuales que pueden ser valiosos al confrontar interrogantes como estas:

- ¿Qué priorizar en la enseñanza de las matemáticas en preescolar?
- ¿Con qué actividades sería más productivo comenzar a trabajar con un grupo nuevo?
- ¿Qué tanto ha progresado el grupo con el que se está trabajando y con qué actividades sería más conveniente continuar?

En términos prácticos, el libro incluye multitud de recursos para trabajar con los estudiantes, entre los que se incluye:

- Un instrumento de diagnóstico de las habilidades numéricas básicas de los estudiantes
- Actividades para trabajar con un grupo, según el nivel de desarrollo general que éste ha alcanzado.
- Sugerencias sobre cómo poder contar con materiales manipulables que son claves para apoyar el desarrollo de nociones numéricas avanzadas, incluyendo la rejilla del diez y el ábaco rekenrek.

Los recursos que contiene el libro fueron desarrollados como parte de un proyecto de investigación, fundamentado en Educación Matemática Realista (EMR). Uno de los principios que guio el proyecto, y que es central a la EMR, es que la mejor forma en que las niñas y niños pueden aprender matemáticas es reinventándolas.

El producto principal del proyecto es una *propuesta didáctica,* la cual viene incluida en este libro. La propuesta busca ser un recurso de enseñanza que apoye a las maestras de preescolar a guiar a sus estudiantes en la reinvención de los primeros números y en el desarrollo de su sentido numérico.

El libro se encuentra organizado en once capítulos. Los primeros dos describen importantes descubrimientos, logrados en diferentes disciplinas científicas, que ayudan a entender el origen de los números, tanto en las prácticas humanas, como en el aprendizaje individual. En estos capítulos se especifica la importancia de esos descubrimientos para la enseñanza matemática en el nivel preescolar.

Los capítulos del tres al nueve se centran en la propuesta didáctica. En el Capítulo 3 se describe la propuesta, de manera general. El Capítulo 4 contiene el instrumento de diagnóstico que fue creado para identificar el tipo de trabajo con el que sería más beneficiosos comenzar, con un grupo de preescolar, según el nivel general en el que se encuentre.

La propuesta didáctica implica la instrumentación de cuatro fases de enseñanza, cada una de las cuales implica procurar un objetivo de aprendizaje específico, como se detalla a continuación:

- **Primera fase**: Apoyar el desarrollo del gusto e interés de las niñas y niños por los números y el conteo

- **Segunda fase**: Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas básicas, del uno al cinco (y el cero, también)
- **Tercera fase**: Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas avanzadas, del uno al cinco (y el cero, también)
- **Cuarta Fase**: Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas avanzadas, del uno al diez (y el cero, también)

En el libro se le dedica un capítulo a cada una de estas fases de enseñanza de la propuesta didáctica. En los capítulos se incluyen descripciones de actividades didácticas para apoyar a las maestras en la procuración del objetivo de aprendizaje correspondiente.

El Capítulo 8 está dedicado a una fase de enseñanza que se considera de transición y que es necesaria para poder instrumentar la cuarta y última fase de la propuesta didáctica.

- **Fase de transición**: Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas básicas, del uno al diez (y el cero, también)

En el Capítulo 10 se ofrece un panorama general de hacia dónde se podrían enfocar los esfuerzos educativos en el campo de las matemáticas, una vez que ya se ha alcanzado el objetivo de aprendizaje de la cuarta y última fase de enseñanza de la propuesta didáctica.

El capítulo final de este libro (el Capítulo 11) está dedicado a explicar los fundamentos teóricos y metodológicos de la investigación que llevó a la formulación de la propuesta didáctica. Es importante aclarar que en la redacción de este capítulo no se tuvo en mente a la comunidad de investigación en educación matemática, sino a las maestras que podrían estar interesadas en conocer más de la EMR y de otros fundamentos de la propuesta.

La investigación que llevó al desarrollo de la propuesta didáctica, contenida en este libro, requirió de varios años de trabajo y también de entablar una estrecha colaboración con maestras de preescolar que laboran en diferentes partes de México. Con todas ellas estamos profundamente agradecidos.

1. SOBRE LOS NÚMEROS Y SU HISTORIA

La vida moderna está inundada de números. Aparecen por todas partes: en las puertas de las casas, en los precios de los artículos que compramos y en sus códigos, en las noticias que recibimos y en la información que constantemente se nos solicita dar: «fecha», «clave del centro de trabajo», «teléfono», «número de estudiantes existentes al final del ciclo», etcétera.

Aunque sea difícil de imaginarlo, no siempre ha sido así. Durante decenas de miles de años, los seres humanos vivimos sin usar números. Y cuando los inventamos, fue de manera muy paulatina que fueron adquiriendo más y más presencia e importancia en nuestros quehaceres.

¿Qué son los números?

Hoy en día, a los números se les entiende como objetos matemáticos bastante abstractos. Son tanto materia de estudio de las matemáticas, como uno de sus recursos más importantes. Los términos que se emplean para clasificarlos frecuentemente aparecen en los materiales educativos: números cardinales, ordinales, nominales, naturales, enteros, negativos, fraccionarios, decimales, primos, racionales, romanos, indoarábigos, etc. Algunos de estos términos se derivan de la necesidad de clasificar a los números por sus propiedades matemáticas, otros por sus usos y, otros más, por las formas de representarlos.

Tomando como referente a las propiedades matemáticas, el tipo de números que están presentes en la educación preescolar son los que en las matemáticas formales se les llama *números naturales*. Aquí hay que aclarar que en algunas fuentes se considera al *cero* como el primer número natural y, en otras, al *uno*. Así que se puede decir que en la educación preescolar se trabaja con números naturales y el cero, o solo con números naturales, según la definición que se use.

Como sea, los números naturales son a los que comúnmente nos referimos simplemente como «los números». Verbalmente los nombramos así: *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, etc. De manera escrita los representamos como: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc.

A los *números naturales,* se les puede definir como los números que pueden ser usados para contar. En las matemáticas formales, cuyo estudio comienza hasta el bachillerato, a los números naturales se les define como un conjunto numérico cuyos elementos tienen características algebraicas particulares y, también, bastante abstractas. Algunas de ellas son que tienen un punto de inicio (el cero o el uno), pero no un punto final: son infinitos. También, que cada número tiene un sucesor único; por ejemplo, al número nueve le sigue el diez y no hay ningún número natural que se pueda considerar mayor a nueve, pero menor a diez.

En las matemáticas formales, a los números naturales se les distingue de otro tipo de números por sus propiedades. Por ejemplo, el conjunto de los *números enteros relativos* (que pueden ser números positivos o negativos) se diferencian del de los números naturales en que no tiene un punto de inicio: no se puede decir que exista un número negativo que exprese al valor mínimo posible. El conjunto de los números racionales, que incluye a las fracciones y a los números con punto decimal, se distingue del conjunto de los números naturales en que no se puede reconocer que haya un sucesor único para cada número. Por ejemplo, se podría creer que el número 0.9 sigue del 0.8 pero, en realidad, hay una infinidad de otros números decimales que se puede decir que son mayores a 0.8 pero menores a 0.9; como el 0.85. De hecho, entre cualquiera dos números racionales hay una infinidad de otros números racionales.

Los usos de los números naturales

En términos de aplicación, se considera que a los números naturales se les dan diferentes usos. A veces, los términos que se emplean para diferenciar entre estos usos han sido incluidos en los contenidos de la educación preescolar: número ordinal, numero código y número cardinal. El término *número ordinal* se refiere al uso que se da a los números naturales para expresar orden, jerarquía o sucesión: «La niña cursa el *tercer* grado de preescolar». «Esta es la *quinta* vez que voy a solicitar un préstamo». «Éste es el *sexto* consejo técnico del año».

A los números naturales también se les usa para codificar artículos o personas y así poderlos identificar de manera única: «Sus oficinas están en el número 28 de la calle República de Argentina». «El gol lo metió el jugador con la camiseta 19». «Placas de automóviles con terminación 5 y 6». A esta forma de usar los números se le conoce como *nominal* o *código.*

Pero de todos los usos que se da a los números naturales, el más antiguo y más importante es el de *cuantificar*. Los números fueron creados para especificar cuánto de algo hay: ¿Cuántos alumnos hay en la escuela? ¿Cuántos días hay en un año? ¿Cuántos lápices se compraron? ¿Cuánto cuesta el horno? ¿Cuántos humanos habitan el planeta Tierra? ¿Cuántos kilómetros hay que viajar para llegar a la Luna? A esta, la principal forma de usar los números, se le conoce como *cardinal*.

En la educación básica, el uso de los números para expresar cantidades es también, sin duda, el más importante. En esta forma de usar los números se fundamenta la numeración y toda la aritmética. De hecho, es correcto afirmar que si no hubiera habido números que expresaran cantidades, las matemáticas y todas las disciplinas científicas nunca habrían existido. Y éstas, claro está, nunca se habrían convertido en tema de enseñanza en la escuela.

¿Cómo y de dónde vinieron los números?

Gracias a estudios realizados en el campo de las neurociencias, hoy sabemos que la mente humana es capaz de diferenciar, de manera innata, entre cantidades pequeñas. Con solo ver una colección, la mente humana es capaz de diferenciar si en ella hay uno, dos o tres elementos, o si hay más de tres elementos. Para hacer eso, no es necesario el conteo.

Esta habilidad innata parece poca cosa, porque sólo llega hasta el tres. Sin embargo, en ella está presente la noción de *cantidad*. No es disparatado considerar que esta habilidad fue la base del muy extenso y complejo acervo de conocimientos al que hoy llamamos *matemáticas*.

Los números surgieron cuando aparecieron los símbolos que fueron usados para expresar las cantidades. Con base en las evidencias científicas que se tienen, no es posible elaborar una narrativa fiel de cómo los humanos inventaron un conjunto grande de estos símbolos, pero sí identificar algunos de los pasos que muy probablemente se fueron dando. Antes de hacerlo, es importante precisar que los números no fueron la invención de una cultura que después se expandió entre muchos otros grupos humanos. En lugar de ello, los números fueron una innovación lograda de manera independiente, por múltiples grupos humanos, en diferentes partes del planeta.

También es importante mencionar que el proceso que siguieron diferentes culturas en la invención de los números fue, sin duda, diferente. Consecuentemente, lo que a continuación se describe es sólo una hipótesis fundamentada en lo que hoy se sabe.

Además de la capacidad innata para identificar cantidades pequeñas, en la invención de los números debió de haber jugado un papel importante la lengua hablada. Es razonable suponer que, en algún momento, a esas cantidades pequeñas que se podían identificar fácilmente, se les comenzó a nombrar: «Atrapamos *tres* conejos». «Quiero *un* aguacate». «Trae *dos* chayotes».

Después, se fueron encontrando formas de identificar, con precisión, cantidades más grandes que tres, a las que también se les fue dando nombre. Por ejemplo, a la cantidad que se crea colocando un elemento más a donde ya hay tres, se le puede reconocer con precisión notando que es posible organizarla en dos grupos, con dos elementos en cada uno (ver Figura 1).

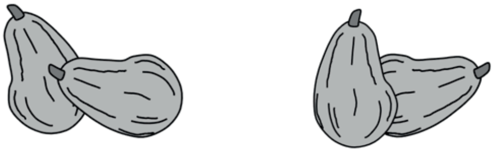


Figura 1. La cantidad *cuatro* organizada como *dos* grupos de *dos* (aguacates)

Así, quizá, algunos grupos humanos inventaron (o descubrieron) el número *cuatro*, tomando como referencia al número dos. Posiblemente, el nombre que le dieron a este nuevo número expresaba algo similar a «dos dos» (o «doble dos»).

El cinco quizá surgió de reconocer que había una la cantidad que se podía organizar en «dos dos y uno más» (ver Figura 2).

Figura 2. La cantidad de cinco organizada como dos grupos de dos aguacates más uno más

Al lidiar con cantidades pequeñas, los grupos humanos en algún momento debieron de comenzar a usar una estrategia de correspondencia con los dedos de la mano. Así, se reconoció que en una colección con «dos dos y uno más» elementos, a cada uno de ellos se le podía asociar con uno de los dedos de la mano, sin repetir y sin que sobrara o faltara algún dedo o elemento (ver Figura 3). Es probable que, entonces, a la cantidad de cinco elementos se le haya dado un nombre similar al de «mano».

Figura 3. La cantidad de cinco correspondiendo, uno a uno, con los dedos de una mano

Con la aparición de la correspondencia, uno a uno, y el uso de los dedos de las manos como referencia, es posible que se haya vuelto más sencillo identificar con precisión cantidades un poco más grandes. A éstas se les pudo haber considerado adiciones a la cantidad de «mano» (cinco). A continuación, se ejemplifica cómo algún grupo humano pudo haber nombrado a las cantidades hasta el diez:

1. Uno
2. Dos
3. Tres
4. Dos dos
5. Mano
6. Mano y uno
7. Mano y dos
8. Mano y tres
9. Mano y dos dos
10. Dos manos

Este ejemplo es consistente con las investigaciones que se han realizado sobre las numeraciones de las lenguas del mundo. En la gran mayoría de ellas se nota que los dedos sirvieron como un referente cuantitativo muy importante. Evidencia de esto es que las agrupaciones que tienden a usarse corresponden a la cantidad de dedos que tenemos los humanos. Lo más común es que se favorezcan las agrupaciones de diez elementos (decimales), que corresponden con la cantidad total dedos que tenemos en las manos. Pero hay numeraciones que favorecen el cinco (la cantidad de dedos que tenemos en una mano) y también el veinte (la cantidad de dedos que tenemos en todo el cuerpo).

Hasta aquí entonces se pueden destacar cuatro puntos clave en el proceso inicial de invención de los números.

- La habilidad innata de los humanos para identificar cantidades pequeñas
- El usar la lengua para nombrar las cantidades
- El crear agrupaciones para identificar y nombrar cantidades mayores a tres
- El uso de los dedos de nuestras manos como referente para agrupar, identificar y nombrar cantidades más grandes

El siguiente paso probablemente fue la invención del conteo usando la lengua hablada. Ello implicó reconocer que los nombres de los números se podían enunciar secuencialmente, comenzando con el uno. Además, que a los elementos de un conjunto se les podía ir asignando un nombre numérico de la secuencia, con correspondencia uno a uno, de manera que a todos los elementos les tocara un nombre y sólo uno. Finalmente, implicó reconocer que la cantidad expresada por el último nombre enunciado corresponde con la cantidad total de elementos en el conjunto (ver Figura 4).

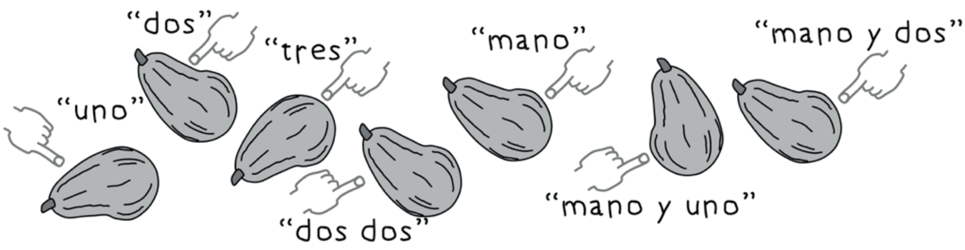


Figura 4. El conteo: usando la secuencia numérica para saber cuántos hay

La invención del conteo debió de haber sido una innovación importante. Con ella se hizo posible identificar y nombrar la cantidad precisa de elementos en conjuntos cada vez más grandes.

Como se puede apreciar, la lengua hablada debió de haber jugado un papel central en el proceso que siguieron diferentes grupos humanos para inventar los números. Es válido decir que, en sus orígenes, los números fueron una innovación humana de tipo lingüística. Pero sin duda, el desarrollo de esta innovación fue acompañada de otras formas de representación numérica, como, por ejemplo, mostrando dedos, creando colecciones de objetos y, también, haciendo inscripciones gráficas.

La invención de sistemas de numeración escritos fue menos común que el de las numeraciones verbales, pero también fue algo que tuvo lugar en muchas partes del planeta. Se cree que los primeros sistemas de numeración escrita implicaban crear una correspondencia directa entre las marcas que se hacían y la cantidad que se quería representar. A estos sistemas se les llama unitarios y son similares al uso de marcas para el conteo. Para representar al uno se colocaba una marca, para el dos, dos marcas, y así sucesivamente (ver Figura 5).

Figura 5. Forma rudimentaria de representar números de manera escrita

Este tipo de sistemas necesariamente tuvo que evolucionar conforme se fue haciendo necesario escribir cantidades más grandes. La principal estrategia que se usó fue la de crear símbolos que representaran cuantías mayores. Los símbolos entonces se combinaban, para que la suma de su valor expresara una cantidad específica.

Un ejemplo de esto es la numeración romana, en la forma en la que se usó en la antigua Roma. Esta numeración contaba con siete símbolos (ver Figura 6), cada símbolo expresaba un valor numérico único, sin importar el lugar en el que se encontrara.

Figura 6. Símbolos numéricos romanos

Estos sistemas de numeración funcionaban de manera similar al sistema actual de billetes y monedas con diferentes denominaciones, donde el valor monetario total de un conjunto de monedas y billetes es igual a la suma de las denominaciones individuales de cada elemento. Así, el valor total de dos billetes de $1000, un billete de $50, cuatro monedas de $10, y tres monedas de $1 sería de $2093: 1000 + 1000 + 50 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 +1= 2093

Nótese que el valor total no cambia si los valores individuales se suman en un orden diferente. Sin embargo, lo conveniente es comenzar sumando el valor de los billetes de mayor denominación.

En la forma antigua de usar los numerales romanos, el número 2093 se escribe como se muestra en la Figura 7.

MMLXXXIII

Figura 7. El número 2093 escrito, usando el antiguo sistema numérico romano

En esta forma antigua de usar los numerales romanos, la resta no era empleada. El valor de cada símbolo se sumaba. Similar al ejemplo de los billetes y las monedas, el lugar que ocupaba el símbolo no cambiaba su valor pero, por convención, los símbolos se escribían siguiendo el orden de los valores que representaban, de mayor a menor.

A la forma de representar los números que se usaba en los antiguos números romanos se le llama de *valor nominal*. Aunque en muchas culturas fue considerado como conveniente y satisfactorio, en algunas otras se buscaron formas de resolver una de sus principales desventajas: el que se necesiten muchas cifras para escribir algunas cantidades. Por ejemplo, para escribir el número *tres mil ochocientos ochenta y ocho,* en el sistema que todos usamos, se ocupan solo cuatro cifras: 3888. En el sistema romano se ocupan quince: MMMDCCCLXXXVIII.

No es posible describir aquí con detalle cómo fue que se llegó al sistema de numeración moderno (decimal y de valor posicional). Pero el proceso general se puede esbozar, a grandes rasgos, fantaseando sobre cómo podría haber evolucionado el sistema antiguo de numeración romana, para llegar al que hoy usamos.

Un primer paso habría implicado inventar un símbolo (y solo uno) para escribir cada número, del uno al diez. Por ejemplo, el número III habría dejado de usar tres símbolos. En su lugar se habría escrito sólo uno.

De hecho, está documentado que esto sucedió con las grafías que hoy todos usamos para representar a los números dos y tres. Éstas evolucionaron de los números brahmi que se usaban en la india. En ellos, *dos* se escribía con dos líneas horizontales y el *tres* con tres líneas horizontales. En la Figura 8 se ilustra cómo se dio la evolución de estas grafías.

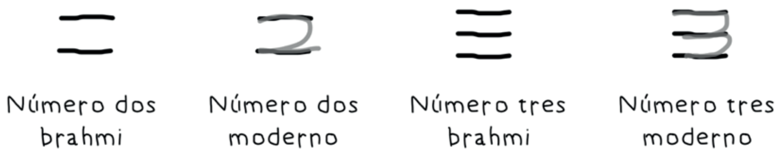


Figura 8. Ilustración de cómo evolucionaron los números brahmi a los que hoy usamos

En el caso de nuestra ilustración, y para no complicar la explicación, imaginemos que las grafías romanas para los números dos (II), tres (III), cuatro (IIII), seis (VI), siete (VII), ocho (VIII) y nueve (VIIII) fueron sustituidas por las que hoy conocemos (2, 3, 4, 6, 7, 8 y 9). En cuanto al uno, cinco, diez, cien y mil, las grafías originales (I, V, X, C y M) se habrían conservado (ver Figura 9).

Figura 9. Los números escritos usando un solo símbolo para cada uno

El siguiente paso en la evolución del sistema de numeración habría implicado evitar la repetición de los símbolos, haciendo uso de los primeros nueve numerales como multiplicadores del diez, cien y mil. Así, por ejemplo, en lugar de usar cuatro grafías para escribir el número «ochenta» (LXXX), éste se escribiría usando sólo dos grafías: 8X. La grafía «8» cumpliría la función de multiplicar el valor de la grafía «X». El número «8X» significaría ocho veces diez (8 × 10 = 80). En la Figura 10 se ilustra cómo habría evolucionado, en este paso, la escritura del número *tres mil ochocientos ochenta y ocho.*

Antes	MMM	DCCC	LXXX	VIII
Después	3M	8C	8X	8

Figura 10. Primer paso en la evolución de la escritura del número tres mil ochocientos ochenta y ocho

Algo importante que notar en este paso que se dio en la evolución de los sistemas de numeración es que la posición en la que se colocan las cifras adquirió gran importancia. El escribir «X8» en lugar de «8X» implicaría cambiar significativamente el valor del número representado. La escritura «X8» expresaría el número «dieciocho» (10 + 8 = 18), el cual expresa una cantidad muy distinta de «8X», «ochenta» (8 × 10 = 80).

El paso final en la evolución de la numeración habría implicado reconocer que, en la escritura de los números, se podría evitar usar los símbolos para diez (X), cien (C) y mil (M), ya que el valor de las cantidades que multiplican los otros numerales se puede deducir por su posición. En la Figura 11 se muestra cómo entonces habría evolucionado, finalmente, la forma de escribir el número *tres mil ochocientos ochenta y ocho.*

Antes	3M 8C 8X 8
Después	3 8 8 8

Figura 11. Paso final en la evolución de la escritura del número tres mil ochocientos ochenta y ocho

Es importante reconocer que en el sistema de numeración romano antiguo no se necesitaba una grafía para representar cero. Sin embargo, en el sistema decimal de valor posicional, el cero es una cifra indispensable para identificar siempre la posición que determina el valor de un numeral. Sin el cero, no se podría saber siempre si el valor de la cifra «8» representa ocho unidades, ocho decenas, ocho centenas u ocho millares.

Lecciones de la historia de los números para la educación preescolar

Como ya se mencionó, a los números hoy se les entiende como objetos matemáticos complejos y bastante abstractos, a los que se les puede clasificar de muchas formas, y a los que se le da una multiplicidad de usos. Pero no siempre fue así. Los números nacieron de la capacidad de la mente humana de reconocer cantidades. Además, su función cuantitativa no se ha perdido. En todas las disciplinas científicas, tecnológicas y administrativas, el uso de los números para expresar cantidades es primordial.

Para la educación preescolar, entonces, una primera lección que nos da la historia es que, de los múltiples usos que se le puede dar a los números, el fundamental, el que les dio su origen, es el de que se les entienda como símbolos que se usan para dar cuenta de cuánto hay. De todas las formas de usar los números, el más importante es el cuantitativo. Ese es el uso con el que más hay que familiarizar a las niñas y niños, y al que más tiempo y esfuerzos se le deben dedicar en la enseñanza a nivel preescolar.

Una segunda lección es reconocer la importancia de la lengua oral en la construcción de las nociones numéricas. Hoy en día, nuestra principal referencia numérica son las cifras que se escriben, pero la historia nos muestra que el origen de los números está en las palabras. Como ya se explicó, la invención de los números fue, sobre todo, una innovación de tipo lingüística. En los quehaceres humanos, la lengua y los números tienen una estrecha relación. El conocimiento de los nombres de números, en la lengua materna, y su uso al interactuar con el mundo, son de gran importancia en el aprendizaje numérico.

La tercera lección es que la capacidad de los seres humanos de ir creando y usando números cada vez más grandes no sólo se desarrolló paulatinamente, sino que se edificó sobre el conocimiento y familiaridad que se fue obteniendo de los números más pequeños, al ir cuantificando con ellos y reflexionado sobre sus características. En este proceso, tanto el agrupar y desagrupar cantidades, como el establecer correspondencias uno a uno debió haber sido importante. Si las niñas y niños han de seguir un proceso similar al que siguió la humanidad en la invención de los números, es de gran importancia que vayan desarrollando una comprensión profunda de los primeros números, de las primeras cantidades.

Una lección más se refiere al conteo. Éste, como ya se explicó, no formó parte de la invención inicial de los números, pero se convirtió en un recurso lingüístico primordial para ir pudiendo precisar el tamaño de colecciones cada vez más grandes. La historia nos muestra, entonces, que en el proceso de ir desarrollando nociones más complejas de las cantidades, el conteo juega un papel clave.

La última lección se refiere a la numeración escrita. Ésta también se fue desarrollando paulatinamente. No debemos entonces de perder de vista que por más familiares que nos parezcan los números que usamos, son el resultado de un largo proceso histórico en el que la numeración se fue haciendo más sintética, pero también más compleja, abstracta y difícil de interpretar. Hay que tener siempre presente que, para las niñas y los niños, entender el sistema moderno de numeración implica un gran reto.

2. EL CONOCIMIENTO INICIAL DE LOS NÚMEROS

Gracias a las investigaciones realizadas durante más de medio siglo, se ha avanzado mucho en identificar y comprender el proceso general que siguen las niñas y niños para ir familiarizándose con los números, e ir adoptando y comprendiendo la forma en que se usan en el mundo cultural en el que viven. Este proceso no es igual para todos. Por el contrario, por tratarse de un conocimiento no natural, sino cultural, el aprendizaje de los números depende mucho de los acercamientos y las experiencias que las niñas y niños van teniendo.

Primeras experiencias con los números

En la actualidad, las niñas y niños nacen en un mundo que está inundado de números. Los nombres numéricos y las cifras están por todos lados: en el dinero, en los automóviles, en los anuncios que hay en las calles, en las puertas de las casas, en las cosas que dicen los adultos. Las niñas y niños modernos entran en contacto con los números desde mucho antes de que puedan identificarlos y comprender qué son. Conforme van creciendo, poco a poco, comienzan a distinguir los nombres numéricos y las cifras de otras palabras y de otros símbolos gráficos. Las niñas y niños se van interesando por los números. Empiezan a querer saber más sobre qué son y cómo los utilizan las personas de su entorno. Es con estas experiencias tempranas con las que inician su aprendizaje de los números, reconociéndolos y familiarizándose con ellos.

Pero las experiencias que tienen las niñas y niños no son iguales para todas y todos. Varían mucho tanto en cantidad como en calidad. En algunos hogares, las mamás y papás les cantan canciones con números a los bebés, les proveen de juguetes con números, y les inducen a participar en juegos en los que se enuncian los números. Hay también hogares en los que las niñas y niños tienen relativamente pocas oportunidades de irse familiarizando con las expresiones numéricas. Puede ser que, por diversas razones, en las actividades en las que se les va involucrando, los números no estén presentes o que su presencia sea muy poca.

Para quienes estamos interesados en la educación preescolar, es importante tener presente que puede haber muchas diferencias entre las vivencias que las niñas y niños pequeños han tenido antes de llegar a la escuela, y esto se puede notar no sólo en qué tan familiarizados estén con los números, sino también en el interés que éstos les despierten. Sin embargo, como se explica con detalle más adelante en este libro, en las aulas de un preescolar es posible apoyar a todas las niñas y niños a que se familiaricen con los números, y a que desarrollen gusto e interés por ellos (ver Capítulo 5).

Habilidades precursoras del conteo

Sin duda, el conteo es un elemento central en el aprendizaje numérico de niñas y niños. ¿Pero qué significa *contar* y cómo es que los pequeños logran hacerlo? La investigación muestra que de ninguna manera se trata de un proceso trivial, sino que requiere del desarrollo de habilidades mentales bastante complejas. *Contar* es algo que sólo los humanos logramos hacer.

La serie numérica oral

Una de las habilidades que forman parte del conteo es la de enunciar correctamente y con facilidad la serie numérica oral: «uno», «dos», «tres», «cuatro» y «cinco». Parece sencillo pero, para quienes se inician en hacerlo, requiere de un esfuerzo mental importante. A las niñas y niños les representa un reto similar al que para un adulto implica aprenderse la serie numérica de una lengua diferente a su lengua materna. Para entender mejor el reto, invitamos a nuestras lectoras a que traten de dominar la serie numérica oral de una de las lenguas originarias de México.

En la Figura 12 se presenta la serie numérica en la lengua maya, hasta el 10. Trate de aprendérsela, de manera que pueda decirla sin tener que leerla. Mientras lo hace, procure ser consciente de la dificultad que le está representando este aprendizaje. También, considere que el reto que está enfrentando no es mayor que el de las niñas y niños pequeños cuando tratan de aprenderse los nombres numéricos del español.

1- jun	2- kaa	3- óox	4- kan	5- joo
6- waak	7- uuk	8- waxak	9- balon	10- lajun

Figura 12. La serie numérica en maya, del 1 al 10

Es común que la habilidad de enunciar correctamente una serie numérica oral la llamemos «contar», pero para muchas niñas y niños puede no ser aún el caso. Como se explica más adelante, sólo hay conteo, propiamente hablando, cuando está presente la noción de *cantidad*. Antes, saberse la serie numérica oral no es muy diferente de saberse perfectamente la letra de una canción, o de poder decir, en orden correcto, el nombre de las vocales, o de las primeras letras del abecedario. Pero eso no lo convierte en algo poco importante. Por el contrario, el conocimiento y dominio de la serie numérica oral es una habilidad necesaria (aunque no suficiente) para poder contar.

Las niñas y niños van dominando la serie numérica oral, poco a poco. Un primer avance se nota cuando se les pide que «cuenten» y ellos responden diciendo algunos nombres numéricos, aunque no estén en orden: «uno, siete, cuatro». Se trata de un avance porque estas niñas y niños ya distinguen las palabras numéricas de otras y las asocian con algo que los adultos hacen y le llaman «contar».

El proceso continúa gradualmente. Se comienza a notar un progreso cuando las niñas y niños van diciendo más números cuando se les pide que «cuenten». Además, los primeros números ya los dicen siempre en el orden correcto: «uno, dos, cinco, dos, siete». Poco a poco se incrementa la cantidad de primeros números que enuncian correctamente: «uno, dos, tres, cuatro, seis, ocho, tres, cuatro».

Hay niñas y niños preescolares que, por el apoyo y aliento que reciben en sus hogares, logran decir correctamente la serie numérica oral hasta el veinte, el cincuenta e incluso hasta el cien. Es importante tener presente que estos logros no implican que estas niñas y niños sepan, necesariamente, contar hasta cierto número, sino sólo que son capaces enunciar correctamente la serie numérica oral.

Enumerar una colección (con correspondencia uno a uno)

Otra de las habilidades que forman parte del conteo es la de asignar a cada uno de los elementos que conforman una colección, uno de los nombres de la serie numérica oral y sólo uno. En la Figura 13 se ejemplifica cómo se pone en práctica esta habilidad.

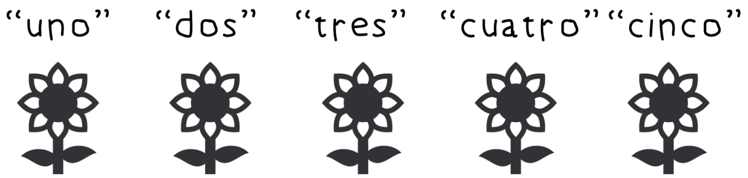


Figura 13. Enumerando con correspondencia uno a uno

A esa habilidad de asignar correctamente los nombres numéricos a los elementos de una colección se le llama *enumerar* (también se conoce como *correspondencia uno a uno*). Aunque puede parecer muy similar a la actividad de *contar*, hay una diferencia fundamental. Como ya se explicó, la actividad de *contar* necesariamente implica la noción de *cantidad*. Las niñas y niños que sólo enumeran no consideran que al hacerlo están averiguando cuántos elementos hay en una colección. En lugar de esto, para ellos se trata de una actividad en la que el objetivo es asignarle una etiqueta verbal a cada elemento, de manera que a todos les toque uno y que no se repitan. Sería algo similar a un juego en el que hubiera que asignarle a cada elemento de una colección una vocal y sólo una (ver Figura 14). La última vocal pronunciada en este juego no se consideraría que indica cuántos elementos hay.

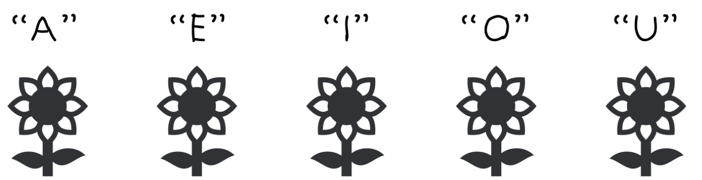


Figura 14. Asignando las vocales, con correspondencia uno a uno

El enumerar correctamente es una segunda habilidad necesaria para poder contar. Al igual que con el dominio de la serie numérica oral, se va desarrollando gradualmente. Una niña podría enumerar correctamente colecciones de tres elementos, pero aún no de cuatro. Y después, podría hacerlo con colecciones de hasta cinco elementos, pero no de seis.

Es importante tener presente que, aunque el enumerar sea algo que como adultos hacemos fácilmente, en realidad se trata de una actividad mentalmente demandante, sobre todo para las niñas y niños pequeños. Para enumerar hay que dominar primero la serie numérica oral. Además, hay que ir teniendo presente a qué elementos ya se les ha asignado un nombre numérico y a cuáles no, para que ninguno se quede sin nombre pero, también, para que a ninguno le toque más de un nombre. Para las niñas y niños preescolares, el enumerar correctamente puede implicar un reto cognitivo importante, incluso cuando se trata de colecciones pequeñas.

Contar una cantidad

Contar es una actividad en la que se enumera una colección, usando la serie numérica oral, y se reconoce que el último número expresado indica la cantidad de elementos que hay. Sólo hay conteo cuando en la enumeración que hace una niña o niño está presente la noción de *cantidad*.

La cantidad es una propiedad que se le atribuye a lo que hay en el mundo, que podemos reconocer y nombrar. En este sentido, la cantidad es como *la textura* (algo puede ser suave o rugoso) o *el color* (algo puede ser rojo, amarillo, etc.). Sin embargo, *la cantidad* es especial, ya que no es una propiedad que tienen los objetos individuales, sino las colecciones de cosas, los conjuntos.

La noción de cantidad implica reconocer, en una colección, una propiedad particular, la propiedad de *cuántos elementos tiene*. Como ya se explicó, esta habilidad es innata en los seres humanos, pero sólo para reconocer cantidades pequeñas: uno, dos, y tres. Como también ya se explicó, el conteo fue una innovación que las culturas del mundo desarrollaron para poder identificar, con precisión, cantidades más grandes (ver Capítulo 1).

En este apartado se ha descrito cómo las niñas y niños comienzan su aprendizaje del conteo, primero, dominando la serie numérica oral. Después, desarrollando la habilidad de enumerar correctamente, con correspondencia uno a uno. Finalmente, comienzan a reconocer que las enumeraciones que hacen sirven para identificar cuántos elementos tiene una colección. Es en ese momento que aparece el conteo, propiamente dicho; cuando en la enumeración que hacen niñas y niños ya está presente la noción de cantidad.

No es posible tener certeza absoluta sobre qué nociones ya ha desarrollado una niña o niño, porque no hay manera de acceder directamente a sus mentes. Sin embargo, las formas en las que ellas y ellos responden en algunas situaciones sirven para inferir si en su enumeración ya está presente (o no) la noción de cantidad.

Una de estas situaciones implica pedirle a una niña o niño que «cuente» una colección con cinco elementos. Cuando termina, se le pregunta «¿Cuántos hay?»

Hay quienes responden volviendo a enumerar la colección: «uno, dos, tres, cuatro, cinco». Esta respuesta es sugerente de que, para ella o él, el propósito de la actividad sólo fue la de enumerar la colección, mas no de averiguar cuántos elementos tenía. En otras palabras, para esta niña o niño, la actividad no implicó contar la colección, sino sólo asignarle palabras numéricas a sus elementos.

Hay quienes, en contraste, responden a esta misma situación diciendo únicamente el número «cinco». Esta respuesta es sugerente de que la niña o niño sí contó. Para ella o él, «cinco» sería más que la palabra que le sigue a «cuatro»; sería un número que expresa la cantidad de elementos que hay en la colección.

El sobreconteo

El sobreconteo es una forma de proceder que se manifiesta en situaciones en las que se agregan elementos a una colección que ya fue contada; por ejemplo, cuando a una colección que se sabe que tiene cinco elementos se agregan dos más (ver Figura 15). En este tipo de situaciones, cuando se pregunta «Y ahora ¿cuántos hay?», hay niñas y niños que en lugar de volver a enumerar toda la colección («uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete»), sólo cuentan los nuevos elementos, a partir de la cantidad que ya habían contado (cinco): «seis, siete». Esta forma de actuar implica hacer uso del *sobreconteo*. En el campo de la investigación se considera que el uso del sobreconteo es una evidencia bastante robusta de que una niña o niño cuenta colecciones, y no sólo las enumera.

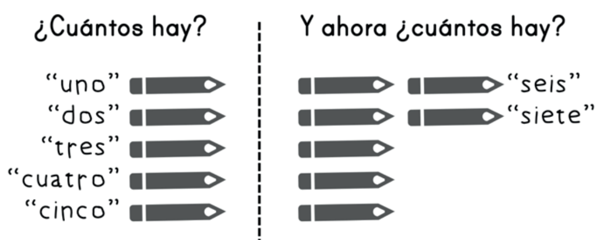


Figura 15. Uso del sobreconteo cuando se agregan dos elementos a una colección de cinco lápices

Algo más sobre el conteo

En la educación preescolar, es importante tener siempre presente que *el contar* no nos es natural a los seres humanos. Como ya se explicó, es una innovación cultural (ver Capítulo 1), relativamente compleja y cognitivamente demandante, que tenemos que aprender. Además, se desarrolla gradualmente y requiere de dos habilidades que también se desarrollan paulatinamente: el dominio de la serie numérica oral y la enumeración. En un momento de su desarrollo, una niña o niño podría dominar la serie numérica oral hasta el diez, pero sólo ser capaz de enumerar correctamente hasta el cinco. Además, podría ser capaz de contar colecciones (propiamente dicho) de sólo tres elementos.

Aprender a contar requiere de tiempo y esfuerzo, pero sobre todo de tener muchas oportunidades para ir desarrollando tanto la habilidad de enunciar la serie numérica oral, como la de enumerar correctamente; y también para irse familiarizando con situaciones donde averiguar «¿cuántos hay?» es importante. Hay muchas niñas y niños que, gracias a las actividades y juegos en los que participan, aprenden a contar en sus hogares. Algunos incluso aprenden a contar colecciones bastante grandes. Pero también hay muchas niñas y niños que reciben muy pocas de esas oportunidades fuera de la escuela. Lo bueno es que, como se explica más adelante en este libro, hay formas de apoyar a todas y a todos a que aprendan a contar en las aulas de un preescolar (ver Capítulos 5 y 6).

La subitización

Si bien el conteo es un aspecto clave en el aprendizaje numérico de niñas y niños, no es el único. Hay otras habilidades que también son muy importantes. Una de ellas es la de poder *subitizar conceptualmente*.

La subitización se refiere a la habilidad de poder reconocer cuántos elementos tiene una colección, sólo con verla y sin tener que contarla. En la investigación que se ha realizado en el campo del aprendizaje temprano del número, se distingue entre dos tipos de subitización: la perceptual y la conceptual. Como se explica con detalle en los siguientes apartados, la subitización perceptual es una habilidad innata de los seres humanos. La subitización conceptual, en cambio, tiene que ser aprendida y es de gran relevancia en el conocimiento inicial de los números.

Subitización perceptual

La subitización perceptual se refiere a la habilidad innata que tenemos los humanos para reconocer cuántos elementos hay en una colección, cuando tiene uno, dos o tres elementos (máximo). Esto lo podemos hacer con sólo ver la colección. No tenemos que contarla.

La investigación ha mostrado que la subitización perceptual se manifiesta desde edades muy tempranas, incluso antes de que las niñas y niños digan sus primeras palabras. Sin embargo, eso no implica que los bebés sean capaces de decir cuántos elementos tiene una colección pequeña. Para lograr eso, primero tendrán que aprender a hablar, y a reconocer y expresar los nombres de los números.

Practicar la subitización perceptual con niñas y niños es importante en la educación preescolar. Sobre todo, como se describe más adelante en este libro, puede ser un punto de partida para ayudar a las niñas y niños a desarrollar la habilidad numérica de la subitización conceptual.

Subitización conceptual

La subitización conceptual se refiere a la posibilidad de poder reconocer cuántos elementos hay en una colección, sin contarla, cuando esta colección tiene más de tres elementos. La subitización conceptual ya no es una habilidad innata, sino que se tiene que desarrollar, se tiene que aprender. Para entender mejor en qué consiste, invitamos a nuestras lectoras a que, con sólo ver (sin contar), traten de reconocer cuántos elementos tienen cada una de las cinco colecciones que se muestran en la Figura 16. Después, reflexionen sobre qué hizo que fuera fácil reconocer cuántos elementos tienen algunas de las colecciones (sin contarlas) y otras no tanto.

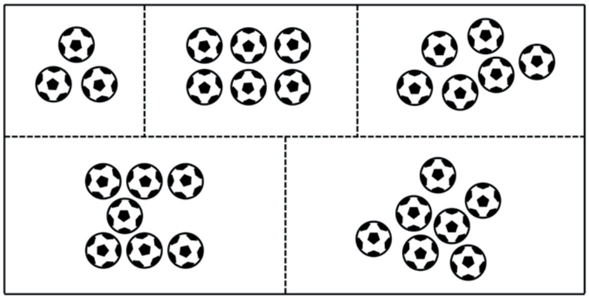


Figura 16. Cinco colecciones de balones de futbol

En la subitización conceptual entran en juego las relaciones numéricas básicas: las composiciones y descomposiciones. Así, por ejemplo, una colección con cinco elementos se puede reconocer si se identifica que en ella hay dos pares de elementos, y uno más (2, 2 y 1). O que hay un grupo de tres elementos y un par más (2 y 3; Figura 17).

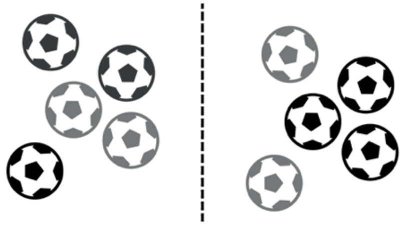


Figura 17. Dos formas de subitizar conceptualmente una colección de cinco elementos

La subitización conceptual contribuye al desarrollo de imágenes cuantitativas abstractas. Estás implican que las niñas y niños vayan pudiendo concebir y trabajar con cantidades que no siempre les son accesibles a sus sentidos; cantidades que no puedan ver ni tocar. Finalmente, la subitización conceptual le ayuda a las niñas y niños a que trasciendan el conteo de uno en uno y profundicen en su comprensión de las características de los primeros números, sobre todo de las múltiples formas en que se pueden componer y descomponer. Esto, como se explica en el siguiente apartado, es clave el en desarrollo del sentido numérico.

El sentido numérico

En preescolar, el desarrollo del sentido numérico implica que las habilidades numéricas de niñas y niños, con los primeros números, no se limiten al conteo, de uno en uno, sino que vayan más allá: que incluyan la posibilidad de relacionar, componer y descomponer cantidades en una gran diversidad de formas, con facilidad, flexibilidad y agilidad. Implica, por ejemplo, que ellas y ellos logren comprender que la cantidad *siete* no sólo es uno más que *seis* y uno menos que *ocho*. También es una cantidad que puede descomponerse de varias formas y que, además, forma parte de la composición de cantidades más grandes (ver Figura 18).

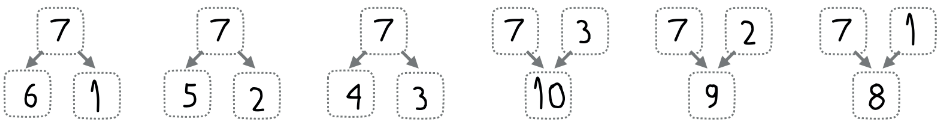


Figura 18. Descomposiciones del siete y composiciones con el siete

Los próximos siete capítulos de este libro se dedican a explicar una propuesta didáctica para apoyar el desarrollo del sentido numérico en el preescolar, a partir del desarrollo de destrezas muy básicas, pero cada vez más complejas. Esperamos que la lectura de estos capítulos les sirva a nuestras lectoras y lectores no sólo para formarse una idea bastante completa de qué implica el que niñas y niños preescolares desarrollen su sentido numérico, sino, sobre todo, de cómo se les puede apoyar para que lo logren.

Pero antes de pasar a la propuesta, es relevante mencionar que la investigación ha mostrado que el desarrollo del sentido numérico es de gran importancia. Estudios realizados con gran rigor han documentado que la gran mayoría de las niñas y niños que desarrollan un sentido numérico relativamente complejo, en preescolar, tienen trayectorias escolares exitosas, independientemente del grupo socioeconómico al que pertenezcan sus familias. Su desempeño en la materia de matemáticas tiende a ser favorable a lo largo de toda la primaria. Además, son estudiantes que generalmente ingresan a la secundaria y continúan sus estudios en el bachillerato. Incluso, ingresan a la universidad y cursan carreras en las que las matemáticas tienen una presencia importante.

En contraste, estas mismas investigaciones han documentado que las trayectorias escolares de las niñas y niños que no logran desarrollar un sentido numérico relativamente complejo, en preescolar, tienden a ser desfavorables. Son estudiantes que con mucho mayor frecuencia abandonan la escuela antes de concluir el nivel básico.

También consideramos importante aclarar que la escuela no es el único espacio en el que niñas y niños pueden desarrollar su sentido numérico. La investigación ha documentado que las experiencias informales que algunos de ellos tienen fuera de la escuela los llevan a desarrollar conocimientos numéricos bastante complejos. Generalmente se trata de niñas y niños que participan directamente en la venta de productos.

Sin embargo, estudios realizados a gran escala en México indican que no sólo no son todas las niñas y niños quienes desarrollan habilidades numéricas complejas fuera de la escuela, sino que, en realidad, son relativamente muy pocos. Para la gran mayoría de las niñas y niños, las aulas de un preescolar son el sitio principal (o el único) en el que pueden desarrollar el sentido numérico necesario para tener éxito en la educación básica y, así, mejorar sus expectativas y oportunidades en la vida.

3. IDEAS PRINCIPALES DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA APOYAR EL DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES PREESCOLARES

La propuesta didáctica que se describe a continuación busca ser un recurso que sirva a las maestras para procurar que todos sus estudiantes desarrollen un sentido numérico relativamente complejo, y que lo logren antes de que sus estudiantes concluyan el preescolar y transiten a la primaria. Se trata de un recurso que es de naturaleza tanto conceptual como práctica. Como se describe a continuación, el recurso busca ayudar a las maestras a determinar cómo están sus grupos, y a tomar decisiones fructíferas sobre qué sería más beneficioso enseñar, en un momento específico del proceso educativo.

El recurso también contempla *el cómo*, por lo que propone el uso de una multiplicidad de actividades de enseñanza, las cuales se describen en capítulos posteriores de este libro. Muchas de ellas requieren del uso de materiales manipulables, incluyendo fichas, cubos conectables, monedas de juguete, la rejilla del diez y el ábaco rekenrek.

Esencialmente, la propuesta didáctica implica que, en el nivel preescolar, las maestras procuren que todos los estudiantes de un grupo vayan alcanzando, colectivamente, los siguientes cuatro objetivos de aprendizaje:

1) Generar gusto e interés por los números y el conteo
2) Desarrollar habilidades numéricas básicas, del uno al cinco (y el cero, también)
3) Desarrollar habilidades numéricas avanzadas, del uno al cinco (y el cero, también)
4) Desarrollar habilidades numéricas avanzadas, del uno al diez (y el cero, también)

Cada uno de los objetivos se procura dentro de una fase de enseñanza. Específicamente, la propuesta implica cuatro fases de enseñanza principales, en cada uno de las cuales se procura alcanzar uno de los objetivos de aprendizaje. Además, se propone que también se instrumente una fase adicional que se considera de transición, la cual es necesaria para procurar el último objetivo de la propuesta. Una representación de todas las fases de la propuesta se muestra en la Figura 19.

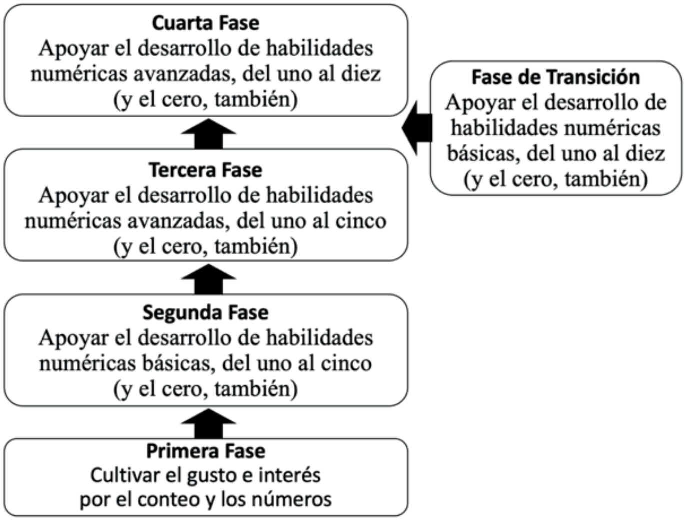


Figura 19. Fases de la propuesta didáctica, representadas de manera ascendente

En la propuesta se considera que la procuración de los cuatro objetivos debe de ser secuencial y colectiva. Sólo cuando una docente juzgue que todas (o prácticamente todas) las niñas y niños de su grupo ya han logrado el primer objetivo, ha de dar por concretada la primera fase de enseñanza, y ha de comenzar con la siguiente. Y sólo cuando juzgue que ya han logrado el segundo objetivo, ha de comenzar a trabajar en la tercera fase de enseñanza y, así, subsecuentemente.

En general, no se considera que haya un número específico de actividades que se necesitan realizar para lograr un objetivo, y dar así por concretada una fase de enseñanza. Tampoco se considera que haya un periodo de tiempo específico que se le deba dedicar a cada fase. Se espera que la propuesta didáctica sea un recurso que informe el juicio de las docentes, que sean ellas quienes, con base en las observaciones que hacen de cómo van avanzando sus grupos, determinen cuándo ya se ha alcanzado un objetivo y, consecuentemente, cuándo es pertinente comenzar a trabajar en la siguiente fase de enseñanza. También son ellas quienes pueden reconsiderar sus decisiones y determinar que se debe retomar una fase anterior, por considerar que es necesario retomar la procuración de un objetivo que parecía que ya se había alcanzado.

En este capítulo se describen las cuatro fases de enseñanza, así como la fase de transición. Como ya se dijo, cada una de ellas implica la procuración de un objetivo de aprendizaje específico. Cada uno de estos objetivos se describe a detalle. También se especifican los criterios que deben ser considerados para determinar que ya se ha logrado cada objetivo. En los capítulos subsecuentes se presentan los recursos prácticos que pueden ser utilizados en cada fase de enseñanza.

Primera Fase

Cultivar el gusto e interés por los números y el conteo

En la primera fase de enseñanza se propone que todos los estudiantes de un grupo de preescolar generen un gusto e interés por el conteo y los números. Se trata de lograr que a todas las niñas y niños les guste contar, les gusten los números y que, además, se sientan capaces al realizar actividades en las que están presentes los números. Alcanzar este objetivo puede ser particularmente beneficioso para el desarrollo matemático de las niñas y niños cuyas oportunidades educativas fuera de la escuela son las menos favorables, sobre todo por la situación social y económica de sus familias.

Como ya se comentó en el capítulo anterior, las experiencias que tienen las niñas y niños con los números, fuera de la escuela, varían mucho. Las vivencias extraescolares de algunos los apoyan a desarrollar el conteo e, incluso, un sentido numérico bastante complejo. Sin embargo, con base en nuestra experiencia, parecería que a prácticamente todas las aulas de preescolar llegan niñas y niños cuyas experiencias numéricas, fuera de la escuela, han sido muy limitadas.

Ciertamente, hay mucho mayor presencia de estudiantes poco familiarizados con los números en los grados de primero y segundo de preescolar; pero, aunque sean relativamente menos, en nuestro proyecto de investigación hemos documentado que también hay siempre una cantidad significativa de niñas y niños que ingresan a tercer grado con ese perfil. Como se explica con más detalle en el próximo capítulo, la poca familiaridad con los números de estas niñas y niños se nota en que ni siquiera pueden enunciar correctamente la serie numérica del uno al cinco.

La propuesta didáctica se elaboró bajo el principio de que ninguna niña y ningún niño deben de quedar excluidos de la posibilidad de desarrollar su sentido numérico. Se busca entonces comenzar brindándole a todas las y los alumnos una oportunidad real de lograrlo, incluso a aquellos que forman parte de familias con muy limitadas posibilidades de favorecer la formación escolar de sus hijas e hijos.

La procuración del primer objetivo, en el curso de la primera fase de enseñanza, implica la realización de actividades que familiaricen a los estudiantes con los números, pero que también les produzcan gozo y diversión. En el Capítulo 5 se describen varias de estas actividades, las cuales pueden ser retomadas o adaptadas. Son de tres tipos; unas implican el canto de canciones numéricas, otras, la realización de juegos y, otras más, la lectura de cuentos.

Una recomendación importante en la procuración de esta primera fase es enfocarse en tratar de que niñas y niños gocen de participar en las actividades y que se sientan aptos y capaces de hacerlas bien. Ello implica no preocuparse, aún, de si los estudiantes realizan correctamente las actividades. Se espera que haya muchas niñas y niños que, al tratar de contar, no lo hagan bien, pero a todas y todos se les puede estar diciendo, constantemente, que son muy buenos y que todo lo hacen muy bien. Eso les ayudará a experimentar gozo al realizar las actividades, y a interesarse más por el conteo y los números.

En términos de evaluación formativa, el criterio que se propone para considerar que el objetivo de la primera fase ya se alcanzó implica reconocer que todas las niñas y niños del grupo –o, al menos, la gran mayoría– se alegran cuando la maestra les presenta una actividad en la que van a contar, a trabajar con números escritos, o ambos. Además, la docente nota que sus estudiantes se sienten capaces, hábiles y exitosos al realizar estas actividades. También puede ser que la docente se dé cuenta que sus niñas y niños le piden realizar las actividades sugeridas en esta fase de enseñanza: «Maestra, ¿hoy vamos a cantar la canción de los números?» «¿Hoy vamos a jugar con los números?» «¿Hoy nos vas a leer un cuento?»

En la propuesta, se considera que es adecuado (e importante) procurar alcanzar este objetivo en los tres grados de preescolar. En segundo y tercero de preescolar, se recomienda no avanzar a la segunda fase de enseñanza hasta lograr el objetivo: que todas las niñas y niños tengan gusto e interés por el conteo y los números.

En cuanto al primer grado de preescolar, este quizá sea el único objetivo de la propuesta que se puede procurar al trabajar con niñas y niños tan pequeños. Y si se trabaja en esta primera fase de enseñanza durante todo el año escolar, es posible lograr que a todas y todos les guste contar, participar en actividades con números y sentirse que son muy buenas y buenos en la realización de las actividades. Lograr el objetivo de la primera fase de enseñanza con un grupo de primer grado de preescolar conducirá a que todas las y los alumnos comiencen el segundo grado ya estando muy familiarizados con los números y con gran disposición a aprender más sobre ellos.

Segunda Fase

Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas básicas, del uno al cinco

El objetivo de la segunda fase de la propuesta implica apoyar a todas las niñas y niños a que consoliden las habilidades numéricas básicas que son necesarias para poder desarrollar, posteriormente, su sentido numérico hasta el cinco. Se considera que este objetivo será mucho más fácil de lograr si antes de comenzar a procurarlo ya se ha concretado la primera fase de enseñanza, de manera que se haya logrado apoyar a todas las niñas y niños a que les gusten e interesen los números y el conteo; esto es, este objetivo será mucho más fácil de lograr si antes ya se ha alcanzado el primer objetivo de la propuesta.

En la propuesta didáctica, se considera que son cuatro las habilidades numéricas básicas que los estudiantes deben consolidar en la segunda fase de enseñanza:

a) Dominar la serie numérica oral
b) Enumerar correctamente; esto es, con correspondencia uno a uno
c) Mostrar los números con los dedos de las manos
d) Leer los numerales escritos

A continuación, se describe cada una de estas habilidades. Las actividades que se pueden usar para procurar este segundo objetivo se describen en el Capítulo 6 de este libro.

Dominio de la serie numérica oral

En el Capítulo 2 de este libro se explicó la importancia de que las niñas y niños desarrollen la habilidad de poder enunciar correctamente y con facilidad la serie numérica oral, sobre todo para el conteo. En la instrumentación de la segunda fase de enseñanza se propone apoyar a los estudiantes a que desarrollen esta habilidad hasta el número cinco. Lograrlo implica que los estudiantes puedan decir correcta y fácilmente la serie del uno al cinco:

«uno» «dos» «tres» «cuatro» «cinco».

También implica que puedan decirla correcta y fácilmente, de manera descendente:

«cinco» «cuatro» «tres» «dos» «uno».

Además, las niñas y niños deben también de poder reconocer qué número va antes de cualquier número y cuál va después (antecesor y sucesor):

- ¿Qué número va antes del cinco?
- ¿Qué número va después del dos?
- ¿Qué número va después del cuatro?
- ¿Qué número va antes del tres?
- ¿Qué número va antes del cuatro?
- ¿Qué número va después del tres?
- ¿Qué número va antes del dos?
- ¿Qué número va después del uno?

Vale la pena aclarar aquí que el cero no forma parte de la serie numérica cuando ésta se enuncia de manera ascendente. Eso se debe a que, cuando se cuenta, se empieza siempre con el número uno. Sin embargo, el cero sí puede formar parte de la serie numérica cuando se expresa de manera descendente: «cinco, cuatro, tres, dos, uno, cero».

Enumerar correctamente

Como se explicó en el Capítulo 2 de este libro, la enumeración implica asignar a cada uno de los elementos que conforman una colección, uno de los nombres de la serie numérica oral y sólo uno (ver Figura 13). Es importante recordar que enumerar no es exactamente lo mismo que contar. Es posible que, para las niñas y niños que comienzan a enumerar correctamente, el resultado de su actividad no represente una cantidad (ver Capítulo 2). Eso no es problemático ni indeseable al instrumentar esta segunda fase de enseñanza. La noción de cantidad comienza a tomar un papel central, en la propuesta, hasta la tercera fase de enseñanza.

Mostrar los números con los dedos de las manos

Una habilidad básica más implica ser capaz de representar cantidades usando los dedos de las manos, hasta el cinco. Eso implica que las niñas y niños muestren las cantidades de dedos según el número que se les indique (ver Figura 20).

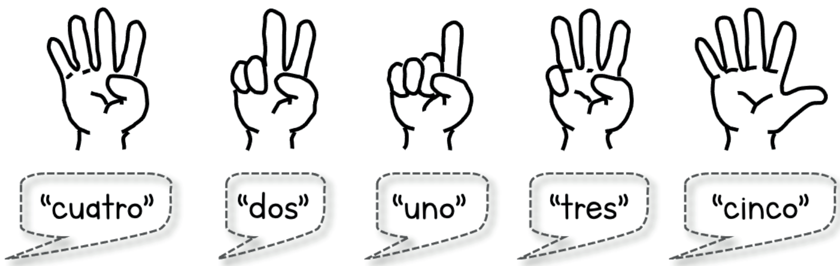


Figura 20. Mostrar cantidades con los dedos de las manos

Esta habilidad la deben de desarrollar de manera que puedan usar cualquiera de las dos manos. Así, no sólo deben de poder usar la mano derecha para mostrar dos dedos, sino también la izquierda.

El desarrollo de esta habilidad puede implicarles un reto significativo a muchas niñas y niños. No sólo demanda de habilidades numéricas sino también motrices. Algunas niñas y niños pueden requerir bastante práctica para poder mostrar, ágilmente, la cantidad de dedos que se les indica. Es una habilidad que se desarrolla con la práctica y que puede contribuir, de manera importante, al desarrollo de nociones numéricas avanzadas por parte de niñas y niños.

Lectura y orden de los numerales escritos

La cuarta y última habilidad numérica, que forma parte de la segunda fase de enseñanza, implica que las niñas y niños identifiquen el nombre de los primeros seis numerales escritos, incluido el cero (ver Figura 21). También, que puedan ordenar correctamente los numerales, del 1 al 5 (ver Figura 22).

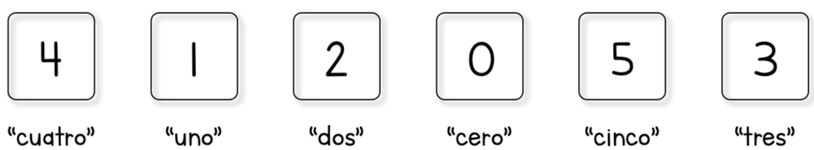


Figura 21. Lectura de los numerales hasta el cinco, incluyendo el cero

Figura 22. Los numerales de 1 al 5 en orden

El desarrollo de esta habilidad no implica que las niñas y niños tengan que poder asociar un numeral con una cantidad de elementos en un conjunto; por ejemplo, que tengan que colocar una tarjeta con el numeral «4» sobre una imagen que tenga cuatro conejitos. El que lo puedan lograr hacer es importante, pero no forma parte de esta fase de enseñanza, sino de la siguiente.

Lo que se debe procurar primero es que los estudiantes puedan todos reconocer el nombre de cada numeral (del 0 al 5) y que los puedan poner en orden (del 1 al 5). En relación con lo último, hay que tener presente que muchas niñas y niños preescolares aún no han desarrollado completamente su lateralidad, por lo que pueden ordenar los números de derecha a izquierda en lugar de izquierda a derecha. Eso no debe considerarse como una insuficiencia, siempre que no se rompa el orden.

Vale la pena hacer aquí una aclaración sobre la escritura de los números. Dentro de la propuesta, no se considera que sea esencial que los estudiantes preescolares adquieran esta habilidad. Las niñas y niños pueden desarrollar un sentido numérico bastante complejo, sin haber aprendido aún a escribir los números. Eso no quiere decir que aprender a escribir números les pueda resultar perjudicial. Consideramos que deben ser las maestras quienes decidan en qué momento hacer de la escritura de los números un tema de enseñanza. Desde la perspectiva de la propuesta, no sería problemático que ese momento tuviera lugar cuando los estudiantes ya ingresaron a la escuela primaria.

En términos de evaluación formativa, el criterio que se propone para considerar que el objetivo de la segunda fase de enseñanza se alcanzó implica reconocer que todas las niñas y niños del grupo –o, al menos, la gran mayoría– ya han desarrollado las habilidades numéricas básicas; esto es, que ya dominan la serie numérica oral, que enumeran correctamente (con correspondencia uno a uno), que muestran cantidades de dedos usando cualquier mano, y que leen y ordenan correctamente los numerales escritos. Todo esto se daría en un rango numérico que iría del uno al cinco y, en algunas actividades, del cinco al cero.

Tercera Fase

Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas avanzadas, del uno al cinco (y el cero, también)

El objetivo de la tercera fase de enseñanza de la propuesta didáctica consiste en apoyar a las niñas y niños a que desarrollen habilidades que ya pueden ser consideradas, propiamente, como de sentido numérico. Éstas implican, sobre todo, que las niñas y niños logren componer y descomponer, mentalmente, con facilidad, agilidad y flexibilidad, los números hasta el cinco y que empleen estas habilidades para resolver situaciones problemáticas.

En la propuesta, se considera que este objetivo debe ser procurado solamente cuando todas las y los alumnos de un grupo (o casi todas) ya han alcanzado el objetivo de aprendizaje de la segunda fase de enseñanza de la propuesta: esto es, cuando ya han desarrollado las habilidades numéricas básicas, del uno al cinco.

La tercera fase de enseñanza implica la instrumentación de cuatro diferentes tipos de actividades grupales (en el Capítulo 7 se dan ejemplos de todos estos tipos de actividades):

a) Subitización conceptual
b) Composición y descomposición de cantidades usando la rejilla del 10
c) Participación en juegos de mesa usando un dado
d) Resolución de situaciones problemáticas donde al menos parte de las cantidades implicadas no le es visible a los estudiantes

En términos de evaluación formativa, el criterio que se propone para considerar que el objetivo de la tercera fase de enseñanza ya se alcanzó implica que todas las niñas y niños del grupo –o, al menos, la gran mayoría– puedan resolver situaciones problemáticas, con cantidades de hasta cinco elementos, usando razonamientos que conllevan componer o descomponer cantidades, con facilidad, agilidad y flexibilidad, y sin tener que contar de uno en uno. Se puede tratar de situaciones problemáticas que impliquen agregar, reunir, quitar, igualar, comparar, o repartir cantidades. Veamos un primer ejemplo:

Tres pajaritos estaban tomando agua en un bebedero de aves. De repente, llegaron dos más. ¿Ahora cuántos pajaritos están tomando agua en el bebedero? (Se muestra la imagen de la Figura 23).

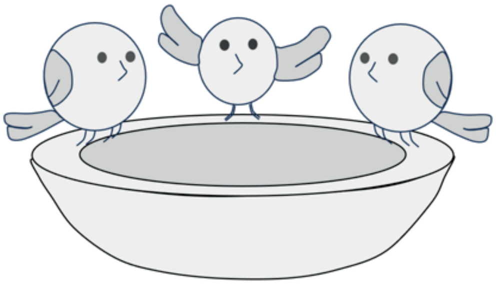


Figura 23. Tres pajaritos tomando agua un bebedero de aves

Esta es una situación que implica *agregar* dos cantidades. Una niña que ya hubiera logrado desarrollar las habilidades numéricas avanzadas, del 1 al 5, podría resolverla y explicar que lo hizo de la siguiente forma: «Hay cinco porque tres y dos son cinco.»

Como se puede notar, el razonamiento presente en la explicación de la niña conlleva que no requirió contar de uno en uno. Por ejemplo, su razonamiento no requirió que pusiera tres dedos en una mano, dos en la otra y que tuviera que contar cuántos dedos eran en total, de uno en uno. En lugar de eso, la niña razonó con facilidad y agilidad, considerando que una de las formas de componer el número cinco es con tres y dos. A continuación, se muestran más ejemplos en los que se incluyen situaciones de *reunir*, *quitar*, *igualar, comparar* y *repartir*.

> *Reunir:* Lupe se guardó dos pelotitas saltarinas en uno de los bolsillos de su pantalón y dos pelotas en el otro bolsillo. ¿Cuántas pelotitas en total se guardó Lupe? «Son cuatro porque en uno tiene dos y en el otro dos y van a ser cuatro.»

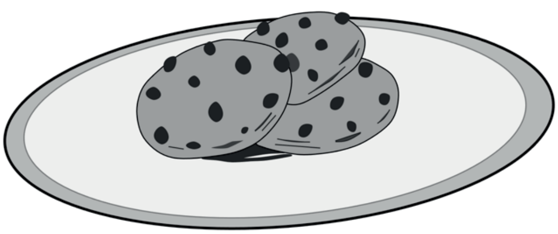


Figura 24. Tres galletas en un plato

Quitar: En un plato había tres galletas (se muestra la imagen de la Figura 24). Llegó Rogelio y se comió dos galletas. ¿Cuántas galletas quedaron en el plato?

«Queda una porque una y dos son tres.»

Figura 25. Una quesadilla en un plato donde antes había tres quesadillas

Igualar: Luis tiene cinco carritos de juguete. Laura tiene tres carritos. ¿Cuántos carritos le faltan a Laura para tener el mismo número de carritos que tiene Luis?

«Dos. Tiene que tener dos más porque para cinco son tres y dos.»

Comparar: A Sandra le sirvieron tres quesadillas. Cuando dijo que ya estaba llena, le quedaba una quesadilla en su plato (se muestra la imagen de la Figura 25). ¿Cuántas quesadillas se comió Sandra?

«Azucena. Dos. Porque hay una y se comió dos.»

Repartir: La mamá de Evelin y Gilda compró cuatro pastelillos para sus hijas. Se los repartieron y a cada una le tocó lo mismo. ¿Cuántos pastelillos le tocaron a cada niña?

«Dos. Porque dos una y dos otra, son cuatro.»

Como se puede notar en las respuestas dadas, éstas no implicaron el conteo de uno en uno. En lugar de eso, los razonamientos implícitos en las explicaciones conllevan el que la niña o niño que los hizo haya razonado con facilidad y agilidad sobre diferentes formas en que se pueden componer o descomponer los números de uno al cinco (ver Figura 26).

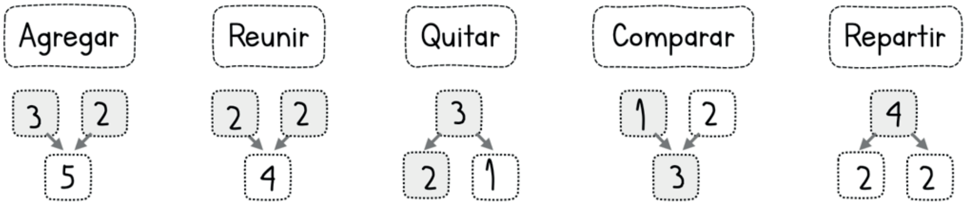


Figura 26. Razonamientos sobre composición y descomposición de cantidades, que conllevan el uso del sentido numérico, implícitos al resolver diferentes tipos de situaciones problemáticas

En la propuesta se considera que cuando en un grupo todavía hay bastantes estudiantes que sólo pueden resolver situaciones como las descritas, contando de uno en uno, el objetivo de la tercera fase de enseñanza aún no se ha alcanzado. Consecuentemente, los esfuerzos pedagógicos se deben concentrar en seguir tratando de alcanzar este objetivo, apoyando a las niñas y niños a que desarrollen habilidades que les permitan componer y descomponer, mentalmente, con facilidad, agilidad y flexibilidad, los números hasta el cinco.

Fase de Transición:
Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas básicas, del uno al diez

Para poder comenzar la cuarta fase de enseñanza, es necesario que ya se haya alcanzado el tercer objetivo de aprendizaje; esto es, que las niñas y niños del grupo ya hayan logrado desarrollar habilidades numéricas avanzadas, del uno al cinco (y el cero, también). También es necesario asegurarse que las habilidades numéricas básicas de todas las y los alumnos lleguen al menos hasta el diez. Para lograr esto último, la propuesta contempla que se realice una fase de transición.

Básicamente, se busca que las habilidades numéricas básicas que desarrollaron los estudiantes en la segunda fase de enseñanza se extiendan, para que cubran hasta el número diez. Las habilidades en cuestión son las mismas:

1) Dominar la serie numérica oral, *hasta el diez*
2) Enumerar correctamente colecciones *de hasta diez elementos*
3) Mostrar los números *hasta el diez* con los dedos de las manos
4) Leer y ordenar los numerales escritos, del *0 al 10*

Las actividades que se proponen para procurar esta fase de enseñanza (ver Capítulo 8) se pueden comenzar a instrumentar en cualquier momento después de que ya se ha concretado la segunda fase de enseñanza. Eso significa que no es indispensable que los estudiantes ya hayan logrado el objetivo de la tercera fase de la propuesta, para comenzar a realizar dichas actividades. Éstas se pueden instrumentar al mismo tiempo que se instrumenta la tercera fase, o cuando el objetivo de aprendizaje de esa fase ya haya sido alcanzado. Cada docente puede decidir cuándo. Lo importante es asegurarse de que antes de que se inicie con la cuarta fase de enseñanza de la propuesta, todas las niñas y niños (o casi todas) ya hayan logrado desarrollar habilidades avanzadas hasta el cinco y hayan extendido su dominio de las habilidades básicas, hasta el diez.

Cuarta Fase

Apoyar el desarrollo de habilidades numéricas avanzadas, del uno al diez (y el cero, también)

El objetivo de la cuarta fase de enseñanza de la propuesta didáctica consiste en apoyar a las niñas y niños a que extiendan el rango de sus habilidades de sentido numérico, logrando manejar cantidades hasta el diez. Similar a como ya se mencionó en la descripción de la fase tres, las habilidades de sentido numérico harán posible que las niñas y niños sean capaces de componer y descomponer, mentalmente, con facilidad y flexibilidad, los números hasta el diez y de emplear estas habilidades para resolver situaciones problemáticas.

Siguiendo la lógica de la propuesta, se considera que el objetivo de aprendizaje de esta cuarta fase sólo debe ser procurado cuando ya se ha concretado la tercera fase. Además, antes de comenzar esta cuarta fase, es importante también apoyar a las niñas y niños a que extiendan el rango de sus habilidades numéricas básicas (ver fase de transición y Figura 19).

La cuarta fase de enseñanza implica la instrumentación de seis diferentes tipos de actividades grupales:

1) Subitización en la rejilla del 10
2) Composición y descomposición de cantidades usando el ábaco rekenrek
3) Participación en juegos de mesa usando dos dados
4) Subitización en el ábaco rekenrek
5) Composición y descomposición de cantidades usando monedas de diferentes denominaciones ($1, $2, $5 y $10)

6) Resolución de situaciones problemáticas

En el Capítulo 9 de este libro se dan ejemplos de todos estos tipos de actividades.

En términos de evaluación formativa, el criterio que se propone para considerar que el objetivo de la cuarta fase de enseñanza ya se alcanzó es similar al de la tercera fase. Implica que todas las niñas y niños del grupo –o, al menos, la gran mayoría– puedan resolver todo tipo de situaciones problemáticas, con cantidades de hasta diez elementos, sin tener que contar de uno en uno. Un ejemplo de cómo podría ser esto conlleva presentarle a un grupo la siguiente situación problemática que implica *comparar* dos cantidades:

> Un autobús turístico partió de la plaza central de la ciudad con 10 turistas.
> El autobús hizo una parada en un museo.
> La chofer no se dio cuenta si los turistas bajaron o subieron.
> Cuando llegó a su destino final, la catedral, en el autobús había 4 turistas.
> ¿Qué pasó en el museo?
> ¿Subieron o bajaron los turistas?
> ¿Cuántos?

Al grupo se le puede mostrar una secuencia de imágenes representando la situación, como la que se muestra en la Figura 27.

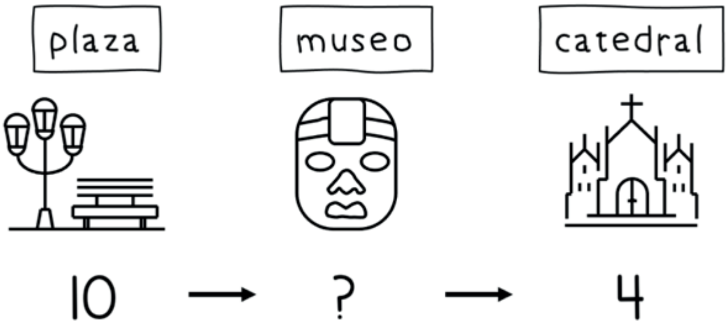


Figura 27. Secuencia representando el trayecto de un autobús turístico

Una de las alumnas que ya hubiera desarrollado las habilidades de sentido numérico hasta el diez resolvería el problema sin tener que contar de uno en uno. Su forma de resolverlo se podría notar en un diálogo como el siguiente:

Maestra: ¿Qué pasó en el museo? ¿Se subieron o se bajaron?
Alumna: Se bajaron.
Maestra: ¿Y cómo sabes?
Alumna: Porque iban diez y se bajaron seis y llegaron cuatro.
Maestra: ¿Y cómo sabes que se bajaron seis?
Alumna: Porque eran diez y cuatro y seis son diez.

Como se puede notar en el diálogo, la alumna razona, ágilmente, que una de las formas en las que se puede descomponer el diez es en cuatro y seis. Entonces, ella no sólo reconoce que son menos los turistas que llegaron a la catedral, sino que son exactamente seis los que se bajaron en el museo (ver Figura 28).

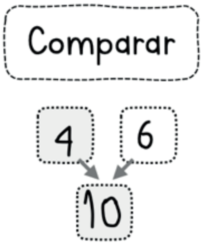


Figura 28. Razonamiento con composición de cantidades para comparar 10 y 4

Cuando la gran mayoría de los estudiantes de un grupo es capaz de resolver situaciones problemáticas con hasta diez elementos de esta manera, el cuarto y último objetivo de la propuesta se ha alcanzado; esto es, cuando pueden resolverlas con bastante facilidad, componiendo o descomponiendo cantidades y sin tener que recurrir al conteo de uno en uno.

4. EL DIAGNÓSTICO GRUPAL INICIAL

La propuesta didáctica descrita en el capítulo anterior fue desarrollada considerando que, a prácticamente todas las aulas de preescolar, en México, llegan niñas y niños cuyas experiencias numéricas fuera de la escuela han sido escasas. Se trata de estudiantes cuyas habilidades y conocimientos numéricos son muy limitados. Para estas niñas y niños, ir alcanzando el primer objetivo de la secuencia y, después, el segundo es de gran importancia para incrementar sus oportunidades de aprendizaje en el campo del razonamiento numérico, incluso a mediano y largo plazos.

¿Pero cómo saber si realmente en un aula hay una presencia de estudiantes para quienes es de gran importancia que se les apoye a alcanzar esos primeros dos objetivos de la propuesta? ¿Cómo justificar el tiempo de enseñanza que se requiere para procurar que todas las niñas y niños lo logren?

Responder estas preguntas se vuelve especialmente importante cuando se toma en consideración que investigadores como Arthur Baroody han documentado que las habilidades incluidas en esos primeros objetivos son desarrolladas por muchas niñas y niños, de manera informal, antes de ingresar a la escuela. También en documentos curriculares se les ha visto como habilidades que los estudiantes desarrollan en el ambiente natural, cultural y social en que viven, cualquiera que sea.

Con el fin de que una docente pueda responder a las dos preguntas, se diseñó un instrumento de diagnóstico. Fue creado a través de la investigación para ayudarle a una maestra a identificar la importancia de procurar los primeros dos objetivos de aprendizaje de la propuesta, dado el tipo de grupo con el que le toca trabajar en un año escolar específico. El instrumento consiste en una rúbrica que permite identificar fácilmente el nivel de desarrollo de habilidades numéricas básicas en niñas y niños. Incluye once ítems, que le van siendo presentados a los estudiantes, o no, según las respuestas que van dando. Estas respuestas se van registrando en una tabla especialmente diseñada para ello.

A continuación, se describe cada uno de los ítems.

Ítems

Ítem 1. Serie numérica verbal de manera progresiva

Se le pide a la niña o niño que «cuente» hasta el número que pueda: «Enséñame hasta que número sabes contar».

En la tabla de respuestas, se registra el número hasta el que la niña o niño enunció la serie numérica verbal correctamente. Este ítem se le aplica a todos los estudiantes.

Ítem 2. Serie numérica verbal de manera regresiva, desde el 10

Se le pide a la niña o niño que «cuente» para atrás desde el diez: «¿Sabes contar para atrás desde el diez? Enséñame cómo lo haces.»

En la tabla de respuestas, se registra si la niña o niño pudo, o no, enunciar la serie numérica oral de manera regresiva a partir del diez, o si no se aplicó el ítem. Este ítem se le aplica sólo a los estudiantes que en el Ítem 1 enunciaron correctamente la serie numérica hasta diez, o más allá.

Ítem 3. Serie numérica verbal de manera regresiva, desde el cinco

Se le pide a la niña o niño que «cuente» para atrás desde el cinco: «¿Puedes contar para atrás desde el cinco? Enséñame cómo lo haces.»

En la tabla de respuestas, se registra si la niña o niño pudo, o no, enunciar la serie numérica oral de manera regresiva a partir del cinco, o si no se aplicó el ítem. Este ítem se aplica sólo a los estudiantes que en el Ítem 1 lograron enunciar correctamente la serie hasta el cinco, pero no hasta el diez. También, a quienes se les aplicó el Ítem 2 y no lograron enunciar correctamente la serie numérica verbal de manera regresiva, desde el diez.

Ítem 4. Lectura de numerales del 1 al 5

Se le van mostrando a la niña o niño tarjetas con los numerales escritos, del 1 al 5, pero en desorden. Por ejemplo, primero se le presenta la tarjeta que muestra «4», luego la que muestra «2», luego «3», luego «1» y finalmente «5». Conforme se le muestran las tarjetas, se le pregunta: «¿Sabes qué número es este?»

En la tabla de respuestas, se registra si el alumno identificó correctamente el nombre de todos los numerales o no. Este ítem se aplica a todas las y los alumnos.

Ítem 5. Lectura de numerales del 6 al 10

Se le van mostrando a la niña o niño tarjetas con los numerales escritos, del 6 al 10, pero en desorden (ver Ítem 4).

En la tabla de respuestas, se registra si el alumno identificó correctamente el nombre de todos los numerales o no, o si no se aplicó el ítem. Este ítem se aplica sólo a los estudiantes que en el Ítem 4 leyeron correctamente todos los numerales del 1 al 5.

Ítem 6. Ordenar los numerales escritos, del 1 al 10

Se le da a la niña o niño tarjetas con los numerales del 1 al 10 (un numeral en cada una) y se le pide que las ponga en orden:«¿Puedes poner en orden estos números?»

En la tabla de respuestas, se registra si las pudo ordenar correctamente o no, o si no se le aplicó el ítem. Esta actividad sólo se le aplica a las niñas y niños que previamente leyeron correctamente los numerales del 1 al 10.

Ítem 7. Ordenar los numerales escritos, del 1 al 5

Se le da a la niña o niño tarjetas con los numerales del 1 al 5 (un numeral en cada una) y se le pide que las ponga en orden (ver Ítem 6).

En la tabla de respuestas, se registra si las pudo ordenar correctamente o no, o si no se le aplicó el ítem. Esta actividad sólo se le aplica a las niñas y niños que pudieron leer correctamente los numerales del 1 al 10 (Ítems 4 y 5), pero que no pudieron ordenar correctamente las tarjetas con los numerales del 1 al 10 (Ítem 6), y a las niñas y niños que pudieron leer correctamente los numerales del 1 al 5 (Ítem 4), pero que no pudieron leer correctamente los numerales del 6 al 10 (Ítem 5).

Ítem 8. Enumeración de una colección de cuatro elementos

Se le da a la niña o al niño cuatro elementos concretos contables (por ejemplo, cuatro cubitos) y se le pide que los cuente:«¿Puedes contar cuántos cubos hay?»

En la tabla de respuestas, se registra si pudo enumerar correctamente o no, o si no se aplicó el ítem. Este ítem sólo se le aplica a las niñas y niños que enunciaron correctamente la serie numérica hasta el cinco o más allá (Ítem1).

Ítem 9. Sobre-conteo, de cuatro a cinco elementos

Se le da un cubito más a la niña o niño (u otro de los elementos contables) y se le pide que diga ahora cuántos hay: «¿Me puedes decir ahora cuántos hay?»

Si sólo dice el número que continúa (el número cinco) se considera que usó el sobre-conteo, pero si enumera todos los elementos, empezando desde uno, se considera que no lo usó. En la tabla de respuestas, se registra si la niña o niño usó (o no usó) el sobre-conteo, o si no se le aplicó el ítem. Este ítem sólo se le aplica a las niñas y niños que enumeraron correctamente la colección de cuatro elementos (Ítem 8).

Ítem 10. Enumeración de una colección de nueve elementos

Se le dan a la niña o al niño nueve elementos concretos contables (por ejemplo, nueve cubitos) y se le pide que los cuente (ver Ítem 8).

En la tabla de respuestas, se registra si pudo enumerar correctamente o no, o si no se aplicó el ítem. Este ítem sólo se le aplica a las niñas y niños que enumeraron correctamente la colección de cuatro elementos (Ítem 8).

Ítem 11. Sobre-conteo, de nueve a diez elementos

Se le da un cubito más a la niña o niño (u otro de los elementos contables) y se le pide que diga ahora cuántos hay (ver Ítem 9).

Si sólo dice el número que continúa (el número diez) se considera que usó el sobre-conteo, pero si enumera todos los elementos se considera que no lo usó. En la tabla de respuestas, se registra si la niña o niño usó (o no usó) el sobre-conteo, o si no se le aplicó el ítem. Este ítem sólo se le aplica a las niñas y niños que fueron exitosos en los Ítems 9 y 10.

Niveles

El instrumento de diagnóstico permite ubicar a los estudiantes, con base en sus respuestas, en uno de cuatro posibles niveles de desarrollo alcanzado en sus habilidades numéricas básicas.

Nivel 1

En el Nivel 1 se ubica a las niñas y niños con un nivel de desarrollo más bajo.

Se incluye a los estudiantes que no fueron capaces de pronunciar correctamente la serie numérica oral hasta el cinco, de manera progresiva (ver Ítem 1). Un ejemplo de cómo podrían haber sido registrados los resultados de uno de estos estudiantes se muestra en la Figura 29.

Nombre: Martín			
1. N. hasta el que contó	3		
2. Regresiva desde el 10	Sí	No	~~NA~~
3. Regresiva desde el 5	Sí	No	~~NA~~
4. Lectura 1 al 5	Sí	~~No~~	
5. Lectura 6 al 10	Sí	No	~~NA~~
6. Ordenar 1 al 10	Sí	No	~~NA~~

7. Ordenar 1 al 5	Sí	No	~~NA~~
8. Enumerar 4 elementos	Sí	No	~~NA~~
9. Sobre-conteo 4 a 5	Sí	No	~~NA~~
10. Enumerar 9 elementos	Sí	No	~~NA~~
11. Sobre-conteo 9 a 10	Sí	No	~~NA~~
Nivel general	1 2 3 4		

Figura 29. Registro del desempeño de un niño que fue ubicado en el Nivel 1

Como se puede notar en la Figura 29, al alumno sólo se le habrían aplicado los Ítems 1 y 4. En los demás se anotó que no fueron aplicados: «NA». Eso se debe a que, en la investigación realizada para crear el instrumento de diagnóstico, se documentó que las niñas y niños que aún no enuncian correctamente la serie numérica hasta el cinco, responden todos los otros ítems de manera incorrecta. Se recomienda entonces sólo presentarles los Ítems 1 y 4 para evitarles la experiencia de sentirse inhábiles al trabajar con los números.

Dentro de la racionalidad del diagnóstico, se considera que estos estudiantes habrían tenido, hasta el momento, oportunidades bastante limitadas para familiarizarse con los números y el conteo, tanto dentro como fuera de la escuela. Se considera, además, que sus oportunidades de desarrollo numérico se incrementarían significativamente si su maestra se preocupara por ir alcanzando (de manera secuencial) los primeros dos objetivos de la propuesta.

Nivel 2

En el Nivel 2 de la rúbrica se ubica a las niñas y niños con un nivel de desarrollo un poco más avanzado, pero aún bastante bajo. El criterio que se usa es que hayan sido capaces de enunciar correctamente la serie numérica oral, al menos hasta el cinco, de manera progresiva (Ítem 1), pero que aún no hayan sido capaces de responder correctamente la totalidad del resto de los ítems que implican los números hasta el cinco (Ítems 3, 4, 7 y 8), excluyendo el que evalúa el sobre-conteo (Ítem 9). Un ejemplo de cómo podrían haber sido registrados los resultados de uno de estos estudiantes en la tabla de registro se muestra en la Figura 30.

Nombre: Socorro			
1. N. hasta el que contó	10		
2. Regresiva desde el 10	Sí	No	NA
3. Regresiva desde el 5	Sí	No	NA
4. Lectura 1 al 5	Sí	No	
5. Lectura 6 al 10	Sí	No	NA
6. Ordenar 1 al 10	Sí	No	NA

7. Ordenar 1 al 5	Sí	No	NA
8. Enumerar 4 elementos	Sí	No	NA
9. Sobre-conteo 4 a 5	Sí	No	NA
10. Enumerar 9 elementos	Sí	No	NA
11. Sobre-conteo 9 a 10	Sí	No	NA
Nivel general	1 2 3 4		

Figura 30. Registro del desempeño de una niña que fue ubicada en el Nivel 2

En la Figura 30 se puede notar que la alumna evaluada sí pudo enunciar correctamente la serie numérica oral hasta el cinco; de hecho, la pudo enunciar hasta el 10. Sin embargo, aunque también respondió correctamente el Ítem 4, no mostró poder responder correctamente todos los otros ítems que incluían los números hasta el cinco (Ítems 3, 7 y 8).

Dentro de la racionalidad del diagnóstico, se considera que las oportunidades que estos estudiantes habrían tenido para familiarizarse con los números y el conteo, hasta el momento, habrían sido mejores que las de quienes fueron ubicados en el Nivel 1, pero, aun así, bastante limitadas. Se considera, también, que las oportunidades de desarrollo numérico de estos estudiantes se incrementarían significativamente si su maestra se preocupara por ir alcanzando (de manera secuencial) los primeros dos objetivos de la propuesta.

Nivel 3

En el Nivel 3 se ubica a las niñas y niños que ya muestran tener un dominio bastante consolidado de las habilidades numéricas evaluadas que llegan hasta el cinco (Ítems 1, 3, 4, 7 y 8), pero que aún no las dominan cabalmente hasta el 10. Un ejemplo de cómo podrían haber sido registrados los resultados de uno de estos estudiantes en la tabla de registro se muestra en la Figura 31.

Nombre: Francisco			
1. N. hasta el que contó	13		
2. Regresiva desde el 10	Sí	~~No~~	NA
3. Regresiva desde el 5	~~Sí~~	No	NA
4. Lectura 1 al 5	~~Sí~~	No	
5. Lectura 6 al 10	~~Sí~~	No	NA
6. Ordenar 1 al 10	Sí	~~No~~	NA

7. Ordenar 1 al 5	~~Sí~~	No	NA
8. Enumerar 4 elementos	~~Sí~~	No	NA
9. Sobre-conteo 4 a 5	Sí	~~No~~	NA
10. Enumerar 9 elementos	Sí	~~No~~	NA
11. Sobre-conteo 9 a 10	Sí	No	~~NA~~
Nivel general	1 2 3 4		

Figura 31. Registro del desempeño de un niño que fue ubicado en el Nivel 3

En la Figura 31 se puede notar que el alumno evaluado sí pudo enunciar correctamente la serie numérica oral hasta el cinco; de hecho, la pudo enunciar hasta el 13. Eso lo colocó por encima del Nivel 1. Además, también pudo responder correctamente todos los otros ítems que incluían los números hasta el cinco (Ítems 3, 4, 7 y 8), con la única excepción del Ítem 9, el del sobreconteo. Eso lo colocó por encima del Nivel 2. También se nota que el alumno mostró aún no poder responder correctamente todos los Ítems hasta el 10 (Ítems 2, 5, 6 y 10). Eso lo colocó por debajo del Nivel 4. Así, este alumno fue ubicado en el Nivel 3.

Dentro de la racionalidad del diagnóstico, se considera que para estos estudiantes no sería indispensable que su maestra se preocupara por ir alcanzando (de manera secuencial) los primeros dos objetivos de la propuesta, pero el que lo hiciera no les afectaría negativamente. Como se verá en los Capítulos 7 y 8, las actividades que se proponen para lograr los primeros dos objetivos de la propuesta le brindan a todos la oportunidad de participar de manera significativa, de disfrutar trabajando con números y de ir desarrollando sus habilidades numéricas.

Nivel 4

En el Nivel 4 de la rúbrica se ubica a las niñas y niños que ya muestran tener un dominio bastante consolidado de las habilidades numéricas evaluadas que llegan hasta el diez. Un ejemplo de cómo podrían haber sido registrados los resultados de uno de estos estudiantes en la tabla de registro se muestra en la Figura 32.

Nombre: Frida			
1. N. hasta el que contó	16		
2. Regresiva desde el 10	~~Sí~~	No	NA
3. Regresiva desde el 5	Sí	No	~~NA~~
4. Lectura 1 al 5	~~Sí~~	No	
5. Lectura 6 al 10	~~Sí~~	No	NA
6. Ordenar 1 al 10	~~Sí~~	No	NA

7. Ordenar 1 al 5	Sí	No	~~NA~~
8. Enumerar 4 elementos	~~Sí~~	No	NA
9. Sobre-conteo 4 a 5	~~Sí~~	No	NA
10. Enumerar 9 elementos	~~Sí~~	No	NA
11. Sobre-conteo 9 a 10	~~Sí~~	No	NA
Nivel general	1 2 3 4		

Figura 32. Registro del desempeño de una niña que fue ubicada en el Nivel 4

En la Figura 32 se puede notar que la alumna evaluada pudo responder correctamente todos los ítems que se le presentaron, incluyendo los que incluían los números hasta el diez (Ítems 2, 5, 6, y 10). Eso la colocó en el Nivel 4. Ella, además, respondió correctamente el Ítem 11, el del sobre conteo, pero eso no era indispensable para ser ubicada en el Nivel 4.

Siguiendo la racionalidad del diagnóstico, se considera que para estos estudiantes no sería indispensable que su maestra se preocupara por ir alcanzando los primeros dos objetivos de la propuesta. Sin embargo, al igual que con los estudiantes ubicados en el Nivel 3, si lo hiciera no les afectaría negativamente.

Antes de continuar a explicar cómo se podrían distribuir los estudiantes en un grupo y qué implicaría eso para la toma de decisiones sobre cómo usar la propuesta, es importante hacer una aclaración sobre los ítems en los que se evalúa el sobre-conteo (Ítems 9 y 11). Estos ítems se incluyeron para ayudarle a una docente a identificar si hay estudiantes en su aula que, además de las habilidades básicas, ya tienen «cardinalidad». Como se recordará, la cardinalidad implica que, en su conteo, un alumno ya tenga presente la noción de *cantidad* (ver Capítulo 2). Se trata de una habilidad numérica avanzada, por lo que no se considera indispensable para ubicar a un alumno en alguno de los niveles propuestos en el diagnóstico. De todos modos, se consideró importante incluir estos ítems, para ayudarle a las docentes a reconocer quiénes en sus aulas podrían haber desarrollado ya la cardinalidad.

Valoración grupal

El instrumento de diagnóstico ha sido utilizado por múltiples maestras, en preescolares que se encuentran en diferentes lugares de México. En la Tabla 1 se ejemplifica cómo se distribuyeron los estudiantes en tres aulas diferentes, de tercer grado de preescolar.

Tabla 1. Distribución por nivel en cada grupo

Localidad	*Número y porcentaje de estudiantes por nivel*				Número total de estudiantes evaluados
	Nivel 1	*Nivel 2*	*Nivel 3*	*Nivel 4*	
Fresnillo, Zac.	0	5 (25.0%)	10 (50.0%)	5 (25.0%)	20
Iztapalapa, CDMX	3 (11.5%)	19 (73.1%)	2 (7.7 %)	2 (7.7%)	26
Irapuato, Gto.	10 (43.5%)	12 (52.2%)	1 (4.3%)	0	23

Como se puede notar en la Tabla 1, los estudiantes se distribuyeron de manera bastante diferente en los tres grupos. Sin embargo, en los tres casos se identificó un número importante de estudiantes que se beneficiarían significativamente si su maestra se preocupara por ir alcanzando los primeros dos objetivos de la propuesta. Se trata de los estudiantes ubicados en los Niveles 1 y 2.

El aula de Fresnillo es de especial interés (ver Tabla 1). Ahí, tres cuartas partes de los estudiantes parece que estaban listos para comenzar a trabajar en la procuración del tercer objetivo. Sin embargo, con base en la racionalidad de la propuesta, si su maestra decidiera ya no procurar los Objetivos 1 y 2, afectaría negativamente las oportunidades de desarrollo de los estudiantes que se ubican en el Nivel 2 (una cuarta parte del grupo). Ahora bien, si la maestra de este grupo decidiera sí procurar los Objetivos 1 y 2, los estudiantes menos avanzados se beneficiarían mucho y a nadie se le afectaría negativamente. Consecuentemente, incluso en un grupo donde la mayoría de los estudiantes se ubican en los Niveles 3 y 4, se justifica no abandonar la procuración de los Objetivos 1 y 2 y, en lugar de ello, dedicarse a procurarlos, secuencialmente.

En los casos de los grupos que están en Iztapalapa e Irapuato (ver Tabla 1), con mayor razón se justificaría que su maestra se preocupara por ir alcanzando los primeros dos objetivos de la propuesta. En esos casos, serían la gran mayoría de las niñas y niños quienes resultarían muy beneficiados. En cuanto a los estudiantes más avanzados, como ya se mencionó, el participar en las actividades propias de los Objetivos 1 y 2, no les sería perjudicial e incluso les ayudaría a continuar desarrollando sus habilidades numéricas.

TABLA DE REGISTRO

Nombre																								
1. N. hasta el que contó																								
2. Regresiva desde el 10	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
3. Regresiva desde el 5	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
4. Lectura 1 al 5	Sí	No		Sí	No		Sí	No		Sí	No		Sí	No		Sí	No		Sí	No		Sí	No	
5. Lectura 6 al 10	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
6. Ordenar 1 al 10	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
7. Ordenar 1 al 5	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
8. Enumerar 4 elementos	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
9. Sobre-conteo 4 a 5	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
10. Enumerar 9 elementos	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
11. Sobre-conteo 9 a 10	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA	Sí	No	NA
Nivel general	1 2 3 4			1 2 3 4			1 2 3 4			1 2 3 4			1 2 3 4			1 2 3 4			1 2 3 4			1 2 3 4		

5. PRIMERA FASE DE ENSEÑANZA
CULTIVAR EL GUSTO E INTERÉS POR EL CONTEO Y LOS NÚMEROS

El objetivo de la primera fase de enseñanza de la propuesta didáctica implica lograr que a todas las niñas y niños de un grupo les guste contar, les gusten los números y que, además, se sientan capaces al realizar actividades en las que están presentes el conteo y los números. Como se explicó en el Capítulo 4, la procuración de este objetivo es de gran importancia cuando en un grupo hay estudiantes que en el diagnóstico fueron ubicados en los Niveles 1 y 2. Alcanzar este objetivo puede mejorar, de manera significativa, las oportunidades de desarrollo matemático de esas niñas y niños, lo que impactará positivamente en su trayectoria escolar, no sólo en el preescolar sino también en la primaria e, incluso, en los siguientes niveles educativos.

Algo que se espera que suceda, con el logro de este objetivo, es que las niñas y niños avancen en reconocer la gran presencia que tienen el conteo y los números en el mundo en el que viven. Ello los llevará a que les llamen la atención los números y a que vayan reconociendo dónde están: en los precios de las cosas, en el dinero, en las puertas de las casas, en los anuncios, en los relojes, etc. También se espera que, con el logro de este objetivo, las niñas y niños comiencen a practicar el conteo de manera espontánea, no solo en la escuela, sino también en sus juegos y actividades extraescolares. El detonador de estos avances será el gusto e interés que se les vaya cultivando por el conteo y los números. Los avances les serán particularmente beneficiosos a los estudiantes que hayan tenido menos oportunidades de desarrollo matemático fuera de la escuela.

Para una maestra, lograr que a todas las niñas y niños de su clase les gusten las actividades que implican a los números y contar, hará que sea mucho más fácil el manejo del grupo durante el trabajo con las matemáticas. Además, hará que sea mucho más factible que pueda ir avanzando en alcanzar todos los objetivos de la propuesta.

Como ya se comentó en el Capítulo 3, esta primera fase de enseñanza se puede instrumentar en los tres grados de preescolar. De hecho, el objetivo de aprendizaje de esta fase es el único que se recomienda procurar con las y los pequeños de primer grado de preescolar. Es importante recordar que no hay un número específico de actividades que se considere que se necesitan realizar para concretar esta fase, o un periodo de tiempo determinado. Eso puede variar mucho entre grupo y grupo. Es la docente quien debe de estar monitoreando a su grupo y es ella quien podrá estimar cuándo ya se ha alcanzado el objetivo; sin olvidar que ella puede cambiar de parecer en cualquier momento y decidir que es necesario retomar los esfuerzos para procurarlo.

En términos de evaluación formativa, el criterio que se propone para considerar que el objetivo de la primera fase de enseñanza ya se logró, implica reconocer que todas las niñas y niños del grupo –o, al menos, la gran mayoría– se alegran cuando la maestra les presenta una actividad en la que van a contar, a trabajar con numerales escritos, o ambos. Además, la docente nota que sus estudiantes se sienten capaces, hábiles y exitosos al realizar estas actividades. También puede ser que la docente se dé cuenta que sus niñas y niños le piden realizar las actividades sugeridas para lograr este objetivo: «Maestra, ¿hoy vamos a cantar la canción de los números?» «¿Hoy vamos a jugar con los números?» «¿Hoy nos vas a leer un cuento?»

Las actividades que se propone instrumentar en esta fase de enseñanza son de tres tipos: el canto de canciones numéricas, la realización de juegos y la lectura de cuentos. Como se detalla más adelante, se trata de tres tipos de actividades a las que, en el nivel preescolar, se les considera que tienen gran potencial para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes.

Algo que hay que tener muy presente en la instrumentación de esta primera fase de enseñanza de la propuesta didáctica es que se enfoca no en apoyar (todavía) el desarrollo de habilidades numéricas específicas, sino en cultivar actitudes y disposiciones hacia el conteo y los números. Es por eso que se recomienda estar comunicándole, constantemente, a todas las niñas y niños que están siendo exitosos en lo que se les está pidiendo que hagan, que lo hacen muy bien, y que son muy buenos para realizar las actividades. En cambio, se considera importante que, en la instrumentación de esta primera fase de enseñanza, no se corrija a las niñas y niños, para que no pierdan el gozo y, además, para no llevarlos a que crean que carecen de aptitud para el conteo y los números.

En la realización de las actividades se recomienda entonces estar haciendo constantemente comentarios como los siguientes, ya sea a estudiantes individuales, a grupos pequeños o al grupo completo, sin importar qué tan competentes sean las niñas y niños:

- ¡Ya vi que cuentan muy bonito!
- Ya me di cuenta de que cuentas muy bien.
- ¡Oigan, ustedes son muy buenos contando!
- ¡Muy bien, lo estás haciendo muy bien!
- Ah. ¡Qué bien cuentas!
- ¡Eres buenísima para contar!
- ¡Ya vi por qué les gusta tanto contar, porque lo hacen muy bien!
- Están haciendo todo muy bien. ¡Felicidades!
- ¡Pero qué buenas son todas y todos!
- ¡Ustedes sí que son un grupo de niñas y niños muy listos!
- ¡Ustedes son buenismos para contar!

En cambio, se recomienda evitar hacer comentarios como estos:

- A ver, fíjate bien. Creo que no contaste bien.
- Cuenta bien: uno, dos, tres, cuatro, cinco.
- ¿Segura que son seis? Vuélvelos a contar.
- No. No son cinco, son cuatro. Cuéntalos bien.

Canciones numéricas

El canto de canciones numéricas es otra de las actividades que se propone instrumentar para procurar el objetivo de aprendizaje de la primera fase de enseñanza de la propuesta didáctica. En relación a esta actividad, es importante tener presente que, en la educación preescolar, el canto es un recurso didáctico clave para promover la formación integral de los estudiantes. Ayuda en la socialización, fomenta el desarrollo de la memoria y de la capacidad de concentración. Además, acompañado de coreografías simples, el canto ayuda en el desarrollo de la motricidad, la coordinación, la expresión corporal y la expresión gestual.

Junto con todas estas cualidades, el canto también es una vía para cultivar el gusto e interés de los estudiantes preescolares por el conteo y los números. Dentro del gran repertorio que existe de canciones infantiles, apropiadas para el nivel preescolar, hay muchas en las que se alude al conteo y a los números.

No es posible aquí incluir una lista completa de las canciones numéricas a las que se podría recurrir, pero sí recomendar algunas:

- Cinco monitos en un árbol

- El twist de los ratones
- Diez en la cama
- Los elefantes
- Mariana (de la Gallina Pintadita®)

Son muchas las formas en las que se puede hacer uso de las canciones. Una es que se cante la canción con todo el grupo, empleando alguna coreografía que implique representar los números. Por ejemplo, la canción de «Los elefantes» se puede ir cantando tratando de mostrar con los dedos los números a los que se va haciendo mención:

♫ ♫ Un elefante se balanceaba♫ ♫
♫ ♫ sobre la tela de una araña ♫ ♫
(La maestra muestra un dedo y todos tratan de imitarla)
♫ ♫ como veía que resistía ♫ ♫
♫ ♫ fue a llamar a otro elefante ♫ ♫
♫ ♫ Dos elefantes se balanceaban ♫ ♫
♫ ♫ sobre la tela de una araña ♫ ♫
(La maestra muestra dos dedos y todos tratan de imitarla)
♫ ♫ como veían que resistía ♫ ♫
♫ ♫ fueron a llamar a otro elefante ♫ ♫
(Se continúa hasta el diez)

También se puede aprovechar el canto, o sólo el escuchar canciones numéricas, en situaciones menos formales. Por ejemplo, mientras el grupo realiza una actividad, como desayunar, se pueden poner canciones numéricas de fondo. También, cuando se traslada el grupo completo, del patio al aula, se puede ir cantando una canción numérica. Incluso, cuando se realizan actividades de educación física, se pueden incorporar canciones numéricas. De hecho, hemos descubierto que las maestras y maestros de educación física conocen muchas canciones en cuyas letras se menciona a los números.

Antes de pasar al siguiente tipo de actividad, es importante mencionar que muchas niñas y niños no van a poder cantar correctamente ni realizar las coreografías, incluyendo mostrar las cantidades que se indican en las letras de las canciones. Eso seguramente les sucederá a más estudiantes cuando se comiencen a usar estas actividades. Pero no hay que perder de vista que con estas actividades se está procurando alcanzar el objetivo de la primera fase de enseñanza de la propuesta. Lo más importante entonces no es que los estudiantes lo hagan bien, sino que estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso al irse relacionando con el conteo y los números.

No está demás reiterar que, en el logro del objetivo, ayudará mucho que a todas las niñas y niños se les esté comunicando que son muy buenos y que lo hacen muy bien, independientemente de las dificultades que estén teniendo para recordar las canciones o para realizar los gestos y otros aspectos de las coreografías.

Juegos

En la instrumentación de la primera fase de enseñanza, también se propone que se realicen juegos colectivos. Se trata de otro tipo de actividad que, en la educación preescolar, es reconocida como de gran valor didáctico. Se sabe que el juego es una de las vías principales a través de las cuales las niñas y niños pequeños obtienen conocimientos y competencias esenciales. Según la UNICEF, «las oportunidades de juego y los entornos que favorecen el juego, la exploración y el aprendizaje práctico constituyen el fundamento de los programas de educación preescolar eficaces».

Algunas de las características de los juegos que se proponen para procurar el objetivo de aprendizaje, de esta primera fase de enseñanza, es que sean *colectivos*, de forma que todo el grupo pueda participar, al mismo tiempo, en el mismo juego. Otra, es que *no sean competitivos*, de manera que no se pueda considerar que alguien ha ganado y otra persona ha perdido. Hay que tener presente que, como se trata del primer objetivo, se busca que todas las niñas y niños se sientan competentes al participar y que, además, todos sientan que lo hacen muy bien.

Una última característica de los juegos que se proponen es que sean divertidos. No hay que perder de vista que, en esta primera fase de enseñanza, se busca que niñas y niños tengan vivencias de gozo al relacionarse con el conteo y los números. Como se verá a continuación, en la realización del tipo de juegos que se proponen, la participación de la docente es esencial para lograr que todas y todos se diviertan, que nadie se sienta incompetente al participar y, en lugar de ello, que todas y todos tengan experiencias de gozo y que sientan que lo pueden hacer muy bien.

Es importante aclarar que los juegos que se describen a continuación no son los únicos que se pueden utilizar. Se espera que las descripciones que se hacen les sirvan a las docentes para reconocer, de entre los juegos que ya conocen, algunos que se puedan retomar, quizá en la forma en que los han usado antes o adaptándolos. Además, los juegos que se proponen a continuación también pueden ser adaptados por las docentes, si de esa forma creen poder lograr que funcionen mejor con sus grupos y en sus aulas.

El canguro saltarín

Materiales: un dado. De preferencia que sea *gigante* de manera que sea posible ver el número de puntos en sus caras desde lejos. También se recomienda que sea de un material blando para que pueda ser arrojado al suelo sin riesgo de lastimar a alguien. Puede ser de tela, con relleno de cojín, o puede ser de fomi.

Éste es un juego colectivo. De ser posible, se pone a todo el grupo en forma de círculo (ver Figura 33).

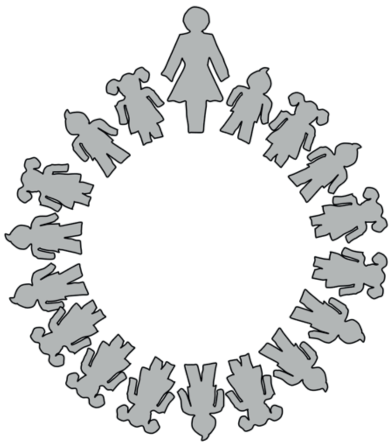


Figura 33. Grupo organizado en un círculo para realizar una actividad

El juego consiste en que se arroja el dado y según el número que caiga, todo el grupo da ese número de saltos, como canguros. Mientras saltan, la maestra y todo el grupo cuentan la cantidad de saltos que dan. Veamos un ejemplo:

> La maestra arroja el dado y cae la cara con cuatro puntos.
>
> Maestra: ¿Qué número nos salió?
>
> Algunos estudiantes contestan que «cuatro», otros dicen otros números y, otros, no dicen nada.

Maestra: Sí. Muy bien, cuatro. Entonces nos toca saltar como canguros cuatro veces. ¿Listas y listos?

El grupo completo comienza a saltar y la maestra va contando en voz alta.

Maestra: Uno, dos, tres, cuatro. ¡Muy bien!

El juego puede continuar pidiéndole a uno de los estudiantes que arroje el dado. La maestra vuelve a ser quien dice qué número salió y cuenta los saltos.

Al usar esta actividad es importante tener en cuenta varias cosas. Una de ellas es que quizá haya niñas y niños que no sepan qué son los canguros. Sería entonces pertinente conversar con el grupo sobre los canguros antes de realizar la actividad. Incluso se podrían mostrar imágenes o videos a los estudiantes.

También vale la pena recordar que con esta actividad se busca procurar el objetivo de aprendizaje de la primera fase de enseñanza. Lo más importante entonces es que los estudiantes estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso al irse relacionando con el conteo y los números. Es por eso que se recomienda que la maestra participe en el juego contando con el grupo y que sea ella quien le comunique al grupo el número que cayó en el dado. Además, para que la actividad sea muy provechosa, en términos del objetivo que se está procurando, le ayudará estar comunicándole a todos que lo están haciendo muy bien y que son muy buenos para contar.

La papa caliente estaba en el sartén

Materiales: una pelota pequeña y suave, puede ser de trapo o de fomi. Alternativamente se puede usar un muñeco de peluche pequeño.

Éste también es un juego colectivo. De ser posible, se organiza a todo el grupo en forma de círculo (ver Figura 33). El juego consiste en ir pasando la pelota, de persona a persona, mientras todo el grupo canta la siguiente cantaleta:

—La papa caliente estaba en el sartén. Tenía mucho aceite. ¿Quién se quemó? Uno, dos, tres.

A la persona que se quede con la pelota al final de la cantaleta, le toca hacer alguna actividad especial, como hacer un bailecito o dar una vuelta sobre sí misma. Cuando termina de realizar la actividad especial, el juego puede comenzar de nuevo.

Al juego se le pueden hacer variaciones para que continue siendo atractivo y para que se exploren otras habilidades numéricas. Por ejemplo, en lugar de que en la cantaleta se cuente hasta tres, se puede hacer el conteo hasta el cinco:

> La papa caliente estaba en el sartén. Tenía mucho aceite. ¿Quién se quemó? Uno, dos, tres, cuatro, cinco.

También se puede proponer ir más allá del cinco, incluso hasta el diez. Además, se puede proponer que el conteo sea regresivo:

> La papa caliente estaba en el sartén. Tenía mucho aceite. ¿Quién se quemó? Cinco, cuatro, tres, dos, uno, cero.

Como con todas las actividades que se proponen para procurar el objetivo de aprendizaje de esta primera fase de enseñanza, no hay que perder de vista que el énfasis debe estar en que los estudiantes estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso al irse relacionando con el conteo y los números. Es por eso que se recomienda que la maestra participe en el juego contando con el grupo y siendo la que determina a quién le tocó quedarse con la papa caliente. Además, se recomienda que procure comunicarle a todas y todos que lo están haciendo muy bien y que son muy buenos para contar, sin importar que haya niñas y niños que aún no cuenten correctamente.

Adivina, adivinadora ¿cuántos dedos muestro ahora?

Materiales: no se requiere un material especial para realizar esta actividad.

Éste también es un juego colectivo. De ser posible, se organiza a todo el grupo en forma de círculo (ver Figura 33). El juego consiste en que todas y todos cierran los ojos excepto la maestra. Mientras tienen los ojos cerrados, se canta la siguiente cantaleta: *Adivina, adivinadora ¿cuántos dedos muestro ahora?*

Al mismo tiempo la maestra sube cierta cantidad de dedos en sus manos y hace que le sea visible a todo el grupo (ver Figura 34).

Figura 34. La maestra muestra tres dedos

Cuando termina la cantaleta, los estudiantes abren los ojos y «adivinan» el número de dedos que mostró la maestra. Después la maestra le pide al grupo que le ayuden a contar los dedos para cerciorarse de cuántos son, como se ejemplifica a continuación:

> Maestra: A ver. Algunos adivinaron que son tres, otros que son dos y creo que escuché a alguien decir «no sé». Vamos a ver cuántos son. ¿Me ayudan a contarlos? Uno, dos, tres. Son tres dedos. Muy bien. Todos contaron muy bien.

El juego puede continuar, de manera que ahora sea uno de los estudiantes quien muestre los dedos. Esta vez, el papel de la maestra cambia un poco. Después de que los estudiantes abren los ojos y «adivinan» cuántos son, la maestra muestra la misma cantidad de dedos que mostró el alumno y le pide al grupo que le ayude a contar para cerciorarse de cuántos son:

> Maestra: A ver. Roxana nos mostró muchos dedos. Vamos a cerciorarnos de cuántos son. A ver, Roxana nos mostró así (muestra diez dedos). Ayúdenme a contarlos: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez. Sí, nos mostró diez dedos. ¡Son muchos! Muy bien. Ustedes cuentan muy bien.

Como con todas las actividades que se proponen para procurar el primer objetivo, no hay que perder de vista que el énfasis debe estar en que los estudiantes estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso al irse relacionando con el conteo y los números. Es por eso que se recomienda que sea la maestra quien haga la cuenta de las cantidades de dedos que muestran los estudiantes. Además, procurará comunicarle a todas y todos que lo están haciendo muy bien y que son muy buenos para contar.

Buscadores a buscar (primera versión)

Doce tarjetas de tamaño grande, con los numerales escritos del 0 al 5, un numeral en cada tarjeta (ver Figura 35). Se recomienda que sean de tamaño media carta. Lo importante es que los numerales escritos en ellas se puedan reconocer desde lejos.

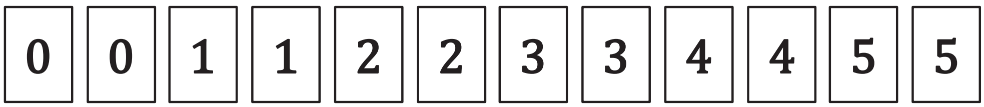


Figura 35. Tarjetas con los numerales escritos, del 0 al 5

Antes de jugar este juego, es necesario que la maestra pegue las tarjetas, que conforman uno de los juegos, en lugares visibles del aula. Cada tarjeta la pega en un lugar diferente. Por ejemplo, la tarjeta con el 4 puede estar pegada en la puerta, la tarjeta con 2 en el pizarrón y la tarjeta con el 0 en una ventana.

Éste también es un juego colectivo. De ser posible, se organiza a todo el grupo en forma de círculo (ver Figura 33). El juego consiste en que la maestra le cante al grupo la siguiente cantaleta:

Buscadores a buscar
¿Este (nombre de número) dónde está?
(Muestra la tarjeta con el número que se nombró).

Mientras dice la cantaleta, la maestra muestra uno de los números usando el otro juego de tarjetas. Por ejemplo, ella muestra la tarjeta con el número 4. Los estudiantes deben buscar, sin moverse de donde están, el lugar del salón en el que se encuentra el número 4 y señalar. Cuando algunos estudiantes ya han señalado, ella también señala y dice: Sí. Ahí está el número cuatro. La actividad continúa con la maestra cantando la cantaleta y mostrando un nuevo número:

Buscadores a buscar
¿Este tres dónde está?
(Muestra la tarjeta con el número 3)

Como con las otras actividades que se proponen en esta primera fase de enseñanza, no hay que perder de vista que el énfasis debe estar en que los estudiantes estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso al irse relacionando con el conteo y los números. Es por eso que se recomienda que sea la maestra quien finalmente señale el lugar correcto en el que está el número, y que le dé oportunidad a todas y todos de voltear hacia ese lugar y señalarlo. Así todas las niñas y todos los niños se pueden sentir que han logrado hacer la búsqueda adecuadamente. Además, la maestra procura comunicarles que son muy buenas y buenos buscando los números.

El juego de los retos

Materiales: diez o más tarjetas con retos (ver Figura 36). Las tarjetas pueden ser del tamaño de una tarjeta de presentación (85 mm x 55 mm). Un dado que de preferencia sea *gigante* (como el que se utilizó en el juego de *El canguro saltarín*).

Este es un juego más elaborado que los anteriores. De hecho, incorpora elementos tanto de *El canguro saltarín* como de *La papa caliente estaba en el sartén*. Es un juego que hemos reconocido que les gusta mucho a las niñas y niños. También se trata de un juego colectivo. De ser posible, se organiza a todo el grupo en forma de círculo (ver Figura 33). El juego comienza de manera similar al de *La papa caliente estaba en el sartén*, sólo que en lugar de pasar una pelota se va pasando el dado. Mientras se pasa el dado, todo el grupo canta la siguiente cantaleta:

> –La papa caliente estaba en el sartén. Tenía mucho aceite. ¿Quién se quemó? Uno, dos, tres.

Maúlla como un gato	Chócalas	Levanta los brazos	Párate de puntitas	Da vueltas	Ladra como perro	Salta como canguro	Abraza
Ruge como león	Aplaude	Tócate la cabeza	Tápate los ojos	Haz sentadillas	Manda besos	Cierra los ojos	Sóbate la panza como un mono

Figura 36. Ejemplos de tarjetas para jugar *El juego de los retos*

A la persona que se quede con el dado, le toca arrojarlo. Entonces, la maestra dice el número que cayó. Después toma el mazo de tarjetas que están boca abajo. Elige una de las tarjetas al azar y le lee al grupo cuál es el reto. A continuación, el grupo entero realiza el reto.

Por ejemplo, la alumna Vicky se queda con el dado (la papa caliente), una vez que se termina de cantar la cantaleta. Ella arroja el dado y éste cae el número cinco.

> Maestra: A Vicky le cayó el número cinco.

La maestra entonces toma una tarjeta y lee.

> Maestra: A ver qué reto nos toca. Ah, «hacer sentadillas». ¡Bueno! Ni modo. A hacer ejercicio. Entonces nos toca hacer cinco sentadillas. ¿Listas y listos? Uno, dos, tres, cuatro, y cinco. ¡Muy bien! Ay. Yo me cansé. Bueno. Ahora le seguimos. Tomen el dado. ¿Listas y listos? Vamos a cantar: «La papa caliente estaba en el sartén…»

En esta actividad también hay que tener presente que su fin principal es apoyar el desarrollo del gusto e interés por el conteo. Lo más importante es que los estudiantes estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso.

La maestra dice (primera versión)

Materiales: no se requiere un material especial para realizar esta actividad.

Éste también es un juego colectivo. De ser posible, se organiza a todo el grupo en forma de círculo (ver Figura 33). El juego se basa en el que se conoce con el nombre de «Simón dice». Se trata de que la maestra vaya dando instrucciones de acciones que las niñas y niños deben realizar, sólo si antes de la instrucción se pronuncia la frase «la maestra dice». Cuando una niña o niño realiza una acción sin que se haya pronunciado la frase, queda fuera del juego en la siguiente ronda.

Por ejemplo, si la maestra dice:

> Maestra: aplaudan tres veces.

Todas y todos deben aplaudir tres veces. Pero si la maestra dice:

Maestra: Brinquen como canguros dos veces.

Las niñas y niños no deben de brincar porque en la instrucción no estuvo presente la frase de «la maestra dice».

Como se trata de fomentar el gusto por el conteo y los números, las instrucciones que dé la maestra deben implicar realizar una acción cierto número de veces. Las acciones pueden ser las mismas que están en las tarjetas del juego de los retos (ver Figura 36):

- La maestra dice: sóbense la panza como monos cinco veces.
- La maestra dice: ladren como perros cuatro veces.
- La maestra dice: párense de puntitas seis veces.

Al realizar esta actividad, no hay que perder de vista que el énfasis debe estar en que los estudiantes estén teniendo vivencias de gozo, diversión y progreso al irse relacionando con el conteo y los números. Es por eso que se recomienda que la maestra siempre participe contando la cantidad de veces que se tiene que realizar una acción. Además, no debe de preocuparse que haya estudiantes que no realizan las acciones el número de veces que se indicaron. A todas y a todos hay que comunicarles que lo están haciendo bien y que son muy buenas y buenos.

Lectura de cuentos

Un tipo de actividad más que se propone para procurar el primer objetivo es la lectura de cuentos infantiles. Esta actividad también es altamente apreciada en la educación preescolar por sus beneficios educativos. Además de ser fundamental en la formación de lectores, favorece el desarrollo del vocabulario, de la capacidad de expresión oral y estimula la imaginación de niñas y niños. Organizaciones como la UNICEF han reconocido que el escuchar y participar en las narraciones de cuentos prepara positivamente a los estudiantes preescolares para el rendimiento escolar futuro.

Los beneficios educativos de la lectura de cuentos se pueden extender aún más. Esta actividad también puede ser una vía para cultivar en niñas y niños el gusto y el interés por el conteo y los números.

¿Qué cuento leer?
Son muchos los cuentos que se pueden aprovechar para procurar este objetivo. Preferimos no hacer recomendaciones puntuales porque no es posible garantizar que las obras elegidas les sean accesibles a todas las docentes. Hay cuentos que se editan una sola vez y después son difíciles de conseguir. Hay otros que, aunque se siguen editando, su precio puede resultar excesivo. Hay otros más que, aunque han formado parte de las colecciones que se envían a escuelas y bibliotecas públicas, no están en todos lados.

Para decidir qué cuento leer, lo mejor es elegir entre los cuentos que se tienen al alcance. Pueden ser cuentos que formen parte de nuestra colección propia o de la de nuestras hijas o hijos. También pueden ser cuentos que sean de algún conocido que esté dispuesto a prestárnoslos. Quizá sean cuentos a los que se tiene acceso por que le pertenecen al preescolar en el que se trabaja, o por que forman parte de la colección de una biblioteca pública local. En general son dos los tipos de cuentos que se pueden escoger:

1. Cuentos que fueron concebidos para trabajar algún tema numérico.
2. Cuentos que, aunque no fueron concebidos para trabajar un tema numérico, se pueden aprovechar para pensar sobre las cantidades.

Un ejemplo del primer tipo de libros es *La oruga muy hambrienta* del autor Eric Carle. Este libro comienza con una oruga saliendo de su huevo, un domingo muy temprano. Conforme va pasando el tiempo, la oruga va comiendo más y más. El lunes come *una* manzana, el martes, *dos* peras, el miércoles, *tres* ciruelas, el jueves, *cuatro* fresas y el viernes, *cinco* naranjas. Mientras eso pasa, la oruga se va haciendo cada vez más grande y se prepara para enredarse en una crisálida y convertirse en mariposa.

El libro de Eric Carle, como muchos otros, claramente tiene como uno de sus temas principales los números y el conteo. Eso se reconoce en el énfasis que se hace a cómo va aumentando la cantidad de cosas que come la oruga conforme pasan los días: una manzana, dos peras, tres ciruelas, etcétera.

Un ejemplo del segundo tipo de libros es *¡Se me ha caído un diente!* del autor Tony Ross. Este libro trata de una pequeña princesa que está orgullosa de sus dientes, de todos sus veinte dientes. Un día, uno de sus dientes se afloja, empieza a tambalearse y desaparece. Ella quiere que aparezca y que aparezca «¡YA!»

Este libro, aunque no tiene como uno de sus temas a los números, se puede aprovechar para invitar a las niñas y niños a que pongan atención en las partes de sus cuerpos, y en cuántas tienen de cada tipo. Por ejemplo, a partir de la lectura del cuento, se les pueden presentar las siguientes cuestiones a un grupo:

> ¿Cuántos dientes tienen ustedes? ¿Se los quieren contar? ¿Qué creen? Las niñas y los niños de su edad tienen veinte dientes.
>
> ¿De qué partes de nuestros cuerpos tenemos dos cosas? Tenemos dos ojos, dos brazos, dos pies, dos rodillas, dos hombros, dos codos. ¿De qué otra cosa tenemos dos? (dos cejas, dos párpados, dos talones)
>
> ¿De qué partes de nuestros cuerpos tenemos sólo una cosa? Tenemos una nariz. ¿De qué otras cosas sólo tenemos una? (Una lengua, una cabeza, un corazón).
>
> ¿Cuántos dedos tenemos en una mano? ¿Los contamos? Uno, dos, tres, cuatro, cinco. Tenemos cinco dedos en la mano. ¿Cuántos dedos tenemos en un pie?

Sin duda hay libros que se prestan más que otros para abordar cuestiones numéricas. Pero en casi cualquier libro encontraremos oportunidades para enfocar la atención en el conteo o los números:

> ¿Cuántos personajes hay en el cuento? ¿Me ayudan a contarlos? Vamos a apoyarnos con los dedos. La Caperucita Roja, uno (1 dedo), la mamá de Caperucita, dos (2 dedos), la abuelita, tres (3 dedos), el lobo feroz, cuatro (4 dedos) y el leñador, cinco (5 dedos). ¡Son cinco personajes en total! (la maestra le muestra los 5 dedos al grupo).
>
> ¿Cuándo el lobo destruyó la casita del primer cerdito, cuantas casas quedaron? ¿Me ayudan a averiguar?
>
> En la casa vivían los siete cabritos y su mamá. ¿Cuántos vivían en total? ¿Me ayudan a averiguarlo?
>
> En total ¿cuántos patitos están nadando junto con el patito feo? ¿Me ayudan a contarlos?

Al escoger los cuentos, es recomendable que los primeros que se vayan a leer sean historias cortas y que, además, impliquen el manejo de cantidades muy pequeñas. Después, se pueden ir escogiendo cuentos con historias un poco más complejas que impliquen cantidades un poco más grandes. Hay que tener presente que un cuento no tiene por qué ser leído una sola vez. Si a las niñas y niños de un grupo les gusta, el mismo libro puede ser leído varias veces, en diferentes días.

¿Dónde, cuándo y cuánto leer?
Para lograr los beneficios de lectura de cuentos, ayuda mucho que ésta se realice en un lugar y en un tiempo especial. El lugar puede estar dentro del aula o en algún otro sitio de la escuela. Lo importante es que las niñas y niños lo reconozcan como el lugar especial donde van a que les lean cuentos.

El momento de lectura también debe ser especial. Puede tratarse de un tiempo especial del día o de la semana. En cuanto a la cantidad de material a leer, lo mejor es que se trate de un solo cuento, cada vez.

¿Cómo leer?
Al leer un cuento, no se necesita ser muy teatral. Podemos leer siempre usando un tono natural. Pero sí es importante tratar de comunicar interés y gusto. Eso se puede lograr haciendo comentarios como estos:

- Les voy a leer un cuento que a mí me encanta.
- Este cuento que vamos a leer hoy es uno de mis favoritos.
- Hoy nos toca leer un cuento con una historia muy buena y divertida.

Durante la lectura hay que tratar de involucrar a las niñas y niños. Para ello ayuda estar haciendo preguntas sobre la situación:

- ¿Ustedes conocen a alguien al que se le haya caído un diente?
- ¿Alguna vez han visto una oruga? ¿Y una mariposa?
- Ese lobo sopló muy fuerte. ¿Ustedes pueden soplar fuerte?

Muy importante es orientar a los estudiantes a que se fijen en las imágenes, tanto en general como en los detalles.

- ¿Ya se fijaron dónde está Ricitos de Oro?
- ¿De quién será este tazón tan grande? ¿De la mamá oso, del papá oso, o del bebé oso?

También es importante involucrar a los estudiantes en la actividad de contar.

- A ver. Ayúdenme a contar cuántos son: uno, dos, tres, cuatro.

- A ver. Muéstrenme con sus dedos cuántos son. Sí son así (mostrando 4 dedos). Son cuatro.

Durante la lectura se pueden usar diferentes materiales para apoyar la actividad de contar. Uno que siempre está a la mano, literalmente, son los dedos. Pero se pueden usar otros. Por ejemplo, se pueden usar peluches o juguetes que representen a los personajes que van apareciendo en el cuento, para que después sea más fácil contar cuántos son. También se pueden usar dibujos, fichas, la rejilla del diez y hasta un ábaco rekenrek (ver Capítulos 7 y 9).

Algo que es importante tener presente con relación a la lectura de cuentos es que, al principio, para algunas niñas y niños puede resultar muy retador mantener la atención durante toda la lectura. Para ellas y ellos, puede tratarse de una actividad extraña en la que se les dificulta concentrarse. En general, eso va cambiando con el tiempo y la práctica. Entre más veces se les lee, más les van interesando a los estudiantes los cuentos. Además, van siendo capaces de mantener la atención por más tiempo.

Lo importante es no desalentarse ni desesperarse porque, al principio, parezca que a muchas niñas y niño no les interesan los cuentos, o porque se distraigan muy rápido. Hay que ser pacientes y perseverantes, sin desesperarse. Los grandes beneficios educativos vinculados con la lectura de cuentos hacen que todos los esfuerzos valgan la pena.

Finalmente, hay que tener siempre presente que, con esta actividad, se está procurando el objetivo de aprendizaje de la primera fase de enseñanza de la propuesta didáctica. Como ya se ha mencionado varias veces, lo más importante es que las niñas y niños tengan vivencias de gozo, diversión y progreso. Aunque a muchos les represente un gran reto contar e, incluso, ponerle atención al cuento, se recomienda estar tratando de comunicarle a todas y todos que lo están haciendo muy bien, que se nota que les gustan mucho los cuentos, y que son muy buenos para contar.

6. SEGUNDA FASE DE ENSEÑANZA
APOYAR EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES NUMÉRICAS BÁSICAS, DEL 1 AL 5

Como se explicó en el Capítulo 3, en la segunda fase de enseñanza de la propuesta didáctica se busca lograr que todas las niñas y niños de un grupo (o al menos la gran mayoría) desarrollen habilidades numéricas básicas con los números del uno al cinco y, en algunas situaciones, que también reconozcan y usen el número cero. Las habilidades en cuestión son cuatro:

1) Dominar la serie numérica oral
2) Enumerar correctamente; esto es, con correspondencia uno a uno
3) Mostrar los números con los dedos de las manos
4) Leer y ordenar los numerales escritos

Como también ya se explicó, la posibilidad de lograr este objetivo será mucho mayor si antes de comenzar a procurarlo ya se ha logrado alcanzar el objetivo de aprendizaje de la primera fase de la propuesta (ver Capítulo 5). En general, alcanzar este nuevo objetivo será mucho más factible cuando antes ya se ha apoyado a los estudiantes a que se interesen por el conteo y los números, a que se alegren al saber que van a trabajar actividades con números y a que se sienten capaces de realizar esas actividades exitosamente.

Algo importante a tener presente, en la instrumentación de esta segunda fase de enseñanza, es que la orientación general de la fase anterior no debe perderse. A las niñas y niños les será de mucha ayuda el que se les siga animando a trabajar, constantemente, y que se les esté diciendo que lo hacen bien y son muy buenos. En general, el aprendizaje de las niñas y niños se verá más favorecido si ellos se involucran con gusto en las actividades y practican las cuatro habilidades, que si constantemente se les hacen notar los errores que comenten y se les corrige.

Al igual que con en la primera fase, y todas las que siguen, no hay un número específico de actividades que se considere que se necesitan realizar, o un periodo de tiempo determinado. Eso puede variar mucho. Es la docente quien debe de estar monitoreando a su grupo y es ella quien podrá estimar cuándo ya se ha alcanzado el objetivo de aprendizaje que se busca en esta segunda fase. Además, ella puede cambiar de parecer en cualquier momento y decidir que el objetivo de aprendizaje realmente no se ha alcanzado (como se pensaba) y que es necesario retomar el trabajo de procurarlo.

Serie numérica oral

Como ya se explicó en el Capítulo 2, el dominar la serie numérica oral es un paso indispensable en el trayecto que lleva a las niñas y niños a aprender a contar, a conocer los números y a poder razonar matemáticamente. Como también ya se explicó, dominar la serie numérica oral hasta el cinco implica que las niñas y niños puedan decir correcta y fácilmente la serie de manera progresiva, de manera regresiva, comenzando en cualquier número, y que también puedan reconocer qué número va antes y cuál va después de cualquier otro número (ver Capítulo 3).

Ping-pong numérico con serie ascendente

Materiales: una pelota pequeña y suave, puede ser de trapo o de fomi. Alternativamente, se puede usar un muñeco de peluche pequeño.

Este juego consiste en que se vaya enunciando la serie numérica oral hasta el número cinco: «uno», «dos», «tres», «cuatro», «cinco».

Al principio del juego, la maestra toma la pelota y dice el número «uno». Después le pasa la pelota a una niña o niño, quien debe decir el número que sigue. La maestra recupera la pelota y dice el siguiente número. Se continúa hasta que se llega al cinco. Veamos un ejemplo:

> Maestra: Uno (le pasa la pelota a Adriana).
> Adriana: Dos (le pasa la pelota a la maestra).
> Maestra: Tres (le pasa la pelota a Mariano).
> Mariano: Cuatro (le pasa la pelota a la maestra).
> Maestra: Cinco.

El juego se repite hasta que todos en el grupo hayan tenido oportunidad de participar varias veces. Cuando alguien se equivoca, la maestra corrige la respuesta y el juego continúa:

Maestra: Uno (le pasa la pelota a Eva).
Eva: Tres (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: (un poco más fuerte) «DOS» (le pasa la pelota a José).
José: Tres.

Este juego se puede realizar con algunas variaciones. La primera es que quien dice el primer número sea un alumno, en lugar de la maestra:

Rocío: (Recibe la pelota y dice) «uno» (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Dos (le pasa la pelota a Emiliano).
Emiliano: Tres (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Cuatro (le pasa la pelota a Estefany).
Estefany: Cinco.

Otra variación implica que los estudiantes se pasen la pelota directamente:

Adriana: Uno (le pasa la pelota a Mariano).
Mariano: Dos (le pasa la pelota a Rocío).
Rocío: Tres (le pasa la pelota a Emiliano).
Emiliano: Cuatro (le pasa la pelota a Estefany).
Estefany: Cinco.

Se recomienda practicar este juego hasta que todos en el grupo puedan participar sin equivocarse.

Ping-pong numérico con serie ascendente pero discontinuo

Materiales: una pelota pequeña y suave (o algo similar). Se recomienda introducir este juego cuando las niñas y niños ya dominan el ping-pong numérico con la serie ascendente. En este juego se organiza al grupo igual que en el anterior.

Comienza con la maestra diciendo dos números de la secuencia. Después le da la pelota a una niña o niño quien tiene que decir el número que sigue:

Maestra: Dos, tres (le pasa la pelota a Tonatiuh).

Tonatiuh: Cuatro (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Tres, cuatro (le pasa la pelota a Tamara).
Tamara: Cinco.

Igual que en el juego anterior, cuando alguien se equivoca, la maestra corrige la respuesta y el juego continúa. Se recomienda practicar este juego hasta que todos en el grupo puedan participar sin equivocarse.

El número que sigue

Materiales: una pelota pequeña y suave (o algo similar). Este juego es un poco más retador que los anteriores. Se realiza siguiendo una dinámica similar. Se recomienda introducirlo cuando las niñas y niños ya dominan los juegos anteriores.

En este juego, la maestra dice sólo un número de la secuencia. Después, le da la pelota a una niña o niño quien tiene que decir el número que sigue:

Maestra: Tres (le pasa la pelota a Gina).
Gina: Cuatro (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Uno (le pasa la pelota a Lalito).
Lalito: Dos.

Igual que en los juegos anteriores, cuando alguien se equivoca, la maestra corrige la respuesta y el juego continúa. Se recomienda practicar este juego hasta que todos en el grupo puedan participar sin equivocarse.

Ping-pong numérico con serie descendente

Materiales: una pelota pequeña y suave (o algo similar). Se juega igual que el *ping-pong numérico con serie ascendente,* pero usando al serie numérica de manera descendente (cinco, cuatro, tres, dos, uno, cero). Así, la maestra comienza por el número cinco:

Maestra: Cinco (le pasa la pelota a Adriana).
Adriana: Cuatro (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Tres (le pasa la pelota a Mariano).

Mariano: Dos (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Uno (le pasa la pelota a Rocío).
Rocío: Cero.

Se recomienda usar este juego sólo cuando los estudiantes ya digan la serie numérica de manera ascendente, correcta y fácilmente. En otras palabras, se recomienda usar este juego sólo cuando los estudiantes ya dominen los juegos anteriores. También, se recomienda practicarlo hasta que todos en el grupo puedan participar sin equivocarse.

Ping-pong numérico con serie descendente pero discontinuo

Materiales: una pelota pequeña y suave (o algo similar). Se juega igual que *el ping-pong numérico con serie ascendente pero discontinuo,* pero usando la serie numérica de manera descendente:

Maestra: Tres, dos (le pasa la pelota a Tonatiuh).
Tonatiuh: Uno (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Cinco, cuatro (le pasa la pelota a Tamara).
Tamara: Tres.

Igual que en los juegos anteriores, se recomienda practicar este juego hasta que todos en el grupo puedan participar sin equivocarse.

El número que va antes

Materiales: una pelota pequeña y suave (o algo similar). Este es el juego más retador de esta serie. Se juega igual que *el número que va después,* pero diciendo el número que va antes:

Maestra: Tres (le pasa la pelota a Gina).
Gina: Dos (le pasa la pelota a la maestra).
Maestra: Cinco (le pasa la pelota a Lalito).
Lalito: Cuatro.

Igual que en los juegos anteriores, se recomienda practicar este juego hasta que todos en el grupo puedan participar sin equivocarse.

Enumeración

La enumeración es una más de las habilidades numéricas básicas (ver Capítulo 3). Para poder contar, antes hay que dominar la enumeración. En el Capítulo 2 se explicó cómo esta habilidad implica asignar a cada uno de los elementos que conforman una colección, uno de los nombres de la serie numérica oral y sólo uno (ver Figura 13). A la enumeración también se le conoce como *correspondencia uno a uno*.

A continuación, se sugieren varias actividades que pueden apoyar a las niñas y niños a dominar la enumeración de colecciones con hasta cinco elementos. Algo importante que hay que tener presente antes de realizar estas actividades es que en la enumeración se hace uso de la secuencia numérica oral. Por eso, no es conveniente introducir estas actividades de enumeración si todavía se tienen alumnas o alumnos que no dominan la serie numérica oral hasta el cinco, al menos de manera ascendente.

Dulces empacados (primera versión)

Materiales: Cubos conectables como los que se muestran en la Figura 37 o algún material concreto que pueda funcionar de manera similar. Se necesita una gran cantidad de cubos, no menos de 12 por alumno e, idealmente, 20 por alumno.

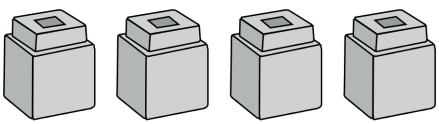


Figura 37. Cubos conectables de 2 cm de base

La actividad que se describe a continuación fue diseñada considerando que una muy buena manera de ayudar a niñas y niños a que desarrollen la habilidad de enumerar es llevándolos a que creen una multitud de conjuntos del mismo tamaño (ver Figura 38).

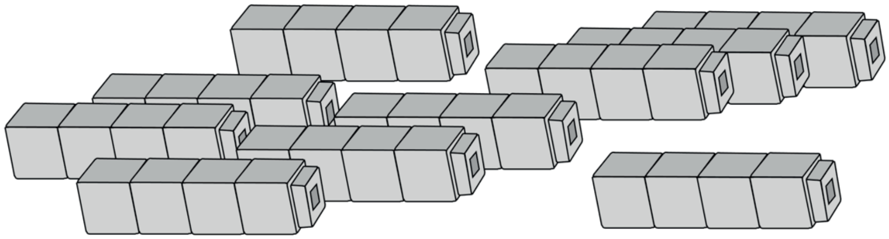


Figura 38. Múltiples colecciones de cuatro cubos conectados

Un medio para lograr que los estudiantes quieran realizar este tipo de actividades es el uso de narrativas, que les ayuden a ver a la actividad como interesante e importante para alguien. A continuación se ofrece un ejemplo de una narrativa que podría ayudarle a una maestra a apoyar a sus estudiantes a que vean la actividad de hacer múltiples conjuntos de cubos conectados, todos del mismo tamaño, algo interesante y que sería importante para alguien que es cercano a la maestra.

Maestra dirigiéndose al grupo completo:

Fíjense que tengo una amiga que se llama Susana. Ella es muy buena en la cocina.

Una de las cosas que más le gusta hacer son dulces. Levante la mano a quién le gustan los dulces. Sí. A mí también me encantan.

Pues fíjense, un día le dio a probar a su vecina uno de los dulces deliciosos que prepara. A su vecina le encantó. Luego la vecina le pidió a mi amiga Susana más dulces. Susana le dijo que para hacerlos tenía que comprar ingredientes, pero desafortunadamente ahorita no tenía el dinero necesario para comprarlos. Además, le dijo que tampoco tenía tiempo porque era complicado hacerlos. La vecina le dijo que, si los hacía, ella con gusto se los compraría.

Entonces Susana hizo los dulces para ganar dinero y se los vendió a esa vecina. La vecina se los compartió a sus conocidos y pronto mucha gente quería comprarle dulces a mi amiga Susana.

Después, Susana se dio cuenta que podía ganar bastante dinero vendiendo sus dulces, así que puso una tiendita cerca de su casa. ¿Y qué creen? Pues la gente de todo el barrio le empezó a comprar dulces a mi amiga Susana.

Hoy vi a Susana y me platicó de un problema que tiene. Cuando la gente va a

> comprar dulces ella se tarda bastante contando los dulces que piden. A veces, por eso, se forman colas afuera de su tiendita. Hay gente que se desespera y se va. Cuando pasa eso, Susana se entristece porque pierde su oportunidad de vender.
>
> Yo le dije a Susana que tengo un grupo de alumnas y alumnos muy listos que le podrían ayudar. ¿Ustedes qué creen qué podía hacer Susana para vender sus dulces sin tener que tardarse en contarlos? ¿Qué creen que podría hacer Susana?

En este punto de la narrativa, se espera que algunas niñas y niños propongan que Susana forme paquetes con sus dulces para despacharlos más rápido. También es posible que nadie lo proponga. Suponiendo que lo segundo fuera el caso. La maestra podría continuar la narrativa de la siguiente manera:

> Me gustan sus ideas, pero déjenme platicarles lo que a mí se me ocurrió. Pensé que Susana podría hacer paquetes de dulces para venderlos más rápido. Por ejemplo, si le piden cuatro dulces, ya puede tener un paquete así y lo vende rápido. *¿Les gusta mi idea?*

> Bueno. Me gustaría que me ayudaran a enseñarle a Susana cómo podría hacer sus paquetes. Vamos a imaginarnos que estos cubitos son los dulces (ver Figura 37). Yo les voy a dar muchos cubos a cada uno, para que hagan muchos paquetes de tres dulces. Asegúrense de que en cada paquete haya exactamente tres dulces.

Narrativas como ésta son un recurso para ayudarle a los estudiantes de un grupo en actividades que les pueden resultar laboriosas y retadoras. Una maestra podría usar con sus estudiantes una narrativa muy similar a la propuesta, o una muy diferente. Lo fundamental es que con la narrativa se logren dos efectos importantes. El primero es que la narrativa les ayude a los estudiantes a ver la actividad como algo interesante. En la narrativa del ejemplo eso se procura al enmarcar la tarea como que es real para alguien (para Susana, la amiga de la maestra). La segunda es que la actividad es importante para alguien. En la narrativa del ejemplo, el que los estudiantes formen los paquetes sería importante tanto para la maestra que quiere ayudar a su amiga, como para la amiga a la que se le va a ayudar.

La actividad continúa con la maestra repartiéndole a los estudiantes los cubos conectables. Ellas y ellos, entonces, conectan los cubos de manera que siempre sea la misma cantidad de cubos que queden conectados. Por ejemplo, la actividad puede consistir en crear muchos paquetes de cuatro dulces (cuatro cubos conectados; ver Figura 38).

Hay varios puntos que sería importante considerar al realizar esta actividad. El primero se refiere al uso de los cubos conectables. Se recomienda usarlos porque permiten que los conjuntos que se crean no sean fácilmente desbaratados por los estudiantes, por falta de pericia, o por descuidos. Si no es posible conseguir los cubos, es importante que al escoger el material que los sustituya (fichas de plástico, cuentas ensartables, taparroscas o semillas) se tenga presente esta cuestión. Sobre todo, hay que buscar la manera de que los conjuntos que creen los estudiantes no se desbaraten fácilmente.

Otro punto a considerar es que va a haber estudiantes para quienes va a ser bastante retador crear los paquetes y, también, va a haber otros que lo puedan hacer con bastante facilidad. A los segundos se les pueden dar más cubos para que se entretengan por más tiempo y no distraigan el trabajo de los otros, al haber terminado muy pronto. También se les puede pedir que apoyen a sus compañeros.

En la realización de esta actividad, se recomienda estar pidiéndole a los estudiantes que verifiquen que todos los paquetes que crearon tengan la cantidad indicada, y que lo hagan volviendo a contar. Entre más enumeren las niñas y niños al realizar esta actividad, más fructífera será. Los estudiantes más avanzados pueden ayudar a sus otras y otros compañeros a verificar que todos los paquetes tengan el número correcto de dulces.

No está demás aclarar que esta actividad se puede realizar múltiples veces. Lo mejor es comenzar haciendo paquetes con cantidades que no les resulten demasiado retadoras a los estudiantes menos adelantados. Puede que se comience pidiendo se hagan paquetes de tres o, incluso, de dos cubos. Después se pueden introducir las cantidades más grandes (cuatro y cinco cubos). También se puede repetir un número al hacer los paquetes. Por ejemplo, en varias clases se les puede pedir a los estudiantes que hagan paquetes de cinco dulces, si hay niñas o niños a quienes todavía les resulta retador.

Se recomienda continuar usando esta actividad hasta que deje de ser retadora para todos (o casi todos) los estudiantes.

Changos colgados

Materiales: Changuitos colgables de plástico (ver Figura 39).

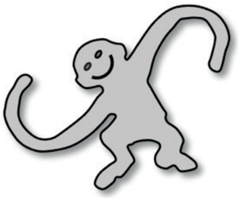


Figura 39. Changuito de plástico colgable de 8 cm en su mayor extensión

Esta actividad también fue diseñada con la intención de ayudar a los estudiantes a que desarrollen la habilidad de enumerar, a través de ir creando múltiples conjuntos del mismo tamaño. En este caso, se trata de hacer cadenas de un mismo número de changuitos colgados (ver Figura 40).

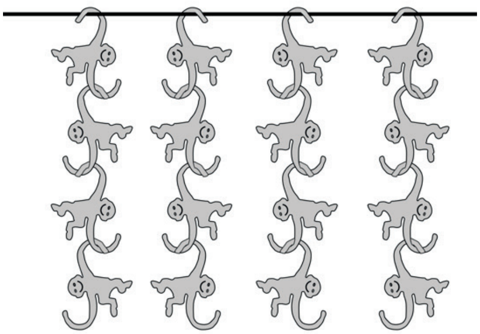


Figura 40. Varios conjuntos de cuatro changuitos colgados

La actividad es similar a la de *dulces empacados*. Se pueden seguir las mismas recomendaciones incluyendo:

- Formular una narrativa que lleve a los estudiantes a ver la situación como real, interesante y que para alguien es importante
- Considerar que la actividad puede ser retadora para bastantes estudiantes, por lo que se puede comenzar por conjuntos pequeños (de tres e, incluso, de dos changuitos)

- Darle más changuitos a los estudiantes para quienes la actividad resulte menos retadora
- Usar la actividad hasta que deje de ser retadora para todas (o casi todas) los estudiantes

Pagar para salir

Materiales: Fichas de plástico. Se recomienda que todas sean del mismo tamaño y, de ser posible, del mismo color. Se puede usar algún sustituto, como las taparroscas.

Las fichas se colocan en un contenedor al que todas las y los alumnos tienen acceso. La maestra le da al grupo la siguiente explicación:

> Hoy vamos a jugar a que, para poder salir al patio, me van a tener que pagar. El dinero con el que me van a pagar son estas fichas (muestra el contenedor con las fichas). Vamos a fingir que cada ficha es una moneda de un peso. Hoy me van a tener que pagar cuatro pesos para salir. Así que, en orden y por turnos, van a pasar a tomar los pesos que necesitan y me van a pagar. Asegúrense de que sean cuatro pesos exactos.

Cuando van pasando los estudiantes, se les pide que muestren la cantidad. También se les puede pedir que cuenten la cantidad de pesos que traen consigo. Eso le ayudará a la maestra a identificar qué estudiantes ya dominan la enumeración y quienes aún no lo hacen.

Esta actividad se puede usar cotidianamente o tan frecuentemente como quiera una maestra. Es posible que al comenzar a usar esta actividad, los estudiantes menos adelantados sólo tomen un puño de fichas, sin poner mucha atención en cuántas son. Ellas y ellos irán mejorando conforme vayan desarrollando su habilidad para enumerar.

Carreritas de coches (primera versión)

Materiales:

- Suficientes tableros similares al que se muestra en la Figura 41.
- Un dado modificado por tablero, como el que se muestra en la Figura 42.

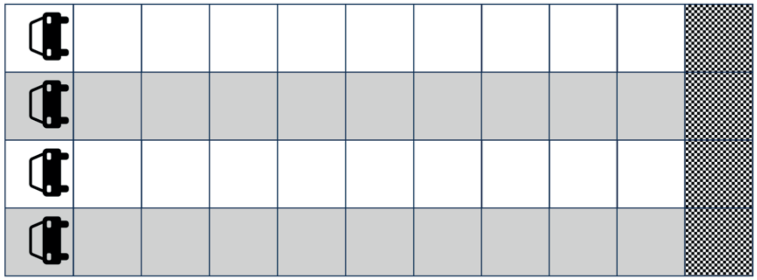


Figura 41. Tablero para jugar *Carreritas de coches*.
En tamaño real, cada casilla del tablero mide 3 cm por 3 cm

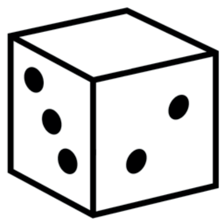


Figura 42. Dado modificado para que sus caras tengan el siguiente número de puntos: 5, 4, 3, 2, 1 y 0. El dado mide 5 cm en cada lado y es de un material blando

Antes de describir el juego, es importante comentar que los juegos de mesa, en los que se usan dados para avanzar, son un tipo de recurso que se ha probado que es muy favorable para apoyar a los estudiantes a desarrollar la habilidad de enumerar. Lo mejor es comenzar con juegos que sean sumamente sencillos de jugar, como el de *Carreritas de coches*.

En este juego participan cuatro jugadores. Cada uno tiene una ficha y ocupa uno de los carriles. Al principio del juego, las fichas de todos los jugadores se colocan en la casilla del principio, la que tiene un coche dibujado (ver Figura 41).

Por turnos, cada jugador va tirando el dado y avanzando el número de casillas que corresponden, dentro de su propio carril. Gana el jugador que lleva su ficha a la meta primero.

Para ganar, no se necesita llegar a la meta con un tiro exacto. En otras palabras, si a un jugador le falta una casilla para llegar a la meta y tira en el dado un cinco, ese jugador gana.

Hay varios puntos importantes de considerar al realizar esta actividad. El primero es que se usa un dado modificado para que en los tiros salgan cantidades que no rebasen el cinco. No hay que perder de vista que con esta esta actividad se busca apoyar la habilidad de enumerar hasta el cinco. Se recomienda que sea un dado grande (de 5 cm por lado) para que les sea más fácil de manipular a las niñas y niños.

Otro punto que es importante notar es que cada jugador avanza por su carril. Se diseñó así porque los juegos en los que sólo hay un carril para avanzar (como el que se describe más adelante) pueden resultarles confusos a algunas alumnas y alumnos. Este juego es el más adecuado para que los estudiantes comiencen a familiarizarse con los juegos de mesa.

Un punto final es que seguramente habrá alumnas y alumnos que, al principio, no jueguen correctamente. Muchos contarán primero la casilla en la que están, por lo que si les sale un *uno* se quedarán en el mismo lugar. O quizá, si les sale un tres, terminen sólo dos casillas delante de donde estaban. Todo eso forma parte de un proceso normal. En general, las niñas y niños irán jugando mejor conforme practiquen.

Esta actividad se puede usar frecuentemente. Será útil en tanto les siga resultando retadora a varias alumnas o alumnos. Como se verá más adelante, los tableros de este juego se pueden aprovechar para jugar un juego que se describe en el siguiente capítulo.

El viaje a luna (primera versión)

Materiales:
Suficientes tableros como el que se muestra en la Figura 43.
Cuatro fichas por tablero.
Un dado modificado por tablero, como el que se muestra en la Figura 42.

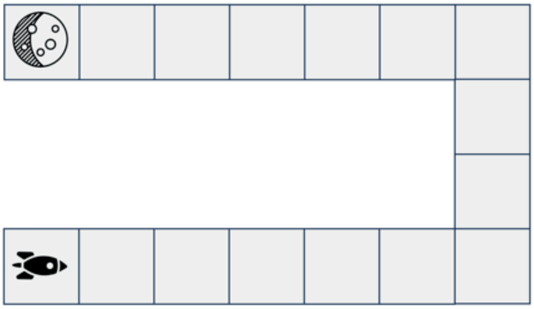


Figura 43. Tablero para jugar *El viaje a la luna*. En tamaño real, cada casilla del tablero mide 3 cm por 3 cm

Este juego es un poco más complicado que el de *Carreritas de coches* porque todos los jugadores comparten el mismo carril. Al principio del juego, todas las fichas se colocan en la casilla con el cohete. Por turnos, los jugadores (hasta cuatro) van avanzando su ficha. Gana el jugador que llega primero a la casilla donde está la luna.

Las reglas para avanzar son las más simples posibles. Dos o más jugadores pueden estar en la misma casilla, sin que haya consecuencias. Eso significa que, en este juego, las fichas no se comen unas a otras. Además, no se necesita llegar a la luna con un tiro exacto. Por ejemplo, un jugador al que le falte una casilla para llegar a casilla donde está la luna, y tire un uno, un dos, un tres, un cuatro o un cinco, gana.

Probablemente nuestras lectoras se estén preguntado si también se pueden usar los múltiples juegos de mesa a los que se tiene acceso. Por ejemplo, se pueden preguntar si también es recomendable usar los tableros que vienen impresos en los materiales que la autoridad educativa distribuye gratuitamente; o los de juegos populares como *La Oca* o *Serpientes y Escaleras*.

Para responder, hay que tener en mente que la gran mayoría de los estudiantes van a ser principiantes en los juegos de mesa. A ellas y ellos les beneficiará mucho la simpleza. Si se quieren aprovechar esos otros tableros, lo mejor es que no se sigan las reglas tradicionales, porque les pueden resultar confusas y complicadas a las niñas y niños. En lugar de ello, las reglas que proponga la maestra deben ser lo más parecidas a las que ya se describieron. Así, por ejemplo, se puede jugar con un tablero de *La Oca*, avanzando sólo lo que indica el dado (ver Figura 42) y sin que haya consecuencia alguna por caer en una u otra casilla; o se puede jugar con un tablero de *Serpientes y Escaleras*, pero de manera lineal, sin poner atención a si hay una serpiente o una escalera en la casilla a la que se llegó.

Esta actividad se puede usar frecuentemente. Será útil en tanto les siga resultando retadora a varias alumnas o alumnos. Los tableros de este juego se pueden reusar para un juego que se describe en el siguiente capítulo.

Ven para acá (primera versión)

Materiales:

Suficientes tableros como el que se muestra en la Figura 44.

Una ficha por tablero.

Un dado modificado por tablero, como el que se muestra en la Figura 42.

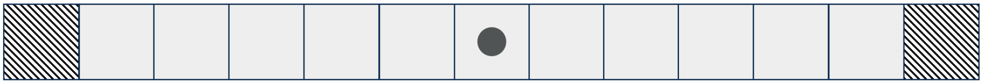


Figura 44. Tablero para jugar *Ven para acá*. En tamaño real, cada casilla del tablero mide 1.5 cm por 1.5 cm

Este juego es para sólo dos jugadores y se juega con una sola ficha. Al principio la ficha se coloca en el centro. A cada jugador le corresponde una de las dos metas. El primer jugador tira el dado y acerca la ficha a su meta el número que le salió. Sigue el siguiente jugador, quien ahora tira el dado y acerca la ficha a su propia meta, desde el lugar en el que se quedó después de que la movió su contrincante. El juego termina cuando la ficha llega a alguna de las dos metas. Gana el dueño de la meta a la que llega la ficha.

En la Figura 45 se ejemplifica cómo puede irse desarrollando una partida.

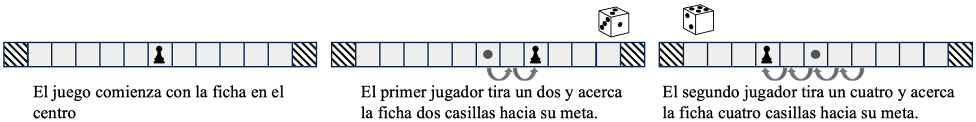


Figura 45. Ejemplo de cómo puede evolucionar una partida del juego *Ven para acá*, después de que cada jugador realizó un tiro con el dado

Como se puede apreciar, este es un juego un poco más difícil de jugar que los anteriores. Su ventaja es que, como sólo juegan dos jugadores, las niñas y niños se ven en la necesidad de enumerar con más frecuencia.

Este juego se puede usar en tanto les siga resultando retador a varias alumnas o alumnos. Los tableros de este juego se pueden reutilizar para jugar un juego que se describe en el siguiente capítulo.

Mostrar los números con los dedos de las manos

Otra de las habilidades numéricas básicas incluidas en el objetivo de la primera fase de enseñanza es la de poder mostrar números con los dedos de las manos (ver Capítulo 3). Como se explicó en el Capítulo 1, los dedos han sido un gran recurso que los humanos hemos usado para razonar numéricamente desde tiempos remotos. Pero es importante tener presente que el uso de los dedos para llevar una cuenta y para expresar cantidades no es algo que se dé de manera natural. Hay que aprender a hacerlo y eso puede representar un reto, no solo de naturaleza cognitiva sino también psicomotriz. A las niñas y a los niños los podemos apoyar a que desarrollen las destrezas necesarias.

La maestra dice (segunda versión)

Materiales: no se requiere un material especial para realizar esta actividad.

En esta actividad se retoman las reglas descritas en el Capítulo 5, en el juego de *La maestra dice*. Lo que cambia es el tipo de instrucciones que da la maestra. En esta versión, la maestra siempre da instrucciones pidiendo que los estudiantes muestren un cierto número de dedos:

- La maestra dice: Muestren tres dedos.
- La maestra dice: Muestren cuatro dedos.
- La maestra dice: Muestren dos dedos.

Al realizar esta actividad, hay que tener presente que, al principio, les puede resultar muy retador a las niñas y niños mostrar las cantidades de dedos porque, entre otras cosas, aún no tienen la habilidad motriz necesaria. La mejor forma de ayudarles a que desarrollen esta habilidad es practicando el juego, pero hay que ser pacientes con ellas y ellos.

Conforme las niñas y niños van mejorando en su habilidad, se pueden ir introduciendo instrucciones que impliquen el uso de las dos manos, como se ejemplifica a continuación:

- La maestra dice: Muestren tres dedos en una mano.
- La maestra dice: Ahora muestren tres dedos en la otra mano.
- La maestra dice: Muestren dos dedos en cada mano.

Esta actividad se puede usar múltiples veces. Es una actividad útil en tanto todavía haya a quienes les resulte retador mostrar los números del uno al cinco, usando los dedos de cualquiera de sus manos.

Lectura y orden de números

La última de las habilidades numéricas básicas consiste en que niñas y niños puedan reconocer el nombre de los numerales escritos y, además, puedan colocarlos en orden (ver Capítulo 3). Hay que recordar que esta habilidad no implica que puedan asociar un numeral con una cantidad. Por ejemplo, no implica que tengan que asociar el numeral 4 con un conjunto con cuatro canicas. El objetivo a alcanzar en esta parte de la propuesta se limita al reconocimiento del nombre de los numerales y a que los estudiantes los puedan ordenar correctamente.

La lotería de los números hasta el 5

Materiales:

- Suficientes tableros de juego para que cada alumno tenga el suyo. Cada tablero incluye cinco números (ver Figura 46). Todos los tableros pueden ser diferentes.
- Cartas con los numerales escritos, del cero al cinco (ver Figura 47).
- Fichas suficientes para que cada alumno tenga cinco.

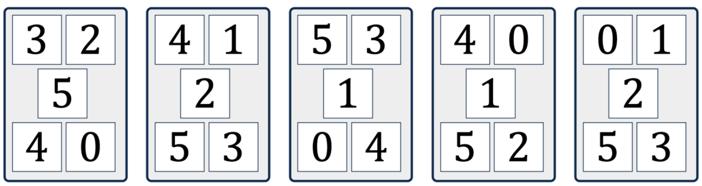


Figura 46. Ejemplos de tableros de juego para jugar *La lotería de los números*. El tamaño de cada tablero es de 10 cm por 13 cm (un cuarto de hoja carta)

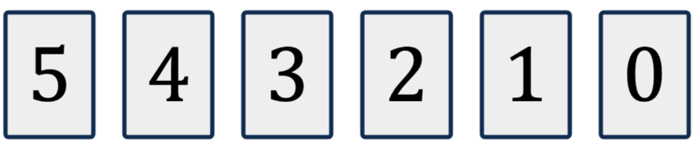


Figura 47. Cartas para jugar *La lotería de los números*.
El tamaño de cada carta es de 6 cm por 9 cm.

Este juego se basa en la conocida Lotería Mexicana. Cada jugador tiene su propio tablero de juego (ver Figura 46), en la que están escritos cinco de los seis numerales de las cartas (ver Figura 47). La maestra revuelve las cartas. Después, las va leyendo y mostrando, de una en una. Conforme las lee, los jugadores que tienen ese numeral en sus tableros colocan una ficha sobre éste. Cuando un jugador llena su tablero, grita «lotería» y gana.

Este juego se puede jugar múltiples veces. Conforme se avanza en su uso, se pueden ir introduciendo algunas variaciones que pueden ser beneficiosas para los estudiantes. La primera implica que la maestra primero lea la carta sin mostrársela al grupo inmediatamente. En lugar de ello, hace una pausa, dando oportunidad a que los estudiantes busquen en los tableros el numeral, guiándose sólo por su nombre. Posteriormente, enseña la carta cuyo nombre le leyó al grupo. Eso le dará oportunidad a los estudiantes de cerciorarse de que colocaron correctamente la ficha. Habrá también alumnas o alumnos que sólo ahora que ven la carta sabrán dónde colocar una ficha (en caso del que el numeral esté en su tablero).

Otra variación implica pedirle a una alumna o alumno que sea ella o él quien lea las cartas y las muestre. Se recomienda que sea una de las o los alumnos a los que esta actividad les resulta más retadora. La maestra puede ir apoyando a ella o a él a lidiar con las dificultades que vaya enfrentando. Por ejemplo, si ella o él toma el tablero con el numeral 2 y no sabe qué decir, la maestra le puede apoyar en la forma en que se ejemplifica a continuación:

> Maestra: A ver, Ernestina. ¿Qué número será este? Miren (le muestra la carta al grupo). ¿Qué número es este?
>
> Algunas alumnas y alumnos: el dos.
>
> Maestra: Sí. Es el dos. ¿Y cómo lo podemos reconocer? ¿Ya vieron? Tiene forma como de patito. ¿Ya viste Ernestina? El dos tiene forma de patito. A ver, dile a tus compañeros qué número es el de esta carta. Con voz muy fuerte.
>
> Ernestina: Dos.

La última variación implica que la maestra, o cualquiera de las o los alumnos, sólo lean las cartas sin mostrárselas al grupo.

El juego se puede seguir usando hasta que todos en el grupo (o casi todos) puedan jugar sin dificultad la última variación del juego; esto es, hasta que todos puedan jugar la versión donde las cartas no se muestran, sino que sólo se nombran.

Buscadores a buscar (segunda versión)

Este juego está descrito en el Capítulo 5. Se puede retomar para procurar este objetivo. Se le pueden hacer variaciones. Por ejemplo, se pueden colocar dos o tres tarjetas de cada numeral en diferentes partes del salón y los estudiantes tienen que encontrarlas todas. También se puede jugar en el patio. Otra opción es formar equipos y pedir que cada equipo encuentre un numeral diferente.

¿Y este número dónde va? (primera versión)

Materiales:

- Un juego de tarjetas con los números del 0 al 5, como los que se muestran en la Figura 47.
- Cinta adhesiva, imán, o algún otro implemento que permita adherir las tarjetas al pizarrón o a la pared.

En esta actividad la maestra toma una de las tarjetas y se las muestra al grupo completo. Entonces pregunta qué número es. Después, le pide a una niña o niño que explique cómo se puede reconocer el número. Veamos el siguiente ejemplo:

> Maestra: ¿Y cómo se llama este número?
> Algunos estudiantes: Tres.
> Maestra: A ver. Xóchitl. ¿Cómo sabes que es el tres?
> Xóchitl: Porque tiene dos pancitas.
> Maestra: Sí. El tres tiene dos pancitas. ¿Ya las vieron?

La maestra pega el numeral en el pizarrón y toma otra tarjeta. Vuelve a preguntarle al grupo qué número es y cómo se puede reconocer. Después le pregunta si habría que colocarlo antes o después del número que salió antes. Veamos el siguiente ejemplo:

> Maestra: Este cinco que nos salió ¿va antes o va después del tres?
> Algunos estudiantes: Antes.
> Otros estudiantes: Después.
> Maestra: A ver. Levante la mano quién crea que va antes. Ahora levante la mano quien crea que va después. Mmm. Vamos a ver. Vamos a decir los números y vemos si primero decimos el cinco o el tres. ¿Listos? Uno, dos, *tres*, cuatro y *cinco.* Ah. Primero dijimos el tres. Así que el cinco va después.

La actividad continúa con la maestra tomando una nueva tarjeta y buscando el lugar que le corresponde. Puede ir revisando si el nuevo número es mayor o menor a cada uno de los que ya salieron. Veamos un el siguiente ejemplo:

> Maestra: Salió cuatro. ¿Va antes o va después del tres?...

La maestra pregunta a los estudiantes: ¿quienes creen que va antes y quienes creen que va después?

> Maestra: Vamos a decir los números. Uno, dos, *tres*, *cuatro* y cinco. ¡Ah! Primero dijimos el tres. Así que el cuatro va después. ¿Pero va antes o después del cinco? Vamos a decir los números de nuevo: uno, dos, tres, *cuatro* y *cinco.* Entonces va entre el tres y el cinco.

Esta actividad se puede utilizar múltiples veces, en tanto aún haya estudiantes a quienes les resulta retador ordenar los numerales. Conforme se avanza en el uso de la actividad, la maestra puede focalizarse en los estudiantes que aún no dominan la habilidad de poder ordenar los numerales.

A ordenar los números

Materiales: Juegos de tarjetas con los números del 0 al 5. Cada tarjeta puede ser del tamaño de una tarjeta de presentación. La cantidad de juegos depende de si se realiza la actividad de manera individual o en equipos. En el primer caso se necesitaría un juego de tarjetas por alumno. En el segundo, un juego de tarjetas por equipo.

Esta actividad la pueden trabajar los estudiantes en equipos o de manera individual. Ellas y ellos deben de poner en orden las tarjetas con los números. La actividad se puede usar varias veces. Se recomienda usarla hasta que todas y todos en el grupo (o casi todas y todos) la puedan realizar con facilidad.

Una cuestión importante para tomar en cuenta es que las niñas y niños preescolares aún no cuentan con la madurez necesaria para entender la lateralidad. Seguramente habrá algunos que ordenen los números de derecha a izquierda (la forma convencional) y otros, de izquierda a derecha. Lo fundamental es que los números terminen ordenados. La dirección no importa. Incluso, los números pueden estar invertidos, ordenados de forma vertical, de abajo hacia arriba o de arriba hacia abajo.

7. TERCERA FASE DE ENSEÑANZA
APOYAR EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES NUMÉRICAS AVANZADAS, DEL 1 AL 5

La tercera fase de enseñanza de la propuesta didáctica implica lograr que todas las niñas y niños logren componer y descomponer, mentalmente, con facilidad y flexibilidad, los números hasta el cinco y que empleen estas habilidades para resolver situaciones problemáticas. Como se explicó en el Capítulo 3, estas habilidades ya pueden ser consideradas, propiamente, como de sentido numérico. De hecho, estas habilidades van a ser la base de todo el desarrollo posterior. En buena medida, el crecimiento posterior del sentido numérico en niñas y niños implicará que las habilidades desarrolladas con los números hasta el cinco se vayan logrando utilizar con números cada vez más grandes.

Antes de comenzar a trabajar en la procuración de este nuevo objetivo de aprendizaje, hay que asegurarse de que los estudiantes ya hayan desarrollado las habilidades numéricas básicas, del uno al cinco (ver Capítulos 3 y 6). Para quienes aún no hayan desarrollado esas habilidades previas, las actividades que se describen a continuación pueden resultar confusas y demasiado difíciles de llevar a cabo. Además, el realizarlas, probablemente, aún no les ayude a esos estudiantes a avanzar en el desarrollo de su pensamiento numérico.

Entones, algo importante a considerar es que, si una docente encuentra que las actividades recomendadas para procurar este tercer objetivo le están resultado demasiado difíciles a varios, si no es que a muchos, de sus estudiantes, sería adecuado reconsiderar si realmente ellos ya desarrollaron las habilidades básicas (ver Capítulo 3 y 7). Y si éstas aún no estuvieran bien consolidadas, un buen plan de acción sería retomar las actividades descritas en el capítulo anterior, para seguir apoyando a las niñas y niños a que desarrollen las habilidades numéricas *básicas* del uno al cinco.

En términos de evaluación formativa, como se explicó con detalle en el Capítulo 3, la resolución de situaciones problemáticas se usa como criterio principal para determinar que ya se ha alcanzado el objetivo de aprendizaje de ésta, la tercera fase de enseñanza de la propuesta didáctica.

Subitizar

En el Capítulo 2 se explicó que la subitización es una habilidad que implica poder reconocer cuántos elementos tiene una colección, con sólo verla y sin tener que contarla. También se explicó la diferencia entre la subitización perceptual y la conceptual. La primera es una habilidad que implica poder reconocer cuántos elementos hay en una colección, cuando tiene uno, dos o tres elementos (máximo). La subitización conceptual consiste en poder reconocer cuántos elementos hay en una colección, cuando ésta tiene más de tres elementos. Implica trabajar con la noción de cantidad y favorece el desarrollo de imágenes cuantitativas abstractas, y del razonamiento sobre cómo se pueden componer y descomponer cantidades pequeñas. La subitización conceptual es una habilidad numérica avanzada.

¿Cuántos viste?

Materiales: Varios platos de cartón con puntos de color, entre uno y cinco, distribuidos de diferente forma (ver Figura 48).

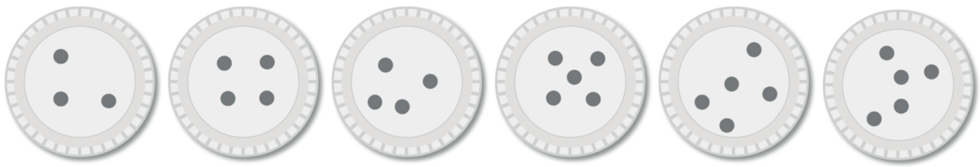


Figura 48. Platos de cartón con puntos para realizar la actividad «¿Cuántos viste?» Los puntos pueden ser de color rojo, o de algún otro color que sea llamativo

Éste es un juego colectivo. De ser posible, se pone a todo el grupo en forma de semi circulo (ver Figura 49).

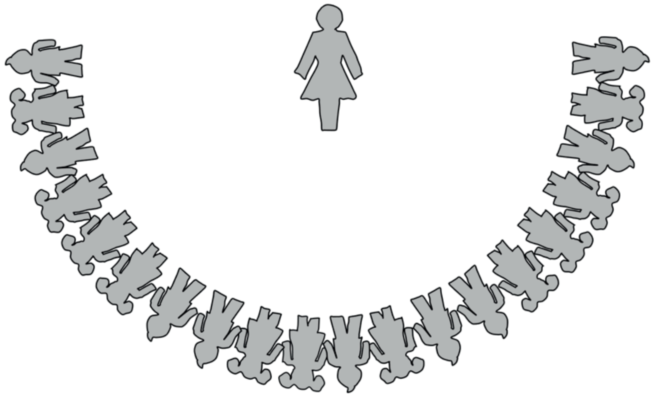


Figura 49. Grupo organizado en semicírculo para realizar una actividad

En esta actividad, la maestra les pide a las niñas y a los niños que traten de identificar, a primera vista, cantidades de hasta cinco puntos. La maestra puede explicar la actividad de la siguiente forma:

> Les voy a enseñar unos platos que tienen puntitos. (Aquí, la maestra puede mostrarle al grupo uno o varios de los platos). Se los voy a enseñar por unos momentos y ustedes tienen que decidir cuántos puntitos tiene el plato. No griten su respuesta. Sólo guárdensela en su mente. Yo después les voy a preguntar cuántos puntitos vieron.

La maestra escoge uno de los platos y se lo muestra al grupo. Trata de darle a todas las y los alumnos el tiempo suficiente para que lo miren con atención. Sin embargo, trata de que el tiempo no sea suficiente para que las niñas y niños puedan contar la cantidad de puntos, de uno en uno. Entonces, la maestra coloca el plato boca abajo, de manera que los puntos ya no se puedan ver.

A continuación, la maestra le pregunta a todo su grupo cuántos puntos vieron. La dinámica puede ser similar a la que se ejemplifica a continuación:

> Maestra: Gaby ¿Cuántos puntos viste?
>
> Gaby: Cuatro.
>
> Maestra: Gaby vio cuatro puntos. ¿Quién más vio cuatro puntos?
>
> Algunos estudiantes levantan la mano; otros, no.

Maestra: Pedro. Tú no levantaste la mano. ¿Cuántos puntos viste tú?
Pedro: Yo vi tres.
Maestra: Pedro vio tres puntos. ¿Quién más vio tres puntos?
Pocos estudiantes levantan la mano.
Maestra: ¿Alguien vio otra cantidad?
Nadie responde.

La actividad continúa con la maestra descubriendo el plato y contando cuántos puntitos había. Lo puede hacer de la siguiente forma:

> Maestra: A ver. Vamos a ver cuántos puntos había: uno, dos, tres, cuatro. Había cuatro puntitos. Muy bien.
>
> Entonces, la maestra le pide a alguno de sus estudiantes que reconoció la cantidad correcta que explique cómo le hizo para identificarla.
>
> Maestra: A ver. Gaby. ¿Cómo los viste? ¿Cómo supiste que había cuatro?

Es de esperarse que, al principio, haya niñas y niños que no sepan qué contestar. Quizá haya otros que den respuestas no numéricas, como la siguiente.

> Gaby: Los vi con mis ojos.

La maestra puede ir tratando de modelarle a los estudiantes cómo deben de dar sus explicaciones, de manera que sean numéricas.

> Maestra: Gaby. Creo que así los viste. Tú me dices si así es que los viste. Creo que tú viste que aquí arriba había dos puntitos y aquí abajo había otro dos y, entonces, dijiste, dos y dos, son cuatro. ¿Así lo hiciste?

Conforme se avance en el uso de esta actividad, las niñas y niños irán mejorando en su habilidad de dar explicaciones numéricas. Estas explicaciones les ayudarán a los estudiantes menos avanzados a aprender a reconocer las cantidades de puntos que hay en los platos, con sólo verlos y sin tener que contarlos.

Para la realización de esta actividad es conveniente comenzar con cantidades que pueden subitizarse de manera perceptual (ver Capítulo 2). En otras palabras, es recomendable comenzar mostrando platos con hasta tres puntos. Después, se pueden introducir las cantidades que requieren de la subitización conceptual (platos con cuatro y cinco puntos).

Esta actividad se puede usar en tanto siga habiendo estudiantes en el grupo a los que les resulta retador identificar las cantidades en los platos y articular explicaciones numéricas sobre cómo reconocieron las cantidades de puntos.

Componer cantidades con los dedos de las manos

Como ya se ha explicado a lo largo de este libro, un valioso recurso para apoyar a niñas y niños en sus razonamientos numéricos son los dedos de las manos. La siguiente actividad ejemplifica cómo se puede aprovechar este recurso para favorecer el razonamiento sobre cómo componer y descomponer los números, del dos al cinco.

La maestra dice (tercera versión)

Materiales: no se requiere un material especial para realizar esta actividad.

En esta actividad se retoman las reglas descritas en el Capítulo 5, en el juego de *La maestra dice*. Lo que cambia es el tipo de instrucciones que da la maestra. En esta versión, la maestra siempre da instrucciones pidiendo que los estudiantes muestren un cierto número de dedos usando ambas manos:

- La maestra dice: Muestren cuatro dedos usando las dos manos.

En la Figura 50 se ejemplifican diferentes formas en las que se podrían mostrar cuatro dedos, usando las dos manos.

Figura 50. Tres formas distintas de mostrar cuatro dedos usando las dos manos

Se tienen que tomar en cuenta que las primeras veces en que se realice esta actividad, algunos estudiantes pueden mostrar la cantidad indicada en cada una de sus manos (ver Figura 51).

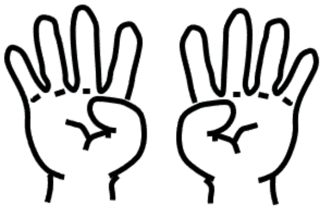


Figura 51. Mostrando cuatro dedos en cada mano

La maestra puede hacer notar que, de esta forma no se está cumpliendo con la consigna, como se ejemplifica a continuación:

> Miren. Fanny nos enseñó así (coloca sus manos como se muestran en la Figura 51). ¿Nos enseñó cuatro dedos en total? A ver, vamos a contarlos: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho. Nos enseñó ocho dedos en total. Pero sólo había que enseñar cuatro dedos, usando las dos manos.

Después de que la maestra asegura que la cantidad mostrada es correcta, trata de que todas y todos identifiquen las diferentes configuraciones que se usaron:

> Casi todos ustedes mostraron dos dedos en cada mano. Pero ¿ya vieron cómo le hizo Ernestina? Ella puso tres dedos en una mano y un dedo en la otra. ¿Sí son cuatro dedos en total? Sí. ¿Verdad?

Si hay alguna forma que no se haya usado, la maestra puede ejemplificarla:

> ¿Habrá otra forma de mostrar cuatro dedos usando las dos manos? A mí se me ocurre que podemos poner cuatro dedos en una mano y cero dedos en la otra. ¿También son cuatro en total? Sí. ¿Verdad?

Es importante tomar en cuenta que las niñas y niños pueden usar diferentes dedos de sus manos para mostrar cantidades. Por ejemplo, una niña puede mostrar dos dedos en una mano, levantando el dedo índice y el dedo medio, mientras que un niño puede hacerlo levantando el pulgar y el dedo meñique. Esas diferencias no son relevantes. Lo importante es cuántos dedos se muestran en cada mano.

Esta actividad se puede usar hasta que todas las y los alumnos puedan participar sin que les resulte difícil encontrar varias formas de mostrar una cantidad, usando los dedos de ambas manos.

Componer y descomponer en la rejilla del diez

La rejilla del diez es un recurso simple y muy útil para apoyar a niñas y niños a razonar sobre las diferentes formas en las que se pueden componer y descomponer los números hasta el cinco. A nivel mundial, este recurso ha ido adquiriendo cada vez más presencia en la educación preescolar.

La rejilla consiste en un arreglo de diez casillas cuadradas, ordenadas en dos filas, con cinco casillas en cada fila. En las casillas se colocan fichas para ir creando diferentes configuraciones numéricas (ver Figura 52).

El puesto de sandías

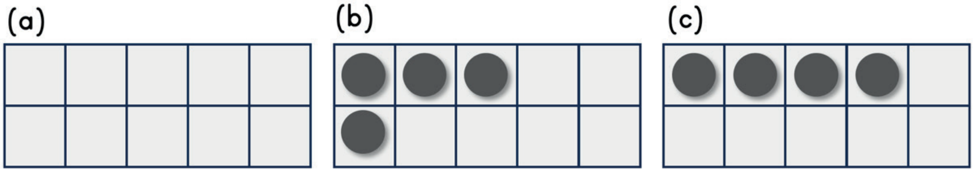


Figura 52. (a) La rejilla del diez vacía. (b) La rejilla con tres fichas en la fila de arriba y una en la de abajo. (c) La rejilla con cuatro fichas en la fila de arriba y ninguna en la de abajo

Materiales:

- Una rejilla con cinco fichas para cada alumno (ver Figura 52). El tamaño de cada cuadro en la rejilla debe ser de 3 cm por 3 cm o más grande.
- Una rejilla gigante que puedan ver todas las y los alumnos. Se puede hacer de forma que represente un puesto de sandías (ver Figura 53).
- En caso de usar el puesto de sandías: diez sandías de juguete que se puedan poner y quitar en las casillas del puesto (ver Figura 53). Las sandías de juguete se pueden hacer pintando pelotas o huevos de unicel o de algún otro material.

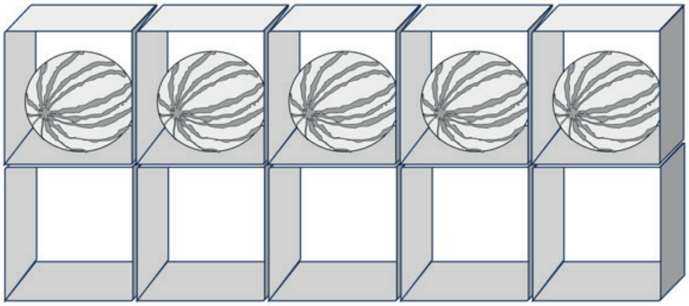


Figura 53. Un puesto de sandías en forma de rejilla del diez, gigante. Cada casilla mide 9 cm por 9 cm (mínimo). En las casillas se colocan pelotas pintadas para parecer sandías

Esta actividad busca ofrecerles a los estudiantes un contexto que ellos puedan considerar interesante e importante, y a partir del cual puedan razonar sobre la composición y descomposición de cantidades. Para presentar el contexto, se puede usar una narrativa como la que sigue:

> Fíjense que ayer vi a otra de mis buenas amigas. Se llama Doña Esperanza. Ella trabaja en un mercado. Tiene un puesto de sandías. Doña Esperanza se especializa en vender sandías muy grandes. Sus sandías son tan grandes que sólo cabe una en una caja. Su puesto es así como este que hice para enseñarles (ver Figura 53), sólo que las cajas que usa y las sandías que vende son mucho más grandes. Yo, a penas las puedo cargar, de una en una. Doña Esperanza me comentó que luego no sabe cómo acomodar sus sandías cuando varias de sus cajas ya están vacías. No sabe si poner todas arriba, o sólo algunas de las sandías que le quedan, o si poner todas abajo. Yo le comenté que tengo un grupo de niñas y niños muy listos y que seguro le van a poder ayudar a averiguar cómo puede acomodar su sandías.

Además de la narrativa, es importante que el grupo analice cómo está conformado el puesto de sandías:

> Maestra: ¿Quién me puede decir cuántas sandías caben en la fila de arriba del puesto? ¿Y en la fila de abajo? ¿Y en total? A ver, vamos a contarlas. Tiene una, dos, tres, cuatro y cinco cajas en la fila de arriba, y una, dos, tres, cuatro y cinco cajas en la fila de abajo. Y en total hay una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez cajas.

También es importante que todas las y los alumnos tengan su propia rejilla (ver Figura 52) y que reconozcan que la configuración de su rejilla es igual a la del puesto:

> Maestra: ¿Quién me puede decir cuántas fichas caben en la fila de arriba de sus rejillas? ¿Y en la fila de abajo? Ya vieron. Sus rejillas están arregladas igual que el puesto. Vamos a imaginar que sus rejillas son un puesto de sandías y cada una de sus fichas es una sandía.

En la actividad, la maestra les pide a los estudiantes que investiguen las diferentes formas en las que se podrían acomodar cierto número de sandías en el puesto. Por ejemplo, podría pedirles que investiguen diferentes formas de acomodar cuatro sandías:

> Maestra: Ayer que fui a ver a mi amiga Doña Esperanza, ella tenía cuatro sandías y no sabía cómo acomodarlas. ¿Cuántas podría poner arriba y cuántas abajo? Usen sus rejillas para investigar cómo se pueden acomodar cuatro sandías.

Cuando ya todos han creado una configuración en su rejilla, la maestra le pide a uno de sus estudiantes que pase al puesto gigante y muestre su solución.

> Maestra: A ver Elena, pasa a enseñarnos tú cómo acomodaste las sandías.

Cuando una alumna o alumno muestra su configuración, la maestra procura que todos se cercioren de que el número es correcto y que también reconozcan cuántas fueron colocadas en la fila de arriba y cuántas en la de abajo.

> Maestra: ¿Ya vieron cómo acomodó Elena las sandías (ver Figura 54)? ¿Cuántas, puso arriba? ¿Y abajo?

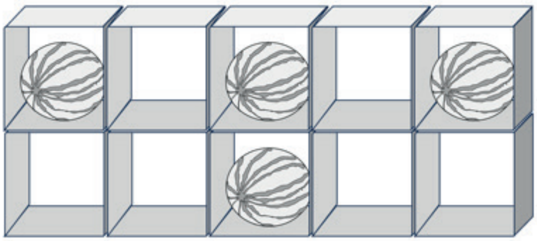


Figura 54. Ejemplo de cómo un alumno puede acomodar cuatro sandías en el puesto gigante

La maestra va llevando un registro en el pizarrón de las diferentes soluciones que van encontrando sus estudiantes.

Maestra: Entonces, como lo descubrió Elena, se pueden acomodar tres sandías arriba y una abajo. Y en total son cuatro (ver Figura 55).

Figura 55. Registro que hace la maestra. El «4» grande indica el total de sandías en el puesto. El «3» indica cuántas se colocaron en la fila de arriba y el «1» cuántas en la fila de abajo (ver Figura 54)

La maestra continúa con la actividad, preguntando si alguien encontró alguna otra solución. Cuando es el caso, la persona pasa al puesto gigante y muestra su solución. Después la maestra la registra en el pizarrón (ver Figura 56).

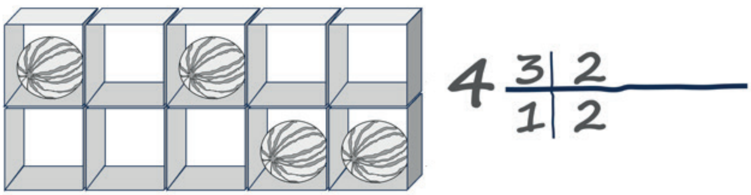


Figura 56. Una solución diferente a cómo colocar cuatro sandías en el puesto, y el registro que hace la maestra

Las soluciones sólo se consideran diferentes cuando cambia la cantidad de sandías que hay arriba y abajo en el puesto. Si sólo cambia el lugar de la fila en la que se colocan las sandías, no se considera que se trate de una solución diferente. Por ejemplo, otro estudiante puede colocar las sandías como se muestra en la Figura 57. Aunque la configuración no es idéntica a la que se muestra en la Figura 56, se trata de la misma solución: dos arriba y dos abajo.

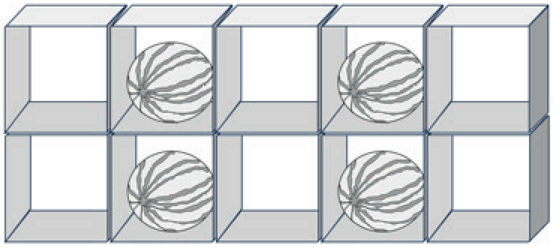


Figura 57. La misma solución que en la Figura 56, dos sandías en la fila de arriba y dos en la de abajo

Ante estas situaciones se puede actuar de la siguiente forma:

> Maestra: ¿Ya vieron cómo las acomodó Oliver? ¿Cuántas puso en la fila de arriba? ¿Cuántas en la de abajo? Dos arriba y dos abajo. Vamos a ver si ya teníamos esa solución. Sí, miren, esa ya la teníamos (ver Figura 56). ¿Habrá alguna diferente?

También puede suceder que los estudiantes aún no hayan encontrado todas las soluciones posibles y que ninguno de ellos reconozca cuál es la solución que falta. En esos casos, la docente puede proponer la solución que falta:

> Maestra: A mí se me ocurre que podemos poner las cuatro abajo y ninguna arriba. ¿Esa forma la tenemos? Vamos a ver (ver Figura 58). No. Cero arriba y cuatro abajo todavía no la tenemos.

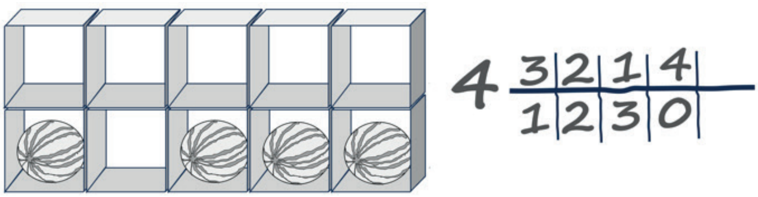


Figura 58. La solución faltante, cuatro abajo y cero arriba

Una pregunta importante que se puede estar haciendo constantemente es si ya estarán todas las soluciones y cómo se podría estar seguro:

Maestra: Ya encontramos cinco formas diferentes. ¿Ya vieron? (ver Figura 59). ¿Habrá otra forma o ya son todas?

Rachel: No. Ya están todas.

Maestra: ¿Cómo sabes?

Rachel: Porque ya tenemos todos los números abajo. Uno, dos, tres, cuatro, cero. Y también arriba. Ya están todas.

Maestra: ¿Le entendieron a Rachel? ¿Están de acuerdo? ¿Alguien más nos lo puede explicar?

Figura 59. Registro de cinco formas diferentes de acomodar cuatro sandías en el puesto

La actividad se puede usar múltiples veces, en tanto a algunos estudiantes les siga resultando retadora. Un día se pueden explorar las composiciones para tres sandías y, al siguiente, para cuatro. Después, se pueden explorar formas de acomodar cinco sandías. Incluso, una misma cantidad puede volver a ser el tema de investigación:

> Maestra: Ayer Doña Esperanza volvió a tener cinco sandías. Pero ¿qué creen? Ya se le habían olvidado todas las formas que ustedes encontraron el otro día. Así que vamos a volver a investigar cómo se pueden acomodar cinco sandías en el puesto.

Una evidencia de que está habiendo progreso en el grupo es cuando se nota que la atención de los estudiantes ya no se centra en la rejilla gigante, sino en el registro que va haciendo la maestra.

Juegos con tablero y dado jugados con lo que falta para cinco

Los juegos de mesa también son un recurso que se puede aprovechar para apoyar a que las niñas y niños mejoren en su habilidad de componer y descomponer cantidades pequeñas, con facilidad y agilidad. Como se detalla a continuación, la clave está en cambiar las reglas de cuánto se debe avanzar, según lo que indique un dado.

Carreritas de coches (segunda versión), El viaje a luna (segunda versión) y Ven para acá (segunda versión)

Materiales:

- Los mismos juegos de tablero que se propusieron en el Capítulo 6 para apoyar el desarrollo de la enumeración: *carreritas de coches, el viaje a luna* y *ven para acá*.
- Los mismos dados que se utilizaron para los juegos de tablero en el Capítulo 6 (ver Figura 42).

En esta actividad se juegan los mismos juegos de tablero que se propusieron en el Capítulo 6, usando los mismos dados y con el mismo número de jugadores por tablero. Lo único que cambia es la regla para avanzar. En lugar de que se avance el número que salió en el dado, se avanza la cantidad que falta para completar cinco. En la Figura 60 se muestran varios ejemplos.

Figura 60. Ejemplos de cuánto se avanza cuando se juega con la regla *lo que falta para cinco*

Los estudiantes a los que se les dificulte saber cuánto deben avanzar pueden usar una fila de la rejilla del diez como apoyo, o los dedos de sus manos (ver Figura 61).

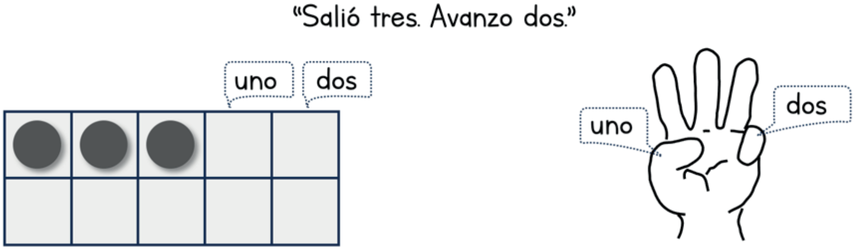


Figura 61. Usando la rejilla del diez o los dedos de una mano para saber cuánto falta para cinco

Conforme se juegan estos juegos usando la regla de «lo que falta para cinco», los estudiantes van logrando componer y descomponer el número cinco con cada vez más facilidad y agilidad.

Juegos con tarjetas numéricas

Como se detalla a continuación, hay juegos con tarjetas numéricas que también pueden ser de gran utilidad para procurar alcanzar el objetivo de aprendizaje de ésta, la tercera fase de enseñanza de la propuesta didáctica.

Veo cinco

Materiales:

- Un juego de tarjetas como el que se muestra en la Figura 62, para cada equipo.

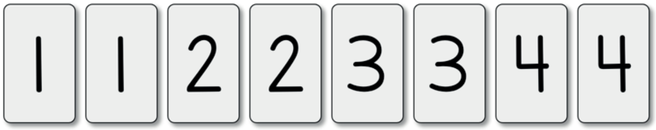


Figura 62. Juego de ocho tarjetas para jugar a *Veo cinco*

Se organiza al grupo en equipos de dos o tres integrantes, ya que el juego lo pueden jugar dos o tres jugadores. El objetivo es encontrar pares que sumen cinco. Se comienza revolviendo las tarjetas y colocándolas boca abajo, de manera que no se vea qué número tienen escrito. Por turnos, cada jugador voltea una tarjeta y la deja mostrando el número que contiene. Si el jugador reconoce entre las tarjetas que ya han sido destapadas, y muestran sus números, dos que sumen cinco, entonces dice «Veo cinco» y toma el par de tarjetas (ver Figura 63).

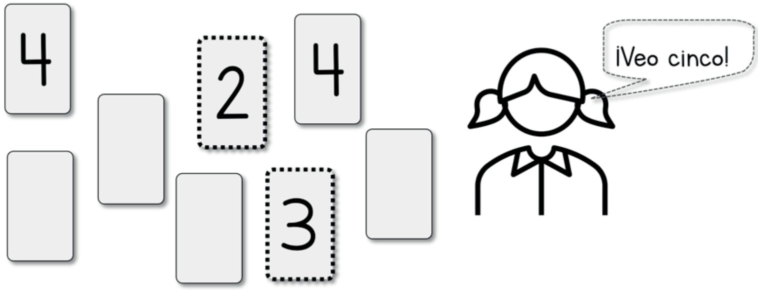


Figura 63. Ejemplo de cómo se juega el juego *Veo cinco*. La jugadora destapó la tarjeta con el número 3 y reconoció que juntándola con la que tiene el número 2 completa el número cinco

Para saber qué números suman cinco, los estudiantes se pueden apoyar usando una rejilla del diez, o los dedos de sus manos (ver Figura 61). El juego continúa hasta que se terminan las tarjetas. Gana el jugador que recolectó más tarjetas. Se pueden jugar múltiples rondas. Además, se puede seguir usando esta actividad en tanto les siga resultando retador a algunos estudiantes saber qué números suman cinco y, por lo tanto, forman un par.

Memorama del cinco

Materiales:

- Un juego de tarjetas como el que se muestra en la Figura 64 para cada equipo.

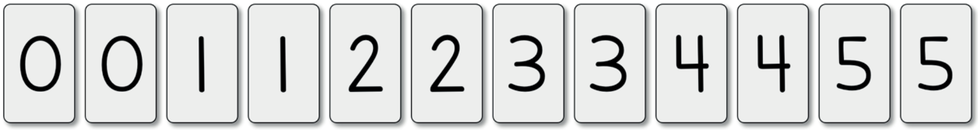


Figura 64. Juego de doce tarjetas para jugar *Memorama del cinco*

Se organiza al grupo en equipos de tres o cuatro estudiantes, ya que el juego lo pueden jugar tres o cuatro jugadores. Al igual que en el juego anterior, el objetivo es encontrar pares que sumen cinco. Se comienza revolviendo las tarjetas y colocándolas boca abajo, de manera que no se vea qué número tienen escrito. Por turnos, cada jugador voltea dos tarjetas. Si éstas suman cinco, se las queda. Si no suman cinco, las voltea para que vuelvan a quedar boca abajo, en el mismo sitio donde estaban, y de manera que no se vea el número (ver Figura 65).

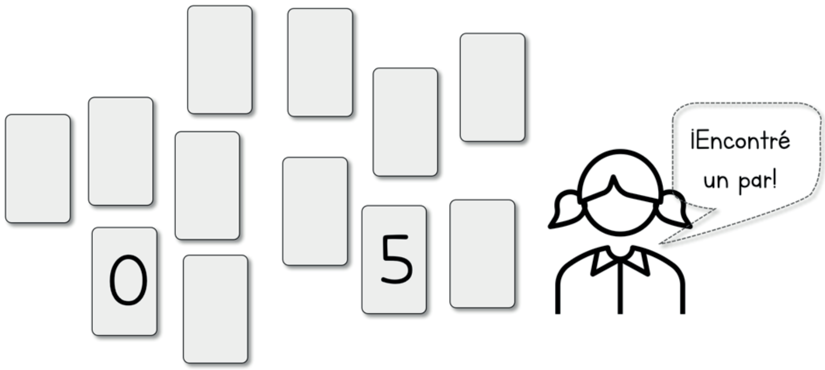


Figura 65. Ejemplo de cómo se juega *Memorama del cinco*

Para saber qué números suman cinco, los estudiantes se pueden apoyar usando una rejilla del diez, o los dedos de sus manos (ver Figura 61). El juego continúa hasta que se terminan las tarjetas. Gana el jugador que recolectó más tarjetas.

Como se puede ver, este juego es un poco más retador que el de «Veo cinco» porque requiere que se recuerde qué números tienen las tarjetas que fueron destapadas y vueltas a tapar. Se pueden jugar múltiples rondas de este juego. Además, se puede seguir usando esta actividad en tanto les siga resultando retador a algunos estudiantes saber qué números suman cinco y, por lo tanto, forman un par.

Subitizar con la rejilla del diez

La estructura que tiene la rejilla del diez ayuda a que se puedan subitizar, conceptualmente, cantidades de hasta diez elementos, lo que se detalla en el Capítulo 9. En esta parte de la propuesta, se comienza con la subitización en la rejilla, pero sólo con cantidades de hasta cinco elementos.

¿Cuántas sandías había? (primera versión)

Materiales:

- Una rejilla del diez gigante. Puede ser «el puesto de sandías» (ver Figura 53) o una rejilla regular, pero de tamaño que se pueda ver claramente de lejos (ver Figura 52).

Esta actividad es muy similar a la de *¿Cuántos viste?* La diferencia principal está en que en lugar de platos con puntos se usa una rejilla del diez.

Para contextualizar la actividad, la maestra puede usar una narrativa similar a ésta:

> Les platico que ayer que iba en el transporte pasé por el mercado donde trabaja Doña Esperanza. Vi su puesto y traté de reconocer cuántas sandías le quedaban para vender. Pero ¿qué creen? El autobús arrancó y ya no las pude contar. Me acuerdo cómo estaban acomodadas. Se las voy a mostrar rápido a ver si ustedes sí pueden reconocer cuántas sandías le quedaban.

En la realización de la actividad se sigue una progresión similar a la descrita en *¿Cuántos viste?* Ésta implica los siguientes cuatro pasos:

1) Se muestra la rejilla por un tiempo corto. Tiene que ser suficiente para que todos puedan mirar la rejilla con atención, pero insuficiente para que les dé tiempo de contar las fichas, de una en una.
2) La maestra pregunta ¿cuántas fichas vieron? Procura identificar las diferentes cantidades que los estudiantes creen haber visto, y quiénes las vieron: «¿Quién más vio que eran cuatro? Levante la mano.»
3) Se muestra la rejilla para que todo el grupo reconozca cuántas fichas había y cómo estaban acomodadas. Las fichas se cuentan, ahora sí.
4) La maestra les pide a quienes reconocieron la cantidad correcta de sandías que expliquen cómo fue que lo hicieron.

Esta actividad se puede usar en tanto siga habiendo estudiantes en el grupo a los que les resulta retador identificar las cantidades de puntos en la rejilla y articular explicaciones numéricas sobre cómo reconocieron cuántos había.

Resolución de problemas

La resolución de situaciones problemáticas es un último tipo de actividad con la que se busca procurar el objetivo de aprendizaje de la tercera fase de enseñanza de la propuesta didáctica. Se trata, sobre todo, de una actividad colectiva, en la que se le presentan al grupo situaciones problemáticas. Los estudiantes no sólo las resuelven, sino que también deben de explicar las formas en que las resolvieron. De estas formas diversas, se procura destacar las que no requirieron de contar de uno en uno y, además, implicaron componer o descomponer cantidades (ver ejemplos en el Capítulo 3). La maestra busca que ese tipo de soluciones se compartan públicamente, se analicen, y todos en grupo traten de entenderlas.

Como se explicó en el Capítulo 3, la resolución de situaciones problemáticas también se usa en la propuesta para evaluar formativamente cuándo se ha alcanzado el objetivo de aprendizaje de la tercera fase de enseñanza. Eso se da cuando todos (o casi todos) los estudiantes del grupo pueden resolver las situaciones problemáticas, con números hasta el cinco, sin tener que recurrir al conteo de uno en uno, y utilizando razonamientos que implican componer o descomponer cantidades.

En el estacionamiento

Materiales:

- Una caja de zapatos decorada como estacionamiento de autos.
- Cinco autos de juguete (ver Figura 66).

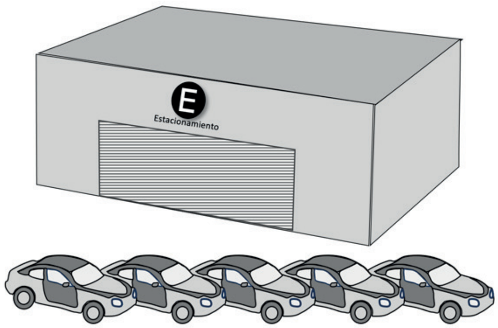


Figura 66. Una caja de zapatos decorada como estacionamiento y cinco autos de juguete

Ésta es una actividad colectiva. Implica presentarle al grupo situaciones problemáticas contextualizadas en lo que sucede en un estacionamiento de automóviles, donde algunos autos se encuentran dentro y otros afuera del estacionamiento. Para comenzar, hay que ayudar a los estudiantes a que reconozcan la actividad como interesante y que es importante para alguien. Así pues, se recomienda comenzar narrando un relato como el que se describe a continuación:

¿Han visto dónde se guardan los carros en las noches? (Los estudiantes responden) Sí. Algunos se quedan en las calles. Otros los guardan sus dueños en las cocheras que tienen en sus casas. Pero también hay carros que los guardan en los estacionamientos. ¿Alguien ha visto un estacionamiento? Pues fíjense que mi tía, Teresa, tiene un estacionamiento. Hay gente que no tiene cochera en su casa y que no quiere dejar su coche en la calle, así que le paga a mi tía para guardar su coche.

Bueno. En el estacionamiento de mi tía caben cinco coches. Aquí traje unos coches de juguete para que vean cuántos caben en su estacionamiento. Son cinco. También hice, con una caja de zapatos, este estacionamiento de juguete.

Fíjense que a veces los clientes sacan sus coches, o los meten, y mi tía tiene que estar averiguando cuántos coches hay. Yo voy a usar estos juguetes para que conozcan algunos de los problemas a los que se tiene que estar enfrentando mi tía y a ver si ustedes se los pueden resolver. ¿Vale?

Las situaciones problemáticas que le presenta la maestra al grupo siempre implican que haya una cantidad de autos dentro del estacionamiento, que los estudiantes no pueden ver. También hay otra cantidad afuera que los estudiantes sí pueden ver (ver Figura 67). El contexto es particularmente útil para presentar situaciones de reunir y de igualar, aunque también se pueden formular problemas de quitar y de comparar.

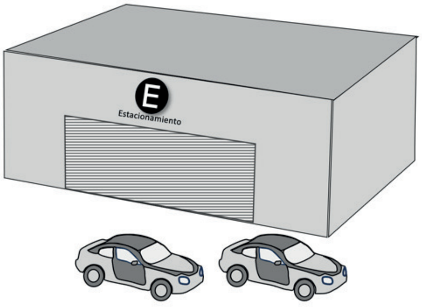


Figura 67. Un estacionamiento con dos autos dentro (no visibles) y dos afuera

Comencemos con un ejemplo de *reunir*. Antes de presentar el problema, la maestra coloca cuatro autos dentro de la caja, de manera que los estudiantes no sepan cuántos hay dentro. Los estudiantes sólo ven el estacionamiento. No ven auto alguno. Entonces, la maestra le narra al grupo el siguiente problema:

> Un día en la mañana dos clientes sacaron sus autos del estacionamiento. (La maestra toma dos autos y los saca de la caja, asegurándose de que los estudiantes puedan verlos. Los otros autos siguen estando ocultos: ver Figura 67). Mi tía se dio cuenta que todavía quedaban dos autos dentro del estacionamiento. ¿Quién cree que puede saber cuántos autos había antes de que los sacaran?

La maestra invita a los estudiantes a que den sus respuestas y a que las expliquen, como se ejemplifica a continuación:

> Maestra: A ver, Amelie. ¿Tú cuántos crees que quedan dentro?
> Amelie: Dos.
> Maestra: ¿Y cómo sabes que son dos?
> Amelie: Porque salieron dos y había otros dos. Y dos y dos son cuatro.

Cuando la maestra considere que las explicaciones no son muy claras, puede articular aclaraciones que le ayuden a todo el grupo a entenderlas:

> Maestra: Amelie. A ver si te entendí bien. Tú viste que había dos coches afuera. Y como sabías que había dos coches adentro, tú pensaste: «Ah, como dos y dos son cuatro, tendrían que haber sido cuatro coches en total». ¿Así lo pensaste?
> Amelie: Sí.

La maestra trata de destacar las soluciones que son correctas y que no implicaron el uso del conteo, de uno en uno, sino la composición o descomposición de los números. Procura que todo el grupo las entienda, enfocándose en particular en las niñas y niños menos avanzados:

> Maestra: A ver, Ozziel. ¿Tú le entendiste a Amelie?
> Ozziel: No.
> Maestra: Ah. Está muy bien no entender, pero hay que decirlo. Le vamos a pedir a Uriel que te lo explique.

Al final, la maestra saca todos los autos para que todas las y los alumnos reconozcan cuál era la solución final:

Maestra: Voy a sacar los coches que se quedaron adentro. A ver. Sí, eran cuatro en total. Muy bien.

Veamos ahora un ejemplo de *comparar*. Antes de presentar el problema, la maestra coloca cinco autos dentro de la caja, sin que los estudiantes sepan cuántos son. Entonces, la maestra le narra al grupo el siguiente problema:

Otro día, mi tía vio que había cinco coches adentro. Luego vio que sacaron tres coches (la maestra toma tres de los coches que están dentro de la caja y los coloca afuera, de manera que los estudiantes puedan verlos, pero se asegura de que no puedan ver cuántos coches quedaron dentro). Ella se quedó pensando cuántos coches quedarían adentro todavía. ¿Quién cree saber cuántos se quedaron adentro?

Como en el caso anterior, la maestra trata de destacar las soluciones que son correctas y que no implicaron el uso del conteo, de uno en uno, sino la composición o descomposición de los números. Además, procura que todo el grupo las entienda, enfocándose en particular en las niñas y niños menos avanzados.

Como se mencionó antes, aunque este escenario es ideal para situaciones de reunir y de comparar, también se puede usar para presentar situaciones de quitar, como se ejemplifica a continuación:

Quitar: Una vez mi tía vio que los cinco coches estaba afuera (el grupo ve los cinco coches afuera; ver Figura 66). Después, se metieron tres coches al estacionamiento. ¿Cuántos se quedaron afuera?

Este tipo de problemas se pueden presentar usando otros contextos y materiales. Por ejemplo, se puede usar un frasco y cinco galletas (ver Figura 68) y presentar problemas como el siguiente:

El otro día me regaló mi mamá un frasco con cinco galletas deliciosas. No me aguanté las ganas, y me comí dos galletas. ¿Quién me puede decir cuántas galletas quedaron en el frasco?

Figura 68. Un frasco y cinco galletas de juguete

Otras posibilidades para presentar problemas similares pueden implicar el uso de cinco caballitos de juguete y un establo donde supuestamente viven los caballos. O cinco gallinas de juguete y un gallinero. En fin, hay muchas posibilidades, pero se debe de tratar siempre de situaciones que implican el uso de juguetes, o algún otro tipo de material concreto, y donde una parte del total de una colección le será visible al grupo y otra no.

8. FASE DE TRANSICIÓN
APOYAR EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES NUMÉRICAS BÁSICAS, DEL 1 AL 10

El siguiente objetivo de aprendizaje, después de que se logra apoyar a todas las niñas y niños a desarrollar habilidades numéricas avanzadas hasta el cinco (tercera fase de enseñanza), implica apoyar el desarrollo de las habilidades numéricas avanzadas, del 1 al 10. Para poder procurar éste, el objetivo de aprendizaje de la cuarta y última fase de enseñanza de la propuesta didáctica, se necesita haber logrado el objetivo de aprendizaje de la tercera fase de enseñanza (ver Capítulos 3 y 7), pero también que los estudiantes extiendan su dominio de habilidades numéricas básicas, en un rango que llegue hasta el diez.

En este capítulo se describen las actividades que pueden ser utilizadas para apoyar a los estudiantes a lograr esa extensión de sus habilidades. Como se explicó en el Capítulo 3, el trabajo para extender las habilidades numéricas básicas de los estudiantes puede comenzar en cuanto se haya concretado la segunda fase de enseñanza de la propuesta didáctica (ver Capítulo 6). También puede dejarse para después de que se haya concretado la tercera fase de enseñanza (ver Capítulo 7). Cada docente puede decidir cuándo. Lo importante es asegurarse de que antes de que comience la cuarta y última de fase de enseñanza (Capítulo 9), todas las niñas y niños (o casi todas) ya hayan logrado desarrollar habilidades avanzadas hasta el cinco y hayan extendido su dominio de las habilidades básicas, hasta el diez.

Las habilidades numéricas básicas son las cuatro que ya se han descrito (ver Capítulos 3 y 5), pero se busca ahora que el rango numérico de estas habilidades llegue hasta el *diez*:

1) Dominar la serie numérica oral, *hasta el diez*
2) Enumerar correctamente colecciones *de hasta diez elementos*
3) Mostrar los números *hasta el diez* con los dedos de las manos
4) Leer y ordenar los numerales escritos, del *0 al 10*

Las actividades son muy similares a las descritas en el Capítulo 6. La diferencia principal está en que ahora se cubre un rango numérico mayor (del uno al diez; y el cero, también).

Serie numérica oral

Como se explicó en los Capítulos 3 y 6, el dominio de la serie numérica oral es una de las habilidades numéricas básicas. En esta fase de transición se busca asegurarse de que todas las y los alumnos logren dominar la serie hasta el diez. Eso implica que la puedan decir de manera ascendente y descendente, empezando del uno, del diez, o de cualquier número, y que reconozcan el antecesor y el sucesor de todos los números hasta el diez.

> Ascendente: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.
> Descendente: Diez, nueve, ocho, siete, seis, cinco, cuatro, tres, dos, uno, cero.
> Ascendente empezando en seis: Seis, siete, ocho, nueve, diez.
> Descendente empezando en siete: Siete, seis, cinco, cuatro, tres, dos, uno, cero.
> Sucesor. *¿Qué número sigue del siete?:* Ocho.
> Antecesor. *¿Qué número va antes del nueve?*: Ocho.

Ping-pong hasta el diez

Para apoyar el dominio de serie numérica oral hasta el diez se recomienda retomar todas las variaciones del juego del ping-pong (ver Capítulo 6), pero usando ahora los números hasta el diez. Esas variaciones son:

- Ping-pong numérico progresivo, hasta el diez
- Ping-pong numérico discontinuo hasta el diez
- El número que sigue, con números del 1 al 10
- Ping-pong numérico regresivo, del 10 al 0
- Ping-pong numérico regresivo pero discontinuo, del 10 al 0
- El número que va antes del 1 al 10

Estas actividades se usan mientras que siga habiendo estudiantes a quienes les resulten retadoras.

Enumeración

Para apoyar el que las niñas y niños dominen la enumeración hasta el diez, se recomienda retomar la actividad de los dulces empacados. También, como se describe más adelante, se recomienda usar juegos de tablero y dados, pero con números hasta el diez.

Dulces empacados (segunda versión)

Esta actividad ya fue descrita en el Capítulo 6. Ahora se retoma pidiendo que se hagan paquetes de mayor tamaño: de por lo menos seis cubos (dulces) y hasta de diez. La actividad se usa en tanto siga habiendo estudiantes a quienes les resulte retadora.

Juegos de tablero y dos dados

En el Capítulo 6 se explicó cómo los juegos de mesa son útiles para ayudar a los estudiantes a que dominen la enumeración. En los juegos propuestos en ese Capítulo 6 se utiliza un solo dado modificado (ver Figura 42), lo que lleva a que en un solo tiro se pueda avanzar un máximo de cinco casillas. Ahora se propone usar dos dados del mismo tipo; esto es, dos dados que en lugar de tener seis puntos en una de sus caras, una de sus caras no tenga punto alguno. Eso hará que el número máximo de casillas que pueda avanzar un jugador en un tiro sea de diez. Además, el número mínimo de casillas a avanzar será de cero. En la Figura 69 se muestran algunos ejemplos de cómo podrían resultar los tiros con los dos dados modificados.

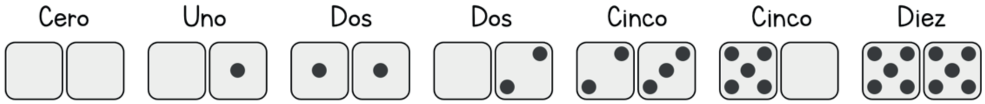


Figura 69. Ejemplos de los tiros que pueden resultar al tirar dos dados modificados

Hay que tener presente que la introducción de un segundo dado hace que los estudiantes recorran más casillas en los tiros que realizan. Puede ser necesario entonces modificar los tableros que se usen en los juegos para que los recorridos sean más largos. En la Figura 70 se muestra un ejemplo. Se trata de un tablero para jugar *El viaje a luna* (ver Capítulo 6), modificado para que en lugar de que se tengan que recorrer 15 casillas (ver Figura 43), se tengan que recorrer 37.

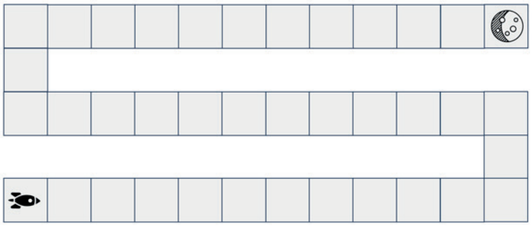


Figura 70. Tablero modificado para jugar *El viaje a la luna*. En tamaño real, cada casilla del tablero mide 2.5 cm por 2.5 cm

Los juegos de tablero con dos dados se usan hasta que jugarlos deja de serle retador a todas las y los alumnos.

Los números con los dedos

Otra de las habilidades en las que hay que apoyar a los estudiantes para que las extiendan en esta fase es la de mostrar los números hasta el diez usando los dedos de las manos. Se recomienda retomar la actividad de *La maestra dice* (ver Capítulo 6).

La maestra dice (cuarta versión)

En esta versión de *La maestra dice*, se pide a los estudiantes que muestren con sus manos cantidades de hasta diez dedos:

La maestra dice: Muestren seis dedos.
La maestra dice: Muestren cinco dedos.
La maestra dice: Muestren siete dedos.
La maestra dice: Muestren diez dedos.

La actividad se usa en tanto les siga siendo retadora a algunos estudiantes.

Lectura y orden de números

En cuanto a la lectura y orden de los numerales escritos, se recomienda retomar las mismas actividades que se propusieron en el Capítulo 6. Debido a que el rango numérico será mayor, habrá que hacer algunas modificaciones.

La lotería de los números hasta el 10

Materiales:

- Suficientes tableros de juego para que cada alumno tenga el suyo. Cada tablero incluye diez números (ver Figura 71). Todos los tableros pueden ser diferentes.
- Cartas con los numerales escritos, del cero al diez (ver Figura 71).
- Fichas suficientes para que cada alumno tenga diez.

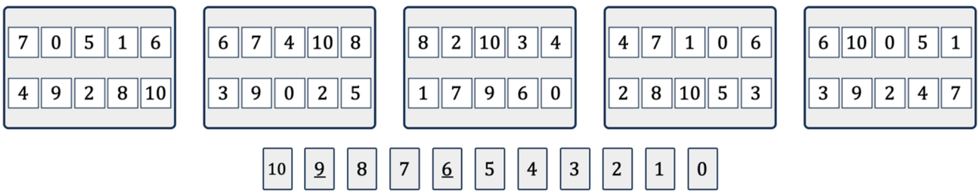


Figura 71. Ejemplos de tableros de juego para jugar *La lotería de los números hasta el diez* y las cartas. El tamaño de cada tablero es de 20 cm por 13 cm (media de hoja carta). El tamaño de cada carta es de 6 cm por 9 cm

Esta actividad es muy similar a la *lotería de los números* que se describió en el Capítulo 6. Se juega de la misma forma, sólo que se usan once cartas y tableros con diez números en cada uno (ver Figura 71).

¿Y este número dónde va? (segunda versión)

Se retoma la actividad descrita en el Capítulo 6. La diferencia es que ahora se usan tarjetas con los numerales del 0 al 10. Lo principal a tomar en cuenta es la dificultad que pueden tener algunos estudiantes para distinguir entre el 9 y el 6. Es conveniente entonces dedicar tiempo a que ellas y ellos expliquen las diferencias entre los dos numerales y que todos las traten de identificar:

Maestra: ¿Y cómo se llama este número?

Algunos estudiantes: Seis.

Otros estudiantes: Nueve.

Maestra: Sí. Se parecen mucho, pero es el seis. ¿Cómo podemos saber que es el seis? ¿Xóchitl?

Xóchitl: Porque su pancita está abajo y su colita arriba.

Maestra (mostrando la tarjeta con el numeral 6): Ah. ¿Ya se fijaron? En el seis, la pancita está para abajo y la colita para arriba. Ahora vamos a ver el nueve (muestra una tarjeta con el 9). Miren. En el nueve, la pancita está arriba y la colita, abajo.

9. CUARTA FASE DE ENSEÑANZA
APOYAR EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES NUMÉRICAS AVANZADAS, DEL 1 AL 10

Como se explicó en el Capítulo 3, el objetivo de aprendizaje de la cuarta y última fase de enseñanza de la propuesta didáctica implica que todas las niñas y niños logren desarrollar habilidades de sentido numérico, relativamente complejas, al trabajar con los números del uno al diez (y el cero, también). Son habilidades con las que deberán poder razonar, con facilidad, agilidad y flexibilidad, sobre diferentes formas de componer y descomponer los números hasta el diez, y que serán empleadas en la resolución de todo tipo de situaciones problemáticas.

Antes de comenzar con esta fase de enseñanza de la propuesta didáctica, hay que asegurarse de que los estudiantes ya hayan desarrollado las habilidades numéricas avanzadas, del uno al cinco (ver Capítulos 3 y 7). Además, las niñas y niños deben haber concretado la fase de transición (ver Figura 19), de manera que ya hayan extendido el rango de sus habilidades numéricas básicas hasta el diez (ver Capítulos 3 y 8).

En términos de evaluación formativa, como se explicó con detalle en el Capítulo 3, la resolución de situaciones problemáticas se usa como criterio principal para determinar que ya se ha alcanzado el objetivo de aprendizaje de ésta, la última fase de enseñanza. Es así como la propuesta didáctica se concreta, en su totalidad: cuando se logra que todas las y los alumnos de un grupo (o casi todos) muestran ser capaces de resolver situaciones problemáticas, con números hasta el diez, usando razonamientos de sentido numérico. Se trataría de razonamientos que implicarían componer y descomponer cantidades y donde no se usaría el conteo de uno en uno.

Componer y descomponer cantidades más grandes en la rejilla del diez

Como se pudo notar en el Capítulo 7, el recurso didáctico principal que en la propuesta se propone usar para apoyar a los estudiantes a desarrollar habilidades numéricas avanzadas, hasta el cinco, es la rejilla del diez (ver Figura 52). En esta cuarta fase de enseñanza, la rejilla también va a ser utilizada, aunque, como se podrá notar, jugará un papel menos preponderante.

El puesto con más sandías

En esta actividad se retoma la narrativa y la dinámica de la actividad «El puesto de sandías» (ver Capítulo 7), sólo que ahora se exploran las formas de acomodar seis, siete, ocho, nueve y diez sandías (ver Figura 72).

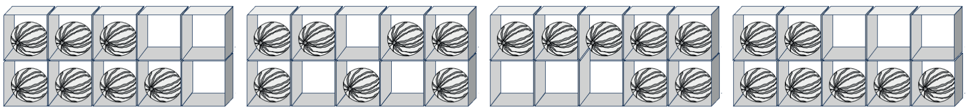


Figura 72. Diferentes formas de acomodar siete sandías en el puesto

Conforme los estudiantes van encontrando diferentes formas de acomodar las sandías, la maestra las registra. Es importante notar que cuando se usa la rejilla del diez, las combinaciones para componer los números del seis al diez son limitadas; de hecho, sólo hay una forma de acomodar diez sandías (ver Figura 73). Pero eso no le resta importancia a esta actividad. Le ayudará a los estudiantes a comenzar a razonar sobre las distintas formas de componer y descomponer números más grandes. Además, esta actividad será un buen antecedente para que las niñas y niños puedan participar en la que se describe a continuación, la cual implica la subitización con la rejilla del diez.

Figura 73. Combinaciones en las que se pueden acomodar 6, 7, 8, 9 y 10 elementos en la rejilla de diez

Subitización en la rejilla del diez

Como se ha visto, la subitización ocupa un papel importante en la propuesta didáctica. En esta fase de la propuesta también está presente. Ya no se realiza utilizando platos con puntos, como en el tercer objetivo (ver Figura 48), porque la subitización de cantidades mayores a cinco, cuando no están estructuradas, se dificulta mucho. En lugar de ello, se retoma la actividad de usar la rejilla del diez para subitizar (ver Capítulo 7), pero ahora con cantidades más grandes.

Algo importante de esta actividad es que favorece el que los estudiantes comiencen a emplear razonamientos de composición y descomposición de cantidades que implican a la sustracción. Como se explica a continuación, los estudiantes comienzan a reconocer que hay cantidades que son más fáciles de subitizar identificando cuánto les falta para ser cinco o para ser diez.

¿Cuántas sandías había? (segunda versión)

En esta actividad se retoma la actividad *¿Cuántas sandías había?* descrita en el Capítulo 7. Se usan los mismos materiales y la misma narrativa. La diferencia es que ahora se les presentan a los estudiantes cantidades de más de cinco elementos (sandías) y hasta diez (ver Figura 74).

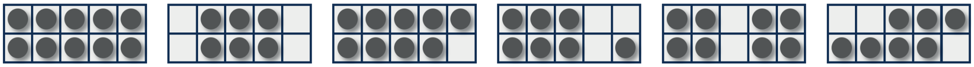


Figura 74. Ejemplos de configuraciones que se pueden utilizar para que los estudiantes subitices cantidades mayores a cinco en la rejilla del diez

Al trabajar esta actividad, habrá estudiantes que utilicen razonamientos de composición de cantidades que sean aditivos, como se ejemplifica en la Figura 75. También habrá quienes recurran a la sustracción. En el segundo caso, las explicaciones de ellas y ellos se referirán a cuántas sandías vieron que faltaban, como se ejemplifica en la Figura 76.

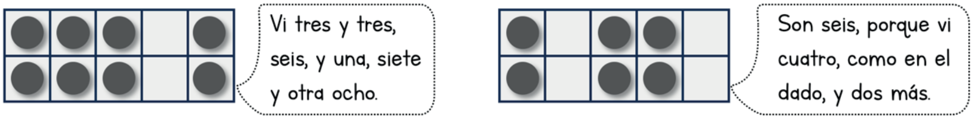


Figura 75. Explicaciones numéricas de estudiantes sobre cómo se reconocieron las cantidades sin contarlas, usando razonamientos aditivos

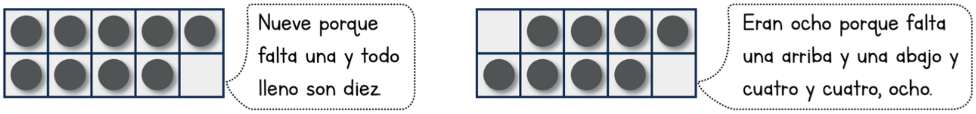


Figura 76. Explicaciones de estudiantes que implican el uso razonamientos donde está presente la sustracción

En la realización de esta actividad, es importante que la maestra le ayude a todo el grupo a entender las explicaciones que dan sus compañeras o compañeros, particularmente las que implican la sustracción. Por ejemplo, al subitizar la primera configuración que se muestra en la Figura 75, un alumno podría dar esta explicación:

> Yo vi que eran ocho porque vi dos que no tenían nada.

A esta explicación, la maestra podría responder:

> Ah. A ver si te entendí. Tú no te fijaste en cuántas había sino en cuántas faltaban. Rápido te diste cuente que faltaban dos. Entonces pensaste que si estuviera lleno el puesto serían diez sandías, pero como faltan dos, tienen que ser ocho las sandías que quedan. ¿Eso pensaste?

Esta actividad se usa en tanto haya estudiantes a quienes les siga resultando retadora.

Componer y descomponer en el ábaco rekenrek

El ábaco rekenrek es un ábaco con veinte cuentas distribuidas en dos ejes, diez cuentas en cada eje (ver Figura 77). Las cuentas son de dos colores, uno de ellos es oscuro (generalmente de color rojo) y el otro, claro (generalmente de color blanco). Así, en cada eje del ábaco hay cinco cuentas obscuras y cinco de color claro.

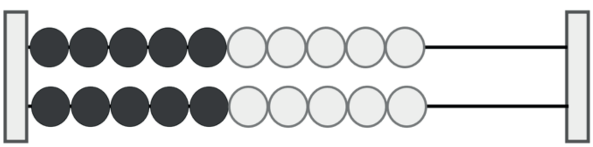


Figura 77. Ábaco rekenrek

En la propuesta didáctica, el ábaco rekenrek es el recurso principal que se propone usar para que niñas y niños desarrollen su sentido numérico hasta el diez. Como se podrá notar más adelante, este recurso didáctico permite que ellas y ellos exploren todas las formas en que se pueden componer y descomponer los números del uno al diez.

El ábaco rekenrek fue inventado por educadores matemáticos neerlandeses. De ahí que tenga un nombre en lengua neerlandesa: *rekenrek.* Éste, traducido literalmente al español, significa «rejilla aritmética». La popularidad mundial de este ábaco ha hecho que múltiples empresas internacionales de material didáctico, como «Hand2mind®» los fabriquen industrialmente. Esos ábacos de fabricación industrial (ver Figura 78) se pueden adquirir en México a través de las plataformas de comercio electrónico, pero generalmente a un costo relativamente alto.

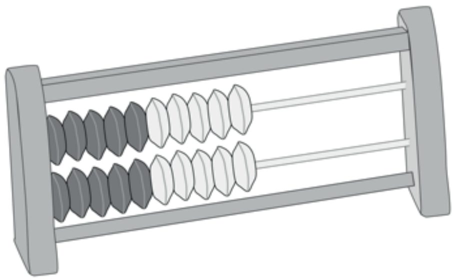


Figura 78. Ejemplo de un rekenrek de fabricación industrial

Los ábacos rekenreks también se pueden fabricar como manualidades, de manera relativamente fácil, usando materiales bastante económicos (ver Figura 79). En términos pedagógicos, estos ábacos rekenrek de fabricación casera son igual de útiles que los de fabricación industrial.

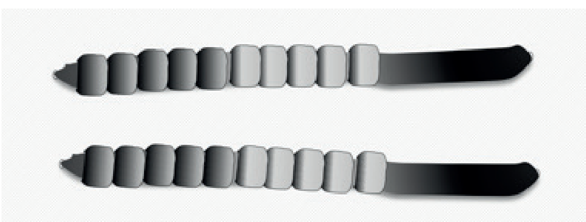


Figura 79. Ábaco rekenrek elaborado como manualidad. Se utilizan cuentas de plástico para hacer pulseras (de dos colores), dos trozos de alambre de chenilla **(también conocidos como** *limpiapipas*) **y un pliego de cartulina o cartón. El tamaño del pliego es de 20 cm por 14 cm.**

El autobús turístico de dos pisos

Materiales:

- Un ábaco rekenrek para cada alumno (ver Figura 79).
- Un ábaco rekenrek para la maestra lo suficientemente grande para que pueda ser visto por todo el grupo. Idealmente se puede usar un ábaco como el que se muestra en la Figura 80. Se trata de un ábaco gigante de 50 cuentas que puede ser reensamblado para parecer ábaco rekenrek.

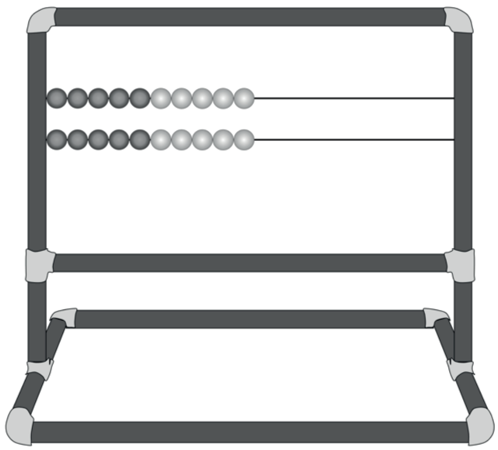


Figura 80. Ábaco gigante ensamblado para parecer rekenrek. Su altura es de 115 cm

En esta actividad se sigue la misma lógica de la actividad *El puesto de sandías* (ver Capítulo 7). Se comienza presentándole a los estudiantes un contexto que ellos puedan considerar interesante e importante, y a partir del cual puedan razonar sobre la composición y descomposición de cantidades, pero ahora hasta diez. Para presentar el contexto, se puede usar una narrativa como la que sigue:

> Hoy les voy a platicar de otra de mis amigas. Se llama Betty. Fuimos juntas a la prepa, pero tenía mucho que no la veía. Me la encontré en el mercado donde trabaja Doña Esperanza. Le pregunté que a qué se dedicaba y me platicó que trabaja en un negocio que opera autobuses turísticos. Me sorprendí mucho cuando me dijo que ella maneja un autobús que tiene ¡dos pisos! ¿Alguien ha visto un autobús así? Bueno, pues ¿qué creen? El autobús que ella maneja va haciendo paradas en las que se suben y bajan

los turistas. Luego ella no sabe bien cuántos van viajando en su autobús, así que usa un ábaco como éste para ir llevando la cuenta.

Al utilizar una narrativa de un autobús turístico de dos pisos hay que tomar en cuenta que muchas niñas y niños pueden no estar familiarizados con este tipo de vehículos. Sería entonces importante mostrarles claramente cómo son. Se pueden mostrar ilustraciones (ver Figura 81) o fotografías, e incluso videos tomados del internet. Además, sería valioso hacer una recreación en el aula de cómo funcionaría un autobús de este tipo, usando sillas y mesas (ver Figura 82).

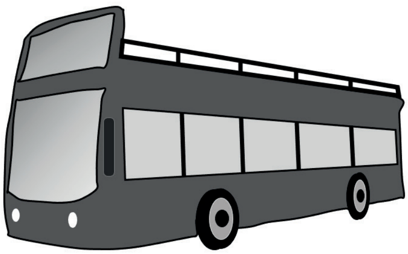


Figura 81. Dibujo de un autobús turístico de dos pisos

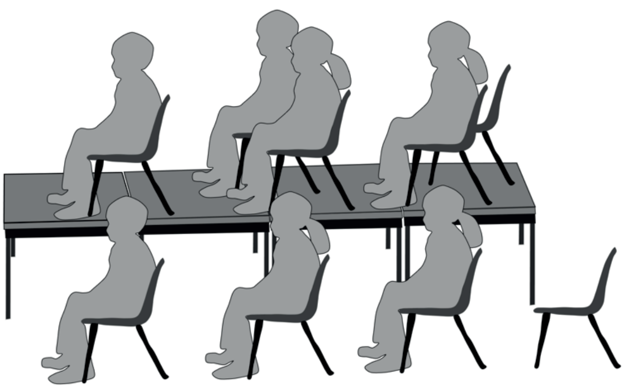


Figura 82. Recreación en un aula de un autobús turístico de dos pisos, usando sillas y mesas. En la imagen se recrea cómo iría el autobús cuando viajaran cuatro pasajeros en el piso de arriba y tres en el de abajo

Algo muy importante en el uso de ábaco rekenrek es que a todos en el aula les quede claro cómo está conformado:

Maestra: ¿Quién me puede decir cuántas cuentitas tienen nuestros ábacos en la fila de arriba? ¿Y en la fila de abajo? ¿Y cuántas cuentitas rojas tienen en la fila de arriba? ¿Y cuántas en la de abajo? ¿Y cuentitas blancas, cuántas hay en la fila de arriba? ¿Y en la de abajo?

También es muy importante que a todos les quede claro cuándo el acomodo de las cuentas indica la presencia de una cantidad. Lo recomendable es que el ábaco se posicione de manera que las cuentas obscuras queden a la izquierda (ver Figura 77). Además, es importante que se aclare que son las cuentas que han sido desplazadas hacia la derecha las que muestran una cantidad. Por ejemplo, la configuración que se muestra en la Figura 83 debe ser entendida como que muestra la cantidad s*iete.*

En el caso de la narrativa sobre el autobús turístico, eso significa que serán las cuentas que estén a la derecha las que muestren la cantidad de turistas que van viajando. Así, en el caso de la configuración que se muestra en la Figura 83, ésta debe ser entendida como que muestra que van viajando siete turistas en el autobús, cuatro en el piso de arriba y tres en el de abajo. A los estudiantes se les puede explicar que, en los autobuses representados por sus ábacos, primero se suben los pasajeros representados por las bolitas de color claro.

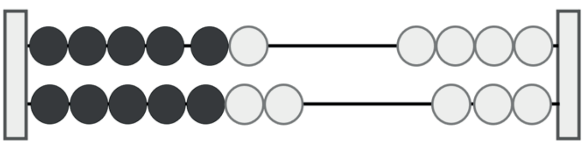
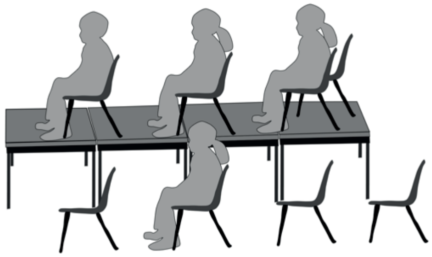


Figura 83. Representación con el ábaco rekenrek de seis pasajeros viajando en el autobús turístico: cuatro en el piso de arriba y tres en el de abajo

Para ayudar a que a todos les quede claro cómo funciona el ábaco rekenrek, se puede aprovechar la recreación que se haga en el aula del autobús turístico. Por ejemplo, si en la recreación se suben cuatro integrantes a los lugares superiores y tres a los inferiores (ver Figura 82) se les puede aclarar a los estudiantes cómo se representa ese arreglo en sus ábacos (ver Figura 83). Se pueden, además, recrear otras configuraciones. Por ejemplo, con la ayuda de ellas y ellos, se puede recrear cómo iría el autobús con tres turistas arriba y uno abajo. Después, todos en el salón podrían arreglar sus ábacos para que muestren cómo se colocarían las cuentas para representar la recreación que se realizó (ver Figura 84).



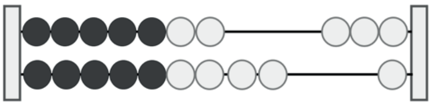


Figura 84. Recreación de cómo viajarían en el autobús turístico tres pasajeros en el piso de arriba y uno en el de abajo, y la forma en la que se representaría esa configuración en el ábaco rekenrek

Una vez que los estudiantes han entendido la situación y ya conocen sus ábacos, la maestra puede comenzar a plantearles escenarios en las que ellos deben de investigar cómo podrían ir acomodando cierto número de turistas en el autobús de dos pisos. Es recomendable comenzar con cantidades de cinco o menos, para ayudarles a que se vayan familiarizando con el ábaco rekenrek:

> Maestra: Fíjense que mi amiga Betty me contó que el otro día iban cinco turistas en su autobús. Ella no se acuerda si iban arriba o abajo. ¿Creen que puedan ayudarle a Betty a investigar de qué formas podrían haber ido los cinco turistas en su autobús? Usen sus ábacos.

Una vez que los estudiantes ya han investigado, la maestra organiza al grupo para que las diferentes soluciones vayan siendo presentadas colectivamente en el ábaco principal del salón (idealmente, el ábaco gigante; ver Figura 80). Como se puede notar, la dinámica es muy similar a la de la actividad de «El puesto de sandías» (ver Capítulo 7):

> Maestra: ¿Ya vieron cómo cree Elena que iban los turistas (ver Figura 85)? ¿Cuántos iban viajando en el piso de arriba? ¿Cuántos en piso de abajo? ¿Y sí son cinco en total?

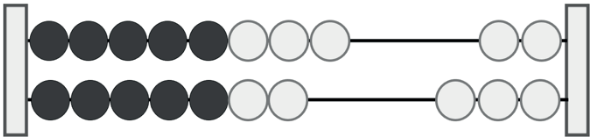


Figura 85. Representación de cómo podrían viajar cinco turistas en el autobús de dos pisos: dos arriba y tres abajo

Al igual que en la actividad de «El puesto de sandías», la maestra va llevando un registro en el pizarrón de las diferentes soluciones que va encontrando el grupo.

Maestra: Entonces, como lo descubrió Elena, cuando viajan cinco turistas, dos pueden ir en el piso de arriba y tres en el de abajo (ver Figura 86).

Figura 86. Primer registro de cómo pueden viajar cinco turistas en el autobús de dos pisos: dos en el piso de arriba y tres en el piso de abajo

Se puede continuar con situaciones en las que más de cinco turistas vayan viajando en el autobús:

> Maestra: Ayer en la noche hablé con Betty, mi amiga, la que es conductora, y me platicó que ese día se subieron seis turistas a su autobús. Yo me quedé pensando cómo podrían haber ido acomodados si eran seis. Les propongo que investiguemos con nuestros ábacos cómo podrían viajar seis turistas en el autobús que maneja Betty.

Es posible que, debido a las experiencias previas de los estudiantes con la rejilla del diez, inicialmente sólo consideren las cuentas de color claro para las configuraciones que propongan. Así, con la situación de los seis turistas, es posible que los estudiantes sólo propongan las soluciones que se muestran en la Figura 87.

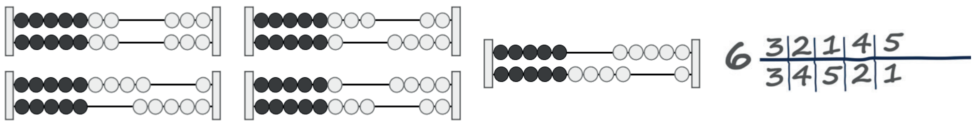


Figura 87. Soluciones propuestas por los estudiantes en las que únicamente se usaron las cuentas de color claro en el ábaco rekenrek

De ser este el caso, la maestra puede proponer soluciones que impliquen el uso de las cuentas de color oscuro en el ábaco rekenrek:

> Maestra: A mí se me ocurre que también podrían haberse ido todos en el piso de arriba y ninguno en el de abajo. Lo podemos poner así en nuestros ábacos (ver Figura 88) ¿Qué les parece mi solución? Sí estaría bien. ¿Verdad? ¿A alguien se le ocurre otra forma?

Figura 88. Representación el ábaco rekenrek de cómo podrían viajar seis turistas en el autobús de dos pisos: seis en el piso de arriba y ninguno en el de abajo

Como en la actividad de «El puesto de sandías», una pregunta importante que se puede estar haciendo constantemente es si ya estarán todas las soluciones y cómo se podría estar seguro:

> Maestra: Ya encontramos nueve formas diferentes de cómo podrían ir diez turistas en el autobús (ver Figura 89). ¿Habrá otra forma o ya son todas?

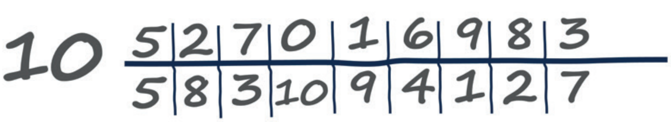


Figura 89. Nueve formas diferentes en las que podrían viajar diez turistas en el autobús de dos pisos

En esta actividad, una evidencia de que ha habido progreso en el grupo es cuando se nota que la atención de los estudiantes ya no se centra en el ábaco de la maestra, sino en el registro que ella va haciendo de cómo pueden ir acomodados los turistas en los dos pisos del autobús (ver Figura 89).

La actividad se puede usar múltiples veces, en tanto les siga resultando retadora a varios de los estudiantes. Un día se pueden explorar las composiciones para siete pasajeros y, al siguiente, para ocho. Después, se pueden explorar formas en que pueden viajar nueve turistas y, al día siguiente, formas en que pueden viajar diez turistas. Incluso, una misma cantidad puede volver a ser explorada.

Juegos de tablero con lo que falta para diez

En la procuración del objetivo de aprendizaje de esta cuarta fase de enseñanza de la propuesta didáctica, los juegos de mesa también son un recurso valioso. Se pueden retomar los juegos de la fase de transición (ver Figura 70), en los que usan dos dados modificados (ver Figura 42), pero la regla para avanzar debe de cambiar. Ahora, se avanzará de acuerdo con cuánto le falta a un tiro para completar diez. Así, si se tira un «cero» se avanzan diez casillas, si se tira un «uno» se avanzan nueve casillas, y si se tira un «ocho» se avanzan sólo dos casillas (ver Figura 90).

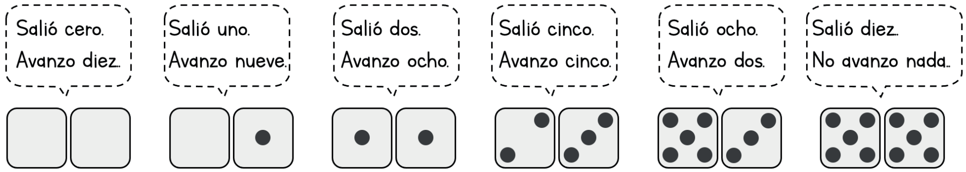


Figura 90. Ejemplos de cuánto se avanzaría siguiendo la regla de «lo que falta para completar diez»

Figura 91. Usando la rejilla del diez o los dedos de las dos manos para saber cuánto falta para completar diez

A los estudiantes a los que se les dificulte saber cuánto avanzar, se les puede apoyar dejándolos que usen una rejilla del diez o invitándolos a que se apoyen usando los dedos de sus dos manos (ver Figura 91).

Los juegos de mesa se pueden jugar, usando la regla de lo que falta para diez, en tanto siga habiendo estudiantes a los que les resulte retador saber cuánto deben de avanzar.

Juegos con tarjetas numéricas

Para la procuración del objetivo de aprendizaje de la tercera y última fase de enseñanza, también hay juegos con tarjetas que se pueden utilizar.

Veo diez

Materiales:

- Un juego de tarjetas como el que se muestra en la Figura 92 para cada equipo.

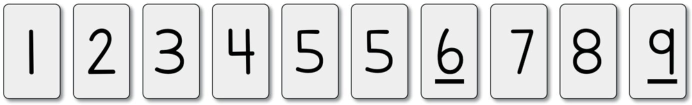


Figura 92. Juego de diez tarjetas para jugar *Veo diez*

Se juega de manera similar al juego *Veo cinco* (ver Capítulo 7) pero con reglas un poco diferentes. El objetivo es encontrar pares que sumen diez. Se comienza revolviendo las tarjetas y colocándolas boca abajo, de manera que no se vea qué número tienen escrito. Por turnos, cada jugador voltea una tarjeta y la deja mostrando el número que contiene. Si el jugador reconoce, entre las tarjetas que muestran sus números, dos que sumen diez, entonces dice «Veo diez» y toma el par de tarjetas.

Para saber qué números suman diez, los estudiantes se pueden apoyar usando una rejilla del diez, o los dedos de sus manos (ver Figura 91). El juego continúa hasta que se terminan las tarjetas. Gana el jugador que recolectó más tarjetas. Se pueden jugar múltiples rondas. Además, se puede seguir usando esta actividad en tanto les siga resultando retador a algunos estudiantes saber qué números suman diez y, por lo tanto, forman un par.

Memorama del diez

Materiales:

- Un juego de tarjetas como el que se muestra en la Figura 93 para cada equipo.

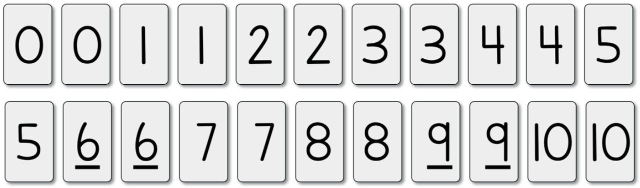


Figura 93. Juego de tarjetas para jugar *Memorama del diez*

Se juega de manera similar al juego *Memorama del cinco* (ver Capítulo 7) pero con reglas un poco diferentes. Se organiza al grupo en equipos de tres o cuatro integrantes, ya que el juego lo pueden jugar tres o cuatro jugadores. El objetivo es encontrar pares que sumen diez. Se comienza revolviendo las tarjetas y colocándolas boca abajo, de manera que no se vea qué número tienen escrito. Por turnos, cada jugador voltea dos tarjetas. Si éstas suman diez, se las queda. Si no suman diez, las voltea para que vuelvan a quedar boca abajo, de manera que no se vea el número.

Para saber qué números suman diez, los estudiantes se pueden apoyar usando una rejilla del diez, o los dedos de sus manos (ver Figura 91). El juego continúa hasta que se terminan las tarjetas. Gana el jugador que recolectó más tarjetas.

Se pueden jugar múltiples rondas de este juego. Además, se puede seguir usando esta actividad en tanto les siga resultando retador a algunos estudiantes saber qué números suman diez y, por lo tanto, forman un par.

Subitización en el ábaco rekenrek

La realización de actividades de subitización en el ábaco rekenrek es una forma eficaz de ayudar a los estudiantes a que avancen en el desarrollo de su sentido numérico, particularmente en lo que respecta a su habilidad de componer y descomponer cantidades con flexibilidad y bastante agilidad. Es recomendable que las actividades de subitización comiencen después de que ellas y ellos estén muy familiarizados con el ábaco, cuando ya hayan tenido múltiples oportunidades de explorar la composición y descomposición de cantidades (ver actividad «El autobús turístico de dos pisos»).

¿Cuántos turistas estaban viajando en el autobús?

Materiales:

- Un ábaco rekenrek que pueda verse claramente desde cualquier parte del aula. Idealmente, puede ser un ábaco gigante (ver Figura 80).
- Una tela (o algo similar) con la que cubrir el ábaco para que no pueda ser visto por los estudiantes.

Esta actividad es muy similar a la de «¿Cuántas sandías había?». La diferencia principal está en que en lugar de una rejilla del diez se usa un ábaco rekenrek, lo que incrementa la diversidad de configuraciones que se pueden subitizar.

Para contextualizar la actividad, la maestra puede usar una narrativa similar a ésta:

> Fíjense que el otro día fui a pasear. Justo estaba por la zona donde pasan los autobuses turísticos, como el que maneja mi amiga Betty. De pronto volteo y veo pasar a uno de los autobuses. Creo que era el que maneja Betty. Quise saber cuántos turistas llevaba, pero no me dio tiempo de contarlos porque pasó rápido. Sólo creo que vi que iban cuatro arriba y cuatro abajo. ¿Alguien me puede decir cuántos iban en total? Bueno. Les propongo que juguemos con el ábaco a qué pasa en el autobús, pero sin que nos dé tiempo de contar. Vamos a ver si podemos averiguar cuántos turistas van viajando. ¿Les parece bien?

En la realización de la actividad se sigue una progresión similar a la descrita en las actividades de *¿Cuántos viste?* y *¿Cuántas sandías había?* (ver Capítulo 7). Ésta implica los siguientes cinco pasos:

1) Se descubre el ábaco rekenrek, mostrando una configuración de cuántos pasajeros viajan (ver ejemplo en la Figura 94).
2) Se cubre el ábaco, después de que se le ha dado tiempo a todas las y los alumnos de ver la configuración claramente, pero no de contar las cuentas, de una en una.
3) La maestra pregunta: «¿Cuántos pasajeros vieron que iban viajando en el autobús?» Procura identificar las diferentes cantidades que los estudiantes creen haber visto, y quiénes las vieron: «¿Quién más vio que eran ocho? Levante la mano».
4) Se descubre el ábaco para que todo el grupo reconozca la configuración (ver Figura 94).
5) La maestra pide a quienes encontraron la cantidad correcta que expliquen cómo fue que reconocieron esa cantidad.

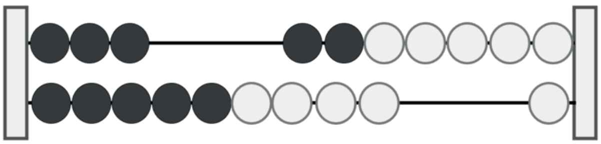


Figura 94. Ejemplo de configuración en el ábaco a ser reconocida súbitamente por los estudiantes

Algunas de las explicaciones que den los estudiantes pueden estar basadas en la composición de cantidades, usando sólo la adición. Veamos un ejemplo:

> Ernesto: Yo vi que estaban todas las blancas arriba y una abajo y eran seis. Y vi dos más arriba y seis y dos son ocho.

Como se puede notar, este alumno pareció saber que el ábaco tiene cinco cuentas claras en su fila superior. Después reconoció que esas cinco estaban recorridas a la derecha. A ellas le agregó primero la cuenta que vio en la fila de abajo y, después, las otras dos que vio en la fila de arriba.

También puede haber explicaciones que impliquen a la sustracción, como se ejemplifica a continuación:

Amelie: Yo vi los tres que no se subieron y entonces tenían que ser siete arriba y otro abajo, son ocho.

En este caso, la alumna parece haber identificado que todas las cuentas de la fila superior estaban recorridas, con la excepción de tres. Entonces supo que serían siete las que estaban recorridas, al reconocer que 7 y 3 son una de las formas de descomponer al diez. Después, agregó la cuenta que vio que estaba en la parte inferior.

Al igual que en todas las otras actividades que implican la subitización, es importante que la maestra procure que todos en el grupo entiendan los razonamientos que se siguieron para identificar correctamente la cantidad que se mostró. Haciendo esto, la maestra apoyará particularmente a aquellos estudiantes a quienes este tipo de actividades les resulte más retador:

Maestra: A ver Amelie si te entendí bien. Tú primero no te fijaste en cuántos pasajeros se subieron arriba, sino que te fijaste que había tres que no se habían subido. Entonces tú pensaste:

«Si se quedaron tres abajo, tienen que ser siete los que se subieron arriba». Porque tú ya sabías que siete y tres son diez. Después, viste que abajo iba otro pasajero y, entonces, supiste que eran ocho en total. ¿Así lo pensaste? ¿Todos lo entendieron? ¿Alguien tiene alguna duda?

Esta actividad se puede usar múltiples veces. Son muchas las diferentes configuraciones que se pueden presentar de cada cantidad (ver ejemplo en la Figura 95). La instrumentación de esta actividad seguirá siendo beneficiosa en tanto siga habiendo estudiantes en el grupo a los que les resulta retador identificar ágilmente las cantidades en el ábaco rekenrek, y articular explicaciones sobre cómo reconocieron cuánto había.

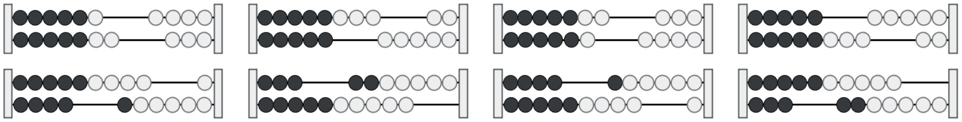


Figura 95. Ocho formas diferentes de componer al número siete en el ábaco rekenrek

Uso de monedas de juguete de varias denominaciones

El dinero de juguete es un material didáctico que le resulta atractivo a las niñas y niños. En la propuesta, se recomienda usar únicamente monedas con valor de un peso, a partir de la segunda fase de enseñanza (ver Capítulo 6) y hasta antes de la cuarta fase. Es en la última fase donde se recomienda introducir el uso de monedas de varias denominaciones: 1, 2, 5 y 10 pesos. El uso de este material concreto, en la cuarta fase de enseñanza, se considera que es un recurso poderoso para apoyar a los estudiantes a desarrollar aún más su sentido numérico, con cantidades hasta el diez.

La vendimia de la maestra

Materiales:

- Suficientes «juegos de monedas» como los que se muestran en la Figura 96. Debe haber un juego por equipo.
- Artículos para la vendimia fingida. Tienen que ser bastantes del mismo tipo, de manera que cada equipo pueda «comprar» uno. Se pueden usar empaques de reúso como: botellas de champú, cajas de gelatina, botes de crema, botes de yogur, botellas de aceite y bolsas de pan de caja rellenadas con envolturas de desecho (papel, celofán u otro).
- Tarjetas con los precios de los artículos, que vayan de \$6 a \$10 (ver Figura 97).

Figura 96. Juego de monedas de juguete. El juego debe incluir: diez monedas de \$1, cinco monedas de \$2, dos monedas de \$5 y una moneda de \$10

Figura 97. Tarjetas con precios de productos. Cada tarjeta mide 15 cm de alto

Esta es una actividad colectiva que busca, principalmente, que los estudiantes se familiaricen con el uso de monedas de diferente denominación. Se organiza al grupo en equipos que pueden ser de dos, tres o cuatro integrantes por equipo. Cada equipo debe contar con un juego de monedas (ver Figura 96).

La actividad comienza con la maestra dando una explicación como la que se ejemplifica a continuación:

> Hoy vamos a jugar con las monedas que tiene cada equipo. Vamos a fingir que yo les vendo algunos productos y ustedes me los compran. Yo voy a dar el precio. Después voy a ir pasando a cada equipo a vender. Ustedes deben tener su dinero listo. Las cosas que les venda me las tienen que pagar con la cantidad exacta de dinero. Yo no voy a darles cambio. Entonces, yo les voy a mostrar el artículo que les voy a vender y ustedes deben juntar la cantidad exacta. A los equipos que tengan la cantidad exacta, yo les voy a vender el producto.

Después, la maestra muestra el primer artículo y la tarjeta con su precio, la cual puede adherir al pizarrón:

> Voy a comenzar vendiendo gelatina. ¿Les gusta la gelatina? Bueno. Estas cajitas de gelatina las doy a seis pesos (muestra la tarjeta con el precio y la pega en el pizarrón). Voy a pasar a cada equipo a vendérselas. Ya deben tener su dinero listo para comprar y les dejo su cajita.

La dinámica continúa de la misma forma, de manera que el precio del siguiente producto sea de $7, el que sigue de $8, después de $9 y, finalmente, de $10.

Es importante tener presente que a algunos estudiantes les puede resultar retador completar cantidades usando monedas cuyo valor sea mayor a un peso. En esta actividad, la maestra puede ayudarle a los equipos a juntar el dinero que necesiten.

¿Cómo lo puedo comprar?

Materiales:

- Suficientes «juegos de monedas» como los que se muestran en la Figura 96. Debe haber un juego por equipo.
- Suficientes monedas para la maestra, de las mismas denominaciones que se muestran en la Figura 96. Las monedas que use la maestra pueden ser de tamaño más grande para que los estudiantes puedan verlas claramente cuando la maestra las vaya adhiriendo en el pizarrón o en la pared.
- Tarjetas con los precios de los artículos, que vayan de $4 a $10 (ver ejemplos en la Figura 97).
- Productos para simular una venta, uno de cada uno. Pueden ser juguetes, artículos de papelería u otras cosas.

Esta también es una actividad colectiva. El grupo se organiza en equipos y cada equipo cuenta con un juego de dinerito (ver Figura 96).

La maestra puede comenzar con una explicación como la que se ejemplifica a continuación:

> Hoy vamos a seguir jugando con las monedas de juguete. Cada equipo tiene sus monedas. Yo les voy a mostrar un producto y les voy a decir su precio. Ustedes deben de juntar el dinero exacto que se necesitaría para comprarlo, usando sus monedas. Después de que lo hagan, les voy a preguntar cómo lo juntaron. Vamos a ver si todos lo hicieron igual o si hubo diferentes formas de juntar el dinero.

El primer artículo a «vender» puede ser un lápiz. La maestra lo puede mostrar, decirles a los estudiantes que su precio es de cuatro pesos y mostrar la tarjeta con el precio de $4. La maestra entonces puede explicarle al grupo:

> Este lápiz cuesta cuatro pesos. Junten su dinero para comprarlo exactamente. O sea, deben de juntar lo necesario, de manera que no les tengan que dar cambio.

Después de que los equipos realizaron el trabajo, la maestra indaga las formas en las que los diferentes equipos reunieron el dinero. Ella las va ejemplificando, creando conjuntos de monedas que todas y todos puedan ver. Lo puede hacer adhiriendo monedas en el pizarrón.

Maestra: En el equipo de Daniela juntaron el dinero usando cuatro monedas de un peso. ¿Algún equipo juntó su dinero usando otras monedas?

La maestra procura que surjan todas las formas posibles. Si alguna no fue indicada por los estudiantes, ella la puede proponer:

Maestra: A mí se me ocurre que también pudimos haber comprado el lápiz usando dos monedas de un peso y una moneda de dos pesos. ¿Sí da cuatro pesos en total? ¿Alguien encontró otra forma?

Es importante tener presente que conforme aumenta la cantidad, el número de combinaciones posibles también aumenta. Por ejemplo, sólo hay tres combinaciones para formar la cantidad de cuatro pesos (ver, Figura 98), pero hay cinco maneras de formar la cantidad de seis pesos (ver Figura 99). En cuanto a la cantidad de diez pesos, hay once formas posibles. Invitamos a nuestras lectoras a que investiguen cuáles son.

Figura 98. Tres formas diferentes de juntar cuatro pesos usando las monedas de juguete

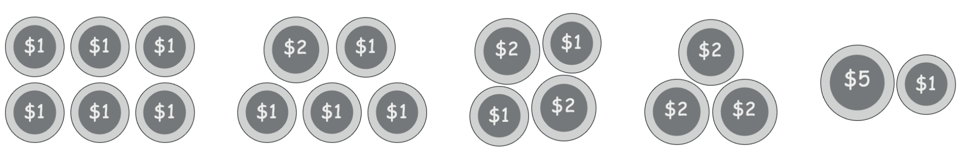


Figura 99. Cinco formas diferentes de juntar seis pesos usando las monedas de juguete

En la instrumentación de esta actividad, se pueden investigar todas las formas de completar cantidades de cuatro a diez pesos. Seguramente se necesitarán varias sesiones para eso. Además, si la actividad le sigue resultando retadora a varios estudiantes, se pueden volver a explorar las diferentes formas de completar una cierta cantidad. Por ejemplo, se pueden volver a explorar las diferentes formas de completar nueve pesos, usando las monedas de juguete.

Resolución de problemas

El ábaco rekenrek también puede ser aprovechado para apoyar a los estudiantes a resolver situaciones problemáticas, haciendo uso de razonamientos de sentido numérico. Como ya se ha explicado, se trataría de razonamientos basados en la composición y descomposición de cantidades, y que no implicasen el conteo de uno en uno.

Dentro de la lógica de la propuesta didáctica, sería importante que las actividades de resolución de problemas, en esta fase, se le presentaran al grupo cuando los estudiantes ya estuvieran muy familiarizados con el ábaco rekenrek y, además, ya pudieran subitizar configuraciones en el ábaco con bastante facilidad (ver actividades *El autobús turístico de dos pisos* y *¿Cuántos turistas estaban viajando en el autobús?*).

En general, se espera que, al comenzar a lidiar con las situaciones problemáticas, los estudiantes requerirán apoyarse, usando sus ábacos rekenrek, para proponer soluciones que no impliquen el conteo de uno en uno. Eventualmente, algunos de ellos comenzarán a ser capaces de resolver los problemas, usando razonamientos de sentido numérico, sin tener que usar sus ábacos.

Algo importante a tener presente es que se debe permitir que los estudiantes usen sus ábacos, e incluso promover que lo hagan, cuando la única forma que tendrían de resolver las situaciones sin la ayuda del ábaco sería contando de uno en uno. Por otra parte, no se debe obligar a los estudiantes a que usen sus ábacos rekenrek, sobre todo si ya son capaces de resolver las situaciones problemáticas por sí solos y usando razonamientos de sentido numérico. En otras palabras, no se debe forzar las niñas y niños a que usen sus ábacos, cuando ellos ya son capaces de resolver las situaciones problemáticas componiendo o descomponiendo cantidades por sí mismos, sin tener que usar un ábaco. A esas niñas y niños se les puede permitir el acceso a un ábaco, pero serán ellos quienes decidan si lo usan o no al resolver una situación problemática.

Como ya se ha explicado varias veces a lo largo de este libro, cuando las niñas y niños muestran ser capaces de resolver una diversidad de situaciones problemáticas, con números hasta el diez, usando razonamientos de sentido numérico, se puede dar por concluida la cuarta y última fase de enseñanza, ya que se ha alcanzado el objetivo de aprendizaje final de la propuesta didáctica: que los estudiantes logren desarrollar habilidades numéricas avanzadas, del uno al diez (y el cero, también; ver Capítulo 3).

Problemas sobre el autobús turístico

Materiales:

- Un ábaco rekenrek para cada alumno (ver Figura 79).
- Un ábaco rekenrek para la maestra lo suficientemente grande para que pueda ser visto por todo el grupo.

En esta actividad se busca aprovechar el contexto del autobús turístico con el que ya están familiarizados los estudiantes. Se trata de una actividad colectiva donde la maestra primero plantea una situación problemática. Después, ellas y ellos la resuelven individualmente usando sus ábacos. Finalmente, la maestra, junto con el grupo, analizan las diferentes formas en que se resolvió la situación problemática. Para la realización de esta actividad, cada quien debe contar con un ábaco rekenrek.

La actividad puede comenzar con la maestra dando una explicación similar a la que se ejemplifica a continuación:

> En el recorrido que hace Betty conduciendo el autobús turístico, comienza siempre en la plaza de la ciudad. Después hace una parada en un museo, donde a veces se bajan algunos turistas y, a veces, se suben los turistas. Finalmente, ella siempre llega a donde está una iglesia muy grande que se llama «catedral».

Para apoyar a los estudiantes, la maestra puede hacer dibujos en el pizarrón como los que se muestran en la Figura 100.

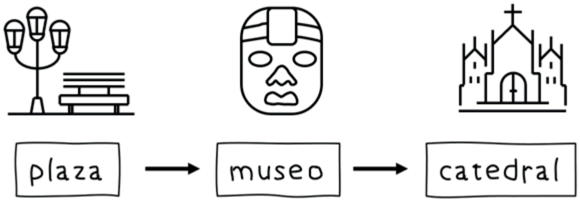


Figura 100. Representación del trayecto que recorre un autobús turístico de dos pisos

Una vez que los estudiantes ya han entendido de qué se trata la situación, la maestra puede plantear un problema de *agregar*, como se ejemplifica a continuación.

Vamos a suponer que el autobús de Betty salió con seis turistas de la plaza. Luego en el museo se subieron tres más. Ahora usen sus ábacos para averiguar cuántos turistas iban en el autobús cuando llegó a la catedral.

Al plantear la situación, la maestra puede agregarle números y una flecha a los dibujos que hizo en el pizarrón, de manera que el dibujo quede como se muestra en la Figura 101.

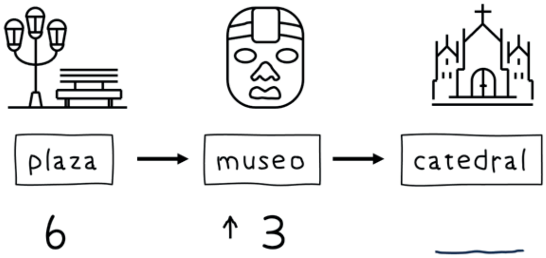


Figura 101. Dibujo que representa una situación de agregar, en el contexto del autobús turístico. La flecha apuntando hacia arriba indica que los 3 pasajeros se subieron en el museo

También se pueden presentar situaciones problemáticas que implican *quitar*, como se ejemplifica a continuación.

Figúrense que otro día salió Betty de la plaza con nueve turistas en el autobús. Luego, en el museo, se bajaron siete. ¿Cuántos turistas había en el autobús cuando llegó a la catedral? Usen sus ábacos.

Al plantear la situación, la maestra puede apoyarse escribiendo números y dibujando una flecha, como se muestra en la Figura 102.

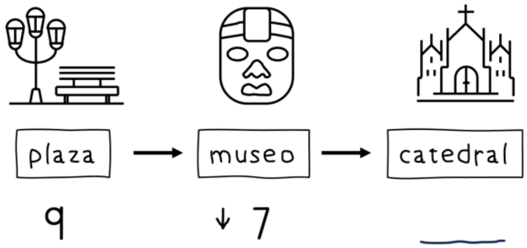


Figura 102. Dibujo que representa una situación de quitar, en el contexto del autobús turístico. La flecha apuntando hacia abajo indica que 7 pasajeros se bajaron en el museo

El contexto también permite plantear situaciones problemáticas de tipo «número perdido» que requieren *comparar*, como se ejemplifica a continuación.

> Hubo un día en el que Betty salió de la plaza con ocho turistas. Cuando llegó al museo se distrajo y ya no se fijó si se subían o bajaban los turistas. Sólo cuando llegó a la catedral vio que iban tres turistas en total en su autobús. ¿Qué creen que pasó en el museo? ¿Se subieron o se bajaron los turistas? Si se subieron, ¿cuántos fueron? Y si se bajaron, ¿cuántos fueron? Usen sus ábacos para averiguar.

Al plantear la situación, la maestra puede apoyarse ajustando el dibujo, como se muestra en la Figura 103.

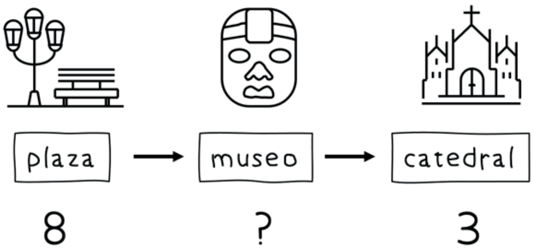


Figura 103. Dibujo que representa una situación de número perdido que implica igualar

Una vez que se plantea la situación problemática, se debe dar tiempo a los estudiantes para que la resuelvan, usando sus ábacos. Durante este tiempo, la maestra puede tratar de identificar quiénes, entre sus estudiantes resuelven la situación usando sus ábacos para componer o descomponer cantidades, y sin contar de uno en uno.

Cuando los estudiantes ya han resuelto la situación problemática, la maestra le pide a uno de sus estudiantes que no recurrió al conteo, de uno en uno, que pase al frente y explique cómo le hizo. Ella procura que todas y todos entiendan cómo resolvieron la situación estos estudiantes que usaron razonamientos de sentido numérico, como se ejemplifica a continuación:

> Maestra: A ver. Alexa. ¿Tú qué opinas del problema?
> Alexa: ¿Cuántos se bajaron?
> Maestra: ¿Y cómo sabes que se bajaron?
> Alexa: Porque llegaron tres y se bajaron cinco.

Maestra: A ver. Muéstranos en el ábaco cómo le hiciste.

Alexa pasa al ábaco. Sin contar, recorre ocho cuentas de la fila de arriba (ver Figura 104).

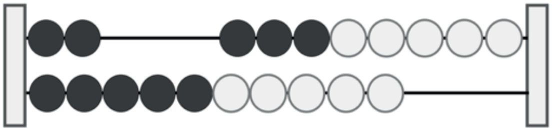


Figura 104. Las ocho cuentas que recorrió Alexa en el eje superior del ábaco rekenrek

Maestra: Alto ahí, alto ahí. Alexa, ¿Dinos qué hiciste?

Alexa: Puse ocho.

Maestra: Alexa puso ocho, pero no vi que las contara. Alexa. Explícanos cómo supiste que así serían ocho, sin que las contaras.

Alexa: Porque así son ocho.

Maestra: Sí. ¿Pero cómo supiste? A ver, dime si así lo pensaste: ¿Tú sabías que todas las blancas son cinco, así que recorriste todas las blancas y después recorriste tres rojas para formar ocho en total?

Alexa: Es que quedaron dos y entonces son ocho.

Maestra: Ah. Entonces tú sabías que si ponías todas las bolitas de la fila de arriba, iban a ser diez. Pero como faltaron de poner dos, entonces serían ocho. Porque dos y ocho son diez.

¿Así le hiciste?

Alexa: Sí.

Maestra: ¿Todos entendieron? ¿Alguna pregunta para Alexa? Muy bien. Alexa. ¿Y después qué hiciste?

Alexa: Las quité para que quedaran tres y eran cinco.

Maestra: A ver si te entendí. ¿Tú quitaste las suficientes bolitas para que sólo quedaran tres y viste que habías quitado cinco?

La maestra mueve las bolitas para que el ábaco quede como se muestra en la Figura 105.

Figura 105. Representación de cómo queda un ábaco rekenrek después de que movieron a la izquierda cinco cuentas en una fila, donde antes había ocho cuentas recorridas a la derecha (ver Figura 104)

Alexa: Sí.

Maestra: ¿Y cómo supiste que habías quitado cinco?

Alexa: Porque dos y tres y son cinco.

Maestra: Ah. Porque tú ya sabías que dos y tres forman cinco. (La maestra apunta al conjunto de bolitas que quedó en medio de la fila superior del ábaco; ver Figura 105).

Alexa: Sí.

Maestra: Muy bonita explicación. Felicidades, Alexa. ¿Alguien no entendió? ¿Alguien tiene una pregunta para Alexa? Recuerden que está bien no entender. Eso siempre pasa. Pero si no entendemos algo, siempre hay que preguntar. Y Alexa va a estar muy contenta de explicarle a sus amigos. ¿Verdad?

Alexa: Sí.

La actividad continúa con otros estudiantes pasando al frente y explicando sus razonamientos usando como apoyo el ábaco rekenrek de la maestra. Es muy importante tener presente que las explicaciones de sus razonamientos de sentido numérico que, con el apoyo de la maestra, hagan los estudiantes, contribuirán al progreso en el desarrollo del pensamiento numérico de todo el grupo. Pero serán particularmente beneficiosas para las niñas y niños a quienes les resulta más retador formular ese tipo de razonamientos.

En la medida de que la maestra vaya siendo capaz de que los estudiantes menos avanzados entiendan los razonamientos de sentido numérico de sus compañeros, el progreso será sustancial. Esas explicaciones les ayudarán a los menos avanzados a mejorar en su comprensión numérica, de manera que, eventualmente, lograrán resolver situaciones problemáticas, sin tener que contar de uno en uno e, incluso, sin necesidad de usar sus ábacos.

Esta actividad se puede usar hasta que todas las y los alumnos (o casi todas) puedan resolver las situaciones problemáticas usando razonamientos de sentido numérico, y sin contar de uno en uno. Quienes aún lo requieran, podrán estar haciendo uso de un ábaco rekenrek.

Problemas de averiguar el total de una compra

Materiales:

- Un ábaco rekenrek para cada alumno (ver Figura 79).
- Un ábaco rekenrek para la maestra lo suficientemente grande para que pueda ser visto por todo el grupo.
- Suficientes monedas para la maestra, de las mismas denominaciones que se muestran en la Figura 96. Las monedas que use la maestra pueden ser de tamaño más grande para que todo el grupo pueda verlas claramente cuando la maestra las vaya adhiriendo en el pizarrón o en la pared.
- Tarjetas con los precios de los artículos, que vayan de $4 a $10 (ver ejemplos en la Figura 97).
- Productos para simular una venta, uno de cada uno. Pueden ser juguetes, artículos de papelería u otras cosas.

En esta actividad, la maestra le presenta a los estudiantes problemas de tipo *agregar* que impliquen averiguar la cantidad total que hay que pagar al comprar dos productos. A continuación, se presenta un ejemplo:

> Maestra: Hoy vamos a volver a jugar a comprar y a vender. Vamos a comenzar averiguando cuánto vamos a tener que pagar. Si compran un lápiz como éste que cuesta cuatro pesos, y una goma como ésta que cuesta cinco pesos, ¿cuánto van a tener que pagar en total?

La maestra entonces pega en el pizarrón dos tarjetas como se muestra en la Figura 106.

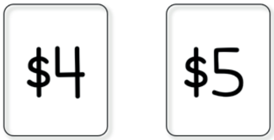


Figura 106. Tarjetas mostrando los precios de un lápiz ($4) y de una goma ($5)

En la instrumentación de esta actividad se puede seguir una dinámica similar a la de «Problemas sobre el autobús turístico»:

1) La maestra le presenta al grupo el problema.
2) Los estudiantes resuelven el problema en sus lugares, teniendo a la mano sus ábacos rekenrek.
3) La maestra le va pidiendo a algunos estudiantes que pasen y expliquen sus razonamientos, usando el ábaco rekenrek de la maestra.

Al plantear los problemas, es importante tener presente que se está trabajando en procurar el objetivo de la cuarta fase de la propuesta didáctica. Consecuentemente, el costo total de los productos no debe exceder de diez pesos.

Si lo considera pertinente, al realizar esta actividad, la maestra puede retomar la de *¿Cómo lo puedo comprar?* Una vez que ya ha quedado claro cuánto es el total que se debe pagar, la maestra puede pedirle a los estudiantes que averigüen cómo se podría pagar esa cantidad usando las monedas en sus «juegos de monedas» (ver Figura 96).

Esta actividad se puede usar hasta que todas las y los alumnos (o casi todos) puedan resolver las situaciones problemáticas usando razonamientos de sentido numérico, y sin contar de uno en uno, con el apoyo del ábaco rekenrek.

Problemas de averiguar cuánto dinero se debe dar de cambio

En esta actividad se usa el mismo material que en la anterior. La actividad implica presentarle a los estudiantes situaciones de tipo *comparar* en las que ellos deben averiguar cuánto dinero hay que dar de cambio, cuando se realiza una compra. A continuación, se presenta un ejemplo:

> Maestra: Vamos a imaginarnos que vamos a la tiendita a comprar una caja de gelatina que cuesta seis pesos. Sólo llevamos una moneda como ésta que es de diez pesos. ¿Cuánto nos tienen que dar de cambio?
>
> La maestra coloca a la vista de todos la moneda de 10 pesos y el precio de la caja de gelatina (ver Figura 107).

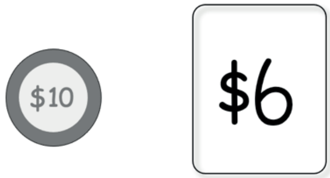


Figura 107. Una moneda de $10 y una tarjeta mostrando el precio de una caja de gelatina ($6)

En la instrumentación de esta actividad también se puede retomar la dinámica de la actividad de *Problemas sobre el autobús turístico*:

1) La maestra le presenta al grupo el problema.
2) Los estudiantes resuelven el problema en sus lugares, usando sus ábacos rekenrek.
3) La maestra le va pidiendo a algunos estudiantes que pasen y expliquen sus razonamientos, usando el ábaco rekenrek de la maestra.

Además, al realizar esta actividad, la maestra también puede querer retomar la de *¿Cómo lo puedo comprar?* Una vez que ya ha quedado claro cuánto es la cantidad que se tiene que dar de cambio, la maestra puede pedirleles a los estudiantes que averigüen cómo se podría juntar esa cantidad usando las monedas en sus «juegos de monedas» (ver Figura 96).

La instrumentación de esta actividad puede preparar a los estudiantes para participar en un juego del tipo de «el mercadito», donde tengan que comprar o vender productos usando monedas de juguete como las que se muestran en la Figura 96.

Problemas aludiendo a múltiples contextos

En esta actividad se usan los mismos materiales y se sigue la misma dinámica de la actividad «Problemas sobre el autobús turístico». La diferencia es que ahora ya no se alude a lo que sucede en el autobús turístico, sino que se hace referencia a contextos diversos. Además, se presentan múltiples tipos de problemas, incluyendo de agregar, de reunir, de quitar, de igualar, de comparar y de repartir cantidades. A continuación se muestran algunos ejemplos.

Problema de *agregar* en el contexto de dos gallinas que ponen huevos:

La señora María Luisa tiene dos gallinas que ponen huevos. En esta semana, una de sus gallinas puso cinco huevos y la otra cuatro. ¿Cuántos huevos pusieron en total las gallinas de la señora María Luisa?

Problema de *quitar* en el contexto de un paquete de galletas:

La mamá de Omar le compró a él y a sus hermanos un paquete con ocho galletas saladas. Omar y sus hermanos se comieron cinco de las galletas. ¿Cuántas galletas quedaron?

Problema de *igualar* en el contexto de un estuche de plumones:

Al comenzar el año, la maestra Pamela compró un estuche de nueve plumones para escribir en el pizarrón de su salón. Los ha ido usando y ahora sólo le quedan cuatro plumones. ¿Cuántos plumones ya se le acabaron a la maestra Pamela?

Problema de *comparar* en el contexto de grupos de estudiantes:

En la clase de música de la maestra Cecilia hay ocho niñas y tres niños. ¿Cuántas niñas hay más que niños?

Problema de *repartir* en el contexto de una clase de deportes:

El maestro Juan organizó a su grupo en dos equipos. A cada equipo le dio pelotas para que practicaran a patearlas. El maestro tenía diez pelotas y se las repartió de forma que cada equipo recibió la misma cantidad. ¿Cuántas pelotas recibió cada uno de los equipos?

En la instrumentación de esta actividad también se puede retomar la dinámica la actividad de «Problemas sobre el autobús turístico»:

1) La maestra le presenta al grupo el problema.
2) Los estudiantes resuelven el problema en sus lugares, usando sus ábacos rekenrek.
3) La maestra les va pidiendo a algunos estudiantes que pasen y expliquen sus razonamientos, usando el ábaco rekenrek de la maestra.

Esta actividad se puede usar hasta que todas las y los alumnos (o casi todos) puedan resolver las situaciones problemáticas usando razonamientos de sentido numérico, y sin contar de uno en uno. Quienes aún lo requieran, podrán estar haciendo uso personal de un ábaco rekenrek.

10. ¿QUÉ SIGUE DESPUÉS DEL 10?

Para una maestra de tercero preescolar, alcanzar el objetivo de aprendizaje de la cuarta y última fase de enseñanza de la propuesta didáctica implica un logro educativo muy importante. Como se explicó en el Capítulo 3, apoyar a los estudiantes de un grupo de tercero de preescolar a que desarrollen habilidades de sentido numérico, hasta el diez, es algo que puede incrementar significativamente las expectativas y oportunidades de esas niñas y niños, tanto en el ámbito escolar, como en el de sus vidas, en general. Como también ya se explicó, se trata de habilidades que les permitirían razonar, con facilidad, flexibilidad y agilidad, sobre diferentes formas de componer y descomponer las cantidades que representan los números hasta el diez –y el cero, también.

Pero ¿por qué el desarrollo del sentido numérico hasta el diez resulta ser tan importante en la formación matemática de niñas y niños? Para responder a esta pregunta, lo primero que hay que tener muy presente es que el sistema numérico que usamos los humanos, de manera casi universal, es de naturaleza *decimal*. En el mundo de hoy, de manera muy preponderante, los números se dicen, se registran gráficamente y se opera con ellos siguiendo una lógica decimal. Los primeros diez números son muy especiales porque están en la base de casi la totalidad de los quehaceres cuantitativos modernos.

El rango numérico en el que se enfoca la propuesta didáctica puede parecer bastante limitado: sólo contempla los primeros once números (cuando se incluye al cero). Pero se debe de tener siempre presente la complejidad de las habilidades de razonamiento numérico que se busca apoyar a que desarrollen los estudiantes preescolares. Se trata de habilidades que, una vez desarrolladas, podrán ser extendidas al trabajo con rangos numéricos cada vez mayores. Estas habilidades les serán de gran utilidad a las niñas y niños para comprender la numeración decimal de valor posicional. También les ayudarán para comprender temas como la suma y resta de números de varias cifras e, incluso, les serán de gran utilidad para darle sentido a la multiplicación y a la división.

Tomando en consideración lo dicho en los párrafos anteriores, el presente capítulo busca ayudarles a nuestras lectoras a que se den una idea de cómo se podría continuar con el trabajo de ayudar a sus estudiantes a desarrollar su sentido numérico, después de que se ha alcanzo el objetivo de aprendizaje de la cuarta y última fase de enseñanza de la propuesta didáctica (ver Capítulos 3 y 9). En general, se esperaría que el trabajo para apoyar que los estudiantes desarrollen su sentido numérico más allá del diez ocurriera cuando ya hubieran comenzado la educación primaria. Sin embargo, no es impensable que, en algunos casos, se pudieran dar las condiciones para poder comenzar a trabajar en tercero de preescolar.

Habilidades de sentido numérico hasta el veinte

Una posibilidad para continuar apoyando a los estudiantes, una vez que han alcanzado todos los objetivos de la propuesta didáctica (ver Capítulo 3), es plantearse la meta de ayudarles a que extiendan sus habilidades de sentido numérico, para que éstas lleguen hasta el veinte. Para ello, primero será necesario apoyarles para que todos dominen las habilidades numéricas básicas hasta el 20. Estas habilidades incluirían:

- Dominar la serie numérica oral hasta el veinte, con todas sus variantes (ver Capítulos 6 y 8)
- Poder enumerar correctamente colecciones de hasta veinte elementos
- Poder leer y ordenar los numerales escritos, del 0 al 20 (ver Capítulo 6 y 8)

Una vez que los estudiantes ya dominaran las habilidades numéricas básicas, se podría comenzar a apoyarles, directamente, para que las habilidades de sentido numérico con que ya cuentan se extiendan hasta el veinte. Se podría comenzar retomando la actividad de «El autobús turístico de dos pisos» (ver Capítulo 9), explorando ahora las formas en las que podrían viajar más de diez pasajeros en el autobús turístico. Por ejemplo, se podría explorar cómo podrían viajar doce pasajeros en el autobús: seis arriba y seis abajo, diez arriba y dos abajo, cuatro arriba y ocho abajo, etcétera.

Una habilidad nueva de sentido numérico que se buscaría que los estudiantes desarrollaran, en esta etapa de enseñanza, sería que lograran poder establecer, con bastante facilidad, cuál es el doble de cada uno de los números del uno al diez. Por ejemplo, se buscaría que, a través de descomponer y componer números, lograran reconocer cuál es el doble de siete, como se muestra en la Figura 108.

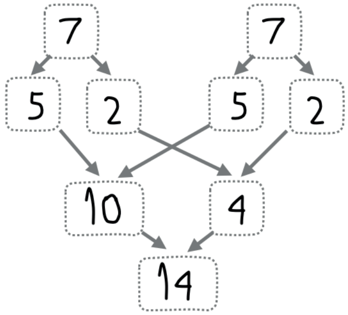


Figura 108. Representación de cómo una niña podría reconocer con facilidad cuál es el doble de siete, usando un razonamiento de sentido numérico

El desarrollo de esta habilidad se podría apoyar retomando la actividad de *¿Cuántos turistas estaban viajando en el autobús?* (ver Capítulo 9), presentando configuraciones en el ábaco rekenrek en las que hubiera el mismo número de cuentas en sus dos ejes (ver Figura 109). Esta actividad también se podría utilizar para apoyar a los estudiantes a que lograran subitizar en el ábaco rekenrek cantidades de hasta veinte cuentas, presentadas en todas las formas posibles.

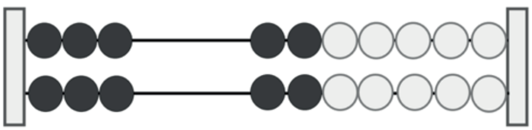


Figura 109. Un ábaco rekenrek mostrando siete y siete

Después de la subitización, se podría retomar el trabajo con el dinero de juguete, en la forma en que se propone en la actividad de «¿Cómo lo puedo comprar?» (ver Capítulo 9). Ahora se explorarían las diferentes formas de juntar el dinero necesario para comprar artículos cuyo costo fuera de más de diez pesos, y de hasta veinte pesos. Aquí sería recomendable limitar un poco el acceso de los estudiantes a las monedas de uno y dos pesos. Entonces, el juego de monedas y billete que se usaría estaría conformado de la siguiente manera: tres monedas de \$1, dos monedas de \$2, cuatro monedas de \$5, dos monedas de \$10 y un billete de \$20. Usando este juego, se podrían encontrar ocho formas de juntar veinte pesos, entre las que se incluiría:

usar tres monedas de \$1, una moneda de \$2 y tres de \$5; usar cuatro monedas de \$5; usar dos monedas de \$10; y usar un billete de \$20.

Una vez que los estudiantes ya estuvieran bastante familiarizados con la composición y descomposición de cantidades hasta el veinte, usando sus ábacos rekenrek y el dinero de juguete, se podría retomar la actividad de *Problemas sobre el autobús turístico* (ver Capítulo 9). Primero se presentarían problemas de tipo agregar (ver Figura 101) donde las cantidades que se usaran fueran, cada una, de diez o menos, y que el resultado fuera mayor a diez. Esto es, se presentarían problemas que implicaran resolver sumas como éstas: 10 + 10; 8 + 8; 9 +4; 7 + 7; 7 +10 y 10 + 9; 5 + 7; 6 + 5; 2 + 9 y 9 + 9. Después se podrían presentar problemas del mismo tipo, pero donde uno de los sumandos fuera mayor a diez: 12 + 8; 15 + 4; 9 + 11; etcétera. Se les daría especial atención a problemas que implicaran encontrar el doble de una cantidad: «El autobús salió con nueve turistas de la plaza. Luego, en el museo, se subieron nueve más. ¿Cuántos turistas había en el autobús cuando llegó a la catedral?»

El siguiente tipo de problemas que se podrían usar, serían de tipo *quitar* (ver Figura 102). Ahora se presentarían siempre situaciones en las que, inicialmente, hubiera más de diez turistas en el autobús. Por ejemplo, se podría presentar un problema como éste: «El autobús salió con quince turistas de la plaza. Luego, en el museo, se bajaron nueve. ¿Cuántos turistas había en el autobús cuando llegó a la catedral?» Finalmente, se presentarían problemas de «número perdido» que implicaran comparar (ver Figura 103), en los que al menos uno de los números implicados fuera mayor a diez. Por ejemplo, se podría presentar un problema así: «Salieron 18 turistas de la plaza. Cuando el autobús llegó a la catedral traía 6 turistas. ¿Qué pasó en el museo?»

Cuando las niñas y niños mostraran ser capaces de resolver una diversidad de situaciones problemáticas, con números hasta el veinte, usando razonamientos de sentido numérico, se podría considerar que se ha alcanzado la meta de haberlos apoyado para que desarrollaran habilidades de sentido numérico hasta el veinte.

Habilidades de sentido numérico hasta el cien

Una vez que todos los estudiantes de un grupo ya hubieran desarrollado habilidades de sentido numérico hasta veinte, un siguiente objetivo a procurar, para una maestra, sería el de que ahora desarrollaran esas habilidades hasta el cien. Casi con toda seguridad, esto ocurriría en la etapa de la educación primaria, probablemente, incluso, a partir del segundo grado.

La meta principal sería que ahora los estudiantes pudieran resolver todo tipo de problemas aditivos (suma o resta) dentro del rango numérico del uno al cien, usando razonamientos de sentido numérico, sin tener que contar de uno en uno y sin tener que utilizar un algoritmo. Por ejemplo, un alumno podría resolver un problema que implicara sumar 29 más 34, componiendo y descomponiendo mentalmente los números, en la forma que se representa en la Figura 110.

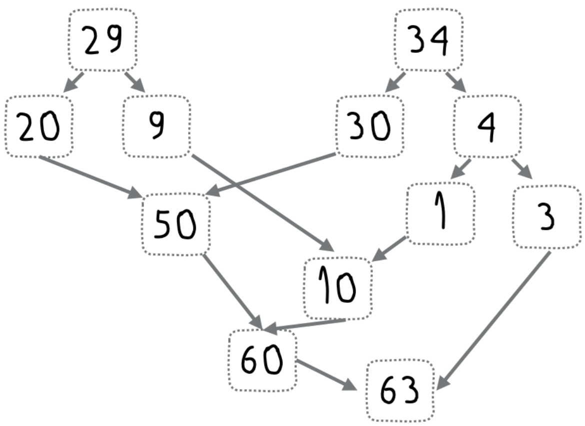


Figura 110. Representación gráfica de cómo un alumno podría componer y descomponer números para resolver un problema que implicara sumar 29 y 34

Es importante reconocer que este razonamiento implica poner en práctica habilidades estrechamente vinculadas con las habilidades numéricas avanzadas hasta el diez (ver Capítulos 3 y 9). Primeramente, implicaría descomponer el 29 en 20 y 9. Después, el 34 en 30 y 4. El siguiente paso consistiría en reconocer que una de las formas de componer el 50, usando sólo decenas completas, sería con 20 y 30. Esto sería muy similar a saber que el 5 se puede componer con 2 y 3.

El razonamiento continuaría reconociendo que 9 es 1 menos que 10. Sabiendo eso, el 4 se descompondría en 1 y 3, para después tomar ese 1 y unirlo con el 9 para formar un nuevo 10. Éste se le agregaría al 50 para formar 60. Esto sería similar a componer 6 con 5 y 1.

Finalmente, el resultado implicaría unir el 60 con el 3 para formar 63.

Ésta no sería la única forma en que se podría resolver el problema en cuestión, usando un razonamiento de sentido numérico. Por ejemplo, un alumno podría reconocer que 29 es casi 30. Entonces le sumaría 30 a 34 y obtendría 64. Después, reconocería que el resultado que realmente busca sería uno menos que 64.

Lo más importante a notar en estos razonamientos de sentido numérico con números hasta el 100 es que implican siempre poner en práctica la habilidad de componer y descomponer los números hasta el 10, de forma fácil, ágil y flexible. Como se ha visto a lo largo de este libro, se trata de una habilidad que les da a los estudiantes un gran potencial matemático, y que una maestra puede apoyarles a que la desarrollen, antes de concluir el tercer grado de preescolar.

11 HISTORIA, FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

La secuencia didáctica que sirve de base para el presente libro es el resultado de una investigación, la cual aún se encuentra en proceso. El propósito de este capítulo es explicar cómo se ha realizado esta investigación y cuáles son sus fundamentos teóricos y metodológicos.

Los dos autores de este libro nos conocimos cuando realizábamos nuestros estudios de doctorado en la Universidad Vanderbilt en los Estados Unidos. Ambos formamos parte del mismo equipo de investigación, el cual estaba encabezado por el Dr. Paul Cobb. En esos tiempos, nos familiarizamos con una serie de secuencias de enseñanza que el equipo de investigación había formulado, pocos años antes, para apoyar esfuerzos educativos orientados a que niñas y niños de primer grado de primaria en los Estados Unidos, desarrollaran nociones numéricas relativamente complejas. Una de esas secuencias de enseñanza, a la que se le denominó «patrones y particiones», buscaba ser un recurso para procurar que los estudiantes lograran dominar lo que en este libro hemos llamado «habilidades numéricas avanzadas hasta el diez» (ver Capítulo 3).

El diseño de la secuencia de patrones y particiones no había sido contemplado en el proyecto de investigación original del Dr. Cobb, ya que se había anticipado que los estudiantes participantes ya habrían desarrollado las habilidades numéricas avanzadas hasta el diez, en su formación preescolar. Sin embargo, la evaluación inicial que se le aplicó a esos estudiantes mostró que muchos todavía no las desarrollaban.

La secuencia de patrones y particiones fue la primera que se usó en la investigación del Dr. Cobb, con el grupo de estudiantes de primer grado. Resultó ser un recurso didáctico efectivo, que facilitó el que la maestra a cargo del grupo apoyara a todas las y los alumnos a que desarrollaran habilidades numéricas avanzadas hasta el diez. Eso permitió que se pudieran instrumentar, sucesivamente, las otras secuencias de enseñanza, y que la maestra del grupo fuera eventualmente exitosa en apoyar a todas las niñas y niños participantes a desarrollar habilidades numéricas relativamente complejas, con los números hasta el cien.

Aunque la secuencia de enseñanza de patrones y particiones fue formulada como parte de un proyecto de investigación realizado en un aula de primer grado de primaria, sus creadores la concibieron como un recurso adecuado para maestras de educación preescolar. En general, consideraron que el desarrollo de las habilidades numéricas contempladas estaba al alcance de las niñas y niños preescolares.

Varios años después, la secuencia de enseñanza de patrones y particiones adquirió gran relevancia para nosotros, los autores de este libro, a raíz del trabajo que el primer autor realizaba asesorando proyectos de tesis en la Maestría en Desarrollo Educativo de la Universidad Pedagógica Nacional, en la Línea de Educación Matemática. En el año 2016, a él le fue asignado asesorar a Jesica Peña Jiménez, una maestra del nivel preescolar que se había inscrito en la maestría. La maestra Jesica se había interesado en ingresar al programa de maestría, porque estaba insatisfecha con los resultados de su enseñanza. Aunque ella había procurado seguir las recomendaciones de todos los materiales editados por la Secretaría de Educación Pública, sus esfuerzos habían resultado poco fructíferos en el campo numérico. Casi todos sus estudiantes egresaban de tercero de preescolar sin alcanzar los aprendizajes esperados. Además, ella no notaba que hubiera grandes avances en sus estudiantes a lo largo del ciclo escolar.

Los dos autores de este libro platicaron sobre la situación que enfrentaba la maestra Jesica y acordaron invitarla a que se familiarizara con la secuencia de patrones y particiones, y a que considerara la posibilidad de ponerla a prueba en un aula de tercero de preescolar de la escuela en la que ella siempre había trabajado. La maestra Jesica, después de familiarizarse con la secuencia, estuvo de acuerdo en utilizarla. Así comenzó el proyecto de investigación que dio origen a la propuesta didáctica contenida en este libro.

La primera cuestión que investigó el equipo –conformado, en ese momento, por la maestra Jesica y los dos autores de este libro– fue si las actividades propuestas en la secuencia de patrones y particiones serían viables con los estudiantes con los que se pensaba trabajar. Es importante tener presente que la secuencia había sido desarrollada trabajando con estudiantes muy diferentes a los de la maestra Jesica, no sólo porque asistían a un grado escolar superior, sino también porque eran estudiantes formados en el sistema educativo de otro país.

La primera tarea de investigación consistió entonces en precisar las habilidades y conocimientos que los estudiantes deberían de haber desarrollado, previo a involucrase con las actividades propuestas en la secuencia de patrones y particiones. Con base en eso, se diseñó un instrumento de diagnóstico que le fue aplicado al grupo de preescolar con el que se planeaba trabajar. Este instrumento era bastante parecido al que se describe en el Capítulo 4. Los resultados que se obtuvieron fueron muy similares a los que se reportan en la Tabla 1, para la escuela ubicada en Iztapalapa (ver Capítulo 4). En general, el desarrollo en el pensamiento numérico de la enorme mayoría del grupo parecía estar lejos de lo que se requeriría para que se pudieran involucrar, directa y fructíferamente, en las actividades de enseñanza propuestas en la secuencia de patrones y particiones.

Como se puede notar, nuestro equipo de investigación se enfrentó a una situación similar a la que se le había presentado al equipo del Dr. Cobb, en su investigación en primer grado de primaria. Era necesario reformular la propuesta didáctica, para que ésta fuera apropiada para trabajar con el grupo de tercero de preescolar de la maestra Jesica. Sobre todo, era necesario adecuarla para que las actividades iniciales fueran adecuadas en términos de lo que las niñas y niños ya serían capaces de realizar al comenzar con la intervención.

Nuestro equipo de investigación se ocupó entonces en el diseño de una propuesta didáctica que incorporara la secuencia de enseñanza de patrones y particiones, pero que también le ayudara a la maestra Jesica a apoyar a estudiantes que aún no hubieran desarrollado lo que en este libro hemos denominado «habilidades numéricas básicas» (ver Capítulo 3). La primera versión de esta propuesta didáctica fue puesta a prueba a través de la instrumentación de una investigación de diseño en el aula. Ésta implicó la realización de 21 sesiones de enseñanza, en un aula de tercero de preescolar, las cuales tuvieron lugar a lo largo de 5 meses.

Los resultados de la investigación de diseño en el aula fueron bastante positivos. En general, la propuesta didáctica mostró ser un recurso apropiado para informar y guiar los esfuerzos de enseñanza, y la toma de decisiones pedagógicas, de la maestra Jesica. Eso le permitió apoyar a todos sus estudiantes a que lograran avanzar significativamente en el desarrollo de su pensamiento numérico. Incluso, la gran mayoría de ellas y ellos desarrolló habilidades numéricas avanzadas hasta el diez (ver Capítulo 3).

Con base en los descubrimientos que se fueron haciendo a lo largo de la investigación de diseño en el aula, se realizaron algunas modificaciones a la propuesta didáctica original. Ello llevó a la elaboración de una segunda versión de la propuesta. Ésta fue utilizada en una nueva etapa de investigación, enfocada en el desarrollo profesional docente, en matemáticas de preescolar.

A través de talleres y seminarios para docentes, tanto presenciales como en línea, la propuesta didáctica fue compartida con maestras de escuelas públicas de diferentes partes de México. En esta etapa de la investigación, la maestra Jesica siguió formando parte del equipo. Además, se incorporó la maestra Claudia Zúñiga quien hizo aportaciones muy importantes.

Los esfuerzos de desarrollo profesional docente que se realizaron en esta etapa del proyecto de investigación llevaron a reconocer que la propuesta didáctica podía ser mejorada, para que sirviera mejor como recurso para apoyar los esfuerzos de enseñanza de maestras de preescolar. Entonces se le hicieron algunas nuevas modificaciones y se diseñaron algunas actividades nuevas. La versión más actualizada de la propuesta didáctica es la que se incluye en este libro.

En términos teóricos, nuestro proyecto de investigación se ha realizado siguiendo los principios de lo que se conoce como Educación Matemática Realista (EMR). Se trata de una corriente de investigación que se preocupa por entender el papel que pueden tener las matemáticas en la formación escolar de niñas y niños, y por cómo la enseñanza de las matemáticas puede mejorarse, para que sea educativamente más favorable. La EMR tiene sus orígenes en las reflexiones sobre las matemáticas y la educación de Hans Freudenthal, un matemático neerlandés.

La EMR se guía, antes que nada, por el principio de que las matemáticas son un quehacer humano. Así, el propósito de aprender matemáticas no se entiende como el proceso por el que los individuos adquieren contenidos o saberes matemáticos. En lugar de esto, se entiende como el proceso por el que los estudiantes logran participar en el tipo de prácticas que son características de las matemáticas, tanto a nivel general, como en un campo matemático específico. Al centro de estas prácticas está lo que en la EMR se conoce como *matematización*. Se trata de una actividad propia de la disciplina matemática que implica organizar, idealizar, deducir y generalizar. También implica analizar críticamente, discutir y argumentar, entre otras cosas.

Otro de los principios de la EMR es que las prácticas matemáticas en las que se espera que se involucren las niñas y niños deben serles vivencialmente reales a ellas y ellos. Eso implica que esas prácticas se deben adecuar a lo que los estudiantes ya saben y entienden. Deben permitir que las niñas y niños puedan involucrarse en ellas con relativa facilidad. Pero también implica que sean prácticas, que les resulten interesantes, atractivas e, incluso, divertidas.

Un principio más de la EMR es el de la *reinvención guiada*. Se busca que, al participar en prácticas matemáticas, el grupo de estudiantes, con la guía de su maestra, inventen las ideas, los procedimientos y las generalizaciones de una parte de las matemáticas. Claro está que no se tratará de auténticas invenciones matemáticas, pues, con toda seguridad, lo que se invente en el grupo serán ideas, procedimientos y generalizaciones que se conocen en las matemáticas desde hace mucho tiempo. Es por eso por lo que en la EMR no se habla de «invención» sino de «reinvención» de las matemáticas.

El principio de la *reinvención guiada* determina la forma en la que, en la EMR, se proponen las progresiones en la enseñanza. Se busca siempre que las actividades iniciales se adecuen a lo que los estudiantes ya saben y entienden, que les sean fácilmente reconocibles como interesantes y atractivas. Se busca, además, que el involucrarse en esas actividades iniciales les vaya permitiendo involucrarse a ellas y ellos en actividades que se vayan relacionado con nociones matemáticas cada vez más generales, profundas y abstractas. El desarrollo matemático progresivo de niñas y niños hará posible que nociones, que inicialmente no les hubieran sido vivencialmente reales a ellas y ellos, ya puedan serlo. Como se puede notar, el diseño didáctico es un elemento central de la EMR.

En términos metodológicos, nuestro proyecto de investigación se ha realizado fundamentándose en lo que se conoce como «investigación educativa basada en el diseño» (IEBD). Se trata de una metodología en la que se investiga a través de diseñar y probar innovaciones educativas. Estas investigaciones buscan no solo la creación de nuevos recursos, sino también el entender cómo se pueden lograr mejoras en el campo educativo. Así, la IEBD implica tanto el diseño de recursos como el desarrollo teórico en un campo específico de la pedagogía.

Desde una perspectiva teórica, nuestro proyecto de investigación ha buscado contribuir a entender qué tipo de recursos serían más beneficiosos para que los docentes puedan mejorar en sus esfuerzos de enseñanza, en el campo de las matemáticas. Retomando los trabajos de múltiples autores, hemos considerado que los recursos conceptuales serían los de más importancia; recursos que le permitan a los docentes, en primer lugar, reconocer qué objetivos educativos son prioritarios. También, recursos que les ofrezcan una imagen clara y viable de cómo se daría el progreso en su grupo. Estos recursos deben ser útiles para que las docentes puedan formular juicios apropiados sobre dónde se encuentra el grupo en un momento determinado y, por lo tanto, sobre qué tanto se ha avanzado en el proceso de enseñanza. Vinculado estrechamente a esto último, los recursos conceptuales deben ayudarle a las docentes a evaluar constantemente, de manera formativa, a sus grupos.

Además de los recursos conceptuales, hemos considerado que también son necesarios recursos de enseñanza prácticos, que puedan ser usados en los esfuerzos de las docentes por apoyar a sus estudiantes. Estos recursos serían propuestas para la instrumentación de actividades de enseñanza, que puedan ser adaptadas e incluso mejoradas por los docentes, y el uso de manipulables, entre otras cosas.

Es así como nuestro proyecto de investigación ha servido no sólo para desarrollar un recurso para la enseñanza, sino también para contribuir a entender cuáles deben ser las características fundamentales de un recurso como éste, y cómo estas características se manifestarían en un producto concreto. Este producto concreto es, por supuesto, la *propuesta didáctica para apoyar el desarrollo del sentido numérico en estudiantes preescolares*, contenida en el presente libro.

Sobre las ideas y trabajos que se retomaron de otros autores

El contenido que se presenta en este libro está fundamentado fuertemente en las publicaciones que han realizado muchos otros autores. Dado el propósito del libro, hemos preferido no saturar a nuestras lectoras con frecuentes referencias a una multitud de publicaciones. En esta sección presentamos las referencias de los trabajos principales sobre los que se elaboró el presente libro.

Nuestras reflexiones sobre la historia de los números, presentadas en el Capítulo 1, se basan sobre todo en el trabajo del Everett (2019). También fueron influenciadas por Lockhart (2017), particularmente en lo que se refiere a los sistemas de numeración escritos.

Las explicaciones sobre el conocimiento inicial de los números en el Capítulo 2, las elaboramos, sobre todo, basándonos en la extensa y completa revisión realizada por Sarama y Clements (Clements, 2004; Sarama & Clements, 2009). En esta revisión se alude a trabajos de mucha importancia como el realizado por Gelman y Gallistel (1978).

En el Capítulo 2 también se hace alusión a estudios realizados con gran rigor, en los que se ha documentado que la gran mayoría de las niñas y niños que desarrollan un sentido numérico relativamente complejo, en preescolar, tienen trayectorias escolares exitosas, independientemente del grupo socioeconómico al que pertenezcan sus familias. Las referencias que acompañan esta afirmación son las siguientes: Geary et al., 2013; Gelman & Gallistel, 1978; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016.

Como ya lo hemos mencionado, la propuesta didáctica descrita en el Capítulo 3 retomó y adaptó la secuencia de enseñanza de «patrones y particiones» elaborada por el equipo de investigación del Dr. Paul Cobb. Esta secuencia está contenida en las siguientes publicaciones: Cobb et al., 1997; McClain & Cobb, 1999. También ya se mencionó que en la elaboración de la propuesta didáctica se retomaron ideas y sugerencias del trabajo de Wright y su equipo (2006).

Para saber más de la Educación Matemática Realista recomendamos leer: Cobb et al., 2008; Delgado & Cortina, 2021. Para saber más sobre la investigación educativa basada en el diseño recomendamos el trabajo de Bakker (2018).

Referencias

Bakker, A. (2018). Design research in education: A practical guide for early career researchers (La investigación educativa basada en el diseño: una guía práctica para investigadores que inician su carrera) Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203701010

Baroody, A. J. (1997). El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial, (Tercera ed.). Visor.

Clements, D. H. (2004). Major themes and recommendations (Temas principales y recomendaciones). En D. H. Clements, J. Sarama, y A. DiBiase (Eds.), Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education (Involucrar a los niños pequeños en las matemáticas: estándares para la educación matemática en la primera infancia). Lawrence Erlbaum..

Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K., y Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom (Matematizar y simbolizar: el surgimiento de cadenas de significación en un aula de primer grado). En D. Kirshner y J. A. Whitson (Eds.), Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives (La cognición situada: perspectivas sociales, semióticas y psicológicas). (pp. 151-232). Lawrence Erlbaum.

Cobb, P., Zhao, Q., y Visnovska, J. (2008). Learning from and adapting the theory of realistic mathematics education (Aprender de la educación matemática realista y adaptarla). Education et Didactique, 2(1), 55-73.

Delgado, I. A., y Cortina, J. L. (2021). La Educación Matemática Realista. Naturaleza y posibles aportes en México. In J. Calderón & L. M. Aguayo (Eds.), Formación y profesión docente. Entre prescripciones, teorías y prácticas educativas (pp. 325-342). Taberna Libraria Editores.

Everett, C. (2019). Los números nos hicieron como somos. Ediciones Culturales Paidos.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2013). Adolescents' functional numeracy is predicted by their school entry number system knowledge (La aritmética funcional de los adolescentes se predice por su conocimiento del sistema de los números al ingresar a la escuela). PLoS One, 8(1), 1-8. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0054651

Gelman, R., y Gallistel, C. R. (1978). The child's understanding of number (La comprensión del niño de los números). Harvard University Press.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes (Las matemáticas tempranas importan: competencia numérica en el preescolar y resultados matemáticos posteriores). Developmental Psychology, 45(3), 850–867. https://doi.org/10.1037/a0014939

Lockhart, P. (2017). Arithmetic (Aritmética). Harvard University Press.

McClain, K., & Cobb, P. (1999). Supporting students' ways of reasoning about patterns and partitions (Apoyando las formas de razonamiento de los estudiantes sobre patrones y particiones). En J. V. Copley (Ed.), Mathematics in the early years (Las matemáticas en los primeros años). National Council of Teachers of Mathematics.

Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? (¿Qué competencias matemáticas preescolares predicen mejor el rendimiento en quinto grado?) Early Childhood Research Quarterly, 36, 550–560. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children (Investigación en educación matemática en la primera infancia: trayectorias de aprendizaje para niños pequeños). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203883785

Wright, R. J., Martland, J., Stafford, A. K., y Stanger, G. (2006). Teaching number. Advancing children's skills and strategies (La enseñanza del número. Promover las habilidades y estrategias de los niños) (Segunda ed.). Paul Chapman.

Taberna Libraria
Editores

SENTIDO NUMÉRICO EN PREESCOLAR
UN RECURSO PARA LA ENSEÑANZA
De José Luis Cortina Morfín
y Jana Višňovská,
se terminó de imprimir en el mes de noviembre de 2023,
en los talleres gráficos de Signo Imagen.
Email: conejo_ftc@hotmail.com
Tiraje: 500 ejemplares.